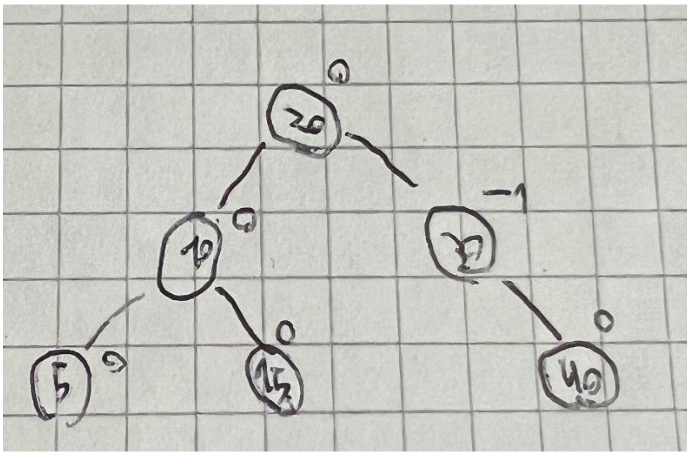
Parte 2 Diego Forni

Ejercicio 6:

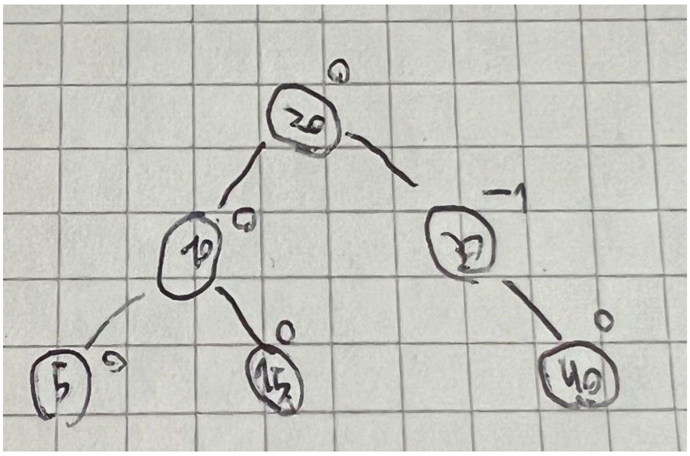
1. Responder V o F y justificar su respuesta:
    a. **F** En un AVL el penúltimo nivel tiene que estar completo

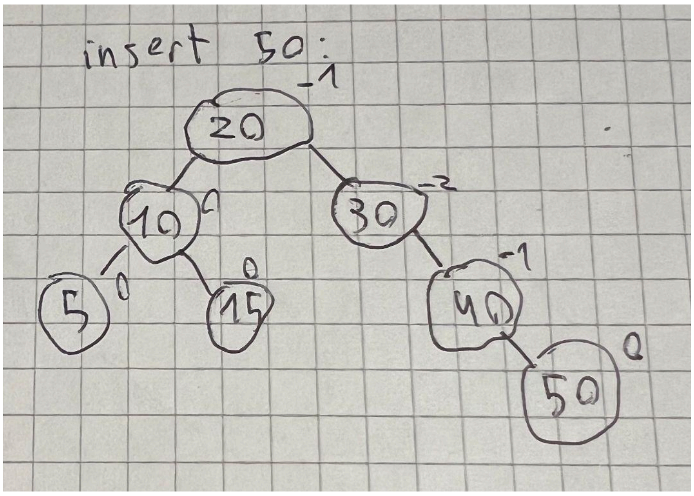


En este AVL el penúltimo nivel no se encuentra completo

   b. **V** Un AVL donde todos los nodos tengan factor de balance 0 es completo
   Si todos los nodos tienen un bf = 0, quiere decir que la diferencia de altura entre el subárbol izquierdo y el derecho es igual a 0. Esto solo va a pasar si todos los nodos hoja se encuentran en el mismo nivel, y, todos los nodos del penúltimo nivel, tienen 2 hijos, es decir, es completo

   c. **F** En la inserción en un AVL, si al actualizarle el factor de balance al padre del nodo insertado éste no se desbalanceó, entonces no hay que seguir verificando hacia arriba porque no hay cambios en los factores de balance.



