

Guía de ejercicios # 10 - Sistemas de numeración para números fraccionarios

Organización de Computadoras

UNQ

Los objetivos de esta guía de ejercicios son:

- Comprender las características principales de un sistema de punto fijo: resolución y error de representación
- Manipular el sistema para representar números, interpretar cadenas, calcular su rango y resolución.
- Comprender las limitaciones de los sistemas de punto fijo y las motivaciones del punto flotante.
- Manejar la interpretación de los sistemas de punto flotante
- Comprender la relación entre rango y resolución variable

Punto Fijo

1. Interpretar las siguientes cadenas en un sistema de punto fijo $BSS(4, 1)$ (es decir, con 4 bits en total, de los cuales 1 es fraccionario):
 - a 0001
 - b 1011
2. ¿Cuál es el rango del sistema $BSS(4, 1)$?
3. Interpretar las siguientes cadenas en un sistema de punto fijo $BSS(7, 3)$:
 - a 0010110
 - b 1000000
 - c 1000001
4. ¿Cuál es el rango del sistema $BSS(7, 3)$?
5. Completar la tabla 1 interpretando cada cadena de 3 bits en los tres sistemas propuestos.
6. Suponer un sistema $BSS(10, 4)$.
 - (a) ¿Cuántos números se pueden representar?
 - (b) ¿Cuál es la resolución del sistema?
 - (c) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo número representables?
 - (d) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo número representable en el intervalo $(0, 1)$? (es decir, en el intervalo desde el 0 hasta el 1, **ambos excluidos**).
7. Responder las preguntas del ejercicio anterior para un sistema $SM(10, 4)$.
8. ¿Cuál es la resolución de un sistema $BSS(N, M)$?
9. Suponer un sistema $BSS(8, 4)$. Represente los siguientes números y calcule el error absoluto y relativo en cada caso:
 - (a) 10,2
 - (b) 0,125
10. Suponer un sistema $BSS(4, 1)$. Al representar el **valor 1,1** se obtiene un *error absoluto de 0,1* pues se aproxima con el **valor 1** (cadena 0010). Si se quiere representar el valor **1,2** se obtiene un error absoluto de 0,2.
 - (a) ¿Qué error se obtiene al representar el 1,3?
 - (b) ¿Cuál es el **máximo error absoluto** que puede ocurrir al representar un valor? Ojo: dentro del rango representable.
 - (c) ¿Cuál es el rango del sistema?
11. ¿Cuál es el **máximo error absoluto** que puede ocurrir al representar un valor en cada uno de los siguientes sistemas?
 - (a) $BSS(4, 2)$
 - (b) $BSS(4, 3)$
12. Supongamos que se desea utilizar un sistema de punto fijo $SM(X, Y)$ para representar números entre -10 y 10. Se pretende además que el error absoluto sea menor a 0.2. ¿Cuales son los mínimos X,Y que satisfacen estos requerimientos?
13. Se necesita un sistema de punto fijo que permita las siguientes cosas:
 - Representar el número -17
 - Representar el número 42
 - Que el error absoluto máximo sea menor a 0.05

Diseñe el sistema con la mínima cantidad de bits.

Ejercicios integradores

14. Construya un circuito que dada una cadena de 5 bits, devuelva un 1 si la cadena representa un número en $SM(5, 2)$ con parte fraccionaria distinta a cero, y un 0 en caso contrario.
15. Utilizando circuitos que conozca, construya un circuito que dadas dos cadenas en BSS(3,3), devuelva el resultado de sumarlas, es decir, devuelva una cadena BSS(4,3).
16. Suponga que se desea agregar a Q3 capacidades de cómputo para números en punto fijo:
 - ¿Qué sistema recomendaría, con cuántos bits para la parte fraccionaria y cuántos para la parte entera?
 - ¿Qué instrucciones agregaría a Q3? Especifique los nuevos códigos de operación y el comportamiento de dichas instrucciones.
Se puede utilizar un código de operación extensible (mediante un prefijo) tal como se hace con los saltos condicionales.
 - ¿Cómo modificaría la ALU para que soporte dichas instrucciones? No se requiere construir los circuitos, solo explicar cuáles serían los circuitos necesarios.

Punto Flotante

17. Completar la tabla 2 con la interpretación de las cadenas en cada sistema indicado.
18. Comparar los sistemas de la tabla 2 a partir de una cadena a elección.
19. Para cada sistema de la tabla 2 calcular rango, resolución máxima y resolución mínima.
20. Calcular rango, resolución mínima y resolución máxima para un sistema con mantisa en BSS(5) y exponente en BSS(3).
21. Buscar un contraejemplo para refutar lo siguiente:
En punto flotante es posible representar todos los números reales contenidos en el rango.
22. Completar la tabla 3 interpretando las cadenas en cada uno de los sistemas indicados.
23. Para cada sistema de la tabla 3 calcular rango, resolución máxima y resolución mínima.
24. Interpretar las siguientes cadenas aplicando el siguiente formato:
[mantisa: SM(9,7)][exponente: SM(7)]
 - a) 1110 1110 0101 1111
 - b) 0010 0001 1000 1100
25. Calcular rango, resolución mínima y resolución máxima para el sistema del ejercicio anterior.

Cad	$BSS(3)$	$BSS(3,1)$	$SM(3,1)$
000			
001			
010			
011			
100			
101			
110			
111			

Table 1: Comparativa en punto fijo

cad	e:BSS(2)/m:BSS(2)	e:BSS(2)/m:SM(2)	e:SM(2)/m:BSS(2)	e:SM(2)/m:SM(2)
0000				
0001				
0010				
0011				
0100				
0101				
0110				
0111				
1000				
1001				
1010				
1011				
1100				
1101				
1110				
1111				

Table 2: Comparativa de sistemas con mantisa entera

cad	e:BSS(2) / m:BSS(2,2)	e:CA2(2) / m:BSS(2,2)
0000		
0001		
0010		
0011		
0100		
0101		
0110		
0111		
1000		
1001		
1010		
1011		
1100		
1101		
1110		
1111		

Table 3: Comparativa de sistemas de mantisa fraccionaria