UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

RELATÓRIO DE ALGORITMO IMPLEMENTADO
CÁLCULO DE SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES DE UMA VARIÁVEL
MÉTODO DA BISSECÇÃO

Aluno: Diego Fernando Luque Martin

Matrícula: 191606

Campinas

2017

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo demonstrar por meio de um algoritmo implementado em linguagem de programação C, o cálculo de soluções de equações com uma variável utilizando o método da bissecção com a apresentação numérica dos resultados de raízes de uma função.

2. MÉTODO DE CÁLCULO

Método da Bissecção é o nome dado para a técnica que consiste em subdividir intervalos $[a, b]$ em porções menores e localizando os seus respectivos valores intermediários, visando por meio de sucessivas iterações a localização da raiz de uma função, caso a mesma exista no intervalo $[a, b]$ dado. O método requer repetidas divisões na metade dos subintervalos de $[a, b]$, para localizar os valores de p.

Inicialmente deve-se definir $a_1 = a$ e $b_1 = b$ e considerar p_1 o ponto médio de $[a, b]$:

$$p_1 = a_1 + \frac{a_1 + b_1}{2}$$

2.1. Algoritmo

O livro Analise Numérica (Burden, 2015), fornece o seguinte algoritmo:

ENTRADA: extremidades a, b; tolerância TOL; número máximo de iterações N_0.
SAÍDA: solução aproximada p ou mensagem de erro

Passo 1: Faça i = 1;
FA = F(a).
Passo 2: Enquanto $i \leq N_0$, execute os Passos 3 a 6.
Passo 3: Faça p = a + (b – a) / 2; (Calcule p_i.)
FP = f(p).
Passo 4: Se FP = 0 ou (b – a) / 2 < TOL, então
SAÍDA (p); (Procedimento concluído com sucesso.)
PARE.
Passo 5: Faça i = i + 1.
Passo 6: Se FA · FP > 0, então faça a = p; (Calcule a_i, b_i.)
FA = FP
Senão faça b = p. (FA não muda)
Passo 7: SAÍDA (‘O método falhou após N_0 iterações, N_0= ‘, N_0);
(O procedimento não foi bem-sucedido.)
PARE.

Com base no exemplo dado acima, o algoritmo deverá exigir informações do usuário:

- Início do intervalo a;
- Fim do intervalo b;
- Tolerância ou Erro desejado;
- Número máximo de iterações.

Para fins de facilitação para o usuário, decidiu-se que o valor de tolerância e o número máximo de iterações serão parâmetros internos do algoritmo cabendo ao usuário apenas informar o início e o fim do intervalo.

Após realizadas as iterações de cálculo, o algoritmo deverá apresentar ao final de sua execução uma das seguintes alternativas:

- Resultado da raiz no intervalo dado;
- Erro devido ao intervalo informado incorretamente ou o número máximo de iterações atingido.

Para execução do programa em linguagem de programação, os seguintes parâmetros foram adotados:

- Linguagem de Programação: C;
- Compilador: Code::Blocks 16.01

2.2. Teste

Para teste do código fonte escrito em linguagem de programação C, foi usado exemplo de cálculo:

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 10; \quad \text{Intervalo} = [1\,,2]; \quad \text{tol.} = 10^{-16}$$

Resultados:

