universidade de aveiro

Desempenho e Dimensionamento de Redes - 2018/2019

Engenharia de Computadores e Telemática

2º Guião Prático - Relatório

IMPACT OF TRANSMISSION ERRORS IN THE PERFORMANCE OF A WIRELESS NETWORK LINK

P4G2

Diego Hernandez nº 77013

Ricardo Pousa nº 80328

Tarefa 1

a)

$$f(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad ,i = 0,1, \ldots n$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Neste exercício é utilizado a variável aleatória binomial.

Tendo n como todos os bits em que podem ocorrer um erro, n = 64 * 8 (no caso de apenas uma trama).

E i como a quantidade de bits em que de facto ocorreu um erro.

A probabilidade da ocorrência de pelo menos um erro corresponde ao seguinte: 1 - f(0) = $\sum^{n}_{i=1} f(i)$

f(0) = ((64*8)!/(64*8)!) * (p^0) * (1-p)^(64*8-0)

f(0) = (1) * (1) * ((1-p) ^ (64*8))

$\sum^{64*8}_{i=1}$ f(i) = 1 - (1-p) ^ (64 *8)

<u>Código</u>:

```
errorn = 1- (1-1e-7)^(64*8); % normal state for error bit rate
(1-10^-7)^(64*8) = having 0 errors, 1-(the former probability) to have
at least one error
errori = 1- (1-1e-3)^(64*8); % same train of thought but for an
interference state so p = bit error rate for the interference state
p = [0.99,0.999,0.9999,0.99999];
prob_de_erro = errorn.*p + errori.*(1-p);
prob_de_normal = ((errorn .* p)./prob_de_erro)*100% coluna p(normal)
prob_de_interferencia = ((errori .*(1-p))./prob_de_erro)*100 %coluna
p(interferência)
```

$$P(F_j|E) = \frac{P(EF_j)}{P(E)} = \frac{P(E|F_j)P(F_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(E|F_i)P(F_i)}$$

P(E), somatório de todas as probabilidades condicionadas em que aconteceram erros, desta forma: P(E) = prob_de_erro.

$$P(E) = \sum_{i=1}^{n} P(EF_i) = \sum_{i=1}^{n} P(E \mid F_i)P(F_i)$$

$P(EF_j)$, probabilidade de acontecer pelo menos um erro e estar num determinado estado, sendo que se se estiver num estado de interferência $P(EF_j)$:

- $P(E|F_j)$ = errori (probabilidade de ocorrência de pelo menos um erro estando em estado de interferência) ;
- $P(F_j)$ = probabilidade de se encontrar em estado de interferência;

E se estiver num estado normal:

- $P(E|F_j)$ = errorn (probabilidade de ocorrência de pelo menos um erro estando em estado normal) ;
- $P(F_j)$ = probabilidade de se encontrar em estado normal;

Probabilidade dos estados quando é recebida uma trama de controlo com erros.

	p(normal)	**p(interferência)%**
p = 99%	**1.2487 %**	**98.751 %**
p = 99.9%	**11.316 %**	**88.684 %**
p = 99.99%	**56.085 %**	**43.915 %**
p = 99.999%	**92.739 %**	**7.261 %**

p = probabilidade de se encontrar num estado normal

Conclusão : Ao receber uma trama com erros, a probabilidade do estado ser normal aumenta com a probabilidade de ele próprio estar normal, relativamente à generalidade do seu funcionamento.

Desta forma, se a probabilidade de estar no estado normal equivale a 99%, existe uma pequena probabilidade de uma trama de controlo recebida com erros ter sido recebida estando ele em estado normal, e existe uma elevada probabilidade da estação se encontrar no estado de interferência.

O mesmo não pode ser dito se a probabilidade da estação se encontrar num estado normal for equivalente a 99.999%, em que se verifica que, sabendo que uma trama de controlo foi recebido com erro(s), a probabilidade da estação ter estado em estado normal é elevada, e a probabilidade de estar no estado de interferência ser bastante pequena.

