



**INDUSTRIALES**  
ETSII | UPM

# ***Control por Computador***

Unidad Docente Automática. Departamento Automática, Ing. Electrónica e Informática Indust.

## ***Extensión de las técnicas clásicas al diseño de sistemas discretos de control***

José María Sebastián

Rafael Aracil

Manuel Ferre

*Departamento de Automática, Ingeniería*

*Electrónica e Informática Industrial*



# *Extensión de las técnicas clásicas al diseño de sistemas discretos de control*

- Introducción
- Cálculo de reguladores con el lugar de las raíces
  - Reguladores P
  - Reguladores PD
  - Reguladores PI
  - Reguladores PID



# *Introducción*

A similitud del diseño de los reguladores continuos, se puede emplear:

- Diseño de reguladores discretos empleando la técnica del lugar de las raíces



# Cálculo de reguladores con el lugar de las raíces

Los pasos a seguir en el diseño de reguladores discretos empleando la técnica del lugar de las raíces son:

- Elección de la posición de los polos dominantes según las especificaciones.
- Construir el lugar de las raíces del sistema en función de la información en cadena abierta.
- Analizar las características dinámicas pedidas:

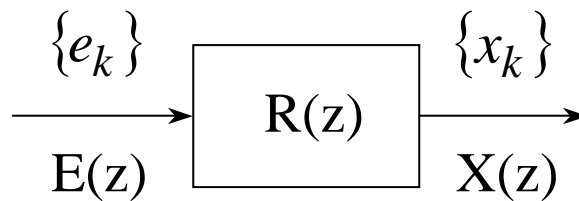
Elegir entre  $\left\{ \begin{array}{l} P \\ PD \end{array} \right.$  Añadiendo polos y ceros

- Analizar las características estáticas pedidas:

Elegir entre  $\left\{ \begin{array}{l} P \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P \\ PI \end{array} \right\} \\ PD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} PD \\ PID \end{array} \right\} \end{array} \right.$  Añadiendo polos y ceros



# Regulador P

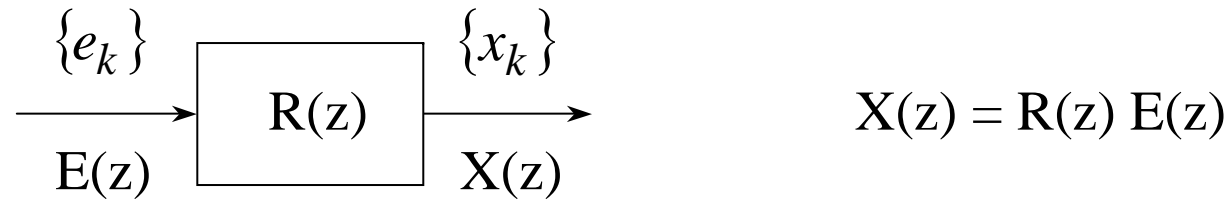


$$X(z) = R(z) E(z)$$

El regulador proporcional es  $R(z)=K$



# Regulador PD



El regulador PD será:

$$x_k = K \left[ e_k + T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \right]$$

Tomando transformada z:

$$X(z) = K \left[ E(z) + T_d \frac{E(z) - z^{-1} E(z)}{T} \right] = K \left[ \frac{T + T_d}{T} - \frac{T_d}{T} z^{-1} \right] E(z)$$

$$R(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = K \frac{\frac{T + T_d}{T} z - \frac{T_d}{T}}{z} = K_d \frac{z - c_d}{z}$$



# Regulador PD

$$R(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = K \frac{\frac{T+T_d}{T}z - \frac{T_d}{T}}{z} = K_d \frac{z - c_d}{z}$$

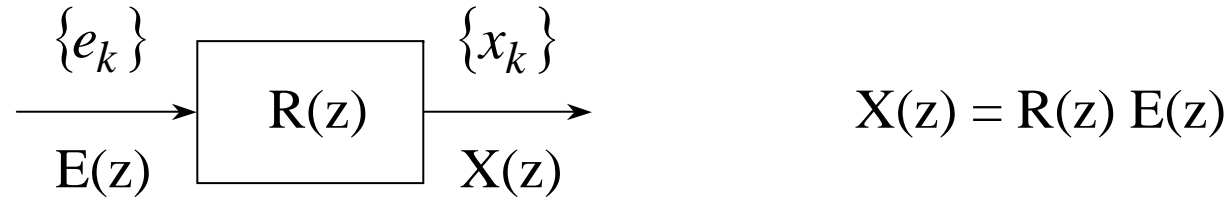
Con:  $c_d = \frac{T_d}{T + T_d}$  . Se introduce pues un cero y un polo

Ajuste:

- La posición de  $c_d$  se fija con el criterio del argumento para que el lugar de las raíces pase por el punto de funcionamiento.
- El valor de  $K_d$  se fija con el criterio del módulo, obligando que los polos del sistema en cadena cerrada estén sobre el punto de funcionamiento.



