



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

MOTOR COHETE DE PROPULSANTE SÓLIDO

TRABAJO 2

PROPULSION ESPACIAL Y LANZADORES

Author: Romane Busato
Rafael Luque López
Diego Mataix Caballero
Ana Isabel Soria Carro

Professor: Luis Sánchez de León Peque

MADRID, 2 DE DICIEMBRE, 2020

Índice

1. Introducción	2
2. Proceso de diseño	3
2.1. Proceso de Combustión	5
2.1.1. Combustión en la precámara	6
2.1.2. Cámara de Combustión	6
2.2. Relaciones entre presiones	7
2.2.1. Bombas y cámara de combustión	7
2.2.2. Turbina y tobera auxiliar	7
2.3. Acoplamiento mecánico	8
2.4. Ecuación del empuje	9
2.4.1. Tobera principal	9
2.4.2. Tobera auxiliar	10
2.4.3. I_{sp} total	10
2.5. Relaciones entre gastos másicos	10
2.6. Área de garganta	11
3. Resultados	11
3.1. Mezcla rica vs. Mezcla pobre	11
3.2. Optimización del Impulso específico	12
3.2.1. Mezcla pobre en pre-burner	12
3.2.2. Mezcla rica en pre-burner	15
3.3. Optimización del Isp teniendo en cuenta los depósitos	19
3.4. Optimización del Impulso volumétrico	20
3.5. Optimización del incremento de velocidad	22
A. Código de Matlab	24
A.1. Main	24
A.2. Datos	28

1. Introducción

El objetivo de este documento es describir y analizar razonablemente el proceso de diseño de un motor cohete de propulsante líquido turboalimentado, de ciclo generador de gas, para cuatro criterios de optimización distintos. Estos son: el impulso específico total, el impulso específico por kg de propulsante más sus correspondientes depósitos, el impulso volumétrico y el incremento total de velocidad.

Crits. de optimización	Unidades	Observaciones
I_{sp}	[m/s] ó [N·s/kg]	Impulso total obtenido por kg de propulsante: optimizado, para un I_T dado, minimiza la masa de propulsante.
$I_{sp}/(1+k_m)$	[m/s] ó [N·s/kg]	Impulso total obtenido por kg de propulsante más sus correspondientes depósitos: optimizado, para un I_T dado, minimiza la masa de propulsante más depósitos.
$\rho_m \cdot I_{sp}$	[N·s/m³]	Impulso total obtenido por m³ de propulsante: optimizado, para un I_T dado, minimiza el volumen de propulsante.
ΔV	[m/s]	Incremento total de velocidad obtenido para una misión dada: optimizado permite realizar misiones más "exigentes", desde el punto de vista "energético".

Figura 1: Criterios de Optimización

El documento tiene también como objetivo exponer las hipótesis que han sido usadas y justificar las decisiones de diseño tomadas durante el proceso, así como analizar los resultados para determinar su validez.

2. Proceso de diseño

El proceso de diseño de un motor cohete consiste en determinar los valores de las presiones y las temperaturas de funcionamiento de éste, así como los gastos máscicos de las distintas líneas de oxidante y de fuel como las que se muestran en la figura 2. Durante este proceso es necesario tomar hipótesis que simplifican el análisis, sobre todo para este tipo de análisis que se basa en un modelo muy simplificado de un motor cohete de propulsante líquido (MCPL). En el caso de querer hacer un análisis más fiel a la realidad, se deberán emplear herramientas tales como EcoSimPro.

En este caso se pide diseñar un motor cohete que se encuentra adaptado para una presión de salida de 40kPa y que, a nivel del mar, proporciona un empuje de 50 000kg. También se proporcionan en el enunciado los valores límite para la turbina, que puede trabajar con una relación de presiones máxima de 12:1 ($\Pi_{t_{max}} = 1 : 12$), y a una temperatura máxima de 900K.

A continuación se muestra el esquema del ciclo generador de gas a optimizar.

