Tarea 6

Gonzalez Solis Diego Moises

5 de noviembre de 2019

NOMBRE DEL ALUMNO:

Diego Moisés González Solís

CARRERA:

Ing. Mecatrónica

MATERIA:

Cinemática de Robots

GRADO Y GRUPO:

7°-B

CUATRIMESTRE:
Septiembre-Diciembre

NOMBRE DEL DOCENTE:

Carlos Enrique Moran Garabito

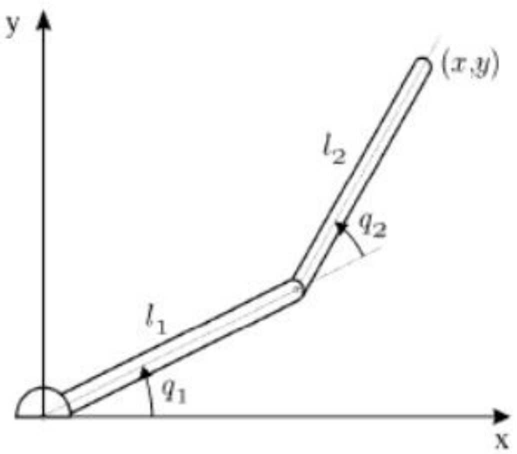
METODOS GEOMETRICOS, ALGEBRAICOS Y DESACOPLO CINEMATICO

METODO GEOMETRICO

*Es un método no sistemático que utiliza las relaciones geométricas para obtener la posición del extremo del robot.

* Normalmente se emplea para la obtención de la posición y no de la orientación

* Se usan en robots de pocos grados de libertad.



Para un brazo con dos GDL:

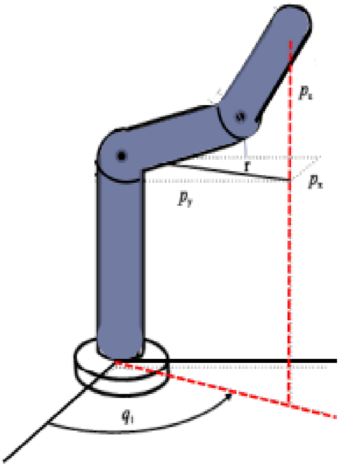
$$x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1+q_2)$$

$$y = l_1 \operatorname{sen} q_1 + l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2)$$

Se basan en descomponer la cadena cinemática en distintos planos geométricos y resolviendo por trigonometría cada plano. Se trata de encontrar el numero suficiente de relaciones geométricas para posicionar el extremo del robot. Se utiliza para las primeras articulaciones.

Ejemplo: **Robot esférico 3 GDL**

Datos: Px, Py, Pz donde se quiere situar el extremo del robot.



$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}$$

$$\sin q_3 = \pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}$$

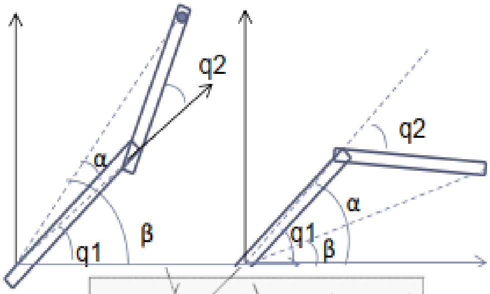
$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

a articulación q_2 tiene dos soluciones: (codo arriba y codo abajo):

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{p_z}{r}\right) = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2+p_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$



$$q_2 = \arctan\left(\frac{p_z}{\pm\sqrt{p_x^2+p_y^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

METODO ALGEBRAICO

CINEMÁTICA INVERSA: MATRICES HOMOGÉNEAS

Ejemplo: **Robot esférico 3 GDL**

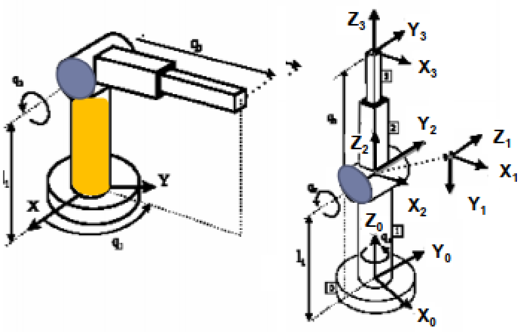


Tabla D-H

	θi	di	ai	αi
1	q1	L_1	0	-90°
2	q2	0	0	90°
3	0	q3	0	0°

MTH:

$$
{}^{0}_{1}A = \begin{bmatrix} Cq1 & 0 & Sq1 & 0 \\ Sq1 & 0 & -Cq1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad
{}^{1}_{2}A = \begin{bmatrix} Cq2 & 0 & -Sq2 & 0 \\ Sq2 & 0 & Cq2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad
{}^{2}_{3}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Ejemplo: **Robot esférico 3 GDL**

$$ {}^{0}_{3}T = {}^{0}_{1}A\,{}^{1}_{2}A\,{}^{2}_{3}A $$

px py pz DATOS (Posición del terminal)

$$ \left({}^{0}_{1}A\right)^{-1}\,{}^{0}_{n}T = {}^{1}_{2}A\,{}^{2}_{3}A \Rightarrow despejamos \quad q_1 $$

$$
\left({}^{0}_{1}A\right)^{-1}\,{}^{0}_{n}T = \begin{bmatrix} Cq1 & 0 & -Sq1 & 0 \\ Sq1 & 0 & Cq1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq2 & 0 & Sq2 & 0 \\ Sq2 & 0 & -Cq2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
\left({}^{0}_{1}A\right)^{-1}\,{}^{0}_{n}T = \begin{bmatrix} \boxed{Cq1 \quad Sq1 \quad 0 \quad 0} \\ 0 \quad 0 \quad -1 \quad L1 \\ \boxed{-Sq1 \quad Cq1 \quad 0 \quad 0} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cq2 & 0 & Sq2 & \boxed{Sq2\,q3} \\ Sq2 & 0 & -Cq2 & -Cq2\,q3 \\ 0 & 1 & 0 & \boxed{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$ -p_x\,Sq1 + p_y\,Cq1 = 0 \Rightarrow \frac{Sq1}{Cq1} = \frac{p_y}{p_x} \Rightarrow \boxed{q1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)} $$

