Cálculo 1

Ximena Andrea Pulgarin Montoya

Oscar David Palacios Gonzales

Diego Fernando Dorado

Angie Lorena Castro

Transporte Aéreo

FACULTAD DE INGENIERIA

2022

Introducción

El trabajo colaborativo pretende visualizar como el transporte aéreo ha acortado las distancias y lo útil que es la trigonometría para calcularlas; esta industria ha permitido el progreso económico y social, porque conecta a las personas, países y culturas; además ha generado el turismo a nivel global y se han acercado los países.

objetivos de aprendizaje

1. Reconocer las características del teorema del seno y del coseno.

2. Usa procesos algebraicos para hallar elementos de triángulos no rectángulos.

3. Determina elementos de triángulos no rectángulos mediante el teorema del seno y del coseno en situaciones hipotéticas y reales.

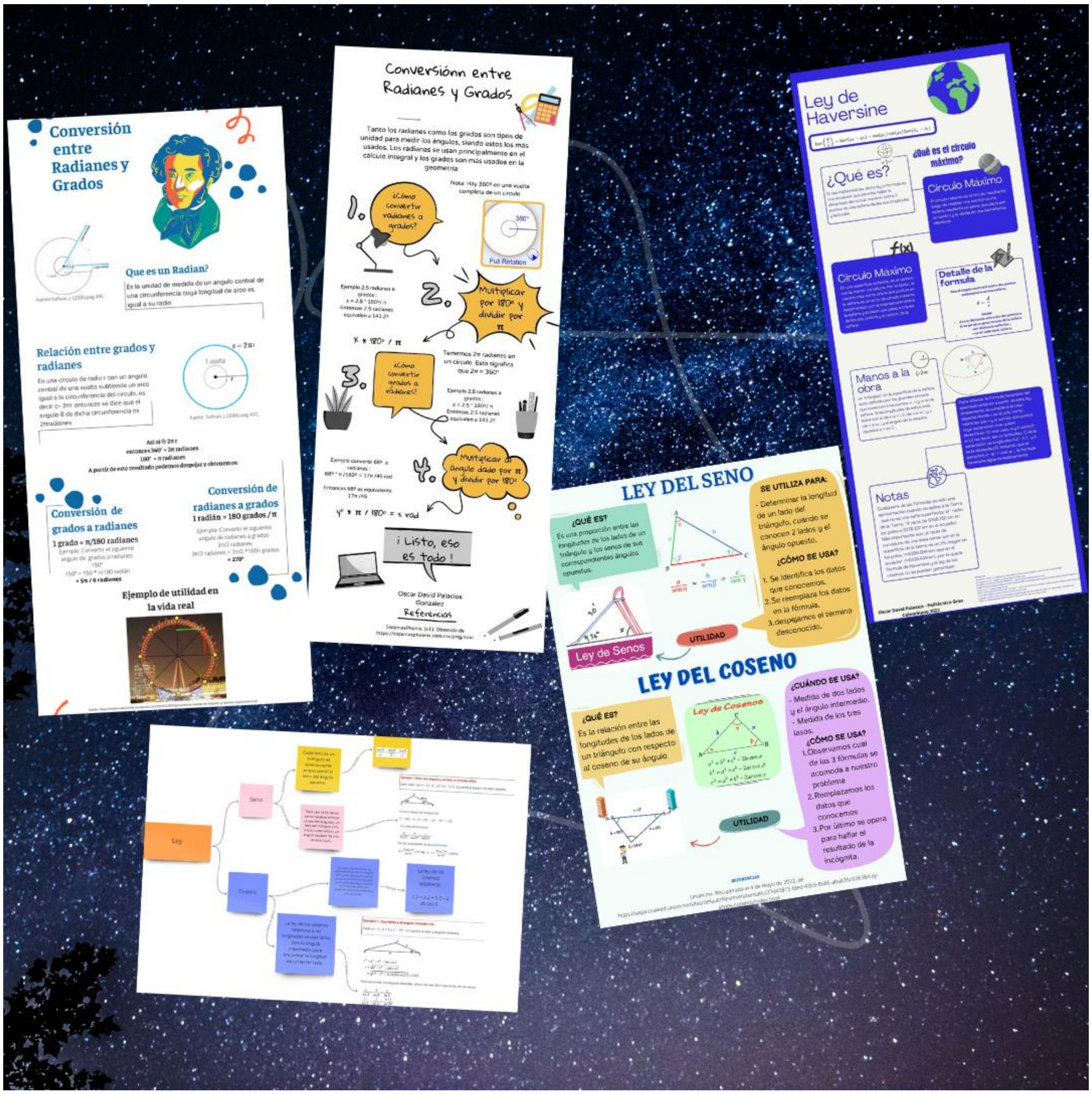
Semana 3

Actividad a evaluar: Se busca evaluar las capacidades creativas, investigativas e industriales. i. Participación individual en el foro. ii. Contribución a las participación de por lo menos 1 compañero. iii. Consolidado de las 5 mejores infografías y/o mapas conceptuales en un mural o paddle dentro del foro. Nota: En la revisión y comentarios a las participaciones de los compañeros, identifique aspectos diferentes o que complementen la idea y/o explicación del concepto en su aporte a un compañero dentro del foro. 1. Escoja dos de los siguientes temas y realice un mapa conceptual o infografía en el que sintetice y muestre los siguientes aspectos: ¿Qué es? y ¿cómo se aplica? Muestre al menos un ejemplo en donde encuentre la utilidad del concepto.

a. Conversión entre Radianes y Grados

b. Conversión Sistema GMS (grados, minutos, segundos) a latitud y longitud c. Ley de Haversine

d. Coordenadas esféricas, y su relación con las coordenadas cartesianas.



Entrega semana 4

PUNTO A

1. $\sigma = (3\varphi - \lambda/)$
2. $\theta + \delta = (\rho/2) + \varphi$
3. $\alpha = 2\lambda$