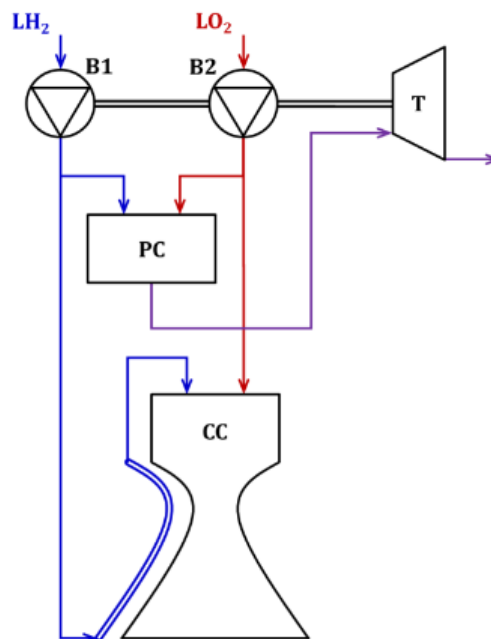


Figura 2: Esquema del ciclo GG a optimizar

Con el objetivo de minimizar el gasto máscico perdido, se buscará aportar la máxima energía posible al propulsante que pase por el precombustor, esto se verá limitado por la temperatura máxima de la turbina, por lo que se igualará la temperatura de entrada a ésta, con la máxima que soporta (900K). De la misma forma, se buscará maximizar la eficiencia de la turbina, por lo que se considerará la relación de presiones máxima para ésta (12:1). Se busca la relación O/F que consiga esta temperatura, o si no fuera posible alcanzarla, se quemará de forma estequiométrica, para obtener la máxima temperatura posible.

Inicialmente se consideró escoger una mezcla pobre sobre una rica por varios motivos:

- *Por razones de seguridad:* Al encontrarse el eje de la turbina conectado directamente al depósito de oxígeno, el daño causado por una fuga en este eje será menor en el caso de que la mezcla en la turbina sea pobre
- *Para reducir el peso de los depósitos:* Al ser el oxígeno más denso, se reducirá el tamaño de los depósitos y el espesor de los mismos, aportando interesantes ventajas en términos de impulso volumétrico.
- Dado que en este caso el MCPL emplea hidrógeno, el uso de una mezcla pobre no supone una especial mejora en cuanto a problemas de acumulación de residuos, como si sucedería si se usase RP-1, como es el caso de algunos motores soviéticos.

Aún así, al final, ambos tipos de mezcla han sido considerados y se escogerá uno sobre otro basándose en el que ofrezca un rendimiento mayor y en las consideraciones mencionadas previamente.

Se plantea la ecuación de combustión en la precámara y se calcula la masa molecular media de los productos y el calor específico medio de los productos. Se sabe la temperatura de entrada a la turbina, que es la temperatura de combustión de la precámara, por lo que se introducen estas expresiones en la ecuación de calor de la combustión para obtener la relación de mezcla de la precámara O/F.

Los dos parámetros de diseño escogidos son la relación de mezclas de la cámara de combustión y la presión en la cámara principal. La relación de mezclas de la cámara de combustión ha sido escogida sobre la temperatura de cámara como parámetro a optimizar ya que esto facilita los cálculos y ambas están intrínsecamente relacionadas. Por lo tanto, se considera un intervalo de valores plausibles de estos dos parámetros para un ciclo turbo-alimentado, teniendo en cuenta que este análisis omite las limitaciones operacionales de la mayor parte de elementos del ciclo, por lo que las presiones de cámara óptimas obtenidas sean probablemente mayores a las esperadas en un ciclo generador de gas, que se encuentran en el rango de hasta 100 bares.

Se considera que las presiones de inyección del oxidante en la cámara principal y en la precámara son iguales, y se tiene en cuenta la caída de presión del fuel debido a la refrigeración.

Se plantea la ecuación de combustión de la cámara principal y se determina las expresiones de la masa molecular media y del C_p medio de los productos y, por lo tanto, se obtiene la temperatura de combustión de la cámara principal en función de los parámetros de diseño resolviendo la ecuación de calor de la combustión.

Se plantea la ecuación de acoplamiento, igualando el trabajo específico de la turbina con el trabajo específico de las bombas, y se obtiene el gasto másico en la turbina sobre el gasto másico de oxidante en la precámara. Conociendo esto y la relación de mezclas de la precámara se obtienen las expresiones de los gastos másicos de fuel y oxidante en la precámara en función del gasto másico global, y, por lo tanto, las expresiones de los gastos másicos de fuel y oxidante en la cámara principal sobre el gasto másico global en función de los parámetros de diseño OF_{cc} y P_c .

Al final se obtiene un sistema con dos grados de libertad, P_c y OF_{cc} , y se puede calcular c^* y el coeficiente de empuje, C_E . Por ello, a la hora de proceder a la resolución numérica del problema, escogemos un rango de OF_{cc} y P_c razonables para los que resolveremos todo el sistema de ecuaciones. De esta manera será posible determinar una combinación de valores de presión de cámara y relación de mezclas en la cámara principal que resulten en la optimización de cada uno de los cuatro criterios descritos anteriormente. Finalmente, se determina el área de garganta que corresponde a estos puntos óptimos y se revisan los resultados para determinar su validez.

