UNIVERSIDAD POLITÉCNICA

DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Nombre: Cruz Camacho Diego

Materia: Cinematica de robot

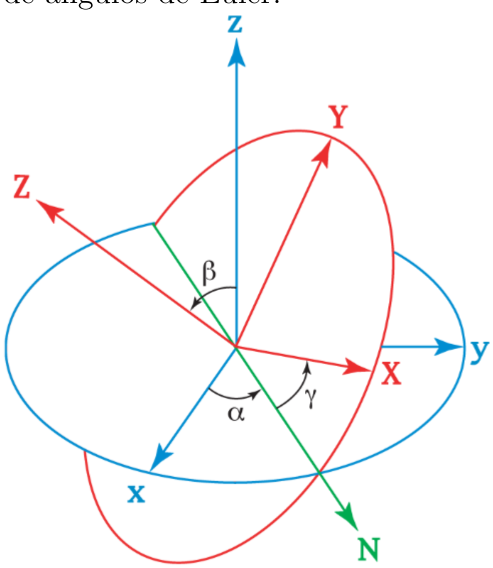
Carrera: Ing. Mecatronica

Docente: Ing. Carlos Enrique Moran Garabito

Grado y Grupo: 7mo B

1. Angulos de Euler

En robotica es necesario guardar las orientaciones de los sistemas. Siguiendo el procedimiento descrito anteriormente resulta engorroso ya que se necesitan nueve valores para almacenar una matriz de rotacion que no son intuitivos para el usuario. Sin embargo, se sabe que con tres angulos se puede definir una orientacion. De este modo se calcula la orientacion como una matriz de los cuales se puede recontruir la matriz de rotacion. Normalmente, el modo elegido para representar la orientacion del efector final del robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia emplea los llamamos angulos de Euler α, β y γ. Aunque los angulos de Euler describen la orientacion de un cuerpo rigido con respecto a un sistema de coordenadas fijo, hay diferentes tipos de representacion de angulos de Euler.



1.1. Angulos de Euler de tipo 1

Los angulos de Euler de tipo 1, tambien denominado giroscopio o ZXZ, son las rotaciones alrededor de los siguentes ejes.
1. rotacion en Z de angulo $\alpha(R_{Z\alpha)}$
2. rotacion en U de angulo $\beta(R_{U\beta)}$
3. rotacion en W de angulo $\gamma(R_{W\gamma)}$
La matriz resultante es:

$$R_{\alpha,\beta,\gamma} = R_{Z\alpha}R_{U\beta}R_{W\gamma} \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha & 0 \\ sin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\beta & -sin\beta \\ 0 & sin\beta & cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\gamma & -sin\gamma & 0 \\ sin\gamma & cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} cos\alpha cos\gamma - sin\alpha cos\beta sin\gamma & -cos\alpha sin\gamma - sin\alpha cos\beta cos\gamma & sin\alpha sin\beta \\ sin\alpha cos\gamma + cos\alpha cos\beta sin\gamma & cos\alpha cos\beta cos\gamma - sin\alpha sin\gamma & -cos\alpha sin\beta \\ sin\beta sin\gamma & sin\beta cos\gamma & cos\beta \end{bmatrix}$$

1.2. Angulos de Euler tipo 2

Los angulos de Euler de tipo 2, tambien denominado ZYZ, y utilizados por ejemplo por los robots de la marca ABB, son las siguientes rotaciones alrededor de los ejes principales de los sistemas fijo y movil.
1. rotacion en Z de angulo $\alpha(R_{Z\alpha)}$
2. rotacion en V de angulo $\beta(R_{V\beta)}$
3. rotacion en W de angulo $\gamma(R_{W\gamma)}$
La matriz resultante es:

$$R_{\alpha,\beta,\gamma} = R_{Z\alpha}R_{V\beta}R_{W\gamma} \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha & 0 \\ sin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\beta & 0 & sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\beta & 0 & cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\gamma & -sin\gamma & 0 \\ sin\gamma & cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} cos\alpha cos\beta cos\gamma - sin\alpha sin\gamma & -cos\alpha cos\beta sin\gamma - sin\alpha cos\gamma & cos\alpha sin\beta \\ sin\alpha cos\beta cos\gamma + cos\alpha sin\gamma & cos\alpha cos\gamma - sin\alpha cos\beta sin\gamma & sin\alpha sin\beta \\ -sin\beta cos\gamma & sin\beta sin\gamma & cos\beta \end{bmatrix}$$

1.3. Angulos de Euler de tipo 3

Los angulos de Euler de tipo 3, utilizados en aeronautica con los nombres deviacion, elevacion y giro (por lo que se denomina RPY de Roll-Yaw-Pitch) son las siguientes rotaciones alrededor de los ejes principales de sistema fijo.
1. rotacion en X de angulo $\alpha(R_{X\alpha)}$
2. rotacion en Y de angulo $\beta(R_{Y\beta)}$
3. rotacion en Z de angulo $\gamma(R_{Z\gamma)}$
La matriz resultante es:

$$R_{\alpha,\beta,\gamma} = R_{Z\gamma}R_{Y\beta}R_{X\alpha} \begin{bmatrix} cos\gamma & -sin\gamma & 0 \\ sin\gamma & cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\beta & 0 & sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\beta & 0 & cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha & -sin\alpha \\ 0 & sin\alpha & cos\alpha \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} cos\gamma cos\beta & cos\gamma sin\beta sin\alpha - sin\gamma cos\alpha & cos\gamma sin\beta cos\alpha + sin\gamma sin\beta \\ sin\gamma cos\beta & sin\gamma sin\beta sin\alpha + cos\gamma cos\alpha & sin\gamma sin\beta cos\alpha - cos\gamma sin\alpha \\ -sin\beta & cos\beta sin\alpha & cos\beta cos\alpha \end{bmatrix}$$