

MÉTODOS DE UN PASO

Corea del Sur

¿Qué son los métodos de un paso?

Son técnicas numéricas para aproximar la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) usando únicamente la información del punto anterior inmediato para calcular el siguiente.

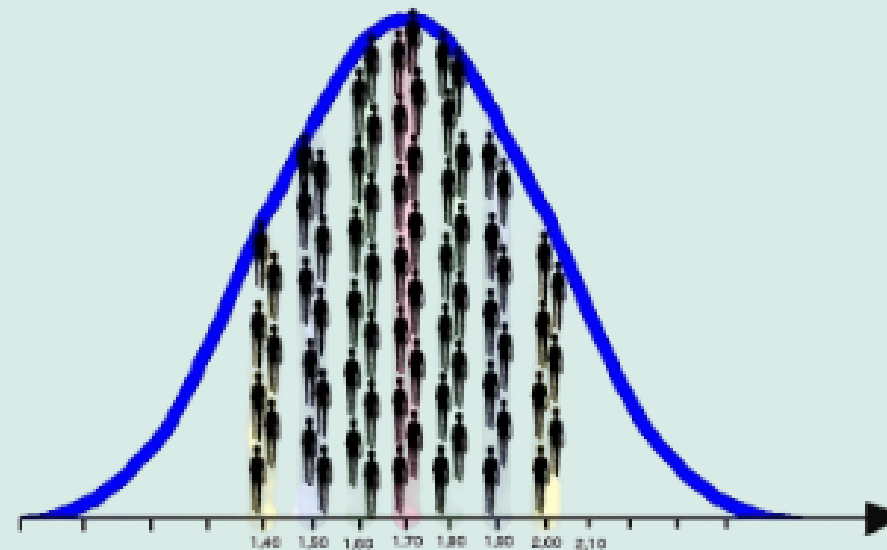
¿Para qué sirven?

- Resolver EDO cuando no hay solución analítica.
- Modelar fenómenos físicos, biológicos o económicos (crecimiento de población, caída de un objeto, etc.).
- Usados en programación y simulación.

MÉTODO DE HEUN SIMPLE

¿Qué es?

El método de Heun simple es un método numérico de un paso, de segundo orden, utilizado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Se basa en obtener una mejor aproximación de la solución al promediar la pendiente en el punto inicial con la pendiente en un punto predictor generado mediante el método de Euler.



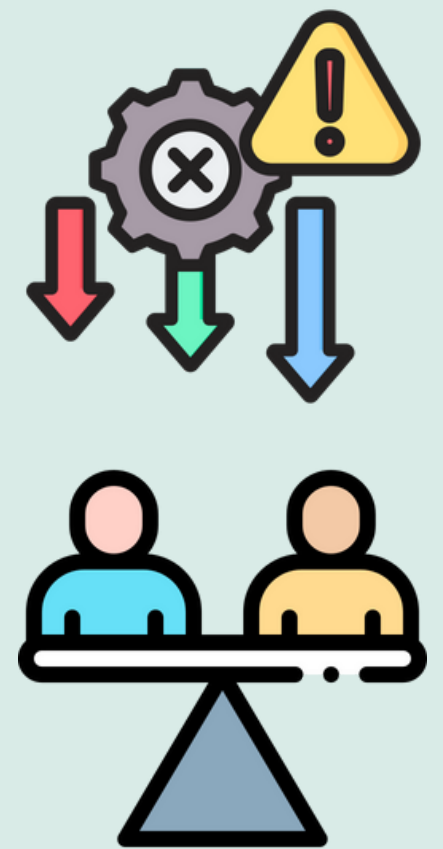
Ventajas

- **Mayor precisión que Euler:** Aunque es un método de un solo paso, ofrece una mejor aproximación al usar el promedio de dos pendientes.
- **Fácil implementación:** Su fórmula es sencilla y se puede programar fácilmente en lenguajes como Python, C o MATLAB.



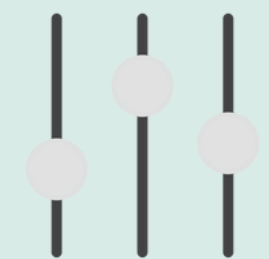
Ventajas

- **Reducción de error local:** Al corregir parcialmente el valor estimado, se reduce el error de truncamiento.
- **Mejor estabilidad:** Comparado con el método de Euler, es más estable en ciertos problemas de ecuaciones diferenciales.



Desventajas

- **Inestabilidad en problemas rígidos:** Requiere tamaños de paso muy pequeños para garantizar estabilidad.
- **Necesita evaluar la función dos veces por paso:** Heun requiere dos evaluaciones de $f(x, y)$, lo cual puede ser más costoso computacionalmente si es complicada.

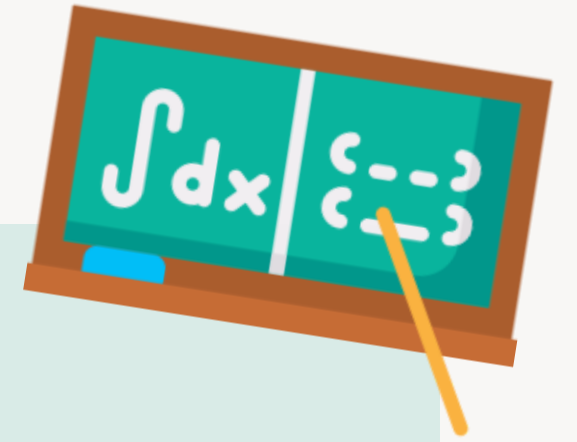


Desventajas

- **Sensibilidad al tamaño de paso (h):** Pasos grandes generan errores significativos; pasos pequeños aumentan costo computacional.
- **Limitado para sistemas complejos:** Menos eficiente en problemas no lineales o con alta no linealidad.