4. *La distancia MedellinBuenaventura = BucaramangaT urbo − (MedellinBucaramanga)/2*
5. *Las distancias de los lados de los triángulos están en rojo, las escala en negro no mide las distancias reales.*

Para el primer triangulo tenemos el valor de tres lados, lo que indica que podemos usar la ley del coseno de la siguiente manera

donde a= 4,35 b=240,68 c=207.91

entonces =

Aplicamos arco coseno del resultado para conocer el valor del ángulo en grados y obtenemos $\arccos \rho = 134.42$

$\rho=134.42\circ$

Con este resultado podemos empezar a hallar otros ángulos haciendo uso de la ley del seno de la siguiente forma

donde b= 240.68 y a = 413.35

=0.4158

esta vez aplicamos arco seno del resultado para obtener el valor en grados del ángulo

arc sen(0.4158)= 24.5

$\varphi=24.57\circ$

Ahora, con base en las suposiciones y las leyes de los triángulos podemos hallar los siguientes ángulos:

$180=\lambda+\rho+\varphi$

entonces podemos decir que:

$180=\lambda+134.42+24.57$

$\lambda=21.01\circ$

Ahora

1. $\sigma = (3\varphi - \lambda/2) = (3(25)-21/2)= 43.5$

$\sigma=43.5\circ$

α=42.02∘

Ahora con esta información procedemos a encontrar valores para el segundo triangulo

Suponiendo que este triangulo es Isósceles y con el valor de σ=43.5∘ podemos encontrar el valor de teta de la siguiente manera:
180= σ+2θ = 180= 43.5+2θ = 180- 43.5 = 2θ entonces θ = 136.5/2
θ=68.25∘

Al ser isósceles los lados serán equivalentes lo que quiere decir que la distancia Medellin Bucaramanga sería igual a la distancia Bucaramanga Bogota entonces:

Bucaramanga Bogota = 207.91km
Ahora con estos valores podemos usar la siguiente suposición para hallar el valor de δ

1. *$\theta + \delta = (\rho/2) + \varphi$*

68.25+ δ = (134.42/2)+24.57
68.25+ δ =91.78
δ=91.78-68.25
δ=23.43∘
Con el valor de δ podemos encontrar el valor de β de la siguiente manera:
β= 180- 2δ
β= 180-2(23.43)
β=133.14∘

Ahora si la distancia MedellinBuenaventura = BucaramangaTurbo − (MedellinBucaramanga)/2 entonces:

