**71.14 – Modelos y Optimización I**

*Cuarta Entrega: Heurística y Análisis de Sensibilidad*

2do cuatrimestre 2015

**Integrantes:**

**Nombre E-mail Padrón**

Diego Kim diegofk26@gmail.com 94783

Florencia Rupcic ﬂorencia441@hotmail.com 94525

**Fecha de entrega**: Sábado 21 de noviembre de 2015

*Índice*

Índice . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

Heurística . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

Pseudocódigo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Código . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Salida . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Informe de resultados . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Análisis de Sensibilidad . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Enunciado . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Resolución . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

# 

*Heurística*

*Informe de Resultados*

Teniendo en cuenta que nuestro objetivo consiste en determinar la cantidad de combis a utilizar para el traslado de los veinte empleados y determinar el camino mínimo a recorrer por cada una de ellas, se deduce que:

**La cantidad de combis a utilizar es de x combis.**

**Los caminos mínimos recorridos por cada una de ellas** deberán ser los siguientes, en donde se muestra el orden desde el primer domicilio a visitar hasta el último:

Combi 1:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de x minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado:

1. x
2. x
3. x

La combi deberá salir a la hora X para poder completar el recorrido.

Combi 2:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de x minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado:

1. x
2. x
3. x

La combi deberá salir a la hora X para poder completar el recorrido.

Combi 3:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de x minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado:

1. x
2. x
3. x

La combi deberá salir a la hora X para poder completar el recorrido.

**El costo de alquiler de las combis será de: $ x.** Este costo incluye tanto el costo por contratar las combis como el costo por los kilómetros recorridos.

Gráficamente el resultado de la heurística podría representarse como:

**GRÁFICO**

Donde cada combi es representada por un color:

* Combi 1: Azul
* Combi 2: Rojo
* Combi 3: Naranja

**Nota:** La localización de los domicilios no corresponde a la verdadera ubicación, las posiciones fueron modificadas con fines didácticos. Además se agregó el tramo inicial desde Z hacia el primer domicilio para poder representarlo como un problema del viajante (este es ficticio y no pesa en el funcional).

*Análisis de Sensibilidad*

*Ejercicio 6.2*

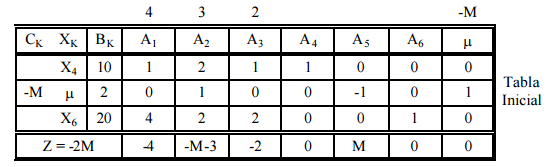
Dados el enunciado de un problema de Programación Lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método Simplex, se pide:

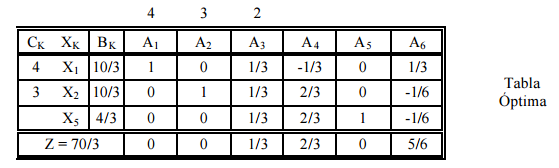
1. ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto P7 para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kg. de materia prima y 3 horas de máquina? Detallar los cálculos.
2. Graficar la variación de la cantidad de producto 1, del valor marginal del recurso hs. de máquina y del funcional, al variar la disponibilidad de materia prima entre 8 y 30 kg. por día. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.
3. ¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidad del recurso hs. de máquina en una magnitud de 12 horas? Detallar claramente y justificar los cálculos realizados.
4. Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar una nueva restricción, sobre mano de obra, cuya disponibilidad diaria es de 40 hs. hombre, sabiendo que cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs. hombre respectivamente por cada unidad. Justificar la respuesta detallando todos los cálculos.

Enunciado:

Una empresa fabrica y vende tres productos (1, 2 y 3). Se dispone de 10 kg. diarios de materia prima y de 20 hs. de máquina diaria. Cada producto requiere 1, 2 y 1 kg. de materia prima, respectivamente, y de 4, 2, y 2 hs. de máquina por unidad. Los beneficios unitarios son de 4, 3 y 2 $/unidad.

Debido a un contrato firmado con un cliente se deben producir, como mínimo, 2 unidades diarias de producto 2.





*Resolución*

Interpretación del enunciado:

Materia Prima:

1 \* X1 + 2 \* X2 + 1 \* X3 <= 10

Producción Mínima:

X2 >= 2

Máquina:

4 \* X1 + 2 \* X2 + 2\* X3 <= 20

a)

Este es un problema de Introducción de un Nuevo Producto.

Para poder calcular la utilidad unitaria mínima del nuevo producto P7 tal que sea conveniente producirlo, primero se debe hallar la Matriz de Cambio de Base.

Para ello se identifica en la primera tabla del problema primal los vectores canónicos. En este caso, en orden, las columnas A4 μ y A6 son aquellas que contienen los vectores canónicos. Para el caso de μ, se trabaja con –A5 ya que se trata de una variable artificial.

