INDUSTRIALES
ETSII | UPM

Unidad Docente Automática. Departamento Automática, Ing. Electrónica e Informática Indust.

POLITÉCNICA

Control por Computador

Problema 5.6

José María Sebastián

Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial

Problema 5.6

Solución: Para calcular la estabilidad del sistema en función de los valores de K, se utilizará el criterio de Jury. El polinomio característico depende del denominador de M(z)

$$1+R(z)BGH(z)=1+\frac{K\,10^{-4}(7.425z+7.352)}{z^3-2.47z^2+1.956z-0.4852}$$

El polinomio caracterítico es: $\left(\tilde{K}=K\cdot 10^{-4}\right)$

$$P(z)=z^3-2.47z^2+\left(1.956+K\cdot 7.425\cdot 10^{-4}\right)z+\left(-0.4852+K\cdot 7.352\cdot 10^{-4}\right)$$

$$P(z)=z^3-2.47z^2+\left(1.956+\tilde{K}\cdot 7.425\right)z+\left(-0.4852+\tilde{K}\cdot 7.352\right)$$

Problema 5.6

Imponiendo las primeras condiciones del criterio de Jury:

$$P(1) = 1 - 2.47 + \left(1.956 + \tilde{K} \cdot 7.425\right) + \left(-0.4852 + \tilde{K} \cdot 7.352\right) =$$
$$= 8 \cdot 10^{-4} + \tilde{K} \cdot 14.777 > 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{K} > -0.5413 \cdot 10^{-4}$$

$$P(-1) = -1 - 2.47 - \left(1.956 + \tilde{K} \cdot 7.425\right) + \left(-0.4852 + \tilde{K} \cdot 7.352\right) =$$
$$= -5.9112 - \tilde{K} \cdot 0.073 < 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{K} > -80.9753424$$

$$a_3 > |a_0| \quad \Rightarrow \quad 1 > \left|-0.4852 + K \cdot 7.352\right| \quad \Rightarrow \quad -1 < \left(-0.4852 + \tilde{K} \cdot 7.352\right) < 1 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad -0.5148 < \tilde{K} \cdot 7.352 < 1.4852 \quad \Rightarrow \quad -0.070021 < \tilde{K} < 0.202013$$

La unión de las condiciones será: $-0.5413 \cdot 10^{-4} < \tilde{K} < 0.202013$

Problema 5.6

Se construye la tabla:

1	-2.47	$1.956+\tilde{K}\cdot 7.425$	$-0.4852+\tilde{K}\cdot 7.352$
$-0.4852+\tilde{K}\cdot 7.352$	$1.956+\tilde{K}\cdot 7.425$	-2.47	1
$-0.7576-25.5844\tilde{K}$	.....	$-0.7646-7.1344\tilde{K}+$ $+54.0519\tilde{K}^2$	

$$|b_0|>|b_2| \Rightarrow \left|-0.7646-7.1344\tilde{K}+54.0519\tilde{K}^2\right|>\left|-0.7576-25.5844\tilde{K}\right|$$

$$-0.5413\cdot 10^{-4}<\tilde{K}<0.202013 \Rightarrow \begin{cases} -0.7646-7.1344\tilde{K}+54.0519\tilde{K}^2<0 \\ -0.7576-25.5844\tilde{K}<0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -0.7646-7.1344\tilde{K}+54.0519\tilde{K}^2<-0.7576-25.5844\tilde{K} \Rightarrow$$

$$54.0519\tilde{K}^2+18.45\tilde{K}-0.0070<0 \Rightarrow 54.0519\left(\tilde{K}+0.341717\right)\left(\tilde{K}-0.000378\right)<0$$

Uniendo las condiciones $-0.5413\cdot 10^{-4}<\tilde{K}<0.000378 \Rightarrow -0.5413<K<3.78$

Problema 5.6

Con más precisión:

$$P(z) = z^3 - 2.470248 z^2 + \left(1.955569 + \tilde{K} \cdot 7.425\right) z + \left(-0.485222 + \tilde{K} \cdot 7.352\right)$$

$$P(1) = 1 - 2.470248 + \left(1.955569 + \tilde{K} \cdot 7.425\right) + \left(-0.485222 + \tilde{K} \cdot 7.352\right) =$$
$$= 9.89999 \cdot 10^{-5} + \tilde{K} \cdot 14.777 > 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{K} > -0.69960 \cdot 10^{-5}$$

Uniendo las condiciones $-0.69960 \cdot 10^{-5} < \tilde{K} < 0.000378 \quad \Rightarrow \quad -0.06960 < K < 3.78$