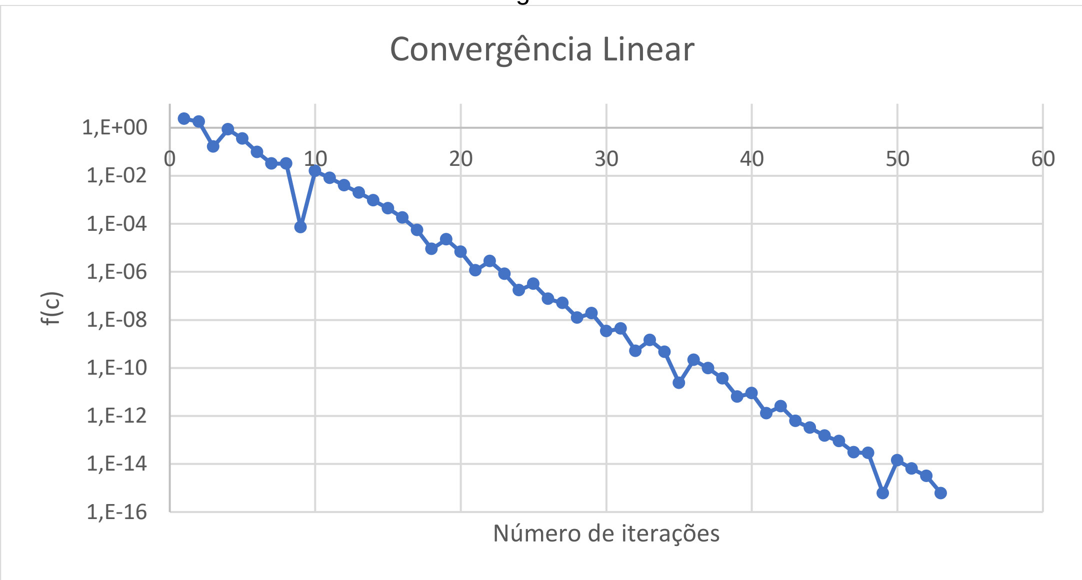
```
Digite um número para o início do intervalo: 1
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,0000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,5000000000000000   f(c): 2,3750000000000000
i: 2     a: 1,0000000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,2500000000000000   f(c): -1,7968750000000000
i: 3     a: 1,2500000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,3750000000000000   f(c): 0,1621093750000000
i: 4     a: 1,2500000000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3125000000000000   f(c): -0,8483886718750000
i: 5     a: 1,3125000000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3437500000000000   f(c): -0,3509826660156250
i: 6     a: 1,3437500000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3593750000000000   f(c): -0,0964088439941406
i: 7     a: 1,3593750000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3671875000000000   f(c): 0,0323557853698730
i: 8     a: 1,3593750000000000   b: 1,3671875000000000   c: 1,3632812500000000   f(c): -0,0321499705314636
i: 9     a: 1,3632812500000000   b: 1,3671875000000000   c: 1,3652343750000000   f(c): 0,0000720247626305
i: 10    a: 1,3632812500000000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3642578125000000   f(c): -0,0160466907545924
i: 11    a: 1,3642578125000000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3647460937500000   f(c): -0,0079892628127709
i: 12    a: 1,3647460937500000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3649902343750000   f(c): -0,0039591015229234
i: 13    a: 1,3649902343750000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3651123046875000   f(c): -0,0019436590100668
i: 14    a: 1,3651123046875000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3651733398437500   f(c): -0,0009358472818803
i: 15    a: 1,3651733398437500   b: 1,3652343750000000   c: 1,3652038574218750   f(c): -0,0004319187992508
i: 16    a: 1,3652038574218750   b: 1,3652343750000000   c: 1,3652191162109375   f(c): -0,0001799489032273
i: 17    a: 1,3652191162109375   b: 1,3652343750000000   c: 1,3652267456054687   f(c): -0,0000539625415290
i: 18    a: 1,3652267456054687   b: 1,3652343750000000   c: 1,3652305603027344   f(c): 0,0000090309927430
i: 19    a: 1,3652267456054687   b: 1,3652305603027344   c: 1,3652286529541016   f(c): -0,0000224658038448
i: 20    a: 1,3652286529541016   b: 1,3652305603027344   c: 1,3652296066284180   f(c): -0,0000067174129139
i: 21    a: 1,3652296066284180   b: 1,3652305603027344   c: 1,3652300834655762   f(c): 0,0000011567880738
i: 22    a: 1,3652296066284180   b: 1,3652300834655762   c: 1,3652298450469971   f(c): -0,0000027803128804
i: 23    a: 1,3652298450469971   b: 1,3652300834655762   c: 1,3652299642562866   f(c): -0,0000008117625185
i: 24    a: 1,3652299642562866   b: 1,3652300834655762   c: 1,3652300238609314   f(c): 0,0000001725127490
i: 25    a: 1,3652299642562866   b: 1,3652300238609314   c: 1,3652299940586090   f(c): -0,0000003196248919
