Control por Computador

INDUSTRIALES
ETSII | UPM

Unidad Docente Automática. Departamento Automática, Ing. Electrónica e Informática Indust.

POLITÉCNICA

Análisis Dinámico

José María Sebastián

Rafael Aracil

Manuel Ferre

Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial

Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Introducción

Sistema discreto en cadena abierta. Comportamiento:

•Estabilidad (independiente de la entrada)

•Características dinámicas (ante una entrada determinada: secuencia impulso y secuencia escalón)

•Características estáticas (ante una entrada determinada: secuencia escalón, secuencia rampa, secuencia parábola, perturbación).

➢ El comportamiento de un sistema discreto, depende de la posición de los polos y ceros de su función de transferencia en z.

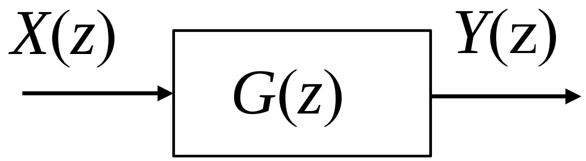
Características dinámicas: sobreoscilación, rapidez de la respuesta y tiempo de establecimiento. La base temporal será el número de intervalos.

Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Respuesta ante la secuencia impulso

Sistema discreto



$$Y(z) = G(z)X(z)$$

$$G(z) = K\frac{\prod_{i=1}^{M}(z - z_i)}{\prod_{i=1}^{N}(z - p_i)} = K\frac{P(z)}{Q(z)}$$

La salida del sistema será : $y_n = \sum_{\text{Polos}} \text{residuos}\left[K\frac{P(z)}{Q(z)}X(z)\,z^{n-1}\right]$

Ante secuencia impulso: $X(z)=1 \;\Rightarrow\; Y(z)=G(z) \;\Rightarrow\; y_n=g_n$

Respuesta ante la secuencia impulso

Si los polos son simples (p_r con $r=1,\ldots,N$)

$$g_n = \sum_{\text{Polos}} \text{residuos} \left[Y(z) z^{n-1} \right]$$

$$g_n = \sum_{\text{Polos}} \text{residuos} \left[K \frac{P(z)}{Q(z)} z^{n-1} \right] = \sum_r \left[\left[\text{residuos} \quad K \frac{P(z)}{Q(z)} \right]_{z=p_r} {p_r}^{n-1} \right]$$

Una expresión equivalente a esta se puede obtener viendo que en cada residuo

$$\text{residuo} \quad K \left. \frac{P(z)}{Q(z)} \right|_{z=p_r} = K \frac{\prod_{i=1}^{m} (p_r - z_i)}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^{n} (p_r - p_i)}$$

Expresión en la que el denominador es:

$$\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^{n} (p_r - p_i) = \left. \frac{Q(z)}{z - p_r} \right|_{z=p_r}$$

Respuesta ante la secuencia impulso

Definiendo: $Q_1(z) = \dfrac{Q(z)}{z - p_r} \quad \Rightarrow \quad Q(z) = Q_1(z)(z - p_r)$

$$Q'(z) = Q_1(z) + Q'_1(z)(z - p_r) \quad \Rightarrow \quad Q'(z)\Big|_{z=p_r} = Q_1(z)\Big|_{z=p_r}$$

Por tanto $\boxed{g_n = K\sum_r \dfrac{P(p_r)}{Q'(p_r)} p_r^{\,n-1} = K\sum_r a_r p_r^{\,n-1}}$

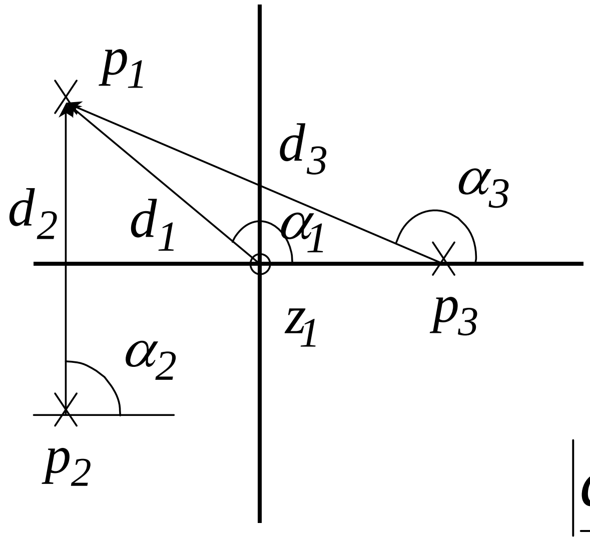
La influencia de cada polo en la salida, se compone de un coeficiente constante (a_r) y de un término que depende de n (p_r^{n-1}).

Al poder ser p_r complejo $\Rightarrow$ a_r puede ser complejo.

Respuesta ante la secuencia impulso

$$g_n = K \sum_r \frac{P(p_r)}{Q'(p_r)} p_r^{\,n-1} = K \sum_r a_r p_r^{\,n-1}$$

Ejemplo 1. Cálculo gráfico



Polos p_1, p_2, p_3

Cero z_1

$$|a_1| = \frac{d_1}{d_2 d_3}$$

$$\angle a_1 = \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)$$

POLITÉCNICA

Respuesta ante la secuencia impulso

$$g_n = K\sum_r \frac{P(p_r)}{Q'(p_r)} p_r^{\,n-1} = K\sum_r a_r p_r^{\,n-1}$$

Consideraciones:

•Si un polo está cercano al origen, su influencia es pequeña $\Rightarrow p_r^{n\text{-}1} \rightarrow 0$

•Si existe un par cero-polo cercano $\Rightarrow (p_r\text{-}z_j) \rightarrow 0$ en especial en los primeros elementos de la secuencia.