2.1. Proceso de Combustión

El motor cohete de propulsante líquido descrito en el enunciado utiliza como bipropulsante una mezcla de LO_2 y LH_2 . Por tanto, la combustión, tanto para la precámara como para la cámara de combustión principal es la combustión del hidrógeno. Para simplificar el problema consideramos que la combustión es completa:



Teniendo en cuenta la entalpía del agua, h_{H_2O} , y la relación de mezcla estequiométrica, $OF_{st} = 8$, se puede definir el calor, Q :

$$Q = -h_{H_2O} \left(\frac{1}{OF_{st}} + 1 \right) \quad (2)$$

De esta forma se define el calor específico medio, C_p , y la masa molar media de los productos, M_p , para el caso de una mezcla pobre y de una mezcla rica, ya sea para la combustión en precámara y en la cámara de combustión, utilizando la relación de mezclas respectiva.

Para una **mezcla pobre**, en la que hay exceso de oxidante:

$$C_p = \frac{C_{pH_2O} + C_{pO_2} \left(\frac{OF}{2OF_{st}} - \frac{1}{2} \right)}{\frac{OF}{2OF_{st}} + \frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$M_p = \frac{M_{H_2O} + M_{O_2} \left(\frac{OF}{2OF_{st}} - \frac{1}{2} \right)}{\frac{OF}{2OF_{st}} + \frac{1}{2}} \quad (4)$$

Para una **mezcla rica**, en la que hay exceso de fuel:

$$C_p = \frac{OF \left(C_{pH_2O} + C_{pH_2} \left(\frac{OF_{st}}{OF} - 1 \right) \right)}{OF_{st}} \quad (5)$$

$$M_p = \frac{OF \left(M_{H_2O} + M_{H_2} \left(\frac{OF_{st}}{OF} - 1 \right) \right)}{OF_{st}} \quad (6)$$

2.1.1. Combustión en la precámara

En la precámara buscamos aumentar la temperatura lo máximo posible para evitar hacer un sangrado excesivo de la línea principal. Por este motivo, al realizar los cálculos, escogemos la temperatura máxima que puede aguantar la turbina a la entrada, 900K, por lo que consideramos que la precámara trabaja a esta temperatura.

De este modo, determinando los valores de los parámetros de la precámara y, utilizando la ecuación de la energía, podemos determinar la relación óptima de mezclas de la precámara, OF_{pc} .

$$Cp_{pc} = \frac{Cp_{pc}}{Mp_{pc}} \quad (7)$$

$$T_{tin} - T_{ref} = \frac{OF_{st} Q}{Cp_{pc} (OF_{pc} + 1)} \quad (8)$$

La OF_{pc} óptima para el caso de mezcla pobre y rica se muestra en la tabla 1:

	Mezcla Rica	Mezcla Pobre
OF_{pc}	0.7502	150.1583

Cuadro 1: Relación de mezclas óptima para la precámara

Además, es posible determinar las propiedades de los gases en la precámara de combustión:

$$R_{pc} = \frac{R_{un}}{Mp_{pc}} \quad (9)$$

$$\gamma_{pc} = \frac{Cp_{pc}}{Cp_{pc} - R_{pc}} \quad (10)$$

$$\Gamma(\gamma_{pc}) = \sqrt{\gamma_{pc}} \left(\frac{2}{\gamma_{pc} + 1} \right)^{\frac{\gamma_{pc} + 1}{2(\gamma_{pc} - 1)}} \quad (11)$$

2.1.2. Cámara de Combustión

Para determinar las propiedades de los gases en la cámara de combustión seguimos un procedimiento análogo al usado en la precámara, evitando fijar una relación de mezclas en la cámara de combustión, OF_{cc} , ya que ésta es uno de los dos grados de libertad escogidos para analizar el sistema. De este modo, todos los cálculos serán repetidos para todo el rango de OF_{cc} y P_c escogido.

$$Cp_{cc} = \frac{Cp_{cc}}{Mp_{cc}} \quad (12)$$

$$R_c = \frac{R_{un}}{Mp_{cc}} \quad (13)$$

Relacionando la temperatura de referencia, T_{ref} , la OF_{cc} , y la Cp_{cc} es posible determinar la temperatura en la cámara de combustión.