i: 26    a: 1,3652299940586090   b: 1,3652300238609314   c: 1,3652300089597702   f(c): -0,0000000735560732
i: 27    a: 1,3652300089597702   b: 1,3652300238609314   c: 1,3652300164103508   f(c): 0,0000000494783372
i: 28    a: 1,3652300089597702   b: 1,3652300164103508   c: 1,3652300126850605   f(c): -0,0000000120388681
i: 29    a: 1,3652300126850605   b: 1,3652300164103508   c: 1,3652300145477057   f(c): 0,0000000187197346
i: 30    a: 1,3652300126850605   b: 1,3652300145477057   c: 1,3652300136163831   f(c): 0,0000000033404332
i: 31    a: 1,3652300126850605   b: 1,3652300136163831   c: 1,3652300131507218   f(c): -0,0000000043492176
i: 32    a: 1,3652300131507218   b: 1,3652300136163831   c: 1,3652300133835524   f(c): -0,0000000005043920
i: 33    a: 1,3652300133835524   b: 1,3652300136163831   c: 1,3652300134999678   f(c): 0,0000000014180204
i: 34    a: 1,3652300133835524   b: 1,3652300134999678   c: 1,3652300134417601   f(c): 0,0000000004568144
i: 35    a: 1,3652300133835524   b: 1,3652300134417601   c: 1,3652300134126563   f(c): -0,0000000000237890
i: 36    a: 1,3652300134126563   b: 1,3652300134417601   c: 1,3652300134272082   f(c): 0,0000000002165125
i: 37    a: 1,3652300134126563   b: 1,3652300134272082   c: 1,3652300134199322   f(c): 0,0000000000963618
i: 38    a: 1,3652300134126563   b: 1,3652300134199322   c: 1,3652300134162942   f(c): 0,0000000000362864
i: 39    a: 1,3652300134126563   b: 1,3652300134162942   c: 1,3652300134144753   f(c): 0,0000000000062487
i: 40    a: 1,3652300134126563   b: 1,3652300134144753   c: 1,3652300134135658   f(c): -0,0000000000087699
i: 41    a: 1,3652300134135658   b: 1,3652300134144753   c: 1,3652300134140205   f(c): -0,0000000000012608
i: 42    a: 1,3652300134140205   b: 1,3652300134144753   c: 1,3652300134142479   f(c): 0,0000000000024939
i: 43    a: 1,3652300134140205   b: 1,3652300134142479   c: 1,3652300134141342   f(c): 0,0000000000006168
i: 44    a: 1,3652300134140205   b: 1,3652300134141342   c: 1,3652300134140773   f(c): -0,0000000000003220
i: 45    a: 1,3652300134140773   b: 1,3652300134141342   c: 1,3652300134141058   f(c): 0,0000000000001474
i: 46    a: 1,3652300134140773   b: 1,3652300134141058   c: 1,3652300134140916   f(c): -0,0000000000000873
i: 47    a: 1,3652300134140916   b: 1,3652300134141058   c: 1,3652300134140987   f(c): 0,0000000000000302
i: 48    a: 1,3652300134140916   b: 1,3652300134140987   c: 1,3652300134140951   f(c): -0,0000000000000285
i: 49    a: 1,3652300134140951   b: 1,3652300134140987   c: 1,3652300134140969   f(c): 0,0000000000000006
i: 50    a: 1,3652300134140951   b: 1,3652300134140969   c: 1,3652300134140960   f(c): -0,0000000000000140
i: 51    a: 1,3652300134140960   b: 1,3652300134140969   c: 1,3652300134140964   f(c): -0,0000000000000064
i: 52    a: 1,3652300134140964   b: 1,3652300134140969   c: 1,3652300134140967   f(c): -0,0000000000000031
i: 53    a: 1,3652300134140967   b: 1,3652300134140969   c: 1,3652300134140969   f(c): 0,0000000000000006

Raiz no intervalo [1,000000,2,000000]: 1,3652300134140969
```

