

**PMR3404 – Controle I**  
**Projeto de Laboratório – 2020**

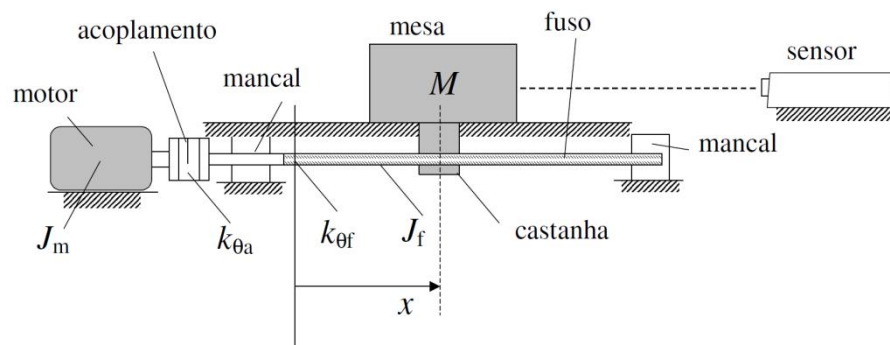
**MOTOR E FUSO**

**1. Descrição**

O consiste numa mesa conectada a um fuso de esferas cuja posição angular pode ser alterada por meio de um servo-motor. Um sensor mede a posição da mesa. Eventuais cargas na mesa são acopladas à mesa de forma rígida e sofrem esforços de corte durante uma operação de usinagem. O fuso e o acoplamento possuem elasticidade não desprezível. O objetivo do sistema de controle é levar a mesa para uma posição desejada e assim mantê-la, mesmo na presença de distúrbios e erros de modelagem.

**2. Modelo matemático**

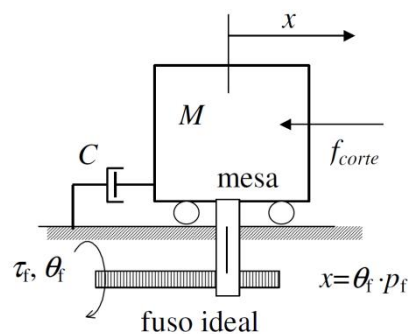
A Figura 1 ilustra o sistema. A mesa possui massa  $M$ , o fuso possui inércia  $J_f$  e rigidez  $k_{\theta f}$ , o acoplamento possui rigidez  $k_{\theta a}$  e o eixo do motor possui inércia  $J_m$



**Figura 1 - Esquema da mesa**

**2.1. Equações de movimento**

O equilíbrio de forças na mesa é derivado a partir da Figura 2:



**Figura 2 - Equilíbrio de forças na mesa**

$$M\ddot{x}(t) + C_l\dot{x}(t) = f_{mesa} - f_{corte}$$

O deslocamento da mesa é dado por  $x(t)$ , a força de distúrbio sobre a mesa é dada por  $f_{corte}$ . O acionamento do fuso proporciona a força  $f_{mesa}$ . O sistema possui um amortecimento de constante  $C_l$ .

A equação de equilíbrio do fuso é derivada da Figura 3:

$$J_f\ddot{\theta}_f + C_\theta(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_m) + k_{eq}(\theta_f - \theta_m) = -f_{mesa}p_f$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{\theta a}} + \frac{1}{k_{\theta f}}$$

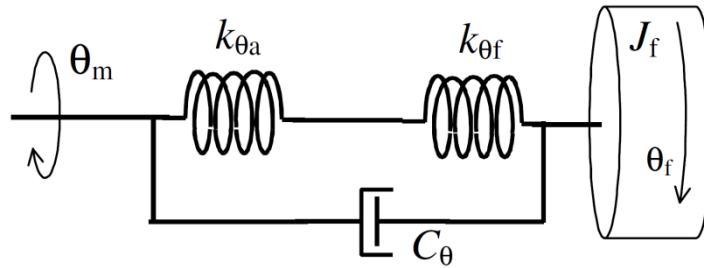
Os termos à direita da igualdade representam a reação da carga. O deslocamento angular do fuso é dado por  $\theta_f$ , relacionado com o deslocamento da mesa por uma constante  $p_f$  (passo do fuso):

$$x = \theta_f p_f$$

O fuso possui uma constante de amortecimento torcional  $C_\theta$  e uma rigidez torcional dependente do comprimento do fuso entre o acoplamento e a castanha conforme a relação

$$k_{\theta f} = k_{\theta f0} \left( 1,08 - \frac{x}{l_0} \right)$$

O deslocamento angular do eixo do servo-motor é dado por  $\theta_m$ .



**Figura 3 – Equilíbrio de Forças no fuso**

## 2.2. Dinâmica do Atuador

A corrente no motor em função da tensão de alimentação é dada por

$$v_m(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + k_{cem}\dot{\theta}_m$$

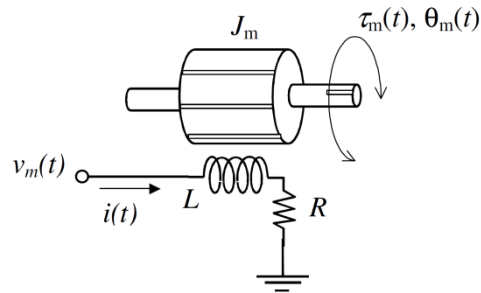
Na qual  $v_m(t)$  é a tensão aplicada nos terminais do motor,  $i(t)$  é a corrente no motor,  $L$  é a indutância no enrolamento,  $R$  é a resistência do enrolamento e  $k_{cem}$  é a constante de tensão contra-eletromotriz.

