

El lenguaje de las gráficas

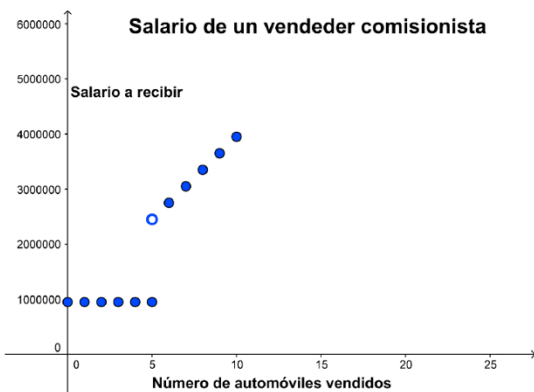
Las imágenes presentadas al inicio del escenario No. 2 corresponden a las siguientes situaciones:

1. El salario de un vendedor comisionista
2. El ingreso recibido por la venta de un artículo en una empresa
3. El costo marginal de un producto
4. La concentración de un medicamento en el torrente sanguíneo

Con base en ellas responder los siguientes interrogantes:

1. ¿Las relaciones que representan las imágenes son funciones? En el caso de ser funciones, explique ¿por qué? y ¿cuáles de estas imágenes son inyectivas?

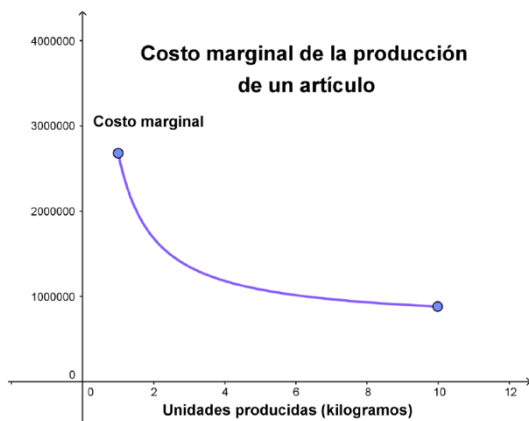
Las relaciones presentadas corresponden a funciones, porque a cada elemento del dominio le corresponde un único valor de la variable dependiente; además si se hace la prueba de la línea vertical confirmamos que son funciones.



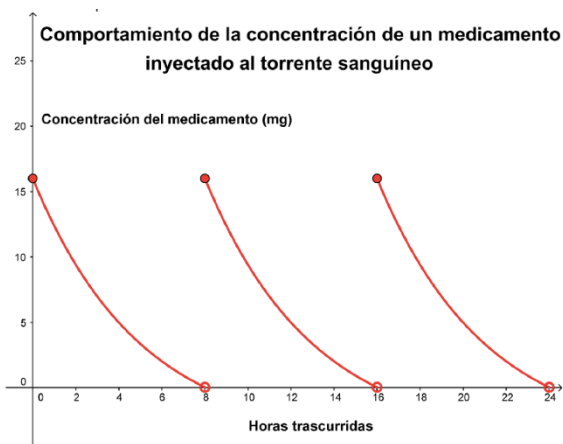
La relación es una función porque de acuerdo al número de automóviles vendidos será el salario del vendedor. Además, si se hace la prueba de la línea vertical verificamos que sí es una función y no es inyectiva por la prueba de la línea horizontal en $y = 1'000.000$.



La relación es una función porque nos relaciona el número de unidades vendidas con los ingresos por venta; ahora, si se hace la prueba de la línea vertical verificamos que sí es una función y además esta función no es inyectiva por la prueba de la línea horizontal, por ejemplo, en $y = 1'000.000$.



La relación es una función porque nos está relacionando las unidades producidas de un artículo con el costo marginal, ahora, si se hace la prueba de la línea vertical verificamos que sí es una función y es una función inyectiva.



La relación si es una función porque nos relaciona las horas transcurridas y la concentración de un medicamento inyectado a un paciente; esta es una función a trozos y si hacemos la prueba de la línea vertical se puede verificar que sí es una función y no es inyectiva.

2. En caso de responder que representan funciones, Clasifíquelas (lineal, cuadrática, racional, exponencial, a trozos)

La clasificación de las funciones es respectivamente:

1. Una función a trozos, con un trozo constante y otro lineal
 2. Función cuadrática
 3. Función racional
 4. Función a trozos, con trozos exponenciales
3. Identifique elementos característicos de cada función.

Para la primera función los elementos característicos son:

Dominio: En este caso, el dominio no es un intervalo sino puntos (número naturales)

$$Dom f = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Rango: En este caso, el rango no es un intervalo sino puntos (número naturales)

$$Ran f = \{1'000000, 2'800000, 3'100000, 3'400000, 3'700000, 4'000000\}$$

Ceros: No tiene

Intercepto eje y: 1'000000

Para la segunda función los elementos característicos son:

Dominio: $[0, 10]$

Rango: $[1'000000, 6'000000]$

Ceros: No tiene

Intercepto: 1'000000

Para la tercera función los elementos característicos son:

Dominio: $[1, 10]$

Rango: $[1'000000, 2'680000]$

Ceros: No tiene

Intercepto: No tiene

Para la cuarta función los elementos característicos son:

Dominio: $[0, 24)$

Rango: $(0, 15]$

Ceros: No tiene

Intercepto: 16

4. Si un comisionista vende 5 autos, ¿Cuál será su salario? Y si no vende autos, ¿Cuál será su salario?

Observando la gráfica se puede apreciar que si el comisionista vende 5 (eje x) autos su salario será de 1'000.000 y si no vende autos tendrá el mismo salario.

5. Si la función del costo marginal de un artículo está dada por $f(x) = \frac{680000x + 2000000}{x}$ si ($1 \leq x \leq 10$)

¿Cuántas unidades debe producir la empresa para obtener un costo marginal de 1'500.000?

Cómo están preguntando por las unidades que debe producir la empresa debo despejar x que es la variable independiente, así:

$$1'500000 = \frac{680000x + 2'000000}{x}$$

$$1'500000x = 680000x + 2'000000$$

$$1'500000x - 680000x = 2'000000$$

$$820000x = 2'000000$$

$$x = \frac{2'000000}{820000}$$

$$x = \frac{100}{41} = 2,43$$

Por lo tanto, la empresa debe producir aproximadamente 2 unidades para alcanzar un costo marginal de 1'500000.

6. Teniendo en cuenta la gráfica del comportamiento de la concentración de un medicamento en el torrente sanguíneo ¿A qué horas recibe el paciente el medicamento?

Observando la gráfica se puede apreciar que el paciente recibe el medicamento cada 8 horas; a media noche, 8 am y 4 pm.

7. Si la función del comportamiento de la concentración de un medicamento en el torrente sanguíneo es:

$$f(x) = \begin{cases} 20e^{-0.2x} - 4 & 0 \leq x < 8 \\ 20e^{-0.2(x-8)} - 4 & 8 \leq x < 16 \\ 20e^{-0.2(x-16)} - 4 & 16 \leq x < 24 \end{cases}$$

al cabo de 4 horas ¿Cuál será la concentración del medicamento en su sangre?

Para contestar esta pregunta, se debe reemplazar $x = 4$ horas en el primer trozo de la función y se tiene:

$$20e^{-0.2(4)} - 4 = 4,9865 \text{ mg}$$