MedellinBuenaventura= 413.35 - 207.91/2

MedellinBuenaventura= 309.40
Para hallar la distancia Bogota buenaventura, conociendo alfa y asumiendo que el ángulo de arriba es dos veces el valor de δ podemos usar la ley seno y asi conocer dicho valor de la siguiente manera.

ley del seno

sen 2δ = $\dfrac{b \times sen\alpha}{a}$ *donde b = distancia Bogota Buenaventura y a es la distancia bogota medellin*

b = 260.39 entonces la distancia

Bogota Buenaventura = 260.39 km

Por ultimo para las distancias Manizales Medellin y Manizales Bogota notamos que el triángulo que se forma tiene dos ángulos iguales por ende al hallar una de las distancias podemos decir que la otra es equivalente.

Como conocemos los angulos y una de las distancias procedemos a utilizar la ley del seno para hallar las distancias que hacen falta asi:

donde: b= es la distancia a conocer y a= la distancia medellin bogota

b = 131.13

Podemos decir entonces que la distancia Manizales medellin y Manizales bogota es 131.13km.

Resultados:

ρ=134.42∘, φ=24.57∘, λ=21.01, σ=43.5∘, α=42.02, θ=68.25∘, δ=23.43∘, β=133.14∘

MedellinBuenaventura= 309.40km

Bogota Buenaventura = 260.39 km

Bucaramanga Bogota = 207.91km

Manizales Medellin = 131.13km

Manizales Bogota = 131.13km

PUNTO B

Para el ejercicio (a) seleccione 3 ciudades (considere 1 triangulo), diferenciando una ciudad de origen y una de destino, y calcule empleando la ley de Harvensine para determinar la distancia entre ambas ciudades, a su vez compárela con la calculada por Google maps

Solución

Para iniciar con el desarrollo de este punto es necesario entender que la ley de Haversine es

$$hav(\theta) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Ahora buen, para hallar la distancia entre dos ciudades decimos que:

$$2 * r * \sin^{-1}(\sqrt{hav(lt_2 - lt_1) + Cos(lt_1) * Cos(lt_2) * hav(lg_2 - lg_1)})$$

Remplazamos hav:

$$d(ciudad1, ciudad2) = 2 * r * \sin^{-1}(\sqrt{\sin^2(\frac{lt_2 - lt_1}{2}) + Cos(lt_1) * Cos(lt_2) * \sin^2(\frac{lg_2 - lg_1}{2})})$$

Para la solución inicial tomaremos Bogotá - Buenaventura:

Donde tenemos

Bogotá	*Buenaventura*
lt1 4°36' 35' N	*lt2 3° 52' 48.4'' N*
lg1 74° 4' 54.3'' O	*lg2 77° 1' 52.2'' O*

Es importante que para el correcto desarrollo de la fórmula es necesario convertir estos grados en radianes, por lo que:

$Lt_1 = 0{,}026\ \pi rad$

$36' = \frac{36}{60} = 0{,}6 \quad 35'' = \frac{35}{3600} = 0{,}009$

$Lt_1 = 4 + 0{,}6 + 0{,}00 = 4{,}6°$

$\left(\frac{4{,}6}{1} * \frac{\pi rad}{180}\right) * 10 = 0{,}026$

$Lg_1 = 0{,}4115\ \pi rad$

$4' = \frac{4}{60} = 0{,}06 \quad 54{,}3'' = \frac{54{,}3}{3600} = 0{,}01$

$Lg_1 = 74 + 0{,}06 + 0{,}01 = 77{,}07°$

$\left(\frac{77{,}07}{1} * \frac{\pi rad}{180}\right) * 100 = 0{,}4115$

$Lt_2 = 0{,}0215\ \pi rad$

$52' = \frac{52}{60} = 0{,}86 \quad 48.4'' = \frac{48.4}{3600} = 0{,}01$

$Lt_2 = 3 + 0{,}86 + 0{,}01 = 3{,}87°$

$\left(\frac{3{,}87}{1} * \frac{\pi rad}{180}\right) * 100 = 0{,}0215$

$Lg_2 = 0{,}427\ \pi rad$

$1' = \frac{1}{60} = 0{,}01 \quad 52{,}2'' = \frac{52{,}2}{3600} = 0{,}01$

$Lg_2 = 77 + 0{,}01 + 0{,}01 = 77{,}02°$

$\left(\frac{77{,}02}{1} * \frac{\pi rad}{180}\right) * 100 = 0{,}427$

Teniendo en cuenta estos resultados, vamos a multiplicarlos por π *para tener nuestras latitudes y longitudes en radianes:*