Viendo la tabla óptima del primal y revisando las columnas A4, A5 y A6, con A5 cambiada de signo por lo explicado anteriormente, se concluye que la Matriz de Cambio de Base es la siguiente:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| -1/3 | 0 | 2 |
| 2/3 | 0 | 0 |
| 2/3 | -1 | 3 |

Ahora se podrá calcular la nueva columna de la tabla al multiplicar la matriz por el vector que surge de colocar los requerimientos de recursos en orden.

Como la primera columna de la matriz corresponde a la materia prima, la primer fila del vector deberá también corresponder con el requerimiento de la materia prima (en este caso de 2 kg.).

El vector será:

[ 2 0 3 ]

Multiplicando la Matriz de Cambio de Base con el vector anterior, obtenemos un nuevo vector:

[ 1/3 5/6 5/6 ]

Este vector se coloca en la última y nueva columna A7 y se obtiene la nueva tabla.

4 3 2 C7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Xk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** | **A7** |
| 4 | X1 | 10/3 | 1 | 0 | 1/3 | -1/3 | 0 | 1/3 | **1/3** |
| 3 | X2 | 10/3 | 0 | 1 | 1/3 | 2/3 | 0 | -1/6 | **5/6** |
| 0 | X5 | 4/3 | 0 | 0 | 1/3 | 2/3 | 1 | -1/6 | **5/6** |
| Z = 70/3 | | | 0 | 0 | 1/3 | 2/3 | 0 | 5/6 |  |

Se deberá hacer entrar a A7 a la base. Para ello, se necesita que Z7 – C7 sea negativo o igual a 0.

Z7 = 4 \* 1/3 + 3 \* 5/6 + 0 \* 5/6 = 23/6

Como se mencionó antes, Z7 – C7 <= 0. Es decir, Z7 <= C7

Con lo que C7 >= 23/6 para que fabricar el producto sea conveniente.

b)

c)

Actualmente se cuenta con 20 horas de máquina diaria. Se desean vender 12 horas de este recurso, lo cual nos dejaría con un total de 8 horas.

Para variar la disponibilidad de un recurso, lo primero que hay que hacer es utilizar la tabla óptima del dual, la cual se construye a partir de la tabla óptima del problema primal que se da en el enunciado como dato.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el inciso anterior, se llega a la siguiente tabla óptima para el dual:

10 -2 **8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1/3 | 0 | -1/3 | 0 | -1/3 | -1/3 | 1 |
| 10 | Y1 | 2/3 | 1 | -2/3 | 0 | 1/3 | -2/3 | 0 |
| **8** | Y3 | 5/6 | 0 | 1/6 | 1 | -1/3 | 1/6 | 0 |
| Z = 40/3 | | | 0 | -10/3 | 0 | 2/3 | -16/3 | 0 |

Se trata de un problema de mínimo para el problema dual, por lo que los Zj – Cj deben ser negativos. El único positivo que se puede ver en la tabla anterior es el Z4 – C4 con un valor de 2/3. Hacemos ingresar a Y4 a la base.

Para ver quién sale, se debe calcular tita, dividiendo cada Bk por el valor correspondiente de la columna A4.

De esta forma se tiene:

Θ

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

2 Se calcula como ( 2/3 ) / ( 1/3 )

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

El Θ mínimo (el único en este caso) es el 2, por lo que corresponde hacer salir de la base a la variable Y1.

Con el mismo procedimiento, se llega a la nueva tabla óptima:

10 -2 **8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| 0 | Y4 | 2 | 3 | -2 | 0 | 1 | -2 | 0 |
| **8** | Y3 | 3/2 | 1 | -1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 |
| Z = 12 | | | -2 | -2 | 0 | 0 | -4 | 0 |

De esta forma se puede concluir que con 8 hs. máquina diarias disponibles, se obtiene una ganancia de $12.

Anteriormente, con 20 hs. máquina diarias, se ganaban $70/3 ≈ $23,33.

Para que convenga realizar la venta, debería vender esas horas a 70/3 – 12 = 34/3 ≈ $11,33.

d)

Se pide incorporar una nueva restricción sobre la mano de obra. Se indica que la disponibilidad diaria es de 40 hs. hombre, y que cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs. hombre respectivamente por cada unidad.

Esta restricción podría escribirse como:

5 X1 + 6 X2 + 1 X3 <= 40

Para ver si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de agregar esta nueva restricción, se toman los valores de la tabla óptima dada como dato en el enunciado.

Analizándola, llegamos a la conclusión de que X1 y X2 son los únicos productos que se están fabricando, ya que X3 no se encuentra dentro de la base.

Interpretando la tabla y analizando la columna Bk, obtenemos que:

X1 = 10/3 X2 = 10/3 X3 = 0

Reemplazando dichos valores en la restricción anterior:

5 \* 10/3 + 6 \* 10/3 + 1 \* 0 <=40

Resolviendo los cálculos:

50/3 + 60/3 + 0 <= 40

110/3 ≈ 36,66 <= 40

Esta inecuación es verdadera, por lo que se puede concluir que incorporar esta nueva restricción **no alteraría la estructura de la solución óptima**.