Pels programes proposats per l'exercici dels dies anteriors i a partir dels algorismes vistos, identifica-hi:

- les invariants
- les variables d'inducció
- per a les variables d'inducció com s'aplicaria la reducció de força

Programa 1

Partint dels blocs bàsics ja identificats (la numeració encara es correspon amb el codi original sense optimitzar, per això falten alguns valors a les línies del c3@). S'afegeix una optimització, de manera que les línies 29 i 30 i les 32 i 33 s'ajunten. Així dóna més joc:

```
1    e_invertir: skip
2        pmb n_invertir
4        i = 1                    B_1
6        j = 100
7    e_1: skip
8        if i < j goto e_2        B_2
9        t_3 = 0
10       goto e_3                 B_3
11   e_2: skip
12       t_3 = -1                 B_4
13   e_3: skip
14       if t_3 = 0 goto e_fi     B_5
15       t_4 = -1 + i
16       t_5 = 4 * t_4
17       t_6 = v[t_5]
18       aux = t_6
19       t_7 = -1 + j
20       t_8 = 4 * t_7
21       t_9 = v[t_8]
22       t_10 = -1 + i
23       t_11 = 4 * t_10
24       v[t_11] = t_9            B_6
25       t_12 = -1 + j
26       t_13 = 4 * t_12
27       v[t_13] = aux
29
30       i = 1 + i
32
33       j = -1 + j
34       goto e_1
35   e_fi: skip
36       rtn n_invertir           B_7
```

	ii	if
E	0	0
S	0	0
B_1	1	6
B_2	7	8
B_3	9	10
B_4	11	12
B_5	13	14
B_6	15	34
B_7	35	36

Graf de fluxe
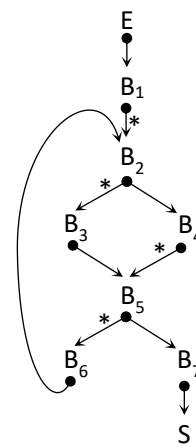
Només hi ha un bucle: `BLC[1] = { B_6, B_2, B_5, B_3, B_4 }`

Invariants:

Totes les variables tenen una sola assignació al bucle, excepte t_3 que en té dues. Per tant

$f(x) = 1 \ \forall \ x \in \{t_4, t_5, t_6, aux, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}, t_{13}, i, j\}$

$f(t_3) = 2.$

Càlcul de m:

	línia		Avaluació esquerra[1] a	b	c	Avaluació dreta[1] 1	a	b	c	m
B_2	7	e_1: **skip**								
	8	**if** i < j **goto** e2								
B_3	9	t3 = 0								
	10	**goto** e3								
B_4	11	e2: **skip**								
	12	t3 = -1								
B_5	13	e3: **skip**								
	14	**if** t3 = 0 **goto** efi								
	15	t4 = -1 + i	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	16	t5 = 4 * t4	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	17	t6 = v[t5]	✗	✗	✗	✓				-2
	18	aux = t6	✗	✗	✗	✓				-2
	19	t7 = -1 + j	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	20	t8 = 4 * t7	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	21	t9 = v[t8]	✗	✗	✗	✓				-2
	22	t10 = -1 + i	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	23	t11 = 4 * t10	✓			✗	✗	✗	✗	-1
B_6	24	v[t11] = t9	✗	✗	✗	✓				-2
	25	t12 = -1 + j	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	26	t13 = 4 * t12	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	27	v[t13] = aux	✗	✗	✗	✓				-2
	29									
	30	i = 1 + i	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	32									
	33	j = -1 + j	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	34	**goto** e_1								

Per tant no hi ha invariants

---

[1] 1 indica que l'operació és unària (és a dir, no hi ha part dreta, i òbviament només s'aplica a la part dreta), a, b, c indiquen l'apartat de l'algorisme de classificació que s'aplica en cada cas

Variables d'inducció:

Totes les variables tenen una sola assignació al bucle, excepte t_3 que en té dues.

