

# 2222Implementación de métodos computacionales

## TC2037

Diego García González A01198976

### Actividad 1.1

Resolver todos los ejercicios que se presentan a continuación. Las respuestas deberán ser escritas en un documento **PDF** en **typesetting** (es decir, formato nativamente digital, no escaneo).

### Teoría de conjuntos

1. Escribe las descripciones formales (usando notación matemática) de los siguientes conjuntos:

a) El conjunto que contiene los números 1, 10, y 100.

$$A=\{1,10,100\}$$

b) El conjunto que contiene todos los números enteros que son mayores que 5.

$$B=\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 5\}$$

c) El conjunto que contiene todos los números naturales que son menores que 5.

$$C=\{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

d) El conjunto que contiene la cadena *aba*.

$$D=\{"aba"\}$$

e) El conjunto que contiene la cadena vacía.

$$E=\{\epsilon\}$$

f) El conjunto que no contiene nada en lo absoluto.

$$F=\emptyset$$

2. Genera un programa en Python que dado el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , determine el número de:

a) subconjuntos de  $A$ ,

b) subconjuntos no vacíos de  $A$ ,

c) subconjuntos de  $A$  que contienen tres elementos,

d) subconjuntos propios no vacíos de  $A$ ,

e) subconjuntos de  $A$  que contienen tres elementos,

f) subconjuntos de  $A$  que contienen los elementos 1 y 2,

g) subconjuntos de  $A$  que contienen cinco elementos, incluyendo a los elementos 1 y 2,

h) subconjuntos propios de  $A$  que contienen los elementos 1 y 2,

i) subconjuntos de  $A$  con un número par de elementos,

j) subconjuntos de  $A$  con un número impar de elementos,

k) subconjuntos de  $A$  con un número impar de elementos y que incluyen el elemento 3.

```
from itertools import chain, combinations

def get_subsets(s):
    """Genera todos los subconjuntos de un conjunto dado."""
    return list(chain.from_iterable(combinations(s, r) for r in range(len(s) + 1)))

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
subsets = get_subsets(A)

# a) Número total de subconjuntos de A
```

```

print(f"a) Total de subconjuntos de A: {len(subsets)}")
print(subsets, "\n")

# b) Subconjuntos no vacíos de A
non_empty_subsets = subsets[1:] # Excluye el conjunto vacío
print(f"b) Subconjuntos no vacíos de A: {len(non_empty_subsets)}")
print(non_empty_subsets, "\n")

# c) Subconjuntos de A que contienen tres elementos
three_element_subsets = [s for s in subsets if len(s) == 3]
print(f"c) Subconjuntos con tres elementos: {len(three_element_subsets)}")
print(three_element_subsets, "\n")

# d) Subconjuntos propios no vacíos de A
proper_non_empty_subsets = [s for s in subsets if 0 < len(s) < len(A)]
print(f"d) Subconjuntos propios no vacíos: {len(proper_non_empty_subsets)}")
print(proper_non_empty_subsets, "\n")

# e) (Repetido) Subconjuntos de A con tres elementos (igual a c)
print(f"e) Subconjuntos con tres elementos (repetido):
{len(three_element_subsets)}")
print(three_element_subsets, "\n")

# f) Subconjuntos que contienen los elementos 1 y 2
subsets_with_1_2 = [s for s in subsets if {1, 2}.issubset(s)]
print(f"f) Subconjuntos con 1 y 2: {len(subsets_with_1_2)}")
print(subsets_with_1_2, "\n")

# g) Subconjuntos con 5 elementos incluyendo 1 y 2
subsets_with_1_2_and_5_elements = [s for s in subsets if {1, 2}.issubset(s) and
len(s) == 5]
print(f"g) Subconjuntos con 5 elementos que incluyen 1 y 2:
{len(subsets_with_1_2_and_5_elements)}")
print(subsets_with_1_2_and_5_elements, "\n")

# h) Subconjuntos propios que contienen 1 y 2
proper_subsets_with_1_2 = [s for s in proper_non_empty_subsets if {1,
2}.issubset(s)]
print(f"h) Subconjuntos propios con 1 y 2: {len(proper_subsets_with_1_2)}")
print(proper_subsets_with_1_2, "\n")

# i) Subconjuntos con un número par de elementos
even_subsets = [s for s in subsets if len(s) % 2 == 0]
print(f"i) Subconjuntos con un número par de elementos: {len(even_subsets)}")
print(even_subsets, "\n")

# j) Subconjuntos con un número impar de elementos
odd_subsets = [s for s in subsets if len(s) % 2 == 1]
print(f"j) Subconjuntos con un número impar de elementos: {len(odd_subsets)}")