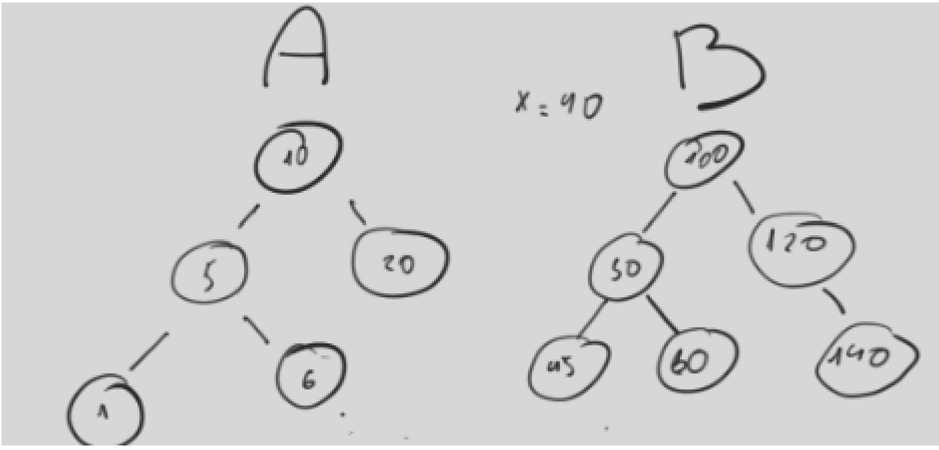


En este caso, luego de insertar 50, el padre no se desbalanceo, pero ya no contamos con un AVL

d. **V** En todo *AVL* existe al menos un nodo con factor de balance 0.
Todo nodo hoja tiene bf = 0, y todo avl tiene al menos un nodo hoja

Ejercicio 7:

Sean *A* y *B* dos *AVL* de *m* y *n* nodos respectivamente y sea *x* un key cualquiera de forma tal que para todo key $a \in A$ y para todo key $b \in B$ se cumple que $a < x < b$. Plantear un algoritmo $O(\log n + \log m)$ que devuelva un *AVL* que contenga los key de *A*, el key *x* y los key de *B*.



1. Calcular la altura de A y B de forma logarítmica usando el balance factor.
2. Ir a la raíz del árbol más alto.
3. Si este es el árbol A, recorrer, siempre al nodo derecho, hasta haber recorrido una cantidad de aristas iguales a la altura del árbol B. Si el árbol menos alto fué el A, recorrer B siempre al nodo izquierdo.
4. Insertar el nodo x como hijo derecho en A, o izquierdo en B.
5. Si estamos trabajando sobre el árbol A, el nodo izquierdo de x pasa a ser la raíz del subárbol que desconectamos para insertar x, y la raíz del árbol B, pasa a ser el hijo izquierdo de B. Si B era el árbol más alto, el nodo izquierdo de x va a ser A, y el derecho, el subárbol que hemos desconectado.

Ejercicio 8:

Considere una rama truncada en un AVL como un camino simple desde la raíz hacia un nodo que tenga una referencia None (que le falte algún hijo). Demuestre que la mínima longitud (cantidad de aristas) que puede tener una rama truncada en un AVL de altura h es h/2 (tomando la parte entera por abajo).

Cualquier camino desde la raíz hasta un nodo que no esté completo puede ser una rama truncada según la definición del ejercicio. Dicho nodo puede no ser necesariamente un nodo hoja.

Al estar trabajando con un árbol de tipo AVL, sabemos que si un nodo tiene un solo hijo, este hijo, será un nodo hoja (de otra forma, el árbol se encontraría desbalanceado). Sabiendo esto, tenemos que la altura del hijo, como mínimo, será h-1 (siendo h la altura del árbol), luego, la altura de el nodo no completo, será como mínimo, h-2.

Si analizamos el caso de un AVL de altura 3, el nodo truncado tendría una altura mínima de 1, que es igual a 3/2 redondeado para abajo. Y para el caso de cualquier otro AVL de altura mayor, esta diferencia se vería más marcada