$$T_c = T_{ref} + \frac{OF_{cc} Q}{Cp_{cc} (OF_{cc} + 1)} \quad (14)$$

De esta forma se obtienen los siguientes parámetros que serán necesarios a la hora de determinar el impulso específico proporcionado por la tobera principal:

$$\gamma_{cc} = -\frac{1}{\frac{R_c}{Cp_{cc}} - 1} \quad (15)$$

$$\Gamma(\gamma_{cc}) = \sqrt{\gamma_{cc}} \left(\frac{2}{\gamma_c + 1} \right)^{\frac{\gamma_{cc} + 1}{2(\gamma_{cc} - 1)}} \quad (16)$$

$$c^* = \frac{\sqrt{R_c T_c}}{\Gamma(\gamma_{cc})} \quad (17)$$

2.2. Relaciones entre presiones

Al tener las pérdidas de presión de remanso en los inyectores de la precámara y la cámara de combustión, en el sistema de refrigeración, en la precámara y en la turbina, es posible expresar las relaciones entre presiones del sistema en función de la presión en la cámara de combustión, P_c .

2.2.1. Bombas y cámara de combustión

Considerando también la presión de los depósitos, P_{do} y P_{df} , se determina la compresión en las bombas de oxidante, ΔP_{bo} , y de fuel, ΔP_{bf} :

$$\Delta P_{bo} = \frac{P_c}{\Pi_{iny,cc,ox}} - P_{do} \quad (18)$$

$$\Delta P_{bf} = \frac{P_c}{\Pi_{refr} \Pi_{iny,cc,red}} - P_{df} \quad (19)$$

2.2.2. Turbina y tobera auxiliar

En los cálculos de la tobera auxiliar, se considera una tobera divergente que se encuentra en condiciones críticas, por lo tanto el área de salida es igual al área de garganta y en este punto, asumiendo un comportamiento adiabático, la velocidad de los gases es de Mach 1. Por lo tanto, hay que tener en cuenta que se ha omitido el caso de una tobera convergente en condiciones subsónicas ya que no tendría un gran impacto en el impulso específico total y supondría un análisis más complejo.

Para determinar la presión a la entrada a la turbina se usan las pérdidas de presión de remanso en la precámara

$$P_{e,t} = \frac{P_c \Pi_{pc} \Pi_{iny,pc,ox}}{\Pi_{iny,cc,ox}} \quad (20)$$

Para determinar la presión a la salida de la turbina se toma el valor límite de operación de ésta, con un salto de presiones, Π_t , de 12:1. De este modo se obtiene también la temperatura a la salida de la turbina, $T_{s,t}$, y la c estrella de la tobera auxiliar, c_{aux}^* .

$$P_{s,t} = \frac{P_{e,t}}{\Pi_t} \quad (21)$$

$$T_{s,t} = T_{t,in} (1 - \eta_t (1 - \Pi_t^{\frac{\gamma_{pc}-1}{\gamma_{pc}}})) \quad (22)$$

$$c_{aux}^* = \frac{\sqrt{R_{pc} T_{s,t}}}{\Gamma(\gamma_{pc})} \quad (23)$$

Al haber determinado la presión a la salida de la turbina se puede también obtener la presión a la salida de la tobera auxiliar, $P_{s,t}$, que será necesaria a la hora de determinar el impulso específico aportado por la tobera auxiliar.

$$P_{s,aux} = \frac{P_{s,t}}{\left(\frac{\gamma_{pc}}{2} + \frac{1}{2}\right)^{\frac{\gamma_{pc}-1}{\gamma_{pc}}}} \quad (24)$$

2.3. Acoplamiento mecánico

La turbina obtiene trabajo a partir de la expansión de los gases procedentes de la precámara. Este trabajo se reparte entre las dos bombas que se encargan de comprimir el fuel y el oxidante. A este proceso lo llamamos acoplamiento mecánico o de turbomaquinaria. Las relaciones entre gastos másicos que se obtienen de las ecuaciones de acoplamiento mecánico serán necesarias a la hora de determinar el impulso específico total.

Se definen las potencias en la turbina, τ_t , la bomba de oxidante, $\tau_{b,o}$ y la de la bomba de fuel $\tau_{b,f}$:

$$\tau_t = -C_{p_{pc}} T_{tin} \eta_t \left(\left(\frac{1}{\Pi_t} \right)^{\frac{\gamma_{pc}-1}{\gamma_{pc}}} - 1 \right) \quad (25)$$

$$\tau_{b,o} = \frac{\Delta P_{b,o}}{\eta_{b,o} \rho_o} \quad (26)$$

$$\tau_{b,f} = \frac{\Delta P_{b,f}}{\eta_{b,f} \rho_f} \quad (27)$$

Se expresa matemáticamente la igualdad entre el trabajo suministrado por la turbina y el de las dos bombas:

$$\dot{W}_t = \sum \dot{W}_b \quad (28)$$

$$\eta_m \dot{m}_t \tau_t = \dot{m}_{bo} \tau_{bo} + \dot{m}_{bf} \tau_{bf} \quad (29)$$