Finalizando, se um pacote é recebido com erros, a probabilidade da estação se encontrar em estado de interferência é elevado, até o ponto em que a probabilidade de estar no estado normal seja muito elevada, cada vez que está se aproxima aos 100% e seja maior do que 99.99%.

b)

```
errorn = 1- (1-1e-7)^(64*8); % normal state for error bit rate (1-10^-7)^(64*8) = having 0 errors, 1-(the former probability) to have at least one error
errori = 1- (1-1e-3)^(64*8); % same train of thought but for an interference state so p = bit error rate for the interference state
for i = 2:5
    errortmpn =  errorn ^i; % sendo que o significado do i neste caso é a quantidade de tramas enviadas, a probabilidade de cada uma pelo menos ter um erro é igual a probabilidade da 1ª ter pelo menos um erro * a 2ª ter pelo menos um erro * a 3ª ter pelo menos um erro... e quantas mais tramas forem enviadas e tiverem erro/s
    errortmpi =  errori ^i;
    prob_de_errotmp = errortmpn.*p + errortmpi.*(1-p); % é calculado para cada quantidade de tramas a probabilidade de total de ocorrer pelo menos um erro em cada trama
    prob_temp = ((errortmpn .* (p))./prob_de_errotmp); % sendo um falso positivo ser uma ocasião de se reportar um estado de interferência, estando num este normal, e se cada trama consecutiva tiver pelo menos um erro o sistema irá reportar um estado de interferência com 100% de probabilidade, basta calcular a probabilidade de se encontrar normal dado que aconteceu um erro.
    prob1b(:,i-1) = prob_temp;
end
%Answer:
prob1b*100
```

Probabilidade de falsos positivos, quando é reportado um estado de interferência estando este num estado normal.

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5
p = 99%	0.0001615%	2.0627e-08%	2.6346e-12%	3.3649e-16%
p = 99.9%	0.0016297%	2.0815e-07%	2.6585e-11%	3.3955e-15%
p = 99.99%	0.016309 %	2.0834e-06%	2.6609e-10%	3.3986e-14%
p = 99.999%	0.16286 %	2.0835e-05%	2.6612e-09%	3.3989e-13%

p = probabilidade de se encontrar num estado normal

n = quantidade de tramas de controlo consecutivas c)

```
for i = 2:5
    errortmpn =  (1 - errorn ^i);% Da mesma forma que não é prático
calcular o somatório de todas as probabilidades de ocorrência de
1,2,3,4... erros numa trama, o cálculo da probabilidade do acontecimento
de pelo menos uma trama não ter erros é igual ao somatório da
probabilidade de uma trama não ter erro com a probabilidade de duas
tramas não terem erro... até se atingir o número de tramas de controlo
enviadas. Se tomarmos o valor anteriormente calculado de todas as n
tramas terem pelo menos um erro, 1- (essa probabilidade) ,traduzirá a
probabilidade de pelo menos uma trama estar errada.
    errortmpi =  (1 - errori ^i);
    prob_de_errotmp = errortmpn.*p + errortmpi.*(1-p);% Probabilidade
total neste caso, corresponde a pelo menos uma trama das n
consecutivamente enviadas não ter erro estando quer no estado normal ou
de interferência.
    prob_temp = ((errortmpi .* (1-p))./prob_de_errotmp);% Sendo que um
falso negativa corresponde a ocorrer a situação acima descrita de
quantidades de erros por trama, aquando um estado de interferência e ser
reportado um estado normal.
    prob1c(:,i-1) = prob_temp;
end
%Answer:
prob1c*100
```

Probabilidade de falsos negativos, quando é reportado um estado normal estando este num estado de interferência(receber n tramas de controlo e pelo menos uma não ter erro/s).

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5
p = 99%	0.0084066 %	0.0093619 %	0.0097443%	0.0098975 %
p = 99.9%	0.00083945%	0.00093565%	0.0009742%	0.00098966%
p = 99.99%	8.3933e-05%	9.3559e-05%	9.7418e-05%	9.8965e-05%
p = 99.999%	8.3931e-06%	9.3559e-06%	9.7418e-06%	9.8965e-06%

p = probabilidade de se encontrar num estado normal

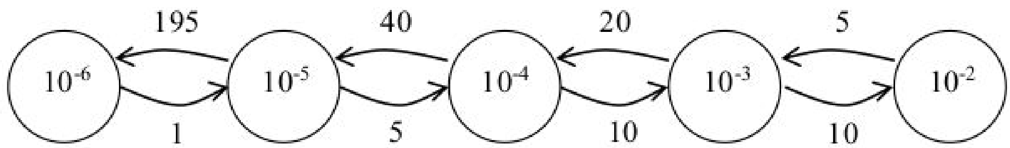
n = quantidade de tramas de controlo consecutivas d)

De uma forma geral podemos observar que a medida que a quantidade de pacotes aumenta, os falsos positivos diminuem e os falsos negativos aumentam. Já quando a probabilidade de se encontrar no estado normal aumenta, os falsos positivos aumentam e os falsos negativos diminuem.