A título de comparação com outros métodos para cálculo de soluções de equações de uma variável, foi possível traçar um gráfico tendo o número de iterações no eixo horizontal e o valor de f(c) , no eixo vertical em escala logarítmica de base 10.

Desta maneira pode se observar a característica Linear da Convergência do resultado do método de cálculo como demostrado na figura 1:

Figura 1



A convergência também pode ser comprovada pela fórmula 1:

Fórmula 1

$$|p_n - p| \leq \frac{|b-a|}{2^n} \quad \therefore \quad n = \frac{\log|b-a| - \log|p_n - p|}{\log 2}$$

$$n = \frac{\log|2-1| - \log|10^{-16}|}{\log 2}$$

$$n \cong 53$$

Considerações sobre o valor de tolerância:

Após alguns testes realizados, convencionou-se que o valor de tolerância definido como um parâmetro interno do algoritmo não deve ultrapassar 10^{-16}, pois quando este valor é ultrapassado para baixo, os cálculos exigidos da máquina ou computador apresentam erro e valores não representativos.

Considerações sobre o valor do número máximo de iterações:

Devido ao valor mínimo de tolerância definido acima, nos exemplos estudados ente relatório, o número máximo de iterações não ultrapassou $i = 55$. Por termos um estudo com poucos exemplos devemos definir também uma margem de segurança para que este valor de iterações não seja impeditivo para outros casos. Com base nessas informações convencionou-se o número máximo de iterações em 100.

2.3. Validação

Para validação do algoritmo escrito foi utilizado o exemplo de cálculo demonstrado no livro Análise Numérica (Burden, 2015), página 54, onde o autor demostra a resolução de uma função (raiz) em determinado intervalo e tolerância como dado abaixo:

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 10; \quad \text{Intervalo} = [1\,,2]; \quad \text{tol.} = 10^{-4}$$

Os resultados obtidos pelo autor estão na tabela 1 abaixo:

Tabela 1 (Burden, 2011)

n	a_n	b_n	p_n	$f(p_n)$
1	1.0	2.0	1.5	2.375
2	1.0	1.5	1.25	−1.79687
3	1.25	1.5	1.375	0.16211
4	1.25	1.375	1.3125	−0.84839
5	1.3125	1.375	1.34375	−0.35098
6	1.34375	1.375	1.359375	−0.09641
7	1.359375	1.375	1.3671875	0.03236
8	1.359375	1.3671875	1.36328125	−0.03215
9	1.36328125	1.3671875	1.365234375	0.000072
10	1.36328125	1.365234375	1.364257813	−0.01605
11	1.364257813	1.365234375	1.364746094	−0.00799
12	1.364746094	1.365234375	1.364990235	−0.00396
13	1.364990235	1.365234375	1.365112305	−0.00194

Utilizando os mesmos critérios de intervalo e tolerância do exemplo acima e aplicando ao algoritmo, obteve se os seguintes resultados:

```
Digite um número para o início do intervalo: 1
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,0000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,5000000000000000   f(c): 2,3750000000000000
i: 2     a: 1,0000000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,2500000000000000   f(c): -1,7968750000000000
i: 3     a: 1,2500000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,3750000000000000   f(c): 0,1621093750000000
i: 4     a: 1,2500000000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3125000000000000   f(c): -0,8483886718750000
i: 5     a: 1,3125000000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3437500000000000   f(c): -0,3509826660156250
i: 6     a: 1,3437500000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3593750000000000   f(c): -0,0964088439941406
i: 7     a: 1,3593750000000000   b: 1,3750000000000000   c: 1,3671875000000000   f(c): 0,0323557853698730
i: 8     a: 1,3593750000000000   b: 1,3671875000000000   c: 1,3632812500000000   f(c): -0,0321499705314636
i: 9     a: 1,3632812500000000   b: 1,3671875000000000   c: 1,3652343750000000   f(c): 0,0000720247626305
i: 10    a: 1,3632812500000000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3642578125000000   f(c): -0,0160466907545924
i: 11    a: 1,3642578125000000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3647460937500000   f(c): -0,0079892628127709
i: 12    a: 1,3647460937500000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3649902343750000   f(c): -0,0039591015229234
i: 13    a: 1,3649902343750000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3651123046875000   f(c): -0,0019436590100668
i: 14    a: 1,3651123046875000   b: 1,3652343750000000   c: 1,3651733398437500   f(c): -0,0009358472818803

Raiz no intervalo [1,000000,2,000000]: 1,3651733398437500
```

Com base nos resultados da iteração 13, o algoritmo foi considerado válido pois os valores de a_n, b_n, p_n, $f(p_n)$, correspondentes respectivamente aos valores do resultado do algoritmo a, b, c, $f(c)$ tem igualdade em todas as casas decimais apresentadas pelo autor salvo arredondamentos.

3. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício 2.1 – 1 (Burden, 2015)

$$f(x) = \sqrt{x} - \cos(x)\,; \quad \text{Intervalo} = [0\,,1]; \quad P_n = 3$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 0
Digite um número para o fim do intervalo: 1
i: 1     a: 0,0000000000000000   b: 1,0000000000000000   c: 0,5000000000000000   f(c): -0,1704757807038252
i: 2     a: 0,5000000000000000   b: 1,0000000000000000   c: 0,7500000000000000   f(c): 0,1343365349106177
i: 3     a: 0,5000000000000000   b: 0,7500000000000000   c: 0,6250000000000000   f(c): -0,0203937044631231

Erro! O número máximo de iterações foi atingido.

Erro! Não encontrada raiz da função no intervalo [0,000000,1,000000]
```

Exercício 2.1 – 6a (Burden, 2015)

$$f(x) = 3x - e^{x}; \quad \text{Intervalo} = [1\,,2]; \quad \text{tol.} = 10^{-5}$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 1
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,0000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,5000000000000000   f(c): 0,0183109296619352
i: 2     a: 1,5000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,7500000000000000   f(c): -0,5046026760057304
i: 3     a: 1,5000000000000000   b: 1,7500000000000000   c: 1,6250000000000000   f(c): -0,2034190371800811
i: 4     a: 1,5000000000000000   b: 1,6250000000000000   c: 1,5625000000000000   f(c): -0,0832331819676028
i: 5     a: 1,5000000000000000   b: 1,5625000000000000   c: 1,5312500000000000   f(c): -0,0302031527820806
i: 6     a: 1,5000000000000000   b: 1,5312500000000000   c: 1,5156250000000000   f(c): -0,0053904037938832
i: 7     a: 1,5000000000000000   b: 1,5156250000000000   c: 1,5078125000000000   f(c): 0,0065981066341983
i: 8     a: 1,5078125000000000   b: 1,5156250000000000   c: 1,5117187500000000   f(c): 0,0006384470894755
i: 9     a: 1,5117187500000000   b: 1,5156250000000000   c: 1,5136718750000000   f(c): -0,0023673125342148
i: 10    a: 1,5117187500000000   b: 1,5136718750000000   c: 1,5126953125000000   f(c): -0,0008622683830339
i: 11    a: 1,5117187500000000   b: 1,5126953125000000   c: 1,5122070312500000   f(c): -0,0001113698261146
i: 12    a: 1,5117187500000000   b: 1,5122070312500000   c: 1,5119628906250000   f(c): 0,0002636738038396
i: 13    a: 1,5119628906250000   b: 1,5122070312500000   c: 1,5120849609375000   f(c): 0,0000761857860275
i: 14    a: 1,5120849609375000   b: 1,5122070312500000   c: 1,5121459960937500   f(c): -0,0000175835702366
i: 15    a: 1,5120849609375000   b: 1,5121459960937500   c: 1,5121154785156250   f(c): 0,0000293032202828
i: 16    a: 1,5121154785156250   b: 1,5121459960937500   c: 1,5121307373046875   f(c): 0,0000058603531280
i: 17    a: 1,5121307373046875   b: 1,5121459960937500   c: 1,5121383666992187   f(c): -0,0000058614765271

Raiz no intervalo [1,000000,2,000000]: 1,5121383666992187
```

Exercício 2.1 – 6c (Burden, 2015)