$lt_1 = 0{,}08168\ rad$ $\qquad lt_2 = 0.06754\ rad$

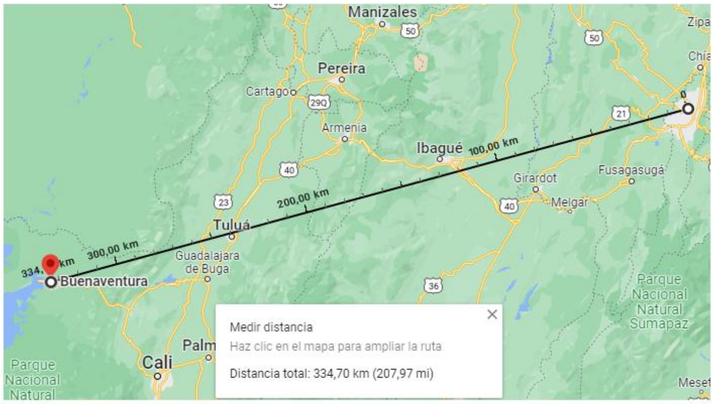
$lg_1 = -1{,}2927\ rad$ $\qquad lg_2 = -1{,}344\ rad$

Para el ejercicio vamos a tener como valor de radio = 6.378 km , ahora solamente remplazamos:

$$d = 2 * (6.378) * sen^{-1}\left(\sqrt{sen^2\left(\frac{0{,}0675 - 0{,}0816}{2}\right) + \cos(0{,}0816) * \cos(0{,}0675) * sen^2\left(\frac{-1{,}344 - (-1{,}2927)}{2}\right)}\right)$$

d = 334 km

Posterior a ello, evaluamos la respuesta con Google maps, confirmando que estamos calculando la distancia real.

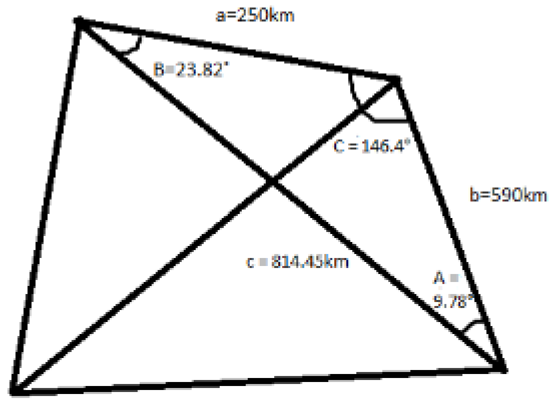


PUNTO C

Si la aerolínea se encuentra considerando unas nuevas rutas (Figura 2). Cálcule la distancia que hay entre la ciudad de Medellín y Mitú, además encuentre los ángulos que faltan para resolver el triángulo Tunja-Mitú-Medellín, si la distancia entre Tunja y Medellín es de 250 km y la distancia entre Tunja y Mitú es de 590 km y el ángulo que tiene como vértice la ciudad de Medellín es 23,82º. (Tenga en cuenta que estás distancias se toman en línea recta).

- *Para realizar el ejercicio utilizaré la ley del seno:*

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



- ***Para encontrar el ángulo A***

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}$$

$$\frac{250km}{senA} = \frac{590km}{sen(23.82°)}$$

$$senA = \frac{250km \cdot (sen(23.82°))}{590km}$$

$$senA = 0.17$$

$$A = \sin^{-1} 0.17$$

$$A = 9.78°$$

- ***Para encontrar ángulo C***

$$A + B + C = 180°$$

$$23.82° + 9.78° + C = 180°$$

$$C = 180° - 23.82° - 9.78°$$

$$C = 146.4°$$

- ***Para encontrar el lado c***

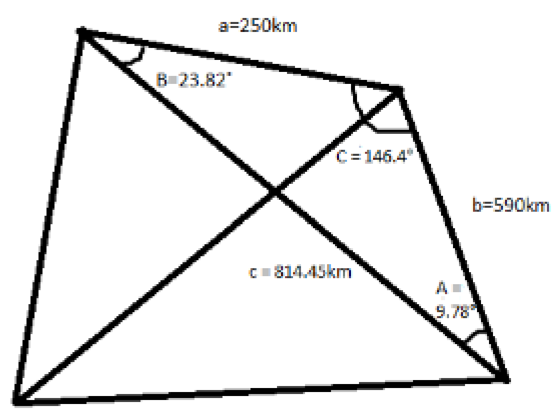
$$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$$