Variables d'inducció bàsiques:

variable	f	pos	R(x)
i	1	$(B_6, 30)$	(i, 1, 1)
j	1	$(B_6, 33)$	(j, 1, -1)

A partir de les variables d'inducció bàsiques es poden obtenir les variables d'inducció derivades. Analitzant cada una de les possibilitats:

variable	f	pos	R(x)	R(x) final	increment
t_3	2	$(B_3, 9)(B_4, 12)$			
t_4	1	$(B_6, 15)$	(i, 1, -1)	(i, 1, -1)	1
t_5	1	$(B_6, 16)$	$(t_4, 4, 0)$	(i, 4, -4)	4
t_6	1	$(B_6, 17)$			
aux	1	$(B_6, 18)$			
t_7	1	$(B_6, 19)$	(j, 1, -1)	(j, 1, -1)	-1
t_8	1	$(B_6, 20)$	$(t_7, 4, 0)$	(j, 4, -4)	-4
t_9	1	$(B_6, 21)$			
t_{10}	1	$(B_6, 22)$	(i, 1, -1)	(i, 1, -1)	1
t_{11}	1	$(B_6, 23)$	$(t_{10}, 4, 0)$	(i, 4, -4)	4
t_{12}	1	$(B_6, 25)$	(j, 1, -1)	(j, 1, -1)	-1
t_{13}	1	$(B_6, 26)$	$(t_{12}, 4, 0)$	(j, 4, -4)	-4

El codi que en resulta seria el següent:

| #	Code	Block
1	$e_{invertir}$: **skip**	
2	**pmb** $n_{invertir}$	B_1
4	i = 1	
6	j = 100	
	t_{15} = i * 1	
	t_{16} = t_{15} - 1	
	s_{14} = t_{16}	
	t_{18} = i * 4	
	t_{19} = t_{18} - 4	
	s_{17} = t_{19}	
	t_{21} = j * 1	
	t_{22} = t_{21} - 1	
	s_{20} = t_{22}	
	t_{24} = j * 4	
	t_{25} = t_{24} - 4	
	s_{23} = t_{25}	
	t_{27} = i * 1	PREENCAPSALADOR
	t_{28} = t_{27} - 1	
	s_{26} = t_{28}	
	t_{30} = i * 4	
	t_{31} = t_{30} - 4	
	s_{29} = t_{31}	
	t_{33} = j * 1	
	t_{34} = t_{33} - 1	
	s_{32} = t_{34}	
	t_{36} = j * 4	
	t_{37} = t_{36} - 4	
	s_{35} = t_{37}	
7	e_1: **skip**	B_2
8	**if** i < j **goto** e_2	
9	t_3 = 0	B_3
10	**goto** e_3	
11	e_2: **skip**	B_4
12	t_3 = -1	
13	e_3: **skip**	B_5
14	**if** t_3 = 0 **goto** e_{fi}	
15	t_4 = s_{14}	
	s_{14} = s_{14} + 1	
16	t_5 = s_{17}	
	s_{17} = s_{17} + 4	
17	t_6 = v[t_5]	
18	aux = t_6	
19	t_7 = s_{20}	
	s_{20} = s_{20} - 1	
20	t_8 = s_{23}	
	s_{23} = s_{23} - 4	
21	t_9 = v[t_8]	
22	t_{10} = s_{26}	
	s_{26} = s_{26} + 1	B_6
23	t_{11} = s_{29}	
	s_{29} = s_{29} + 4	
24	v[t_{11}] = t_9	
25	t_{12} = s_{32}	
	s_{32} = s_{32} - 1	
26	t_{13} = s_{35}	
	s_{35} = s_{35} - 4	
27	v[t_{13}] = aux	
29		
30	i = 1 + i	
32		
33	j = -1 + j	
34	**goto** e_1	
35	e_{fi}: **skip**	B_7
36	**rtn** $n_{invertir}$	