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - \ln(x); \quad \text{Intervalo} = [1\,,2]; \quad \text{tol.} = 10^{-5}$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 1
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,0000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,5000000000000000   f(c): -0,1554651081081644
i: 2     a: 1,0000000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,2500000000000000   f(c): 0,3393564486857902
i: 3     a: 1,2500000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,3750000000000000   f(c): 0,0721712688814654
i: 4     a: 1,3750000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,4375000000000000   f(c): -0,0464992436893685
i: 5     a: 1,3750000000000000   b: 1,4375000000000000   c: 1,4062500000000000   f(c): 0,0116124755294068
i: 6     a: 1,4062500000000000   b: 1,4375000000000000   c: 1,4218750000000000   f(c): -0,0177479075321782
i: 7     a: 1,4062500000000000   b: 1,4218750000000000   c: 1,4140625000000000   f(c): -0,0031440134399586
i: 8     a: 1,4062500000000000   b: 1,4140625000000000   c: 1,4101562500000000   f(c): 0,0042151355607440
i: 9     a: 1,4101562500000000   b: 1,4140625000000000   c: 1,4121093750000000   f(c): 0,0005307898436337
i: 10    a: 1,4121093750000000   b: 1,4140625000000000   c: 1,4130859375000000   f(c): -0,0013078042717768
i: 11    a: 1,4121093750000000   b: 1,4130859375000000   c: 1,4125976562500000   f(c): -0,0003888053737435
i: 12    a: 1,4121093750000000   b: 1,4125976562500000   c: 1,4123535156250000   f(c): 0,0000709176898639
i: 13    a: 1,4123535156250000   b: 1,4125976562500000   c: 1,4124755859375000   f(c): -0,0001589624775645
i: 14    a: 1,4123535156250000   b: 1,4124755859375000   c: 1,4124145507812500   f(c): -0,0000440270528372
i: 15    a: 1,4123535156250000   b: 1,4124145507812500   c: 1,4123840332031250   f(c): 0,0000134441537565
i: 16    a: 1,4123840332031250   b: 1,4124145507812500   c: 1,4123992919921875   f(c): -0,0000152917407282
i: 17    a: 1,4123840332031250   b: 1,4123992919921875   c: 1,4123916625976563   f(c): -0,0000009238662830

Raiz no intervalo [1,000000,2,000000]: 1,4123916625976563
```

Exercício 2.1 – 7b (Burden, 2015)

$$f(x) = \big(2\text{sen}(x)\big) - (x); \quad \text{Intervalo} = [1{,}5\ , 2]; \quad \text{tol.} = 10^{-5}$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 1,5
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,5000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,7500000000000000   f(c): 0,2179718937478739
i: 2     a: 1,7500000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,8750000000000000   f(c): 0,0331715632193876
i: 3     a: 1,8750000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,9375000000000000   f(c): -0,0704714382752476
i: 4     a: 1,8750000000000000   b: 1,9375000000000000   c: 1,9062500000000000   f(c): -0,0177278826284910
i: 5     a: 1,8750000000000000   b: 1,9062500000000000   c: 1,8906250000000000   f(c): 0,0079535956627941
i: 6     a: 1,8906250000000000   b: 1,9062500000000000   c: 1,8984375000000000   f(c): -0,0048293554422849
i: 7     a: 1,8906250000000000   b: 1,8984375000000000   c: 1,8945312500000000   f(c): 0,0015765862466164
i: 8     a: 1,8945312500000000   b: 1,8984375000000000   c: 1,8964843750000000   f(c): -0,0016227704372922
i: 9     a: 1,8945312500000000   b: 1,8964843750000000   c: 1,8955078125000000   f(c): -0,0000221882574312
i: 10    a: 1,8945312500000000   b: 1,8955078125000000   c: 1,8950195312500000   f(c): 0,0007774249911965
i: 11    a: 1,8950195312500000   b: 1,8955078125000000   c: 1,8952636718750000   f(c): 0,0003776748613968
i: 12    a: 1,8952636718750000   b: 1,8955078125000000   c: 1,8953857421875000   f(c): 0,0001777574250315
i: 13    a: 1,8953857421875000   b: 1,8955078125000000   c: 1,8954467773437500   f(c): 0,0000777881144898
i: 14    a: 1,8954467773437500   b: 1,8955078125000000   c: 1,8954772949218750   f(c): 0,0000278008111925
i: 15    a: 1,8954772949218750   b: 1,8955078125000000   c: 1,8954925537109375   f(c): 0,0000028064975452
i: 16    a: 1,8954925537109375   b: 1,8955078125000000   c: 1,8955001831054687   f(c): -0,0000096908247769

Raiz no intervalo [1,500000,2,000000]: 1,8955001831054687
```

Exercício 2.1 – 9b (Burden, 2015)