Desarrollando la ecuación (29) se llega a la siguiente expresión del ratio entre el gasto másico de oxidante en la cámara de combustión y en la precámara:

$$\frac{(\dot{m}_o)_{cc}}{(\dot{m}_o)_{pc}} = - \frac{\tau_{bo} + \frac{\tau_{bf}}{OF_{pc}} - \eta_m \tau_t \left(\frac{1}{OF_{pc}} + 1 \right)}{\tau_{bo} + \frac{\tau_{bf}}{OF_{cc}}} \quad (30)$$

Finalmente, utilizando la relación entre gastos másicos de la ecuación (30) se puede obtener esta expresión para la relación entre el gasto másico de la turbina y el gasto másico de oxidante en la precámara. Esta relación será la que usemos en el apartado 37.

$$\frac{\dot{m}_t}{(\dot{m}_o)_{pc}} = \frac{(\dot{m}_o)_{cc}}{(\dot{m}_o)_{pc}} \left(1 + \frac{1}{OF_{cc}} \right) + \left(1 + \frac{1}{OF_{pc}} \right) \quad (31)$$

2.4. Ecuación del empuje

Con los datos obtenidos hasta este punto se puede determinar el impulso específico aportado por la tobera principal y por la tobera auxiliar y calcular el impulso específico total que resulta del uso de ambas toberas.

Se sabe que el motor cohete produce un empuje de 50 000kg a nivel de mar ($P_{amb} = 101325\text{Pa}$) y que está diseñado de tal manera que la tobera se encuentra adaptada a unos 7 200m (40kPa). En este análisis se ha considerado que el motor cohete se encuentra a nivel del mar ya que por los datos aportados en el enunciado se deduce que éste podría ser un motor usado en la primera etapa de un lanzador. Además, a nivel del mar es el punto en el que el motor tendría peores prestaciones por lo que estaríamos analizando el peor de los casos, y a medida que el motor cohete gane altura, el impulso específico aumentará, teniendo un máximo en el vacío.

2.4.1. Tobera principal

Se determina la relación de áreas para poder obtener el coeficiente de empuje, y junto a la c^* se obtiene el Isp_0

$$\epsilon = \frac{\Gamma(\gamma_t)}{\left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{1/\gamma_t} \sqrt{\frac{2\gamma_t}{\gamma_t - 1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}} \right]}} \quad (32)$$

$$C_{E,SL} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma_t}{\gamma_t - 1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}} \right]} + \epsilon \left(\frac{P_s}{P_c} - \frac{P_{amb}}{P_c} \right) \quad (33)$$

$$Isp^0 = c^* \times C_E \quad (34)$$

2.4.2. Tobera auxiliar

Se procede de manera análoga a la tobera principal pero, al haber asumido que la tobera auxiliar se encuentra en condiciones críticas, es posible simplificar los cálculos ya que la relación de áreas es de 1, es decir, $\epsilon_{aux} = 1$.

$$C_{E,aux,SL} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma_{pc}}{\gamma_{pc} - 1} \left[1 - \left(\frac{P_{s,aux}}{P_{st}} \right)^{\frac{\gamma_{pc}-1}{\gamma_{pc}}} \right]} + \epsilon \left(\frac{P_{s,aux}}{P_{st}} - \frac{P_{amb}}{P_{st}} \right) \quad (35)$$

$$Isp_{aux} = c_{aux}^* \times C_{E,aux} \quad (36)$$

2.4.3. I_{sp} total

Se obtiene el impulso específico total, Isp , a partir de las relaciones entre gastos másicos desarrolladas en la ecuación (31) y la relación de mezclas en la precámara:

$$Isp = Isp_{0,aux} \frac{\left(\frac{1}{OF_{pc}} + 1 \right)}{\frac{\dot{m}_t}{(\dot{m}_o)_{pc}}} - Isp_0 \left(\frac{\frac{1}{OF_{pc}} + 1}{\frac{\dot{m}_t}{(\dot{m}_o)_{pc}} - 1} \right) \quad (37)$$