```

```
print(odd_subsets, "\n")

# k) Subconjuntos con un número impar de elementos e incluyen el elemento 3
odd_subsets_with_3 = [s for s in odd_subsets if 3 in s]
print(f"k) Subconjuntos impares que incluyen el 3: {len(odd_subsets_with_3)}")
print(odd_subsets_with_3, "\n")
```

Para todos los casos se deberá también imprimir los subconjuntos solicitados.

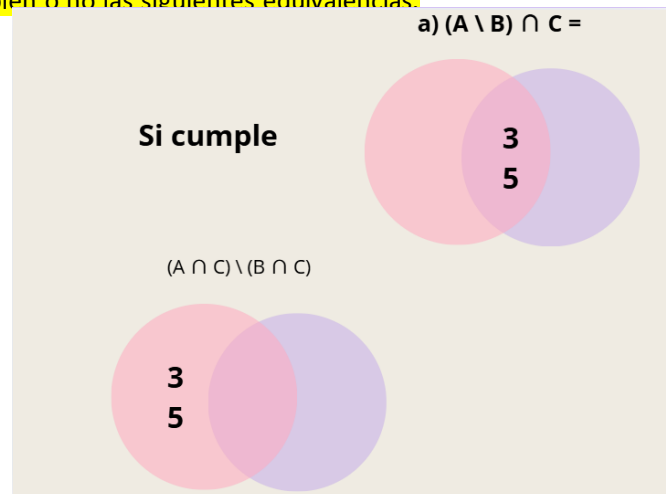
3. Par el universo  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$  sean  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ , y  $D = \{2, 4, 6, 8\}$ . Determine lo siguiente:

- $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 5\}$ .
- $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- $\overline{C \cup D} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .
- $\overline{C \cap D} = \{2\}$ .
- $(A \cup B) \setminus C = \{4, 8\}$ .
- $A \cup (B \setminus C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ .
- $(B \setminus C) \setminus D = \emptyset$ .
- $B \setminus (C \setminus D) = \{2, 4, 8\}$ .
- $(A \cup B) \setminus (C \cap D) = \{1, 3, 4, 5, 8\}$ .

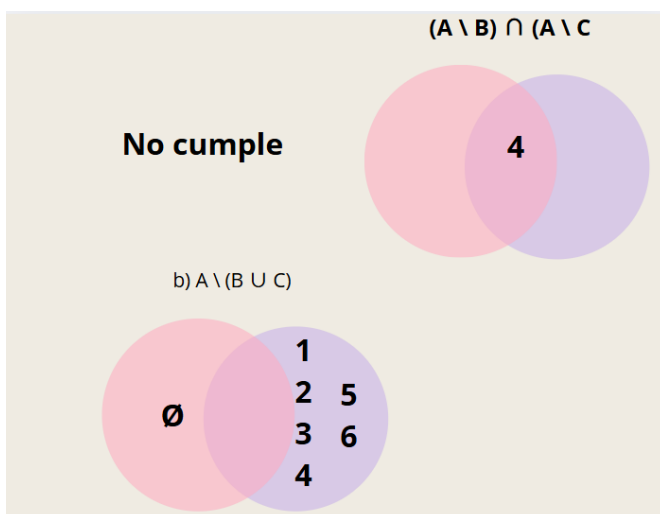
Recuerda que  $A = U \setminus A$ .