$$f(x) = \big(\cos(e^{x} - 2)\big) - (e^{x} - 2); \quad \text{Intervalo} = [1\ , 2]; \quad \text{tol.} = 10^{-5}$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 1
Digite um número para o fim do intervalo: 2
i: 1     a: 1,0000000000000000   b: 2,0000000000000000   c: 1,5000000000000000   f(c): -3,2717404128965577
i: 2     a: 1,0000000000000000   b: 1,5000000000000000   c: 1,2500000000000000   f(c): -1,4099763523963584
i: 3     a: 1,0000000000000000   b: 1,2500000000000000   c: 1,1250000000000000   f(c): -0,6090797474207081
i: 4     a: 1,0000000000000000   b: 1,1250000000000000   c: 1,0625000000000000   f(c): -0,2669822875982075
i: 5     a: 1,0000000000000000   b: 1,0625000000000000   c: 1,0312500000000000   f(c): -0,1111477642746957
i: 6     a: 1,0000000000000000   b: 1,0312500000000000   c: 1,0156250000000000   f(c): -0,0370028746470070
i: 7     a: 1,0000000000000000   b: 1,0156250000000000   c: 1,0078125000000000   f(c): -0,0008644252016426
i: 8     a: 1,0000000000000000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0039062500000000   f(c): 0,0169727161461643
i: 9     a: 1,0039062500000000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0058593750000000   f(c): 0,0080734403038550
i: 10    a: 1,0058593750000000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0068359375000000   f(c): 0,0036093347510987
i: 11    a: 1,0068359375000000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0073242187500000   f(c): 0,0013736620072323
i: 12    a: 1,0073242187500000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0075683593750000   f(c): 0,0002549202647326
i: 13    a: 1,0075683593750000   b: 1,0078125000000000   c: 1,0076904296875000   f(c): -0,0003046769962599
i: 14    a: 1,0075683593750000   b: 1,0076904296875000   c: 1,0076293945312500   f(c): -0,0000248594985530
i: 15    a: 1,0075683593750000   b: 1,0076293945312500   c: 1,0075988769531250   f(c): 0,0001150350997876
i: 16    a: 1,0075988769531250   b: 1,0076293945312500   c: 1,0076141357421875   f(c): 0,0000450889798049
i: 17    a: 1,0076141357421875   b: 1,0076293945312500   c: 1,0076217651367187   f(c): 0,0000101150354244
i: 18    a: 1,0076217651367187   b: 1,0076293945312500   c: 1,0076255798339844   f(c): -0,0000073721578645

Raiz no intervalo [1,000000,2,000000]: 1,0076255798339844
```

Exercício 2.1 – 13 (Burden, 2015)

$$f(x) = x^{3} - 25; \quad \text{Intervalo} = [2\ , 3]; \quad \text{tol.} = 10^{-4}$$

```
Digite um número para o início do intervalo: 2
Digite um número para o fim do intervalo: 3
i: 1     a: 2,0000000000000000   b: 3,0000000000000000   c: 2,5000000000000000   f(c): -9,3750000000000000
i: 2     a: 2,5000000000000000   b: 3,0000000000000000   c: 2,7500000000000000   f(c): -4,2031250000000000
i: 3     a: 2,7500000000000000   b: 3,0000000000000000   c: 2,8750000000000000   f(c): -1,2363281250000000
i: 4     a: 2,8750000000000000   b: 3,0000000000000000   c: 2,9375000000000000   f(c): 0,3474121093750000
i: 5     a: 2,8750000000000000   b: 2,9375000000000000   c: 2,9062500000000000   f(c): -0,4529724121093750
i: 6     a: 2,9062500000000000   b: 2,9375000000000000   c: 2,9218750000000000   f(c): -0,0549201965332031
i: 7     a: 2,9218750000000000   b: 2,9375000000000000   c: 2,9296875000000000   f(c): 0,1457095146179199
i: 8     a: 2,9218750000000000   b: 2,9296875000000000   c: 2,9257812500000000   f(c): 0,0452607274055481
i: 9     a: 2,9218750000000000   b: 2,9257812500000000   c: 2,9238281250000000   f(c): -0,0048631951212883
i: 10    a: 2,9238281250000000   b: 2,9257812500000000   c: 2,9248046875000000   f(c): 0,0201903982087970
i: 11    a: 2,9238281250000000   b: 2,9248046875000000   c: 2,9243164062500000   f(c): 0,0076615099096671
i: 12    a: 2,9238281250000000   b: 2,9243164062500000   c: 2,9240722656250000   f(c): 0,0013986345293233
i: 13    a: 2,9238281250000000   b: 2,9240722656250000   c: 2,9239501953125000   f(c): -0,0017324110067420
i: 14    a: 2,9239501953125000   b: 2,9240722656250000   c: 2,9240112304687500   f(c): -0,0001669209170814
i: 15    a: 2,9240112304687500   b: 2,9240722656250000   c: 2,9240417480468750   f(c): 0,0006158486364427
i: 16    a: 2,9240112304687500   b: 2,9240417480468750   c: 2,9240264892578125   f(c): 0,0002244618172718
i: 17    a: 2,9240112304687500   b: 2,9240264892578125   c: 2,9240188598632812   f(c): 0,0000287699394943