Ejemplo 2: Sistema $G(z) = \dfrac{(z-0.7)}{(z-0.8)(z+0.3)}$ Polos e influencias:

$$\begin{matrix} p_1 = 0.8 \\ p_2 = -0.3 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{0.8-0.7}{0.8+0.3} = 0.0909 \quad ; \quad a_2 = \frac{-0.3-0.7}{-0.3-0.8} = 0.909$$

	0	1	2	3	…10
$a_1p_1^{n-1}$	0	0.0909	0.0727	0.0581	0.012201
$a_2p_2^{n-1}$	0	0.9090	-0.2727	0.0818	-0.000017
Suma	0	0.999	-0.2	0.1399	0.01184

Respuesta ante la secuencia impulso

Influencia de los polos reales

Para el polo real p_r , su influencia es : $K\dfrac{P(p_r)}{Q'(p_r)}p_r^{\,n-1} = Ka_r p_r^{\,n-1}$

Como a_r es real, la influencia será una progresión geométrica.

Se pueden realizar las siguientes consideraciones:

- Si $p_r < 0$ es alternada
- Si $|p_r| > 1$ es creciente
- Si $|p_r| < 1$ es decreciente

Respuesta ante la secuencia impulso

Influencia de los polos complejos

Como $Q(z)$ es de coeficientes reales $\Rightarrow$ Si existe una raiz compleja p_r entonces existe su conjugado. La influencia del polo p_r y su conjugado será (a_r complejo):

$$K a_r p_r^{\,n-1} + K \bar{a}_r \bar{p}_r^{\,n-1} = 2 \text{ real}\left[K a_r p_r^{\,n-1}\right] =$$

$$= 2K \left|\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)}\right| |p_r|^{n-1} \cos\left((n-1)\vartheta_r + \varphi_r\right)$$

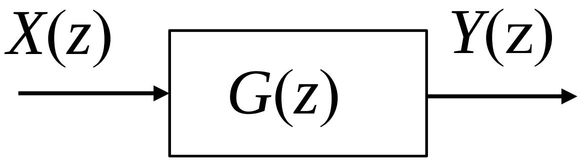
Siendo $\begin{cases} a_r = |a_r|\left(\cos\varphi_r + j \operatorname{sen}\varphi_r\right) \\ p_r = |p_r|\left(\cos\vartheta_r + j \operatorname{sen}\vartheta_r\right) \end{cases}$

Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Respuesta ante un escalón

Sistema discreto



$$Y(z) = G(z)X(z)$$

$$G(z) = K\frac{P(z)}{Q(z)}$$

Siendo la entrada $X(z) = \dfrac{1}{1 - z^{-1}} = \dfrac{z}{z-1}$

La salida del sistema será : $y_n = \sum\limits_{\text{Polos}} \text{residuos}\left[K\dfrac{P(z)}{Q(z)}\dfrac{z}{z-1}z^{n-1}\right]$

Al ser el sistema causal, la salida ante escalón tendrá sólo términos de índice positivo, por lo que el dominio de convergencia será: $|z| > \rho$.

Hay que considerar como polos los originados por $Q(z) \Rightarrow p_r$ y el $z=1$ en caso de que no exista cancelación.

Respuesta ante un escalón

El residuo para cada polo simple real (p_r con $r=1,\dots,N$)

$$\left.\text{residuo}\right|_{p_r} = K\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)(p_r-1)}p_r^{\,n} \qquad \text{El residuo para } 1: \quad K\frac{P(1)}{Q(1)}$$

La respuesta será de la forma :

$$y_n = K\frac{P(1)}{Q(1)} + \sum_{r=1}^{N} K\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)(p_r-1)}p_r^{\,n} = K\frac{P(1)}{Q(1)} + K\sum_{r=1}^{N} a_r p_r^{\,n}$$

Si el sistema es estable (todos los polos verifican que $|p_r|<1$), entonces el valor de la secuencia para n tendiendo a infinito:

$$\boxed{y_\infty = K\frac{P(1)}{Q(1)} = G(1)}$$

A este valor se le conoce como ganancia estática.

Contribución de un polo complejo (p_r) y su conjugado $(\overline{p_r})$

$$2K\left|\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)(p_r-1)}\right||p_r|^n \cos(n\vartheta_r + \varphi_r) \quad \text{con} \quad \begin{cases} a_r = |a_r|(\cos\varphi_r + j\,\mathrm{sen}\,\varphi_r) \\ p_r = |p_r|(\cos\vartheta_r + j\,\mathrm{sen}\,\vartheta_r) \end{cases}$$

Respuesta ante un escalón

Sistema reducido equivalente

Respuesta ante escalón de un sistema:

•Un polo que en módulo es más pequeño que el resto, tiene una contribución a la respuesta global muy pequeña.

•Si existe una par polo-cero muy cercano, la contribución del polo es también muy pequeña.

