



FACULTAD DE INGENIERIA

Universidad de Buenos Aires

Trabajo práctico Modelos y optimización I [71.14]

Segunda Entrega: Modelo de programación lineal

Curso: Colombo

2do cuatrimestre 2015

Integrantes:

Nombre	Email	Padrón
Diego Kim	diegofk26@gmail.com	94783
Florencia Rupcic	florencia441@hotmail.com	94525

Fecha de entrega:

Sábado 3 de octubre de 2015

Índice

1. Enunciado	3
2. Analisis de la situación problemática	3
3. Objetivo	3
4. Hipotesis	3
5. Modelo	5
5.1. Idea	5
5.2. Variables	5
5.3. Restricciones	6
5.4. Funcional	8

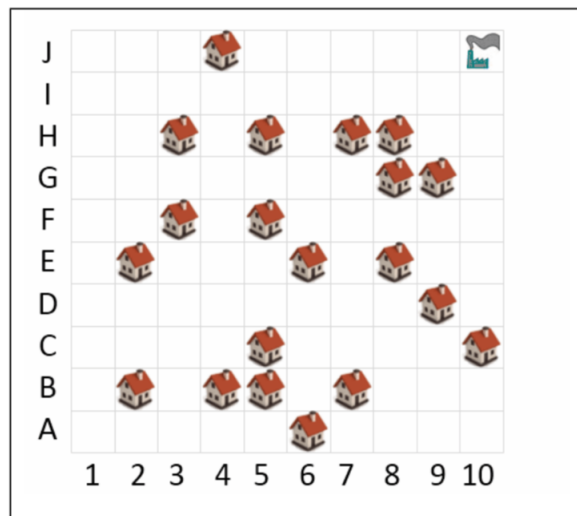
1. Enunciado

Como parte de una mudanza a un parque industrial del conurbano, una empresa desea contratar un servicio de combis para trasladar a sus empleados desde su domicilio particular al trabajo.

Cada combi tiene una capacidad de 15 personas y un costo diario de \$COMBI, más \$KM por kilómetro recorrido.

Se conoce la distancia y el tiempo que lleva trasladarse en combi desde el domicilio de cada empleado a cualquier otro domicilio y a la empresa.

Todos los empleados deben estar en la empresa a las 9:00 y no se desea buscar a nadie antes de las 7:00.



En la etapa de prueba piloto, se dispone de hasta 3 combis para trasladar a los 20 empleados cuyos domicilios se muestran en la imagen. Además, se indica la ubicación de la empresa.

2. Analisis de la situación problemática

La situación problemática se puede pensar como la variación del problema del viajante que posee múltiples viajantes y ventana de tiempo. Para modelarlo de esta manera se deberán tomar ciertas medidas que se enuncian en la sección del modelo.

3. Objetivo

Determinar la cantidad de combis a utilizar para el traslado y el camino mínimo a recorrer por cada una de ellas para minimizar los costos del alquiler en un período de un viaje de ida a la empresa de 7:00 a 9:00 am.

4. Hipotesis

- Se cuenta con presupuesto ilimitado para el alquiler de las combis.
- No hay inflación.

- Sólo se paga por las combis que se utilizan.
- Se pueden utilizar menos de tres combis.
- Todas las combis tienen el mismo precio de contratación \$COMBI y son indistinguibles.
- Se incluyen otros costos como combustible y peaje en la constante \$COMBI.
- No existen otros recursos limitantes.
- Las combis no fallan ni se descomponen.
- No hay problemas de tránsito ni se generan contratiempos relacionados con él (cortes, embotellamientos, etc.).
- Todos los domicilios se encuentran conectados entre sí y con la empresa. Siempre se puede llegar de un domicilio a otro.
- La espera para subir o bajar a un pasajero de la combi es nula.
- Los tiempos de un domicilio a otro y de un domicilio a la empresa son tiempos fijos. Los tiempos no dependerán del horario, sino que son constantes.
- Los domicilios no varían, quedan fijos para cada empleado.
- Las distancias y los tiempos son proporcionales entre sí.
- Las combis pueden arrancar antes de las 7:00, pero el primer empleado no podrá ser subido a la combi antes de esa hora.
- Deberá fijarse un punto de partida para las combis.
- No se cobrarán los kilómetros que la combi recorre desde el punto de partida del transporte hasta el domicilio del primer empleado.
- Una combi pasa solo una vez por cada domicilio.
- Todos los empleados deben pasarse a buscar sin falta. No hay ausentismo ese día.
- La capacidad máxima por combi dada se refiere únicamente a los empleados, el conductor no se incluye en ese valor.

- El horario en que comienza a brindar servicios la empresa de combis es tal que se asegura que se puede estar a las 7 am en el domicilio de cualquier empleado.
- Cada combi solamente puede hacer un viaje por día. No puede volver a buscar empleados luego de haber pasado por la empresa.