Aplicaciones



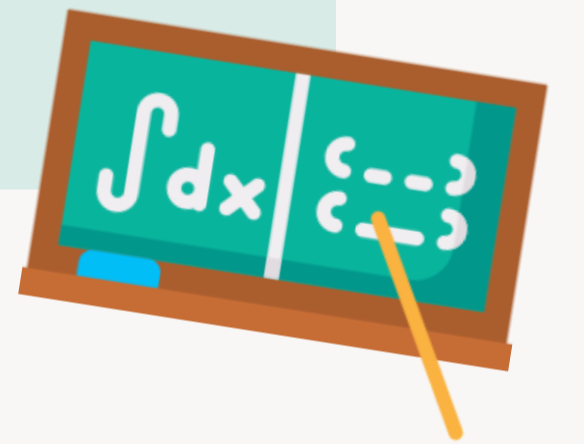
1. Crecimiento de población

- Modelo: $(dy/dt) = ky$
- Descripción: Se modela el crecimiento exponencial de una población (como bacterias o humanos) con una tasa constante.
- Aplicación del método de Heun: Permite simular de forma precisa el crecimiento futuro de la población cuando no se puede resolver analíticamente.

Aplicaciones

2. Crecimiento de una inversión con interés compuesto continuo

- Modelo: $(dA/dt) = rA$
- Descripción: Simula el crecimiento del dinero en una cuenta de ahorro con interés compuesto.
- Implementación con Heun: Mejora la precisión del cálculo frente a Euler, con bajo costo computacional.



Fórmula

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(t_n, y_n) + f(t_n + h, y_n + h * f(t_n, y_n))]]$$

- y_n : *valor actual de la solución en el paso n*
- y_{n+1} : *valor estimado de la solución en el siguiente $n + 1$*
- h : *tamaño del paso (intervalo entre t_n y $t_n + 1$)*
- $f(t, y)$: *función de la derivada $\frac{dy}{dx}$, dada por el problema*
- t_n : *valor actual del tiempo o variable dependiente*

EJEMPLO

Resolver la EDO usando el Método de Heun

$$\frac{dy}{dt} = t + y$$

Resolver la EDO usando el Método de Heun

$$y(0) = 1$$

EJEMPLO

Usando un paso $h=0.1$, encontrar una aproximación de $y(0.1)$.

PASO 1: Identificar datos

- $f(t, y) = t + y$
- $t_0 = 0$
- $y_0 = 1$
- $h = 0.1$

EJEMPLO

Paso 2: Calcula la pendiente inicial

$$k_1 = f(t_0, y_0) = f(0, 1) = 0 + 1 = 1$$

Paso 3: Calcula el valor de Euler (predictor)

$$y_{\text{predict}} = y_0 + h \cdot k_1 = 1 + 0.1 \cdot 1 = 1.1$$

EJEMPLO

Paso 4: Calcula la pendiente en el punto predicho

$$k_2 = f(t_0 + h, y_{\text{predict}}) = f(0.1, 1.1) = 0.1 + 1.1 = 1.2$$

Paso 5: Calcula el valor corregido usando Heun

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2) = 1 + \frac{0.1}{2}(1 + 1.2) = 1 + 0.05 \cdot 2.2 = 1 + 0.11 = 1.11$$

EJEMPLO

RESULTADO

$$y(0.1) \approx 1.11$$

Pseudocódigo

Proceso MetodoHeunSimple

```
// Declaración de variables
```

```
Definir x, y, h, k1, k2, yPredic, pendientePromedio, yNuevo Como Real
```

```
Definir resultado[2] Como Real
```

```
// Condiciones iniciales
```

```
x <- 0.0
```

```
y <- 1.0
```

```
h <- 0.1
```

```
Escribir "x      y"
```

```
Escribir x, "      ", y
```

```
// Llamada al método de Heun
```

```
// Paso 1: calcular pendiente inicial
```

```
k1 <- x + y
```

```
// Paso 2: estimación del valor de y usando Euler (predictor)
```

```
yPredic <- y + k1 * h
```

```
// Paso 3: calcular la pendiente en el punto estimado
```

```
k2 <- (x + h) + yPredic
```

Pseudocódigo

```
// Paso 4: calcular la pendiente promedio  
pendientePromedio <- (k1 + k2) / 2
```

```
// Paso 5: calcular nuevo valor de y  
yNuevo <- y + pendientePromedio * h
```

```
// Paso 6: avanzar el valor de x  
x <- x + h  
y <- yNuevo
```

```
// Guardar en arreglo resultado (opcional para representar lógica Java)  
resultado[0] <- x  
resultado[1] <- y
```

```
// Mostrar resultado  
Escribir resultado[0], " ", resultado[1]  
Escribir "Aproximación final de y en x =", resultado[0], ": ", resultado[1]
```

FinProceso

Código en Java

MÉTODOS DE UN PASO

COLABORADORES:

Oscar Aaron Delgadillo Fernandez
Diego Alonso Coronel Vargas
Brandon García Ordaz
Alexis Martin Cortes De Lucio

Priscila Cortes Ramírez
Ingrid Ortega Ramos
Ángel González Ramírez
César Rojas Moreno
Ernesto Uriel Garcia Torres

GRACIAS

MÉTODOS DE UN PASO

Corea del Sur