Una opción a la hora de analizar sistemas complejos, es sustituirlos por sistemas reducidos en los que se cancelan pares polo-cero cercano y se sustituyen los polos cercanos al origen por polos en el origen. Se desea que el sistema reducido tenga un comportamiento similar ante entrada escalón.

$$\underset{Sistema\ \ inicial}{G(z) = K\frac{P(z)}{Q(z)}} \quad \Rightarrow \quad \underset{Sistema\ \ reducido\ \ equivalente}{\tilde{G}(z) = \tilde{K}\frac{\tilde{P}(z)}{\tilde{Q}(z)}}$$

Respuesta ante un escalón

Sistema reducido equivalente

Ambos sistemas deben de tener la misma ganancia estática, lo que permite obtener el valor de $\tilde{K}$

$$G(1) = \tilde{G}(1) \quad \Rightarrow \quad \tilde{K} = K\,\frac{\tilde{Q}(1)\,P(1)}{\tilde{P}(1)\,Q(1)}$$

Para obtener los polos y ceros del sistema reducido, se analiza la respuesta del sistema inicial ante escalón:

$$y_n = K\,\frac{P(1)}{Q(1)} + \sum_{r=1}^{N} K\,\frac{P(p_r)}{(p_r - 1)Q'(p_r)}\,{p_r}^n$$

Cuando se suprime un polo, hay que analizar dos aspectos:

•La contribución propia del polo

•La aportación de ese polo en la contribución de los otros polos

Respuesta ante un escalón

Sistema reducido equivalente

Sustitución de un polo cercano al origen (p_j)

Se sustituye $$\frac{1}{z-p_j} \approx \frac{1}{z\left(1-p_j\right)}$$

No se ve afectada la ganancia estática.

Diferencias:

•En la contribución del propio polo. Será cierto si $p_j^n \to 0$

•En la contribución de los otros polos (p_r). Se cumple si:

$$\frac{1}{p_r-p_j} \approx \frac{1}{p_r\left(1-p_j\right)} \quad \forall r$$

Respuesta ante un escalón

Sistema reducido equivalente

Eliminación de un par polo-cero cercanos entre sí (p_j , z_k)

Se sustituye $$\frac{z-z_k}{z-p_j} \approx \frac{1-z_k}{1-p_j}$$ (solo si el polo es estable)

No se ve afectada la ganancia estática.

Diferencias:

•En la contribución del propio polo. Será cierto si $(p_j - z_k) \to 0$

•En la contribución de los otros polos (p_r). Se cumple si:

$$\frac{p_r - z_k}{p_r - p_j} \approx \frac{1-z_k}{1-p_j} \quad \forall r$$

Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Sistemas de primer orden

El sistema de primer orden más simple es: $y_n = a\, y_{n\text{-}1} + b\, x_n$

Cuya transformada en z será:

$$Y(z) = az^{-1}Y(z) + bX(z) \quad \Rightarrow \quad Y(z) = \frac{b}{1-az^{-1}}X(z) = \frac{bz}{z-a}X(z)$$

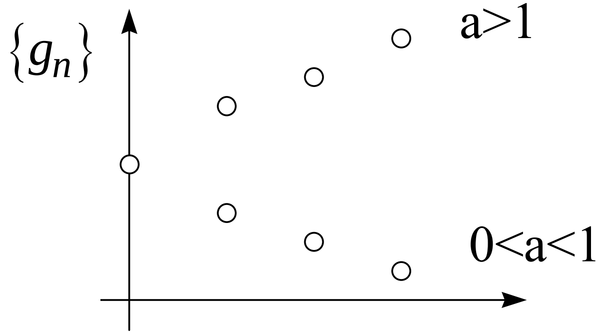
Un polo: a ; $K=b$; $P(z)=z$; $Q(z)=z\text{-}a$

La secuencia de ponderación (salida ante entrada secuencia impulso) será:

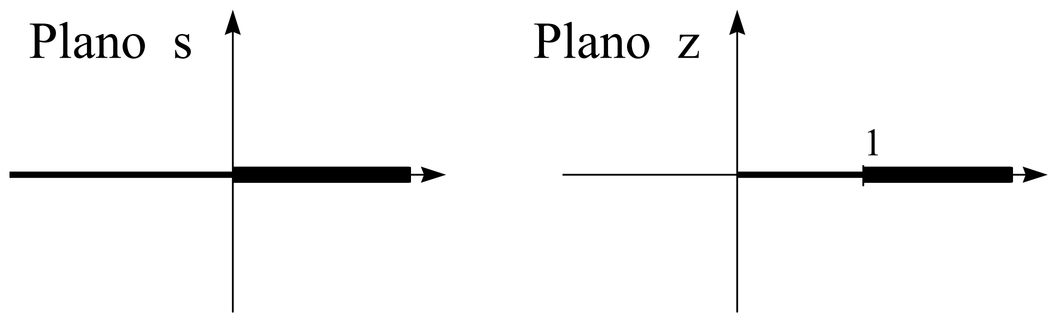
$$g_n = K\sum_r \frac{P(p_r)}{Q'(p_r)}{p_r}^{n-1} = b\frac{a}{1}a^{n-1} = ba^n$$