O torque elétrico do motor em função da corrente é dado por

$$\tau_m = k_m i(t)$$

A equação de equilíbrio de forças no rotor do motor é dada então por

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - C_\theta (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_f) - k_{eq} (\theta_m - \theta_f)$$



**Figura 4 - Circuito do atuador**

### 2.3. Resposta do sensor

A posição da mesa é medida por um sensor que fornece uma tensão  $v_s(t)$  proporcional ao deslocamento da mesa:

$$v_s(t) = k_s x(t)$$

### 2.4. Parâmetros

Parâmetro	Valor
Massa da mesa $M$	$40 \text{ kg}$
Coef. de amortecimento linear $C_l$	$50 \text{ N.s/m}$
Passo do fuso $p_f$	$0,03 \text{ m/rad}$
Comprimento do fuso $l_0$	$1,5 \text{ m}$
Momento de inércia do fuso $J_f$	$9,04 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$
Constante de mola nominal do fuso $k_{\theta f 0}$	$1,2 \times 10^4 \text{ N.m/rad}$
Constante de mola do acoplamento $k_{\theta a}$	$42 \text{ N.m/rad}$
Coef. de amortecimento angular $C_\theta$	$0,3 \text{ N.m.s/rad}$
Momento de inércia do motor $J_m$	$2,3 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$
Constante eletromagnética $k_m$	$2 \text{ N.m/A}$
Constante contra-eletromotriz $k_{cem}$	$0,5 \text{ V.s/rad}$
Ganho do sensor $k_s$	$10 \text{ V/m}$
Resistência ôhmica de armadura $R$	$9 \Omega$
Indutância do motor $L$	$0,006 \text{ H}$
Máxima corrente no motor	$0,25 \text{ A}$

## 3. Requisitos de desempenho

O sistema de controle deve levar a mesa para a posição desejada e mantê-la em equilíbrio com as seguintes características em malha fechada:

- Erro de regime nulo para entrada degrau;

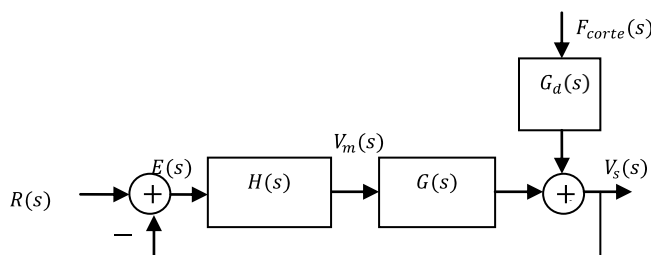
- Máximo sobressinal  $M_p < 5\%$
- Tempo de assentamento de 2%  $t_s < 0.5\text{seg}$ ;
- Margem de ganho maior do que 10 dB;
- Margem de fase maior do que  $45^\circ$ ;
- Rejeição completa de qualquer perturbação constante (Entrada degrau para  $f_{corte}$ ).
- Esforço de controle compatível com o valor máximo de corrente permitido no motor.

#### 4. Roteiro

- **O relatório pode ser feito individualmente ou em dupla,**
- O relatório do projeto deve ser feito utilizando o jupyter notebook, para o desenvolvimento teórico e scripts em Python utilizando o pacote Control Systems,
- Você deve submeter um único arquivo compactado com o arquivo \*.ipynb e os arquivos das figuras quando necessário.
- **Desenvolver uma única solução de projeto de controlador. Pode ser utilizado controladores tipo PID ou no domínio da frequência (avanço, atraso, avanço-atraso).**
- Para obter as funções de transferência você deve inicialmente desenvolver um modelo de espaço de estados considerando as duas entradas do sistema: tensão de alimentação do motor  $v_m(t)$  e a entrada de distúrbio  $f_{corte}$ .
- Para a rigidez torcional  $k_{\theta f} = k_{\theta f0} \left(1,08 - \frac{x}{l_0}\right)$  que varia com a posição da mesa adotar um valor fixo utilizando o valor  $x = 0.75m$ .
- A partir do modelo de espaço de estados é possível determinar as duas funções de transferência:

$$V_s(s) = G(s)V_m(s) + G_d(s)F_{corte}(s)$$

O sistema de controle em malha fechada resultante está ilustrado abaixo:



- O comando ss2tf() eventualmente pode gerar coeficientes dos polinômios significativamente pequenos. Esse coeficientes devem ser desprezados.
- Ao simular a resposta a degrau através do comando step() o aluno deve estar atento à especificação do vetor de tempo t que deve ser especificado com intervalo adequado. Especialmente em malha fechada o sistema pode ter uma constante de tempo muito rápida.
- Ao final do relatório deve ser inserido uma seção de **Análise de Resultados** e uma seção de **Conclusões**.