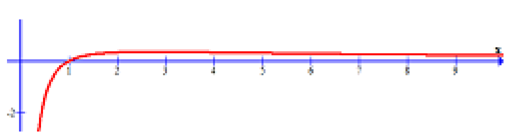
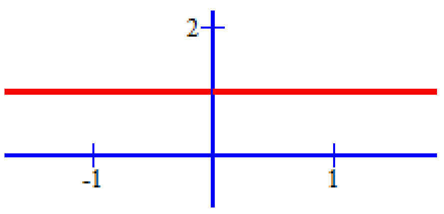
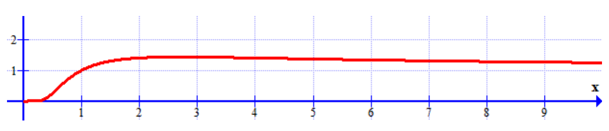
Tabla de formas indeterminadas e integrales impropias

Formas indeterminadas

Forma indeterminada	$\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$	$\infty \cdot 0$ o $\infty - \infty$	$\infty^0,\ 0^0$ o 1^∞
Aplicación regla de L'Hôpital	Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones continuas y derivables en el punto u, entonces: $\lim\limits_{x\to u}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to u}\frac{f'(x)}{g'(x)}$	Para aplicar la regla de L'Hôpital es necesario convertir esa indeterminación en una de la forma $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$	Si $\lim\limits_{x\to a} lnf(x) = L$, entonces: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} e^{lnf(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} lnf(x)} = e^L$
Ejemplo	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{lnx}{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to 0}\left(csc^2x - cot^2x\right)$ $= \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{sin^2x} - \frac{cos^2x}{sin^2x}\right)$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos^2x}{sin^2x}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{sin^2x}{sin^2x} = \lim\limits_{x\to 0}1 = 1$	$\lim\limits_{x\to\infty}(x)^{1/x} = \infty^0$ Si $y = (x)^{1/x}$ entonces $lny = \frac{1}{x}lnx$ $\lim\limits_{x\to\infty} lny = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 0$ Por lo que: $\lim\limits_{x\to\infty} y = e^{\lim\limits_{x\to\infty} lny} = e^0 = 1$
Gráfica			

Integrales impropias

Si $f(x)$ es continua en $[a,\infty)$, entonces: $\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim\limits_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx$	Si $f(x)$ es continua en $(-\infty,b]$, entonces: $\int_{-\infty}^b f(x)\,dx = \lim\limits_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)\,dx$
Si $f(x)$ es continua en $(-\infty,\infty)$ y c es un número real, entonces: $$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx = \int_{-\infty}^c f(x)\,dx + \int_c^\infty f(x)\,dx$$	Si f es una función continua en $[a,\ b)$ y cumple que $\lim\limits_{x\to b^-}\lvert f(x)\rvert = \infty$, entonces: $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim\limits_{t\to b^-}\int_a^t f(x)\,dx$$
Si f es una función continua en $[a,\ b)$ y cumple que $\lim\limits_{x\to a^+}\lvert f(x)\rvert = \infty$, entonces: $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim\limits_{t\to a^+}\int_t^b f(x)\,dx$$	Si f es una función continua en $[a,\ b)$ excepto en un punto c, donde $a < c < b$, y cumple que $\lim\limits_{x\to c}\lvert f(x)\rvert = \infty$, entonces: $$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

Nota: si el límite existe y es un valor finito, se dice que la integral impropia **converge** hacia ese valor; en caso contrario, la integral **diverge**.