Sistemas de primer orden

$$\boxed{g_n = ba^n}$$



Para a>0 la relación es congruente



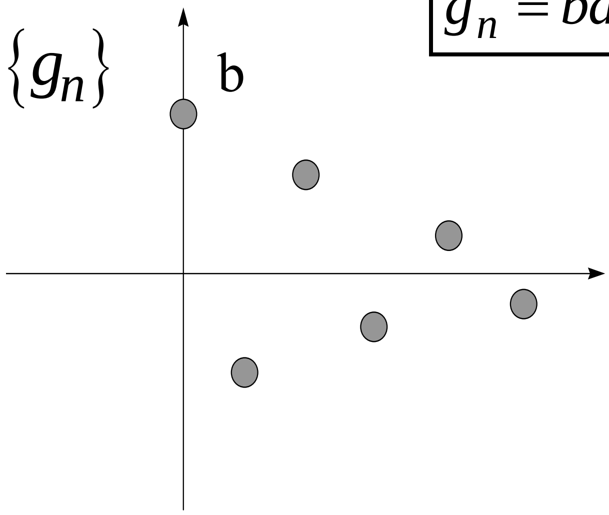
Se observa que para el eje real:

$$-\infty < s < 0 \Rightarrow 0 < z < 1$$
$$0 < s < \infty \Rightarrow 1 < z < \infty$$

Sistemas de primer orden

Para valores negativos de a, la secuencia $\{g_k\}$ será oscilante, es decir alternativamente positiva y negativa. Para valores de a comprendidos entre -1 y 0 las oscilaciones serán decrecientes, mientras que para valores comprendidos entre -1 y $-\infty$ serán crecientes.

$$\boxed{g_n = ba^n}$$



Para cualquier valor de a los sistemas estables serán más rápidos, se amortiguarán antes, cuanto menores sean los valores de a en módulo, lo que equivale en el plano s a estar los polos más a la izquierda.

Sistemas de primer orden

La respuesta ante escalón unitario en la entrada será (para valores de $n \geq 0$):

$$y_n = K\frac{P(1)}{Q(1)} + \sum_{r=1}^{N} K\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)(p_r - 1)} {p_r}^n = b\frac{1}{1-a} + b\frac{a}{(a-1)} a^n = \frac{b}{1-a}\left(1 - a^{n+1}\right)$$

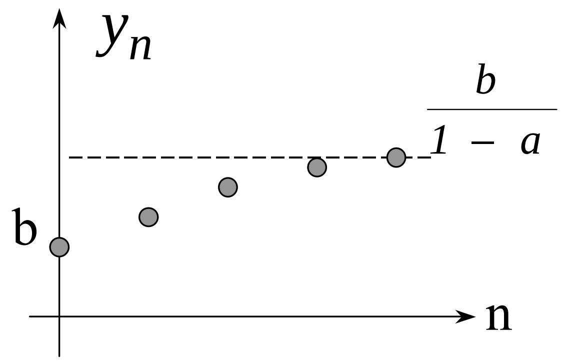
El valor inicial será siempre: $y_0 = b$

Si el sistema es estable ($|a| < 1$), la secuencia $\{y_n\}$ será acotada, y el valor final será:

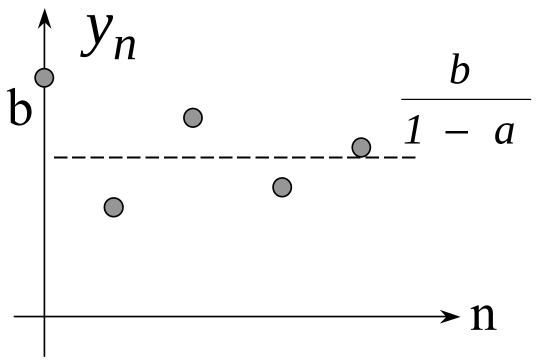
$$y_\infty = \frac{b}{1-a}$$

Se pueden distinguir dos casos:

$0 < a < 1$



$-1 < a < 0$



Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Sistemas de segundo orden

El sistema de segundo orden más simple es: $y_n + a\, y_{n-1} + b\, y_{n-2} = c\, x_n$

Cuya transformada en z será:

$$Y(z) + az^{-1}Y(z) + bz^{-2}Y(z) = cX(z) \quad \Rightarrow$$

$$Y(z) = \frac{c}{1 + az^{-1} + bz^{-2}} X(z) = \frac{cz^2}{z^2 + az + b} X(z)$$

La presencia o ausencia de ceros y polos en el origen no afecta al estudio: tan sólo adelanta o atrasa la secuencia de salida. Así:

$$W(z) = \frac{cz}{z^2 + az + b} X(z) \quad \Rightarrow \quad w_k = y_{k-1}$$

El sistema de segundo orden presenta dos opciones: los dos polos reales y los dos polos complejos

Sistemas de segundo orden

Los dos polos son reales: α_1 , α_2

$$G(z) = \frac{cz^2}{(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)}$$

Polos: α_1, α_2 ; $K=c$; $P(z)=z^2$; $Q(z)=z^2-(\alpha_1+\alpha_2)z+\alpha_1\alpha_2$

La secuencia de ponderación (salida ante entrada secuencia impulso) será:

$$g_n = K\sum_r \frac{P(p_r)}{Q'(p_r)} p_r^{\,n-1} = \frac{c}{\alpha_1-\alpha_2}\left(\alpha_1^{\,n+1} - \alpha_2^{\,n+1}\right) ; \; n \geq 0$$

Es la suma de dos series geométricas. Si $|\alpha_1|,|\alpha_2|<1$ serán decrecientes, y el sistema será estable. Valor inicial: c

Sistemas de segundo orden

Los dos polos son reales: $\alpha_1 \, , \, \alpha_2$

$$G(z) = \frac{cz^2}{(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)}$$

La respuesta ante un escalón unitario en la entrada será:

$$y_n = K\frac{P(1)}{Q(1)} + \sum_{r=1}^{N} K\frac{P(p_r)}{Q'(p_r)(p_r-1)} {p_r}^n$$

$$y_n = \frac{c}{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)} + \frac{c\,{\alpha_1}^{n+2}}{(\alpha_1-1)(\alpha_1-\alpha_2)} + \frac{c\,{\alpha_2}^{n+2}}{(\alpha_2-1)(\alpha_2-\alpha_1)}$$

Válido para $n \geq 0$. Para $n < 0$ la salida será cero.