Raiz no intervalo [2,000000,3,000000]: 2,9240188598632812
```

4. CONCLUSÃO

O método numérico da bissecção é simples se comparado com outros métodos de cálculo de raízes de funções. Requer conhecimento básico sobre operações matemáticas e pode ser utilizado com o uso de calculadora simples ou planilha de cálculo. Tem um bom controle sobre o erro desejado para a aproximação obtida. Entretanto, para ser aplicado requer o conhecimento prévio de um intervalo contendo um zero da função estudada, mesmo que os limites do intervalo se situem distantes da raiz desejada. Conhecendo este intervalo, o método convergiu para um zero da função todas as vezes em que foi aplicado nos exemplos deste relatório.

5. REFERÊNCIAS

Burden, R. L. (2011). *Numerical Analysis* (9th Edition ed.). Boston: Cengage Learning.

Burden, R. L. (2015). *Análise Numérica* (Tradução da 10ª edição norte-americana ed.). São Paulo: Cengage Learning.

ANEXO A. CÓDIGO FONTE

```
 /*********************************************
 * \brief   Programa realizado para a Aula de Métodos Númericos em Fenômenos de Transporte
 *          Análise Numérica - Burden, Richard - 10ª edição - Pág. 53
 *          Algoritmo 2.1 - Método da Biseccção
 *
 * \param   Inicio do intervalo a ser estudado
 * \param   Fim do intervalo a ser estudado
 * \return  Raiz da função dentro do intervalo
 *
 *********************************************/

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <locale.h>

double f(double x){
    /*validação ex. 1 no intervalo [1,2]*/      return (pow(x,3)+4*pow(x,2)-10);
    /*exercicio 2.1-1 no intervalo [0,1] */     /*return (sqrt(x) - cos(x));*/
    /*exercicio 2.1-6a no intervalo [1,2]*/     /*return (3*x-exp(x));*/
    /*exercicio 2.1-6c no intervalo [1,2]*/     /*return (pow(x,2)-4*x+4-log(x));*/
    /*exercicio 2.1-7 no intervalo [1,5,2]*/    /*return (2*sin(x)-x);*/
    /*exercicio 2.1-9 no intervalo [1,2]*/      /*return (cos(exp(x)-2)-(exp(x)-2));*/
    /*exercicio 2.1-13 no intervalo [,]*/       /*return (pow(x,3)-25);*/
}

double biseccao(double a, double b, double tol, int n_max){
    double c, c_anterior;
    int i = 1;

    do{

        c = a + (b - a) / 2;

        printf("i: %i \t a: %.16f \t b: %.16f \t c: %.16f \t f(c): %.16f \n", i, a, b, c, f(c));

        if(f(a) * f(c) > 0) {a = c;} else {b = c;}

        if ((fabs(c - c_anterior) <= tol) && (fabs(f(c)) <= tol)) {return c;} else {c_anterior = c;}

        i++;
    } while (i <= n_max);

    printf("\nErro! O número máximo de iterações foi atingido.\n\n");
    return c;
}

int main(void){

    setlocale(LC_ALL,"");

    double a, b, c, tol;
    int n_max;

    tol = 10e-16;   /*valor mínimo de tolerância = 10e-16*/
    n_max = 100;    /*valor máximo para iterações = 100*/

    do{
        printf("Digite um número para o início do intervalo: ");
        scanf("%lf", &a);
        printf("Digite um número para o fim do intervalo: " );
        scanf("%lf", &b);

        if (a >= b) {printf("\nErro! O valor do início do intervalo deve ser inferior ao valor do fim do
intervalo.\n\n");}
        else {break;}
    }while(1);

    c = biseccao(a, b, tol, n_max);
```

```
    if (fabs(f(c)) <= tol)
        {printf("\nRaiz no intervalo [%f,%f]: %.16f \n\n", a, b, c);}
    else
        {printf("\nErro! Não encontrada raiz da função no intervalo [%f,%f] \n\n", a, b);}

    return 0;
}
```