

# 1. Lectura complementaria - Cálculo I

Apreciado Estudiante

En la presente lectura se dará respuesta a los ecuaciones planteadas en el escenario.

1. Determine todos los números reales que satisface la ecuación

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Determine todas las soluciones de

$$4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$$

3. Determine todas las soluciones de

$$\sin x = \cos x$$

## 2. Solución

### 2.1. Solución pregunta No. 1

Para determinar los números reales que satisfacen

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

primero se buscarán las soluciones en el intervalo  $[0, 2\pi)$  que son  $x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$  y  $x = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$ , pero como la función es periódica se deben determinar todas las otras soluciones, estas se obtiene sumando un múltiplo de  $2\pi$  a estas soluciones, por lo tanto se tiene:

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$

Donde  $k$  es cualquier entero.

## 2.2. Solución pregunta No. 2

Observando el ejercicio, se puede apreciar que la ecuación ya está ordenada e igualada a cero, por tanto, se tiene:

$$4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0 \quad \text{Ecuación dada}$$

$$\frac{(4 \sin x - 6)(4 \sin x - 2)}{4} = 0 \quad \text{Factorización}$$

$$\frac{2(2 \sin x - 3) \cdot 2(2 \sin x - 1)}{2 \cdot 2} = 0 \quad \text{Simplificando}$$

$$(2 \sin x - 3)(2 \sin x - 1) = 0 \quad \text{Simplificando}$$

$$2 \sin x - 3 = 0 \quad \text{y} \quad 2 \sin x - 1 = 0 \quad \text{Cada factor se iguala a 0}$$

$$\sin x = \frac{3}{2} \quad \text{y} \quad \sin x = \frac{1}{2} \quad \text{Despejando } \sin x.$$

Como el periodo de seno es  $2\pi$ , primero se hallaran las soluciones en este intervalo  $[0, 2\pi)$ ; por lo tanto para  $\sin x = \frac{1}{2}$  la solución es  $x = \frac{\pi}{6}$  y sumandole cualquier entero múltiplo de  $2\pi$  se tiene que las soluciones están dadas por  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  donde  $k$  es cualquier entero. Para la segunda opción  $\sin x = \frac{3}{2} = 1.5$  no tiene soluciones puesto que el  $\sin x$  nunca es mayor que 1.

## 2.3. Solución pregunta No. 3

Para resolver esta ecuación se usará una identidad trigonométrica así:

$$\sin x = \cos x \quad \text{Ecuación dada}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 1 \quad \text{Dividiendo entre } \cos x$$

$$\tan x = 1 \quad \text{Identidad recíproca}$$

Como la tangente tiene periodo  $\pi$ , primer se buscarán las soluciones en este intervalo  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ; la única solución es  $x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ ; por tanto, para obtener todas las soluciones se le debe sumar cualquier múltiplo de  $\pi$  a esta solución, y se tiene:

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Donde  $k$  es cualquier entero.

## INFORMACIÓN TÉCNICA



**Módulo:** Cálculo I

**Unidad 2:** Identidades trigonométricas

**Escenario 4:** Identidades trigonométricas

**Autor:** Luisa Fernanda Martínez

**Asesor Pedagógico:** Diana Marcela Díaz

**Diseñador Gráfico:** author

**Corrector de estilo:** Jaime Posada

**Asistente:** nadie

*Este material pertenece al Politécnico Gran Colombiano.  
Por ende, son de uso exclusivo de las Instituciones  
adscritas a la Red Ilumino. Prohibida su reproducción  
total o parcial.*