Isto deve-se a relação entre a probabilidade de estar no estado normal e a definição dos falsos positivos e falsos negativos mencionados no guia. Sendo que um falso positivo será reconhecer o estado do link como em interferência estando ele num estado normal, estamos a tratar de um caso em que a probabilidade se encontra condicionada pela probabilidade de estar no estado *normal,* aumentando a probabilidade do estado normal também aumenta a probabilidade de se receber um pacote com erros e a ligação estar num estado normal. Se se pensar ao inverso, um falso negativo será declarar um estado normal havendo interferência, se se aumentar a probabilidade de estar normal, a probabilidade de se tomar esta decisão erroneamente diminuirá.

Quanto a quantidade de pacotes, como a declaração do estado de interferência depende de todos os pacotes da trama de controlo serem recebidos com erros, quantos mais pacotes forem recebidos maior a probabilidade de pelo menos um não ter erro, logo diminuirá a quantidade de estados de interferência reportados (erro que corrigiu um erro) aumentando os falsos negativos e diminuindo os falsos positivos.

Tarefa 2



a)

Nas cadeias de Markov, π_i pode ser interpretada como a proporção de tempo em que o processo está no estado i.

Os parâmetros λ_n são designados por taxas de chegadas ou taxas de nascimentos para o estado *n* e os parâmetros μ_n são designados por taxas de partida ou de morte.

As seguintes equações são utilizadas para determinar a proporção de tempo médio de cada um dos estados:

$$\pi_0 = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{i-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_i}} \qquad \pi_n = \frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n\left(1+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{i-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_i}\right)} = \frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}\cdot\pi_0,\ n\geq 1$$

No código, é inicialmente realizado a seguinte divisão λ_n/μ_n e os resultados para cada *n* são guardados num vetor. Uma vez que para o cálculo da probabilidade de cada um dos estados contêm o seguinte somatório:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{i-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_i}$$

Foi escrito uma função, *myProduction,* que dado um vetor cujos elementos correspondem às divisões da taxa de nascimento e taxa de morte de um respectivo estado *n*, é calculado o somatório mencionado acima da seguinte forma:

```
function [result] = myProduction(vec)
    result = zeros(1,length(vec));
    for i = 1:length(vec)
        result(i) = prod(vec(1:i));
    end
end
```

Tendo como recurso esta função, foi então possível calcular a percentagem média de tempo que o link está em cada um dos 5 estados possíveis da seguinte forma:

```
lambdas = [1 5 10 10];
u = [195 40 20 5];
div = lambdas ./u;
myprod = myProduction(div);
div = (1 + sum(myprod));

P0 = 1/div;
P = zeros(1,length(lambdas));
for i= 1:length(lambdas)
    P(i) = myprod(i) / div;
end
%result
P = [P0 P];
```

P0	P1	P2	P3	P4
99.33%	0.51%	0.06%	0.03 %	0.06%

b)

É usado a equação do tempo médio de permanência, $T = 1/q_i$, em que q_i corresponde:

$$q_i = \sum_j q_i P_{ij} = \sum_j q_{ij}$$

sendo, q_i a taxa à qual o processo faz uma transição quando está no estado i, P_{ij} a probabilidade que a transição seja para o estado j quando está no estado i, e q_{ij} a taxa à qual o processo faz uma transição para o estado j quando está no estado i.

O tempo de permanência é multiplicado por 60, para obter o resultado em minutos, como é pretendido, caso contrário o resultado seria em unidades de tempo hora.

Portanto, o tempo médio de duração é calculado da seguinte forma:

```
T0 = (1/1) * 60;
T1 = (1/(195+5)) * 60;
T2 = (1/(40+10)) * 60;
T3 = (1/(20+10)) * 60;
T4 = (1/5) * 60;
```

T0	T1	T2	T3	T4
60.0 min	0.3 min	1.2 min	2.0 min	12.0 min

c)

Sabendo as probabilidades de o processo se encontrar em cada um dos estados da cadeia de Markov, e considerando que o link está em estado de interferência quando a taxa de erros de bits é maior ou igual a 10^-3, a probabilidade de o link se encontrar em estado de interferência é equivalente a soma de cada uma das probabilidade do processo se encontrar nos dois últimos estados (isto é, P(4) + P(5)), cuja taxa de erros de bits são equivalentes, respectivamente, a 10^-3 e 10^-2.

```
res = P(4)+P(5); % Tendo P(4) e P(5) probabilidades de estar nos estados de bit error rate superior a 10^-3, a soma de ambas as probabilidades dará a probabilidade de estar em interferência
res_2c = res % Resultado
```

Resultado: 9.551098376313276e-04

d)

A taxa média de erro de bit do link quando se encontra em estado de interferência, isto é em um dos dois últimos estados da cadeia de Markov cuja taxa de erro de bit médio equivale, respetivamente a 10^-3 e 10^-2, é necessário efetuar o somatório dos produtos entre a taxa de erros de bit dos estados de interferência e a suas respectivas probabilidades de o processo se encontrar no respetivo estado. Finalmente, uma vez que se quer saber a taxa média de erros de bit quando se encontra em estado de interferência é necessário dividir o obtido pela probabilidade de o link se encontrar em estado de interferência.

```
res_mean = (P(4).*(1e-3) + P(5).*(1e-2))/res;
res_mean_2d=res_mean % Resultado
```

Resultado: 0.007000000000000

e)

Pretende-se saber qual é o tempo médio de duração (em minutos) do estado de interferência.