5. Modelo

5.1. Idea

Para la resolución del problema propuesto en el presente trabajo práctico, se tomó la idea general del problema conocido como el “Problema del Viajante”.

Una de las hipótesis principales de dicho problema es el que se enuncia a continuación: “Al terminar el recorrido, el viajante debe volver a la ciudad de origen”. Esto indica que el camino que sigue el viajante debe ser cerrado, siendo el punto de partida recorrido dos veces ya que es el nodo del que sale y el nodo al que entra el viajante.

Para este caso, se decidió unir al primer domicilio visitado y a la empresa por un tramo imaginario que ayudará a la solución del problema. Dicho tramo tendrá un costo 0; se considerarán distancias y tiempos nulos. De esta forma estaremos cerrando el circuito.

Los domicilios a visitar son 20. Los viajeros serán las combis, cuya cantidad será determinada a partir del modelo que se plantea a continuación.

5.2. Variables

- C : Variable entera: Cantidad de combis a utilizar. [combis]
- Y_{ijk} : Variable bivalente. Vale:
 - 1 si la i -ésima combi toma el recorrido del domicilio j al k
 - 0 en caso contrario

$$i \in 1, 2, 3$$

$$j \in 0, 1, 2, \dots, 20$$

$$k \in 0, 1, 2, \dots, 20$$

0: empresa

1-20: domicilio de empleados.

- U_{iw} : Variable continua: Orden en el que es recogido el w -esimo empleado por la i -esima combi, si no es recogido por esa combi es 0.

$$w \in 1, 2, \dots, 20$$

- N_i : Variable entera: Cantidad de pasajeros que viajan en la i -esima combi.

- E_{ij} : Variable bivalente:

- 1 si el j -esimo empleado toma la i -esima combi
- 0 en caso contrario

$$i \in 1, 2, 3$$

$$j \in 1, 2, \dots, 20$$

- N_{ijk} : Variable entera: Vale:

- N_i si $Y_{ijk} = 1$
- 0 en caso contrario

$$i \in 1, 2, 3$$

$$j \in 1, 2, \dots, 20$$

$$k \in 1, 2, \dots, 20$$

- T_i : Variable continua: Tiempo que tarda la i -esima combi en realizar el recorrido [minutos]

5.3. Restricciones

- Cantidad de combis:

$$C \leq 3$$

- Salgo de todos los domicilios una vez:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=0}^{20} Y_{ijk} = 1 \quad \forall j : j \neq k; j \neq 0$$

- Llego a todos los domicilios una sola vez:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^{20} Y_{ijk} = 1 \quad \forall k : j \neq k; k \neq 0$$

- Del origen salgo a C domicilios:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^{20} Y_{i0k} = C$$

- Con cada combi salgo del origen hasta 1 vez:

$$\sum_{k=1}^{20} Y_{i0k} \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}$$

- Al origen llevo C veces:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{20} Y_{ij0} = C$$

- Con cada combi llevo al origen hasta 1 vez:

$$\sum_{j=1}^{20} Y_{ij0} \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}$$

- Relacion entre cantidad de pasajeros y la bivalente E:

$$N_i = \sum_{j=1}^{20} E_{ij}$$

- Cantidad maxima de pasajeros por combi:

$$N_i \leq 15$$

- Definicion de N_{ijk} :

Si $Y_{ijk} = 0$ entonces $N_{ijk} = 0$

$$N_{ijk} \leq 15 \cdot Y_{ijk}$$

$Y_{ijk} = 1$ entonces $N_{ijk} = N_i$

$$N_i - 15(1 - Y_{ijk}) \leq N_{ijk} \leq N_i$$

- Elimino subtours:

$$U_{ij} - U_{ik} + N_{ijk} \leq N_i - 1 + 15(1 - E_{ij}) + 15(1 - E_{ik})$$

$$\forall i, j, k : j \in \{1, 2, \dots, 20\}; k \in \{1, 2, \dots, 20\}; i \in \{1, 2, 3\}$$

- Rango de U_{ij} :

Si pertenece va de 1 a N_i si no es 0:

$$1 - (1 - E_{ij}) \leq U_{ij} \leq N_i$$

$$U_{ij} \leq 15.E_{ij}$$

- si j y k no pertenecen a la combi $Y_{ijk} = 0$:

$$Y_{ijk} \leq \frac{E_{ij} + E_{ik}}{2}$$

- Calculo del tiempo:

$$T_i = \sum_{j=1}^{20} \sum_{k=0}^{20} Y_{ijk} \cdot t_{jk}$$

$$\forall i \in \{1, 2, 3\}$$

t_{jk} : tiempo que se tarda en realizar el recorrido de j hasta k (Constante conocida).

- El tiempo no debe exceder las 2 horas:

$$T_i \leq 120$$

5.4. Funcional

$$Z_{min} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{20} \sum_{k=0}^{20} Y_{ijk} \cdot D_{jk} \cdot \$KM + C \cdot \$COMBI$$

D_{jk} : distancia entre el domicilio j y k (Constante conocida)