

# Introducción al Álgebra

## Geometría analítica

### Vectores

1. Dados los vectores  $\vec{v} = (3, 4)$  y  $\vec{w} = (1, -2)$ , calcular  $\vec{v} + \vec{w}$  y  $\vec{v} - \vec{w}$ 
  - $\vec{v} + \vec{w} =$
  - $\vec{v} - \vec{w} =$
2. Dados los vectores  $\vec{v} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{w} = (-2, 1, 0)$ , calcular  $\vec{v} \cdot \vec{w}$  y  $\vec{v} \times \vec{w}$ 
  - $\vec{v} \cdot \vec{w}$
  - $\vec{v} \times \vec{w}$
3. Dados los vectores  $\vec{a} = (3, -1, 2)$  y  $\vec{b} = (4, 5, -3)$ , calcular  $\vec{a} + \vec{b}$  y  $\vec{a} - \vec{b}$ 
  - $\vec{a} + \vec{b}$
  - $\vec{a} - \vec{b}$
4. Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{v} = (-2, 1, 0)$ , calcular la proyección de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v}$ 
  - $\vec{u} + \vec{v}$
  - $\vec{u} - \vec{v}$
5. Dados los vectores  $\vec{v} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{w} = (4, -1, 2)$ , calcular  $\vec{v} \cdot \vec{w}$  y  $\vec{v} \times \vec{w}$ 
  - $\vec{v} \cdot \vec{w}$
  - $\vec{v} \times \vec{w}$
6. Dados los vectores  $\vec{a} = (3, -1, 2)$  y  $\vec{b} = (4, 5, -3)$ , calcular la proyección de  $\vec{a}$  sobre  $\vec{b}$ 
  - $\vec{a} + \vec{b}$
  - $\vec{u} - \vec{b}$
7. Un arquitecto está diseñando una casa y necesita calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano. Si el punto  $A$  tiene coordenadas  $(3, 4)$  y el punto  $B$  tiene coordenadas  $(-1, 7)$ , ¿cuál es la distancia entre  $A$  y  $B$ ?
8. Un equipo de fútbol quiere hacer un pase en diagonal desde la posición  $(2, 4)$  hasta la posición  $(7, 8)$ , Si cada unidad en el plano cartesiano representa un metro en el campo, ¿cuántos metros tiene que recorrer la pelota para llegar a su destino?
9. Una grúa se encuentra en la posición  $(2, 4, 6)$  y necesita mover una caja que se encuentra en la posición  $(5, -1, 8)$  Si la grúa tiene un alcance máximo de 10 metros, ¿puede la grúa alcanzar la caja?
10. Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{v} = (-2, 1, 0)$ , verificar que  $\vec{u} \times \vec{v}$  es perpendicular a  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$
11. Dados los vectores  $\vec{v} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{w} = (4, -1, 2)$ , verificar que  $\vec{v} \times \vec{w}$  es perpendicular a  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$

### Rectas

1. Calcular el ángulo entre las rectas si es posible, en otro caso encuentre una justificación adecuada.

$$r := \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -4 + t \end{cases} \quad s := \begin{cases} x = 5 - 3s \\ y = 2 - 2s \\ z = 1 + 4s \end{cases}$$

2. Dos aviones se acercan en el espacio y deben evitar una colisión. Un avión vuela en la dirección de la recta  $r$ , y el otro vuela en la dirección de la recta  $s$ . Determine si las rectas son paralelas, se cortan o son alabeadas, y si se cortan, encuentre el punto de intersección. Calcule el ángulo entre las rectas para determinar si hay un riesgo de colisión.

$$r := \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases} \quad s := \begin{cases} x = 5 - s \\ y = 1 - s \\ z = 2 + 3s \end{cases}$$

3. En un sistema de transporte de mercancías, hay dos cintas transportadoras que mueven las cajas a lo largo de sus trayectorias rectas. La primera cinta sigue la recta  $r$ , mientras que la segunda cinta transportadora la recta  $s$ . Determine si las rectas son paralelas, se cortan o son alabeadas, y si se cortan, encuentre el punto de intersección. Calcule el ángulo entre las rectas para determinar si las cajas chocarán entre sí.

$$r := \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5 + t \end{cases} \quad s := \begin{cases} x = 1 + 3s \\ y = 4 - 2s \\ z = 3 + s \end{cases}$$

## Planos

- Encuentre la ecuación vectorial, paramétrica y general del plano que pasa por los puntos  $P = (1, 2, 3)$ ,  $Q = (4, 5, 6)$  y  $R = (7, 4, 2)$  y complete según corresponda.
- Determine si los planos  $x + y + z = 1$  y  $2x + 2y + 2z = 3$  son paralelos o se cortan.
- Encuentre la ecuación general del plano que es paralelo al plano  $2x - y + z = 7$  y que pasa por el punto  $P = (1, 2, 4)$  y complete según corresponda.
- Determine si los planos  $3x - 4y + 5z = 10$  y  $6x - 4y + 10z = 20$  son paralelos o se cortan.
- Encuentre la ecuación general del plano que es perpendicular al vector  $\vec{v} = (2, 3, 1)$  y que pasa por el punto  $P = (1, 4, 5)$ .
- Encuentre la ecuación vectorial del plano que es perpendicular a los planos  $2x - y + 3z = 7$  y  $4x - 2y + 6z = 14$ .
- Determine si los planos  $x - 2y + z = 5$  y  $2x - 4y + 2z = 10$  son paralelos o se cortan.
- Un arquitecto está diseñando una casa y necesita encontrar un plano que pase por tres puntos específicos en el espacio. Los puntos representan las ubicaciones de las esquinas de un cuarto que miden 4 metros de largo, 3 metros de ancho y 2,5 metros de alto en la parte más baja y 3,5 metros en la parte más alta. Los puntos son  $(0, 0, 2.5)$ ,  $(4, 0, 2.5)$  y  $(0, 3, 3.5)$ . Encuentra la ecuación general del plano que pasa por estos tres puntos.