El valor inicial coincide con el de la secuencia de ponderación: c

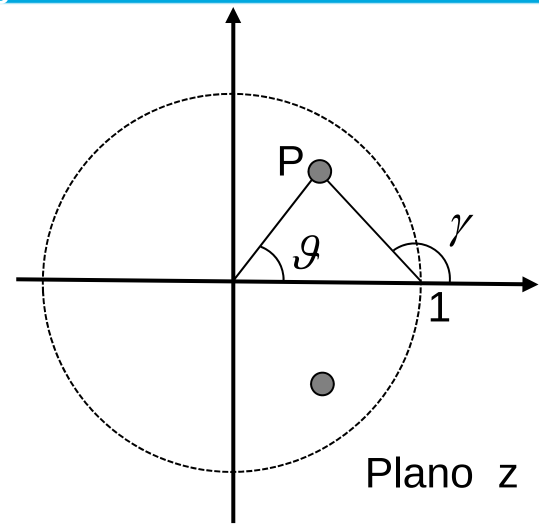
En el caso de sistemas estables, la ganancia estática vale:

$$G(1) = \frac{c}{(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}$$

Sistemas de segundo orden

Los dos polos son complejos:

$$G(z)=\frac{K}{z^2-2e^{-\sigma}\cos\vartheta z+e^{-2\sigma}}$$

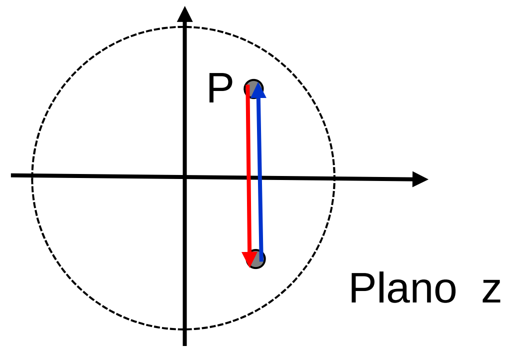


Los polos están en $P=e^{-\sigma}e^{j\vartheta}$; $|P|=e^{-\sigma}$

No posee ceros

Secuencia de ponderación : $g_n=2K\left|\frac{P(p)}{Q'(p)}\right||p|^{n-1}\cos((n-1)\vartheta+\varphi)$

Al haber un único polo y su conjugado:



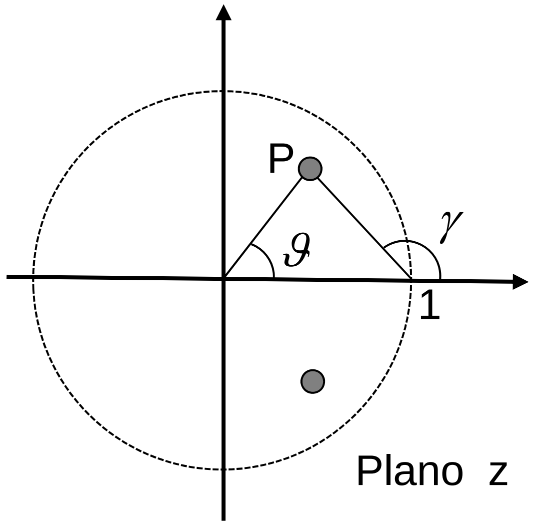
$$\phi \quad fase \quad de \quad \frac{P(p)}{Q'(p)}=\pm\frac{\pi}{2}$$

$$g_n=\frac{Ke^{-(n-2)\sigma}}{sen\theta}sen((n-1)\vartheta) \quad si \quad n\geq 1 \quad (g_n=0 \quad \text{si} \quad n\leq 0)$$

Sistemas de segundo orden

Los dos polos son complejos:

$$\boxed{G(z)=\frac{K}{z^2-2e^{-\sigma}\cos\vartheta z+e^{-2\sigma}}}$$



Los polos están en $P=e^{-\sigma}e^{j\vartheta}$; $|P|=e^{-\sigma}$

No posee ceros

La respuesta ante un escalón unitario en la entrada será:

$$y_n=K\frac{P(1)}{Q(1)}+2K\left|\frac{P(p)}{Q'(p)(p-1)}\right||p|^n\cos(n\vartheta+\varphi)$$