$$\frac{250km}{sen(9.78°)} = \frac{c}{sen(146.4°)}$$

$$c = \frac{(250km \cdot sen(146.4°))}{sen(9.78°)}$$

$$c = 814.45km$$

- ***La distancia entre Medellín y Mitú es de 814.45km***



Semana 5

a) Buenas tardes compañeros y profesora, a continuacion voy a realizar el punto A del trabajo de esta semana basado en la siguiente tabla

Para realizar la ruta de vuelo reemplazamos los valores en la tabla de longitud y latitud,estos datos son los angulos obtenidos en la anterior semana y necesitaron ser modificados porque presentaba algunos errores en mis calculos, los valores se hallaron de la siguiente forma:

$$\cos\rho = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2(bc)}$$
$$\cos\rho = \frac{413.35^2 - 240.68^2 - 207.92^2}{-2(240.68 \times 207.91)}$$
$$\cos\rho = -0.69645$$
$$\cos\rho^{-1} = 134.14°$$

$$\cos\phi = \frac{240.68^2 - 413.35^2 - 207.92^2}{-2(413.35 \times 207.91)}$$
$$\cos\phi = 0.9086$$
$$\cos\phi^{-1} = 24.69°$$

$$\lambda = 180 - 134.14 - 24.69$$
$$\lambda = 21.17$$

$$\sigma = 3\phi - \lambda/2$$
$$\sigma = 74.07 - 10.585$$
$$\sigma = 63.49$$

$$\alpha = 2\lambda$$
$$\alpha = 2(21.17)$$
$$\alpha = 42.32$$

$$sen\theta = \frac{bsen\sigma}{a}$$

$$sen\theta = \frac{207.91 \times sen63.49}{238.99}$$

$$sen\theta = 0.778$$

$$sen\theta^{-1} = 51.12°$$

θ=51.12

$$\theta + \delta = (\rho/2) + \phi$$

$$\delta = (\rho/2) + \phi - \theta$$

$$\delta = (134.14/2) + 24.69 - 51.12$$

$$\delta = 40.64°$$

$$\beta = 180 - 2\delta$$

$$\beta = 180 - 81.28$$

$$\beta = 98.72$$

Ahora si con estos valores, reemplazamos en la tabla para hallar las longitudes y latitudes para las ciudades.

CIUDAD	LONGITUD	LATITUD
YUKON-CANADA	ρ= -134.14	σ=63.509
MANITOBA-CANADA	−β=-98.72	θ=51.12
MYANMAR(BIRMANIA)	β=98.72	λ=21.17
KAZAJISTAN	σ=63.509	ϕ+λ=45.86
SENKAYA-TURQUIA	α=42.32	δ=40.64

Reemplazando los valores en el codigo R y quedo de la siguiente forma:

La ruta fue la siguiente:

YUKON-MANITOBA

MANITOBA-MYANMAR

MYANMAR-KAZAJISTAN

KAZAJISTAN-SENKAAYA

Se obtuvo el siguiente resultado

b) Seleccione 2 ciudades de la ruta de vuelo, diferenciando una ciudad de origen y una de destino, y calcule empleando la ley de Harvensine para determinar la distancia entre ambas ciudades, a su vez compárela con la calculada por Google maps .