2.5. Relaciones entre gastos másicos

Al haber determinado el impulso específico total y al conocer el empuje a nivel del mar, se obtiene el gasto másico total del motor cohete a través de la siguiente relación:

$$\dot{m}_{total} = \frac{E}{Isp} \quad (38)$$

Con estos datos es posible determinar los gastos másicos de oxidante y de fuel en la precámara y en la cámara de combustión de la siguiente manera:

$$(\dot{m}_o)_{pc} = \frac{\dot{m}_{total}}{\frac{\dot{m}_t}{(\dot{m}_o)_{pc}}} \quad (39)$$

$$(\dot{m}_f)_{pc} = \frac{(\dot{m}_o)_{pc}}{OF_{pc}} \quad (40)$$

$$(\dot{m}_o)_{cc} = (\dot{m}_o)_{pc} \frac{(\dot{m}_o)_{cc}}{(\dot{m}_o)_{pc}} \quad (41)$$

$$(\dot{m}_f)_{cc} = \frac{(\dot{m}_o)_{cc}}{OF_{cc}} \quad (42)$$

Finalmente, se encuentra la relación de mezclas global del motor cohete, OF :

$$OF = \frac{(\dot{m}_o)_{cc} + (\dot{m}_o)_{pc}}{(\dot{m}_f)_{cc} + (\dot{m}_f)_{pc}} \quad (43)$$

2.6. Área de garganta

Para concluir el análisis de este ciclo generador de gas, se determina el área de garganta a partir de la ecuación del empuje, con el fin de poder proporcionar el área de garganta necesario para las distintas optimizaciones que se han considerado.

$$A_g = \frac{E}{P_c C_E} \quad (44)$$

3. Resultados

3.1. Mezcla rica vs. Mezcla pobre

Antes de empezar a optimizar se discute que tipo de mezcla será más adecuada en la cámara de combustión de un motor cohete de propulsante líquido con una mezcla de LO_2/LH_2 .

El hidrógeno tiene la masa molecular más baja conocida y quema con gran intensidad. En combinación con un oxidante, en este caso oxígeno líquido, el hidrógeno líquido proporciona el mayor impulso específico de cualquier motor cohete conocido.

El I_{sp} teórico es proporcional a la energía liberada por unidad de masa de propulsante. En motores químicos, cuando la mezcla no es estequiométrica, la cantidad de reductor o oxidante en exceso se traduce en la pérdida de energía química potencial, es decir, se reduce la energía específica. Aun así, los motores cohetes suelen utilizar mezclas ricas o pobres. Cuando la mezcla es rica, los gases de salida tienen una masa molecular menor. La tobera convierte la energía térmica de los propulsores en energía cinética. Las moléculas almacenan energía térmica en rotación, vibración y translación, la cual será la única que aumentará la energía del motor. Moléculas que tienen menor número de átomos tendrán menor energía de rotación y vibración almacenada y por tanto tendrán mas energía de translación que será convertida en cinética. Por tanto, las mezclas ricas proporcionarán mayor rendimiento en la tobera y consecuentemente mayor I_{sp} . En particular, cuando el reductor es hidrógeno líquido, debido a la baja masa molecular la energía perdida por unidad de masa es tan pequeña que el I_{sp} óptimo se dará con mezclas muy ricas.

La mezcla óptima normalmente es la que proporciona el mayor I_{sp} , pero en algunas situaciones variar el ratio O/F puede proporcionar mejores resultados. Como se verá en los próximos apartados este será el caso de la mezcla de LO_2/LH_2 , dado que al aumentar O/F supondrá reducir significativamente los tanques de hidrógeno y las pérdidas de rendimiento serán compensadas por la reducción del tanque de hidrógeno.

Otra razón para utilizar mezclas no estequiométricas es que estas queman a menor temperatura, lo que hace el proceso de refrigeración más fácil. Debido a que en las mezclas ricas los productos son más reactivos que en las mezclas pobres, la mayoría de motores cohetes operan con mezclas ricas como por ejemplo el motor principal del Space Shuttle o el motor Vulcain. Cabe destacar que el pre-burner ruso RD-180 utiliza LOX y RP-1 en mezcla pobre, lo cual permite una mayor relación potencia/peso pero con el inconveniente de tener que transportar por el motor los productos que contienen oxígeno gaseoso a gran presión y temperatura.

En los próximos apartados se ejemplificará toda esta información numérica y gráficamente.