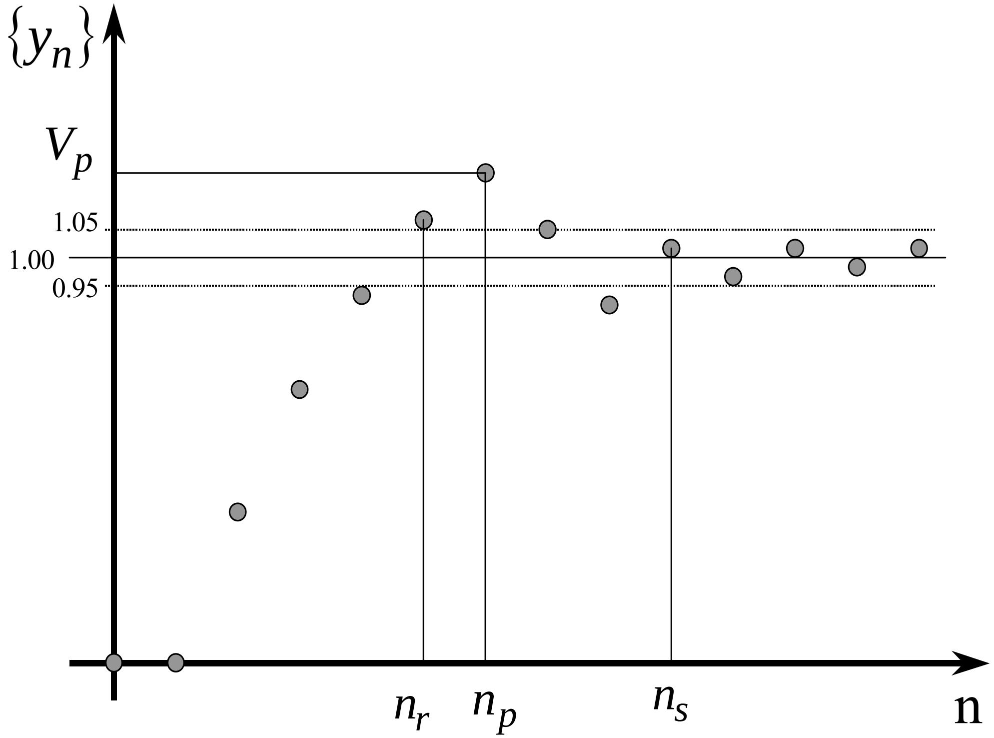
$$\boxed{y_n=\frac{K}{|p-1|^2}\left[1+\frac{e^{-n\sigma}}{sen\gamma}sen(n\vartheta-\gamma)\right]\Rightarrow \text{Valor final } \frac{K}{|p-1|^2}}$$

Sistemas de segundo orden

Características dinámicas temporales

Los parámetros dinámicos fundamentales que caracterizan el comportamiento temporal de los sistemas discretos son:

- Intervalo de subida n_r
- Intervalo de pico de sobreoscilación n_p
- Pico de sobreoscilación V_p , sobreoscilación M_p
- Intervalo de establecimiento n_s



Sistemas de segundo orden

Características dinámicas temporales

A continuación se obtienen las expresiones de las características definidas, ante entrada escalón unitario, para el sistema de segundo orden:

$$G(z) = \frac{K}{z^2 - 2e^{-\sigma}\cos\vartheta z + e^{-2\sigma}}$$

La salida ante escalón de dicho sistema será:

$$y_n = \frac{K}{|p-1|^2}\left[1 + \frac{e^{-n\sigma}}{sen\gamma} sen(n\vartheta - \gamma)\right]$$

Sistemas de segundo orden

Características dinámicas temporales

a) Intervalo de subida n_r : Número de intervalos que necesita la salida, ante entrada escalón, para llegar por primera vez al 100% del valor final.

Se puede obtener igualando la secuencia de salida con el valor final:

y_n = valor final

$$y_n = \frac{K}{|p-1|^2}\left[1 + \frac{e^{-n\sigma}}{sen\gamma} sen(n\vartheta - \gamma)\right] = \frac{K}{|p-1|^2} \quad \Rightarrow$$

$$sen(n\vartheta - \gamma) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{n_r = \frac{\gamma}{\vartheta} \quad \Rightarrow \quad n_r = \frac{\gamma}{\vartheta} + q_r \quad \text{con} \quad \begin{cases} n_r \in Z \\ 0 \le q_r < 1 \end{cases}}$$

Donde el intervalo se redondea al entero superior, pues debe ser entero.

Características dinámicas temporales

b) Intervalo de pico n_p : Número de intervalos que necesita la salida, ante entrada escalón, para llegar al máximo valor.

Se puede obtener como solución:

$$\boxed{n_p = \frac{\pi}{\vartheta} \quad \Rightarrow \quad n_p = \frac{\pi}{\vartheta} + q_p \quad \text{con} \begin{cases} n_p \in Z \\ 0 \leq q_p < 1 \end{cases}}$$

Donde el intervalo se redondea al entero superior, pues debe ser entero.

Características dinámicas temporales

c) Valor del pico de sobreoscilación V_p y sobreoscilación M_p: El valor del pico de sobreoscilación será el máximo valor que obtiene la salida, ante entrada escalón.

$$V_p = y_{n_p} = \frac{K}{|p-1|^2}\left[1+e^{-n_p\sigma}\right]$$

La sobreoscilación será el tanto por ciento que supera el máximo valor sobre el valor final:

$$\boxed{M_p = \frac{MaximoValor - ValorFinal}{ValorFinal}100\,\% = e^{-n_p\sigma}100\,\% = |P|^{n_p}100\,\%}$$

Pudiéndose usar para el valor de n_p el redondeado (más exacto) o el sin redondear.

Sistemas de segundo orden

Características dinámicas temporales

d) Intervalo de establecimiento n_s: Número de intervalos que necesita la salida, ante entrada escalón, para mantenerse en la banda del $\pm 5\%$ del valor final. Se puede obtener como solución:

$$\boxed{n_s = \frac{\pi}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad n_s = \frac{\pi}{\sigma} + q_s \quad \text{con} \begin{cases} n_s \in Z \\ 0 \le q_s < 1 \end{cases}}$$

Donde el intervalo se redondea al entero superior, pues debe ser entero.