- Escogí las siguientes ciudades

CIUDADES	Longitud	Latitud
KANZAJISTAN	63.509	45.86
MYANMAR	98.72	221.17

- **Convertimos los grados en radianes**

KAZAJISTAN

Longitud: $$\left(\frac{63.509}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 1.10\ rad$$

Latitud: $$\left(\frac{45.86}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.80\ rad$$

MYANMAR

Longitud: $$\left(\frac{98.72}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 1.72\ rad$$

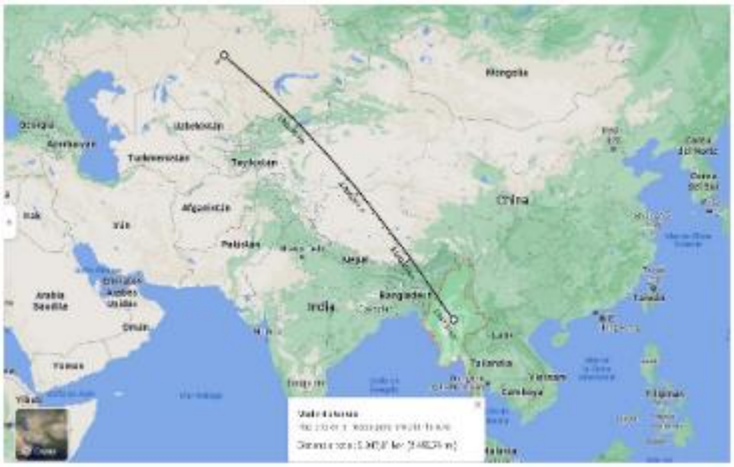
Latitud: $$\left(\frac{21.17}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.36\ rad$$

- **Implementamos la ley de Haversine:**

$$d = 2x6378 \times \sin^{-1}\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{0.36 - 0.80}{2}\right) + \cos(0.80) \times \cos(0.36) \times \sin^2\left(\frac{1.72 - 1.10}{2}\right)}\right)$$

d= 42776

Al compararlo con google maps la distancia me da diferente me podrían indicar si estaría haciendo mal el procedimiento



C. Construya un triangulo con base en 3 ciudades del literal a), aproximando las distancias calculadas con la ley de Harvensine de tal forma en que logre calcular los 3 ángulos internos de dicho triangulo.

- Escogemos tres ciudades

CIUDADES	LONGITUD	LATITUD

SENKAYA	42.32	40.64
KAZAJISTAN	63.509	45.86
MYANMAR	98.72	21.17

- Convertimos los grados en radianes de las ciudades

SENKAYA

Longitud: $\left(\frac{42.32}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.73\ rad$

Latitud: $\left(\frac{40.64}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.70\ rad$

KAZAJISTAN

Longitud: $\left(\frac{63.509}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 1.10\ rad$

Latitud: $\left(\frac{45.86}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.80\ rad$

MYANMAR

Longitud: $\left(\frac{98.72}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 1.72\ rad$

Latitud: $\left(\frac{21.17}{1} \times \frac{\pi rad}{180°}\right) = 0.36\ rad$

- Implementamos la ley de Harvensine con las ciudades **SENKAYA-KAZAJISTAN**

$$d = 2x6378 \times \sin^{-1}\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{0.80-0.70}{2}\right)+\cos(0.70)\times\cos(0.80)\times\sin^2\left(\frac{1.10-0.73}{2}\right)}\right)$$

d= 18339 km

- Implementamos la ley de Harvensine con las ciudades **KAZAJISTAN - MYANMAR**

$$d = 2x6378 \times \sin^{-1}\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{0.36-0.80}{2}\right)+\cos(0.80)\times\cos(0.36)\times\sin^2\left(\frac{1.72-1.10}{2}\right)}\right)$$

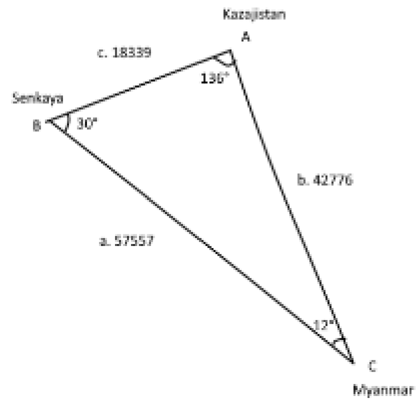
d= 42776 km

- Implementamos la ley de Harvensine con las ciudades **MYANMAR - SENKAYA**

$$d = 2x6378 \times \sin^{-1}\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{0.70-0.36}{2}\right)+\cos(0.36)\times\cos(0.70)\times\sin^2\left(\frac{0.73-1.72}{2}\right)}\right)$$