# Regulador PI



El regulador PI será:

$$x_k = K \left[ e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^k e_i \right]$$

Para calcular la transformada z se forma:

$$x_{k-1} = K \left[ e_{k-1} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e_i \right] \Rightarrow x_k - x_{k-1} = K \left[ e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_i} e_k \right]$$

$$X(z)(1 - z^{-1}) = K \left[ \frac{T_i + T}{T_i} - z^{-1} \right] E(z) \Rightarrow R(z) = K \frac{(T_i + T)z - T_i}{T_i(z - 1)}$$

$$R(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = K_i \frac{z - c_i}{z - 1} \quad \text{con} \quad c_i = \frac{T_i}{T_i + T}$$



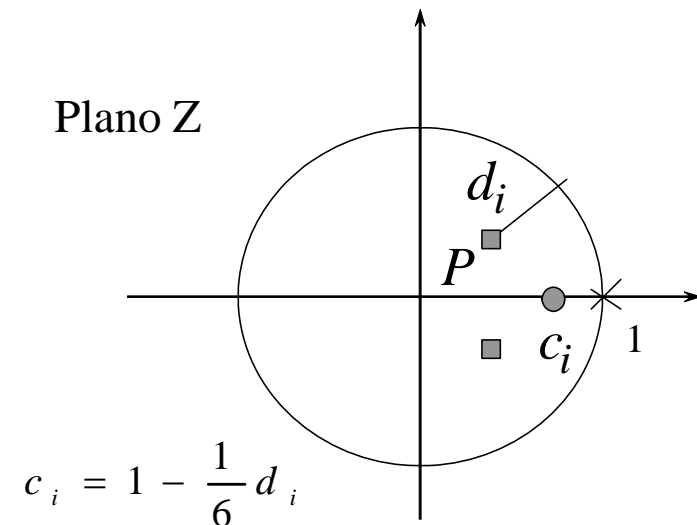


# Regulador PI

$$R(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = K_i \frac{z - c_i}{z - 1} \quad \text{con} \quad c_i = \frac{T_i}{T_i + T}$$

Se introduce un cero en  $c_i$  y un polo en  $1$ .

- La posición de  $c_i$  se fija a  $1/6$  de la distancia entre los polos dominantes en cadena cerrada y la circunferencia unidad, medido sobre el eje real a partir de la posición  $z=1$ . Al estar muy cerca el polo y el cero introducido, no se modifica significativamente el lugar de las raíces.
- El valor de  $K_i$  se fija con el criterio del módulo, obligando que los polos del sistema en cada cerrada estén sobre el punto de funcionamiento.





# Regulador PID

$$R(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = K \frac{z - c_d}{z} \frac{z - c_i}{z - 1}$$

Con los siguientes criterios de diseño:

- La posición de  $c_d$  se fija con el criterio del argumento para que el lugar de las raíces pase por el punto de funcionamiento.
- La posición de  $c_i$  se fija a  $1/6$  de la distancia entre los polos dominantes en cadena cerrada y la circunferencia unidad, medido sobre el eje real a partir de la posición  $z=1$ . Al estar muy cerca el polo y el cero introducido, no se modifica significativamente el lugar de las raíces.
- El valor de  $K$  se fija con el criterio del módulo, obligando que los polos del sistema en cada cerrada estén sobre el punto de funcionamiento.



# Regulador PID

Al introducir el par polo-cero del PI, se suele aumentar el intervalo de establecimiento y disminuir la sobreoscilación, por lo que puede que no se cumplan las condiciones dinámicas. Una opción es alejar el cero del par. Los pasos serían los siguientes:

- La posición de  $c_i$  se fija a  $1/3$  de la distancia entre los polos dominantes en cadena cerrada y la circunferencia unidad, medido sobre el eje real a partir de la posición  $z=1$
- Se recalcula la posición del cero  $c_d$  del PD con el criterio del argumento para que el lugar de las raíces pase por el punto de funcionamiento, incorporando la acción del par polo-cero del PI.
- El valor de  $K$  se fija con el criterio del módulo, obligando que los polos del sistema en cada cerrada estén sobre el punto de funcionamiento, e incorporando la acción del PD y del PI.