



Universidad de los Andes

Departamento de Matemáticas

Procesos estocásticos en tiempo discreto, Semestre 202110

1

Nombre, Apellidos, Código

Entrega: Martes, 23.02., antes de la clase

en formato .pdf al correo [ma.hoegele\(arroba\)uniandes.edu.co](mailto:ma.hoegele@uniandes.edu.co).

Información: se reciben entregas hasta Martes 23.02. a la media noche (00.00) en punto, pero con una penalización de un 10% sobre los puntos alcanzados. Entregas más tarde ya no se reciben.

1) Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una muestra i.i.d. con $\text{Exponential}(1)$.

1. Calcular para cada $n \in \mathbb{N}$ y $k = 1, \dots, n$ la distribución $X_{k:n}$.
2. Reescribir el ejemplo que muestra $X_{n:n} - \ln(n) \rightarrow \text{Gumbel}$ y intentar de derivar un resultado para $X_{k:n}$ para cualquier $k \in \mathbb{N}$ de ser posible.

2) Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una muestra i.i.d. con $\text{Pareto}(\alpha)$, $\alpha > 0$ en el sentido del ejemplo 2.

1. Calcular para cada $n \in \mathbb{N}$ y $k = 1, \dots, n$ la distribución $X_{k:n}$.
2. Reescribir el ejemplo que muestra $\frac{X_{n:n}}{n} \rightarrow \text{Frechet}$ y intentar de derivar un resultado para $X_{k:n}$ para cualquier $k \in \mathbb{N}$ de ser posible.

3) Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una muestra i.i.d. con la función de cola $\bar{F}(x) = (1 - x)^\alpha, x \in [0, 1]$ en el sentido del ejemplo 2.

1. Calcular para cada $n \in \mathbb{N}$ y $k = 1, \dots, n$ la distribución $X_{k:n}$.
2. Reescribir el ejemplo que muestra $n^{\frac{1}{\alpha}}(X_{n:n} - 1) \rightarrow \text{Weibull}(\alpha)$ en el sentido del ejemplo 3 y intentar de derivar un resultado para $X_{k:n}$ para cualquier $k \in \mathbb{N}$ de ser posible.

4) Ejercicio computacional en R.

Simular 100 muestras de 5 datos independientes en R con distribución $\text{UNIFORM}[0, 1]$.

1. Simular 100 muestras de 5 datos independientes con distribución $\text{UNIFORM}[0, 1]$.
2. Visualizar la función de distribución empírica para cada $(X_{i:5}^n)_{n=1, \dots, 100}$, $i = 1, \dots, 5$, y comparar la con la función de distribución obtenida teóricamente.
3. Visualizar un histograma adecuado de los datos $(X_{i:5}^n)_{n=1, \dots, 100}$ para cada $i = 1, \dots, 5$ y comparar con la densidad obtenida teóricamente.

La entrega incluye el programa completo y las visualizaciones en formato .pdf con todos los archivos.