CINEMÁTICA INVERSA: MATRICES HOMOGÉNEAS

Ejemplo: Robot esférico 3 GDL

$$\left({}^{1}_{2}A\right)^{-1}\left({}^{0}_{1}A\right)^{-1}\,{}^{0}_{3}T = {}^{2}_{3}A \Rightarrow despejamos \quad q_2 \quad y \quad q_3$$

$$\left({}^{1}_{2}A\right)^{-1}\left({}^{0}_{1}A\right)^{-1}\,{}^{0}_{n}T = \begin{bmatrix} Cq2 & Sq2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -Sq2 & Cq2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cq1 & Sq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L1 \\ -Sq1 & Cq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left({}^{1}_{2}\boldsymbol{A}\right)^{-1}\left({}^{0}_{1}\boldsymbol{A}\right)^{-1}\,{}^{0}_{n}\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Cq2Cq1} & \boldsymbol{Cq2Sq1} & \boldsymbol{Sq2} & \boldsymbol{-L1Sq2} \\ \boldsymbol{-Sq1} & \boldsymbol{Cq1} & 1 & 0 \\ \boldsymbol{-Sq2Cq1} & \boldsymbol{-Sq2Sq1} & \boldsymbol{Cq2} & \boldsymbol{-L1Cq2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{n_x} & \boldsymbol{o_x} & \boldsymbol{a_x} & \boldsymbol{p_x} \\ \boldsymbol{n_y} & \boldsymbol{o_y} & \boldsymbol{a_y} & \boldsymbol{p_y} \\ \boldsymbol{n_z} & \boldsymbol{o_z} & \boldsymbol{a_z} & \boldsymbol{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Px\,Cq2\,Cq1 + PySq1Cq2 + PzSq2 - L1Sq2 = 0 \Rightarrow -\frac{Sq2}{Cq2} = \frac{PxCq1 + PySq1}{Pz - L1} \Rightarrow \boxed{q2 = \arctan\left(-\frac{PxCq1 + PySq1}{Pz - L1}\right)}$$

$$\boldsymbol{-Sq2Cq1Pz - Sq2Sq1Py + PzCq2 - L1Cq2 = q3} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{q3 = Cq2(Pz - L1) - Sq2(Cq1Pz + Sq1Py)}}$$

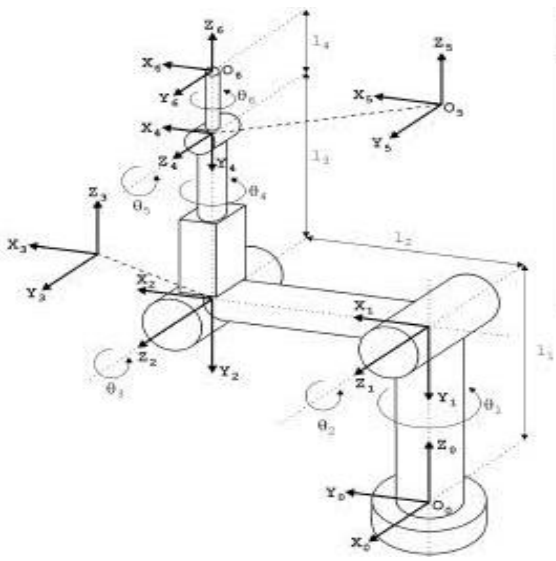
DESACOPLO CINEMATICO

Se basan en al resolución independiente de los grados de libertad que posicionan (3) y de los que orientan la muñeca (3).
Por lo que el problema cinemático inverso se divide en dos subproblemas:

1. Resolver las tres primeras articulaciones de posición.
2. Resolver las tres ultimas articulaciones que corresponden a la muñeca.

El método de resolución:

1) A partir de la posición y orientación que se busca [n,o,a,p], se obtiene el punto de corte de los 3 últimos grados de libertad (punto de muñeca Pm).
2) Se resuelve el problema cinemático inverso para el brazo de 3 GDL (q_1,q_2,q_3) que llega hasta la **Pm** (desde la base).
3) Se resuelve el problema cinemático inverso que va desde **Pm** hasta el punto final pf (calculando q_4,q_5,q_6).



Articulación	θ	d	a	α
1	θ_1	l_1	0	-90
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	0	90
4	θ_4	l_3	0	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	l_4	0	0

$$\begin{aligned}\mathbf{p_m} &= \overline{O_0O_5}\\ \mathbf{p_r} &= \overline{O_0O_6}\end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p_m} = \mathbf{p_r} - l_4\mathbf{z_6}$$

$$\mathbf{p_r} = [p_x, p_y, p_z]^T; \qquad \mathbf{z_6} = [a_x, a_y, a_z]^T$$

$$\mathbf{p_m} = \begin{pmatrix} p_{mx} \\ p_{my} \\ p_{mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x - l_4a_x \\ p_y - l_4a_y \\ p_z - l_4a_z \end{pmatrix}$$