4. Demuestre usando diagramas de Venn si se cumplen o no las siguientes equivalencias.

a)  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$



b)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$



## Lenguajes

5. Si  $x \in \Sigma^*$  y  $|x^3| = 36$ , ¿cuánto vale  $|x|$ ? 12

6. Para el alfabeto  $\Sigma = \{0, 1\}$ , sean  $A, B, C \subseteq \Sigma^*$  los siguientes lenguajes:

- $A = \{0, 1, 00, 11, 000, 111, 0000, 1111\}$
- $B = \{w \in \Sigma^* : 2 \leq |w|\}$
- $C = \{w \in \Sigma^* : 2 \geq |w|\}$

Determine los siguientes subconjuntos (lenguajes) de  $\Sigma^*$  y explica tus respuestas con tus propias palabras.

- a)  $A \cap B = \{00, 11, 000, 111, 0000, 1111\}$
- b)  $A \setminus B = \{0, 1\}$
- c)  $B \cap C = \emptyset$
- d)  $B \cup C = \Sigma^*$

7. Para  $\Sigma = \{0, 1\}$ , determine si la cadena 00010 está en cada uno de los siguientes lenguajes  $A \subseteq \Sigma^*$ :

- a)  $\{0, 1\}^*$  ☒ **Sí está en el lenguaje.** – Este lenguaje representa el conjunto de todas las cadenas posibles formadas con los símbolos 0 y 1, incluyendo la cadena vacía.
- b)  $\{000, 101\}\{10, 11\}$  ☒ **Sí está en el lenguaje.** Un prefijo que debe ser 000 o 101.
- c) Un sufijo que debe ser 10 o 11.
- d)  $\{00\}\{0\}^*\{10\}$  ☒ **Sí está en el lenguaje.** – Un prefijo 00. Cualquier cantidad de 0s (incluyendo la cadena vacía). Un sufijo 10.
- e)  $\{0\}^*\{000\}^*\{1\}^*\{0\}$  ☒ **Sí está en el lenguaje.** Cero o más repeticiones de 000 ( $\{000\}^*$ ). Cero o más repeticiones de 1 ( $\{1\}^*$ ). Un 0 al final.
- f)  $\{00\}^*\{10\}^*$  ☐ **No está en el lenguaje.** Este lenguaje está formado por: Cero o más repeticiones de 00. Cero o más repeticiones de 10.
- g)  $\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*$  ☒ **Sí está en el lenguaje.** Cualquier cantidad de 0s ( $\{0\}^*$ ). Cualquier cantidad de 1s ( $\{1\}^*$ ). Cualquier cantidad de 0s ( $\{0\}^*$ ).

Por cada inciso, deberás justificar tu respuesta y no solo indicar si la cadena 00010 está o no está en el lenguaje.

8. Sean  $A = \{10, 11\}$ ,  $B = \{00, 1\}$  lenguajes para el alfabeto  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Determine lo siguiente:

- a)  $AB = \{1000, 101, 1100, 111\}$
- b)  $BA = \{0010, 0011, 110, 111\}$
- c)  $A^3 = \{101010, 101011, 101110, 101111, 111010, 111011, 111110, 111111\}$
- d)  $B^2 = \{0000, 001, 100, 11\}$

9. Para  $\Sigma = \{x, y, z\}$ , sean  $A, B \subseteq \Sigma^*$  dados por  $A = \{xy\}$  y  $B = \{\epsilon, x\}$ . Determine:

- a)  $AB = \{xy, xyx\}$
- b)  $BA = \{xy, xxy\}$
- c)  $B^3 = \{\epsilon, x, xx, xxx\}$
- d)  $B^+ = \{x, xx, xxx, xxxx, \dots\}$
- e)  $A^* = \{\epsilon, xy, xyxy, xyxyxy, xyxyxyxy, \dots\}$

10. Para  $\Sigma = \{0, 1\}$ , determine todos los posibles lenguajes  $A^*$  para cada uno de los siguientes lenguajes  $A \subseteq \Sigma^*$ :

- a)  $\{01\}$ ,  $= \{\epsilon, 01, 0101, 010101, 01010101, \dots\}$

b)  $\{000\}, = \{\epsilon, 000, 000000, 000000000, 00000000000, \dots\}$

c)  $\{0, 010\}, = \{\epsilon, 0, 010, 00, 0010, 0100, 010010, 000, 00010, 00100, 0010010, \dots\}$

d)  $\{1, 10\}, = \{\epsilon, 1, 10, 11, 110, 101, 1010, 111, 1110, 1101, 11010, 1011, 10110, 10101, \dots\}$