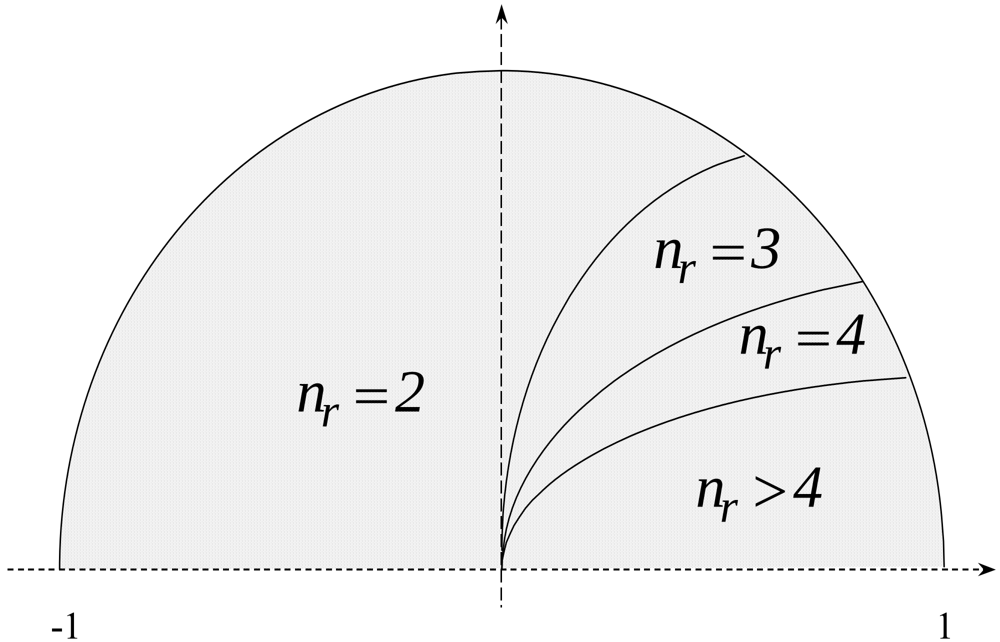
IMPORTANTE: Las anteriores fórmulas sólo son válidas en sistemas con dos polos complejos. En sistemas de orden superior sólo se podrán aplicar si los polos complejos son claramente dominantes. Siempre es más exacto calcular las características a partir de la secuencia de salida, ante entrada escalón.

Sistemas de segundo orden

Lugares geométricos

Es interesante conocer la relación entre los polos en un sistema de segundo orden y el valor de las características.

a) Intervalo de subida n_r:

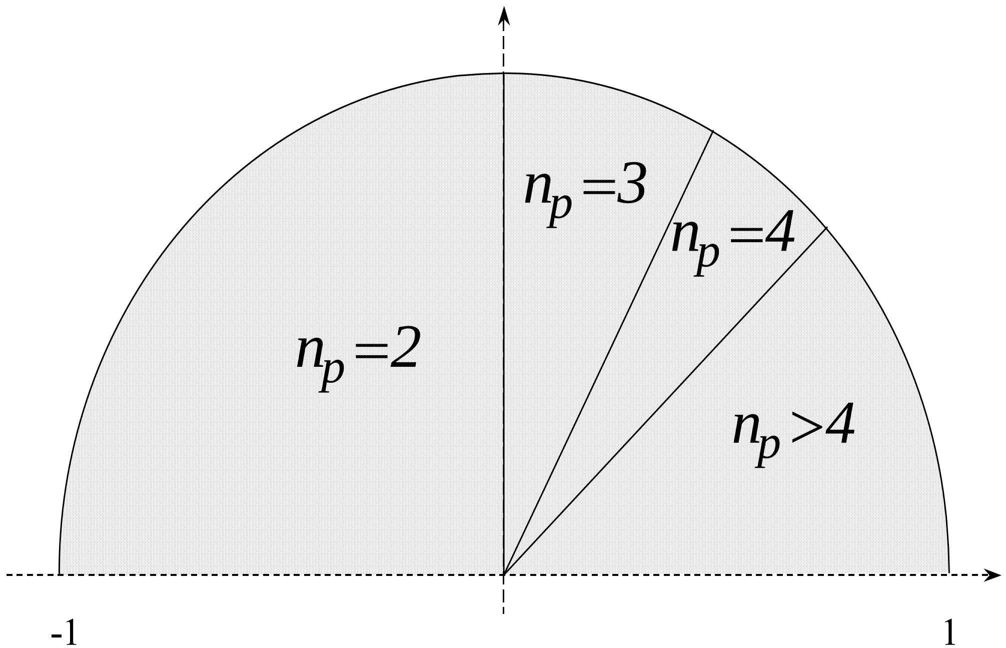


$$n_r = \frac{\gamma}{\vartheta}$$

Sistemas de segundo orden

Lugares geométricos

b) Intervalo de pico n_p :