Programa 2

Partint dels blocs bàsics ja identificats (la numeració encara es correspon amb el codi original sense optimitzar, per això falten alguns valors a les línies del c3@)

```
1   e_cercar: skip
2      pmb n_cercar              B_1
4      i = 1
5   e_1: skip
6      t_2 = -1 + i
7      t_3 = 4 * t_2             B_2
8      t_4 = v[t_3]
9      if t_4 = x goto e_3
12     t_5 = 100                 B_3
13     if x ≥ t_5 goto e_3
17
18     i = 1 + i                 B_4
19     goto e_1
20  e_3: skip                    B_5
21     rtn n_cerca, x
```

	ii	if
E	0	0
S	0	0
B_1	1	4
B_2	5	9
B_3	12	13
B_4	17	19
B_5	20	21

Graf de fluxe
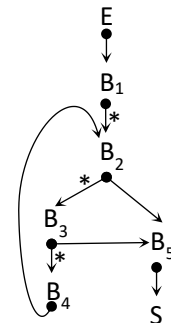
S'ajunten les instruccions 17 i 18.

Només hi ha un bucle: `BLC[1] = { B_4, B_2, B_3 }`

Totes les variables tenen una sola assignació al bucle, excepte t_3 que en té dues. Per tant

`f(x) = 1 ∀ x ∈ {t_2, t_3, t_4, t_5, i}.`

Càlcul de m:

	línia		Avaluació esquerra[1]			Avaluació dreta[1]				m
			a	b	c	1	a	b	c	
	5	e_1: skip								
	6	t_2 = -1 + i	✓			✗	✗	✗	✗	-1
B_2	7	t_3 = 4 * t_2	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	8	t_4 = v[t_3]	✗	✗	✗	✓				-2
	9	if t_4 = x goto e_3								
B_3	12	t_5 = 100	✓			✓				1
	13	if x ≥ t_5 goto e_3								
	17									
B_4	18	i = 1 + i	✓			✗	✗	✗	✗	-1
	19	goto e_1								

Per tant hi ha una invariants: $t_5 = 100$. Aleshores amb el preencapçalador i el desplaçament de la instrucció el codi queda de la següent manera:

```
1   e_cercar: skip
2      pmb n_cercar              B_1
4      i = 1
       t_5 = 100                 PRE
5   e_1: skip
6      t_2 = -1 + i
7      t_3 = 4 * t_2             B_2
8      t_4 = v[t_3]
9      if t_4 = x goto e_3
13     if x ≥ t_5 goto e_3       B_3
18     i = 1 + i                 B_4
19     goto e_1
20  e_3: skip                    B_5
21     rtn n_cerca, x
```

Variables d'inducció:

Totes les variables tenen una sola assignació al bucle.

<u>Variables d'inducció bàsiques:</u>

variable	f	pos	R(x)
i	1	$(B_4, 18)$	$(i, 1, 1)$

A partir de les variables d'inducció bàsiques es poden obtenir les variables d'inducció derivades. Analitzant cada una de les possibilitats:

variable	f	pos	R(x)	R(x) final	increment
t_2	1	$(B_2, 6)$	$(i, 1, -1)$	$(i, 1, -1)$	1
t_3	1	$(B_2, 7)$	$(t_2, 4, 0)$	$(i, 4, -4)$	4
t_4	1	$(B_2, 8)$			

El codi que en resulta seria el següent:

```
1    e_cercar: skip
2        pmb n_cercar              B_1
4        i = 1
     -----------------------------------
         t_5 = 100
         t_6 = i * 1
         t_7 = t_6 - 1
         s_6 = t_7            PREENCAPSALADOR
         t_8 = i * 4
         t_9 = t_8 - 4
         s_7 = t_9
     -----------------------------------
5    e_1: skip
6        t_2 = s_6
         s_6 = s_6 + 1
7        t_3 = s_7             B_2
         s_7 = s_7 + 4
8        t_4 = v[t_3]
9        if t_4 = x goto e_3
     -----------------------------------
13       if x ≥ t_5 goto e_3   B_3
     -----------------------------------
18       i = 1 + i             B_4
19       goto e_1
     -----------------------------------
20   e_3: skip                 B_5
21       rtn n_cerca, x
```