3.2. Optimización del Impulso específico

El impulso específico es de gran importancia por múltiples razones:

- Proporciona de manera rápida el valor del empuje si tenemos el gasto másico de la tobera
- Es una variable asociada a la calidad del funcionamiento de un motor cohete. Cuanto más alto es el valor del Isp mayor es la eficiencia
- Simplifica el análisis matemático de la termodinámica de un cohete
- Proporciona una manera sencilla de dimensionar el motor en el análisis preliminar. Con los resultados del análisis termodinámico se obtendrá un valor del impulso específico. El peso del cohete definirá el empuje necesario y dividiendo el empuje entre el Isp se obtendrá cuanto gasto másico de propulsores deberá producir el motor. Esta información determinará la dimensión física del motor

A continuación se presenta el diseño del motor cohete utilizando el Isp como criterio de optimización para dos casos: cuando la mezcla en el pre-burner es rica y cuando es pobre. Cabe destacar que se estudiarán todos los casos para cuando la presión ambiente sea la equivalente a la de sea level, es decir 101325 Pa, y que se hará un estudio en los siguientes rangos de P_c y O/F_{CC} :

- Rango de P_c : 0.1 a 50 MPa
- Rango de O/F_{CC} : 0.5 a 16

3.2.1. Mezcla pobre en pre-burner

Cuando la proporción entre oxidante y reductor es superior a la estequiométrica se denomina mezcla pobre. Como se ha visto en la sección 2.1.1, en este caso la relación óptima se obtiene para un O/F de 150,16.

Con la ecuación (36) se obtiene el Isp proporcionado por la tobera auxiliar y con la ecuación (34) el de la tobera principal. En las siguientes gráficas se puede observar como el Isp auxiliar no depende de la relación O/F de la cámara de combustión e incrementará indefinidamente a medida que aumenta la P_c . En cambio, el Isp de la tobera principal presentará un máximo para una mezcla rica, tal y como se ha visto en la sección 3.1, y también incrementará indefinidamente a medida que aumenta la P_c . Se puede observar que lógicamente los valores de Isp proporcionados por la tobera principal son muy superiores a la tobera auxiliar. Los valores máximos para cada tobera se pueden ver representados en el Cuadro 2, que posteriormente se compararan con los valores de la mezcla rica.

Tobera	P_c [MPa]	O/F_{cc}	Isp [m/s]
Auxiliar	50	-	774.45
Principal	50	4.375	4.1982×10^3

