ANALISIS NUMERICO I - FIUBA
75.12 – 95.04 – 95.13 - Curso nro. 6
Primer Cuatrimestre del 2016

Trabajo Práctico nro. 2

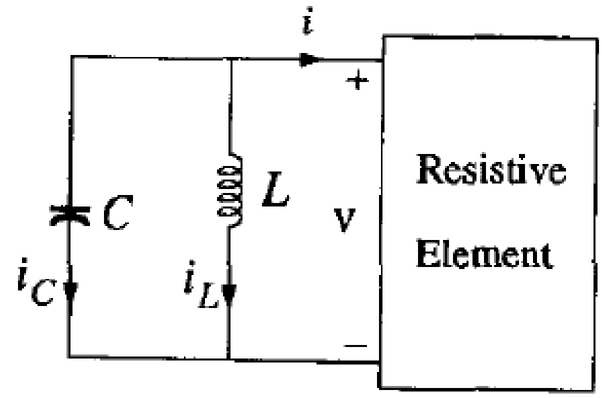
Fecha de Entrega: 16/06/2016.

Objetivo

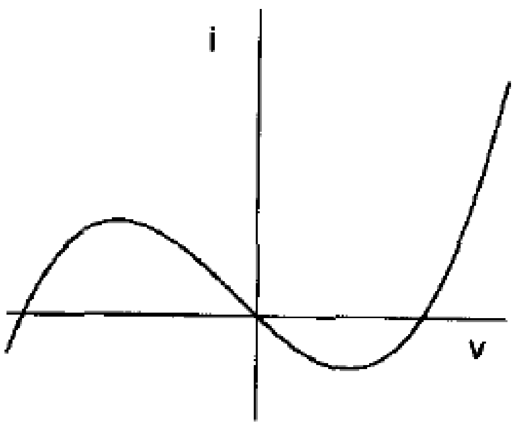
Estudiar el comportamiento de los métodos numéricos para la resolución de un Problema de Valores Iniciales (P.V.I.).

Introducción

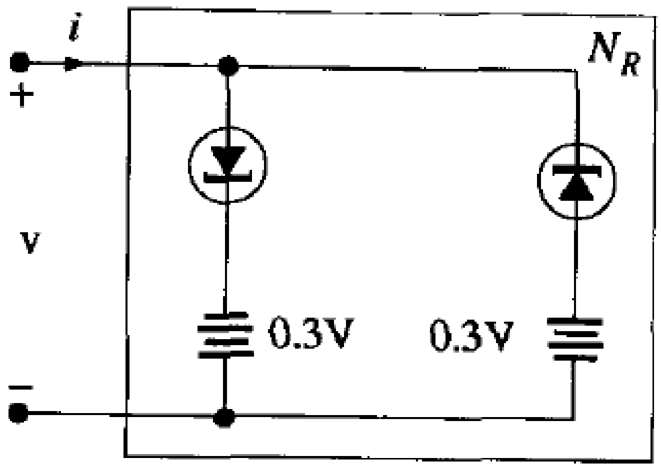
En el análisis de circuitos osciladores pasivos del tipo RLC muchas veces se incluyen elementos resistivos que poseen un comportamiento no lineal. En el circuito de la figura (a) hace las veces de resistencia un par de diodos de efecto túnel que poseen las siguientes curvas características de corriente en función de la tensión $i = h(v)$ (figura (b) y figura (c)).



(a)



(b)



Donde se observa en la figura (a) el circuito oscilador básico del tipo RLC, en la figura (b) la curva de corriente en función de la tensión $i = h(v)$ sobre la resistencia, y en la figura (c) el circuito activo de la resistencia negativa generada por el par de diodos de efecto túnel.
Adimensionalizando convenientemente se llega a la siguiente ecuación denominada de Van der Pol (1926) quien estudió las oscilaciones en circuitos con tubos de vacío:

$$v'' - \varepsilon \cdot \left(1 - v^2\right) \cdot v' + \delta \cdot v = 0$$
$$v(0) = \alpha$$
$$v'(0) = \beta$$

Donde:

- El tiempo se encuentra adimensionalizado como $\tau = t / \sqrt{L \cdot C}$.
- El valor de las derivadas son todas respecto de dicho tiempo adimensionalizado.
- El valor de $\varepsilon = \sqrt{L / C}$.
- El valor de $i = h(v) = -v + \frac{v^3}{3}$ del circuito resistivo.
- El valor de $\delta = 1$.

La eliminación de *u* o *v* resulta en una ecuación diferencial de segundo orden no lineal.

Desarrollo

Se pide lo siguiente:

1) Resolver el sistema presentado por los métodos de Euler, Runge-Kutta de orden 2 y 4. Para ello utilizar *α=1*, *β=0*, *y épsilon=1, 2, 3, 4 y 5.* Hacer los cálculos hasta obtener 3 períodos al menos con cada valor de épsilon.
2) Resolver la ecuación de segundo orden mediante Nyström con épsilon=1 y comparar con Runge-Kutta de orden 2 con el mismo valor de épsilon.
3) Repetir los cálculos con los métodos de Octave ode23 y ode45 y comparar con los valores de 1 y 2.
4) Analizar los resultados, comparar los errores debidos a la consistencia de los métodos y a la estabilidad. Considerar como exactos los resultados del punto 3. Graficar para todos los casos *v(t)* vs *t*, *v´(t)* vs *t* y *v´(t)* vs *v(t)* (en el espacio de las fases).

Bibliografía:

1) "Nonlinear Systems", H. Khalil, Prentice Hall, pág 11-14 ch 1.1.4 y pág 319-324 Ex 8.2-8.4, Prentice Hall, 1996.
2) Van der Pol, B., "On relaxation-oscillations", The London, Edinburgh and Dublin Phil. Mag. & J. of Sci., 2(7), 978-992, 1927.
3) "Solución Numérica de ecuaciones diferenciales" de Guillermo Marshall – ed. Reverté, pág 159-160 (problema 6.7.5 y 6.7.6), 1985
4) "Nonlinear Dynamics and Chaos" de Strogatz – ed. Perseus Books Mass-USA, pág 198-199, ex 7.1.2., 1994.