Universidad de los Andes-Dpto. de Física
Mecánica Cuántica I-2014/II

Tarea 6

1. Cohen-Tannoudji et al., Complemento JIV, ejercicio 1.
2. Cohen-Tannoudji et al., Complemento JIV, ejercicio 2.
3. Cohen-Tannoudji et al., Complemento JIV, ejercicio 3.
4. Considere un haz de átomos de spin 1/2 que se hace pasar a través de una serie de aparatos de Stern-Gerlach dispuestos de la siguiente forma:
   (a) Del primer aparato, que mide $\hat{S}_z$, sólo se dejan pasar átomos con $s_z = +\hbar/2$ y se bloquean aquellos átomos con $s_z = -\hbar/2$.
   (b) El segundo aparato recibe los átomos que provienen de (a) y mide $\hat{S}_u$ con vector unitario $\hat{u} = (\theta, \phi)$. Este aparato sólo dejará continuar aquellos átomos con $s_u = +\hbar/2$ mientras que bloqueará aquellos átomos con $s_u = -\hbar/2$.
   (c) El tercer aparato mide nuevamente $\hat{S}_z$.

   (i) Calcule la probabilidad de detectar el spin en un estado final $s_z = -\hbar/2$ al salir de (c), sabiendo que ha pasado con certeza el primer aparato (a).

   (ii) Cómo debe orientarse el segundo aparato (b) para maximizar la probabilidad encontrada en (i)?. Interprete físicamente su resultado.

   Considere de ahora en adelante que un spin evoluciona de acuerdo al Hamiltoniano

   $$\hat{H} = -\frac{1}{2}[\omega_x\hat{\sigma}_x + \omega_y\hat{\sigma}_y + \omega_z\hat{\sigma}_z] \tag{1}$$

   donde $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ son las matrices de Pauli, mientras que $\omega_{x,y,z}$ son escalares reales con dimensiones de energía.

   (iii) Demostrar que $\hat{H}^2$ es una constante multiplicada por el operador identidad $\hat{1}$. Encontrar el valor de esa constante.

   (iv) Demostrar que el operador evolución se puede expresar como

   $$\hat{U}(t,0) = \hat{1}\cos[\alpha(t)] + \hat{G}\mathrm{sen}[\alpha(t)] \tag{2}$$

   donde $\hat{1}$ es el operador identidad. Determinar la función $\alpha(t)$ y el operador $\hat{G}$.

   (v) Considere que el spin se encuentra al instante $t = 0$ en el estado $|+\rangle$ (estado propio de $\hat{\sigma}_z$ con valor propio +1). Calcular la probabilidad de encontrarlo en el mismo estado $|+\rangle$ al instante $t > 0$.