d= 57557 km

- Para calcular los ángulos utilice la ley del coseno



- Hallando el **Angulo A**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos A$$
$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc\cos A$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}\right) = \cos^{-1}\cos A$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{57557^2 - 42776^2 - 18339^2}{-2 \times 42776 \times 18339}\right) = A$$

$$136° = A$$

- Hallando el Angulo B

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos B$$
$$b^2 - a^2 - c^2 = -2ac\cos B$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}\right) = \cos^{-1}\cos B$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{42776^2 - 57557^2 - 18339^2}{-2 \times 57557 \times 18339}\right) = B$$

$$30° = B$$

- Hallando el Angulo C

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos C$$
$$c^2 - a^2 - b^2 = -2ab\cos C$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}\right) = \cos^{-1}\cos C$$
$$\cos^{-1}\left(\frac{18339^2 - 57557^2 - 42776^2}{-2 \times 57557 \times 42776}\right) = C$$

$$12° = C$$

d. Proponga una ruta de vuelo entre dos ciudades, especificando las coordenadas de longitud y latitud. Grafique la ruta de vuelo con ayuda del c odigo y calcule la distancia empleando la ley de Harvensine.

Ciudad 1, **Bogotá - Colombia**:

Longitud : $\left(\frac{-74.083}{1} * \frac{\pi\text{rad}}{180}\right) = -1.292rad$

Latitud: $\left(\frac{4.653}{1} * \frac{\pi\text{rad}}{180}\right) = 0.081rad$

Ciudad 5, **Venecia - Italia**:

Longitud: $\left(\frac{12.334}{1} * \frac{\pi\text{rad}}{180}\right) = 0.215\ rad$

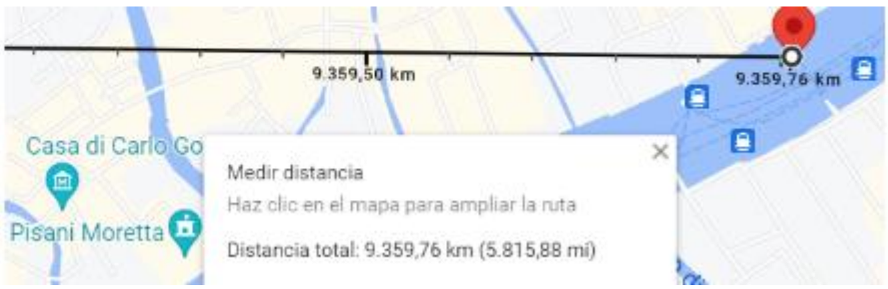
Latitud: $\left(\frac{45.437}{1} * \frac{\pi\text{rad}}{180}\right) = 0.793rad$

Teniendo en cuenta ello, aplicamos la ley de Haversine

$$d = 2*(6378)*sin^{-1}(\sqrt{\sin^2(\frac{0.739-0.081}{2}) + Cos(0.081)*Cos(0.793)*\sin^2(\frac{0.215-(-1.292)}{2})})$$

d= 9140 km

Ahora comparandola con google maps, tenemos:



3.**Distancias obtenidas**

RUTAS	DISTANCIA POR LEY DE HERVENSINE	DISTANCIA EN MAPS
YUKON-MANITOBA	2214KM	2484.92KM
MANITOBA-MYANMAR	11834KM	12182KM
MYANMAR-KAZAJISTAN	4277KM	3947KM
KAZAJISTAN-SENYAKA	3890KM	2174KM

Conclusión

La trigonométrica y su aplicación en el campo de los transportes aéreos son sumamente Importante debido a la precisión necesaria para trazar re corridos de larga distancia. Junto con datos ejercicios podemos deducir que los cálculos trigonométricos son esenciales al momento de planificar nuevas rutas aéreas y adicional es de gran ayuda para poder determinar el tiempo, la distancia exacta y los recursos necesarios.

Referencias

Zill, D. (2022). Algebra, Trigonometria Y Geometria Analitica (3.a ed.). MCGRAW HILL EDDUCATION.

Unam.mx. Recuperado el 4 de mayo de 2022, de https://uapa.cuaieed.unam.mx/sites/default/files/minisite/static/27d43815-fded-43b5-8665-abab35c92638/Ley-senos-cosenos/index.html

Formula de harvesine freeCodeCamp.org. https://es-academic.com/dic.nsf/eswiki/1288404