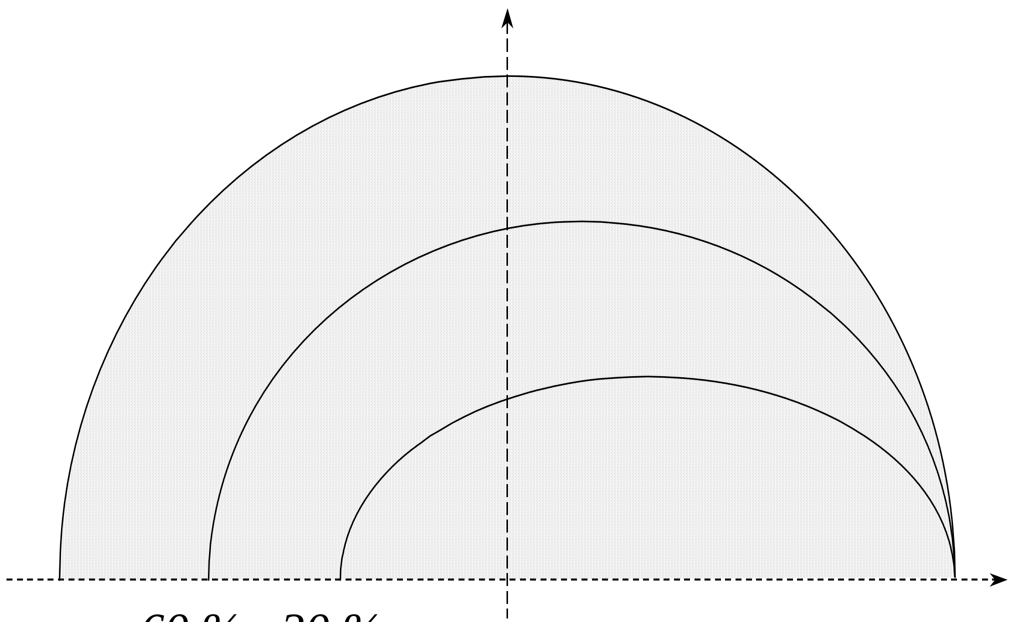


$$n_p = \frac{\pi}{\vartheta}$$

Sistemas de segundo orden

Lugares geométricos

c) Sobreoscilación M_p:

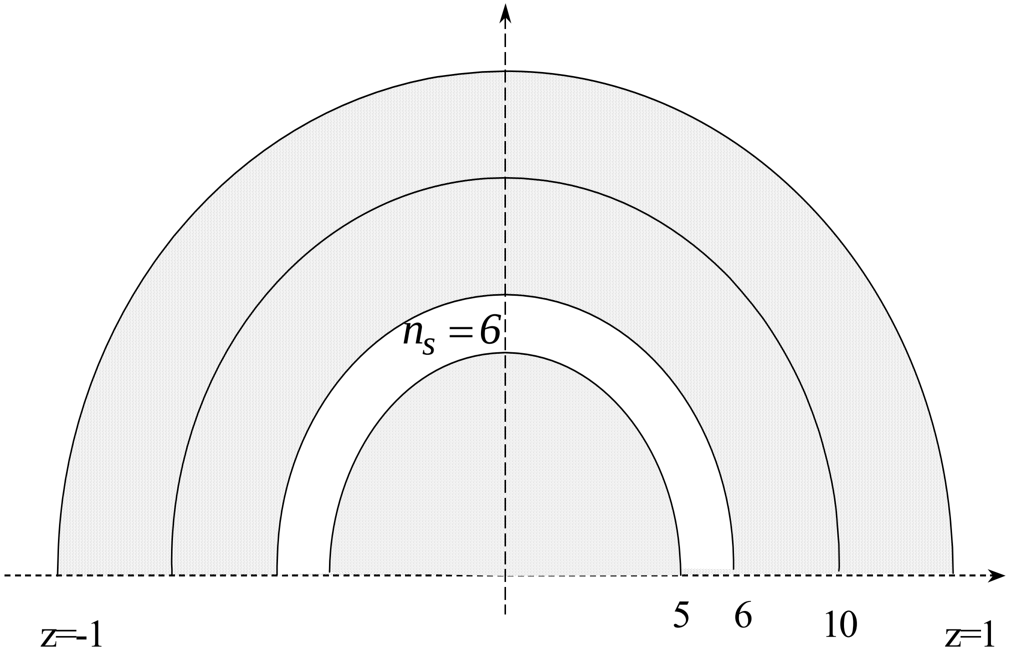


$$M_p = |P|^{\pi/\vartheta}$$

Sistemas de segundo orden

Lugares geométricos

d) Intervalo de establecimiento n_s:



$$n_s = \frac{\pi}{\sigma}$$

Análisis dinámico

- Introducción
- Respuesta ante la secuencia impulso
  - Influencia de los polos reales
  - Influencia de los polos complejos
- Respuesta ante escalón
  - Sistema reducido equivalente
- Sistemas de primer orden
- Sistemas de segundo orden
  - Características dinámicas temporales
  - Lugares geométricos
- Polos y ceros adicionales

Polos y ceros adicionales

Las expresiones de las características dinámicas son válidas cuando existen un único par de polos complejos. En algunas ocasiones, sistemas más complejos se pueden asemejar a un sistema de segundo orden con un par de polos complejos dominantes y un conjunto de polos y ceros adicionales, de menor influencia. Se pueden establecer algunas normas APROXIMADAS de como afectan a las características dinámicas estos polos y ceros:

- Un polo real adicional, aumenta el n_p
- Un cero real adicional, disminuye el n_p
- El n_p disminuye cuanto más a la derecha estén los ceros o más a la izquierda estén los polos.
- Un polo en $[0,1] \Rightarrow \downarrow M_p$
- Un cero en $[0,1] \Rightarrow \uparrow M_p$
- Un polo en $[-1,0] \Rightarrow \uparrow M_p$
- Un cero en $[-1,0] \Rightarrow \downarrow M_p$