Considera-se que o link está em estado de interferência quando a taxa de erros de bits é maior ou igual a 10^-3, isto é, o processo encontra-se em um dos dois últimos estados da cadeia de Markov ilustrado no guião.

O processo sai do estado de interferência quando passa do estado cuja taxa de erro de bit equivale a 10^-3 para o estado cuja taxa de erro de bit equivale a 10^-4. A probabilidade de acontecer o mencionado, estando no estado com taxa de erro de bit igual a 10^-3, equivale a divisão entre a taxa da transição mencionada com o somatório das taxas das transições possíveis do correspondente estado. Consideramos esta probabilidade como P3_2.

O processo continua em estado de interferência quando o processo que se encontra no estado cuja taxa de erro de bit equivale a 10^-3 se translada para o estado cuja cuja taxa de erro de bit equivale a 10^-2. A probabilidade de acontecer o mencionado, estando no estado com taxa de erro de bit igual a 10^-3, equivale a divisão entre a taxa da transição mencionada com o somatório das taxas das transições possíveis do correspondente estado. Consideramos esta probabilidade como P3_4.

Obtendo as probabilidades mencionadas e os tempos médios de permanência em minutos dos estados de interferência, é possível saber o tempo médio de duração do estado de interferência em minutos.

$$P_{ij} = \frac{q_{ij}}{q_i} = \frac{q_{ij}}{\sum_j q_{ij}}$$

Existe uma infinidade de casos em que o processo entra, se mantêm e sai do estado de interferência.

Por exemplo, o processo pode entrar no primeiro estado de interferência, passar um tempo médio de permanência desse estado e sair do estado de interferência. Outro exemplo, é o processo entrar no primeiro estado de interferência, passar para o seguinte estado de interferência, voltar para o primeiro e ou transladar-se novamente para o próximo estado de interferência repetindo o mesmo processo ou sair do estado de interferência. É necessário considerar o tempo de permanência de cada um dos processos nos estados em que esta entra. De notar que não existe um outro seguinte estado de interferência depois do estado com taxa média de erro de bit equivalente a 10^-2, portanto uma vez passado um tempo, o processo volta ao estado com taxa média de erro de bit equivalente a 10^-3.

Portanto, sabendo as probabilidades de sair do estado de interferência e continuar nesse estado com a translação para seguinte estado de interferência, estando o processo no estado cuja taxa de erro de bit é equivalente a 10^-3, é possível calcular as probabilidades do acontecimento das várias sequências de transições entre estados mencionadas no parágrafo anterior. Geralmente a probabilidade de acontecer uma sequência irá equivaler o seguinte:

P(sequencia) =P3_2*número de transições para o seguinte estado de interferência * P3_4

Para a correspondente sequência é necessário multiplicar a probabilidade dessa sequência de transições acontecer com a soma dos tempos de cada estado de interferência na qual o processo entrou, de modo a conseguir obter no final o tempo médio pretendido. (Nota: se o processo volta a entrar num dos estado de interferência é necessário somar outra vez o valor do tempo médio de permanência desse estado no somatório mencionado).

O tempo médio irá equivaler à soma do produto entre as probabilidades das possíveis e distintas sequências em que um processo se encontra em estado de interferência e a soma do tempo médio total entre os estados de interferência em que o processo entrou na sequência correspondente. Verificou-se que a medida em as transições consecutivas entre estados de interferência foram aumentando, o respectivo somatório, isto é o tempo médio de duração no estado de interferência, tende para aproximadamente 9 minutos, não havendo grandes aumentos no tempo médio após sumar o produto mencionado para casos em que existem mais de 10 transições consecutivas para o último estado de interferência.

```
P3_2 = 20/(20 + 10); % Probabilidade de saída do estado de interferência
P3_4 = 10/(20 + 10); % Probabilidade de manutenção do estado

sum_t = 0;
for i=0:14 % Tomando T3 e T4 como tempos de permanência nos estados tomados como interferência
    i_tmp = (((P3_4).^i)*P3_2).*(T3 +(T3+T4).*i);
    sum_t = sum_t + i_tmp;
end
sum_2e =sum_t % Resultado
```

Resultado: 8.999984737513454