Cuadro 2: Óptimos de las toberas

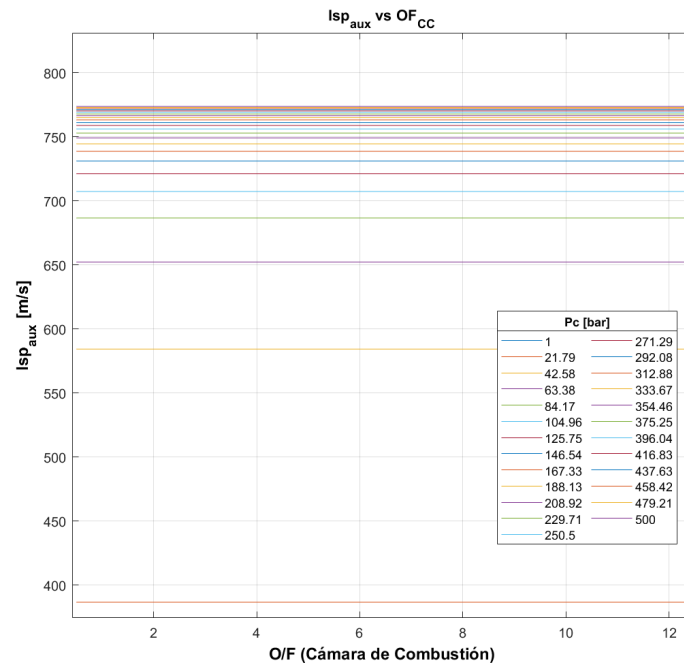


Figura 3: I_{sp} tobera auxiliar

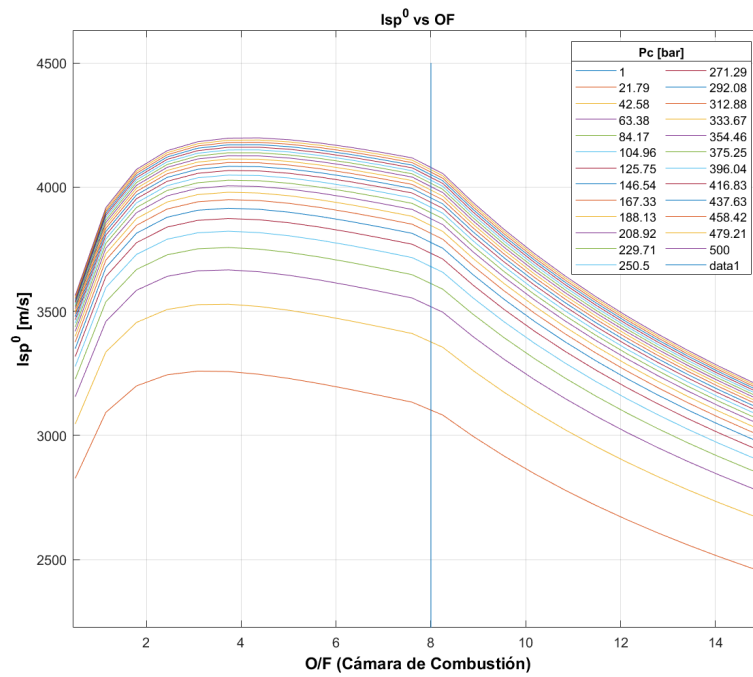


Figura 4: I_{sp} tobera principal

A continuación se muestra el Isp total, teniendo en cuenta el gasto másico sangrado a la turbina y la aportación de empuje de las dos toberas, calculado a partir de la ecuación (37). Se ha representado en 2D y en 3D para la mejor visualización de la variación de Isp en función de O/F_{CC} y P_c .

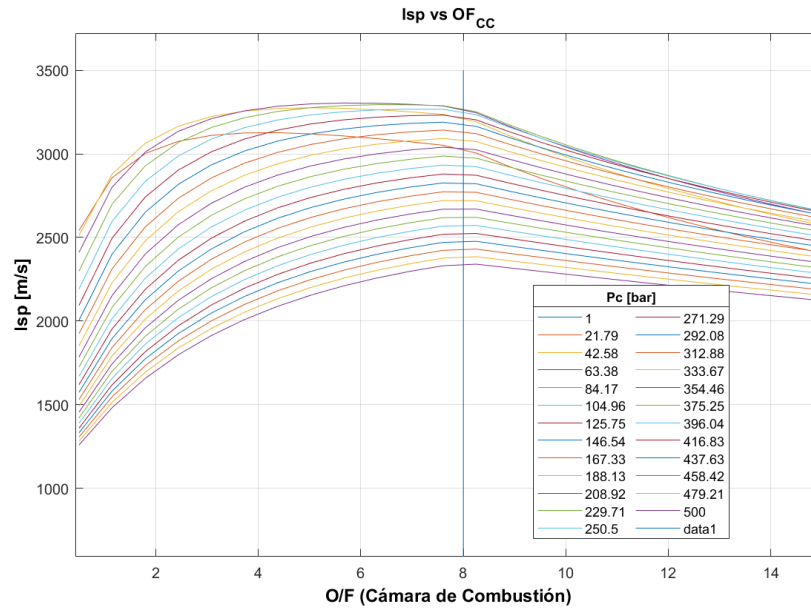


Figura 5: Isp total en 2D

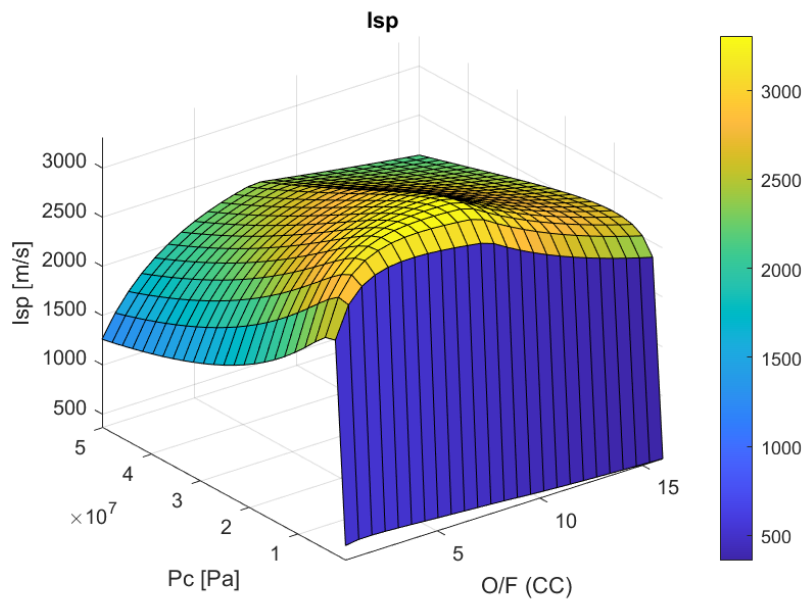


Figura 6: Isp total en 3D

En las Figuras 5 y 6 se puede observar que el Isp óptimo se da para los valores del Cuadro 3. En este caso el Isp si que tiene un óptimo para P_c y se puede observar que el Isp total es menor al proporcionado por la tobera principal, dado que aunque se este aprovechando los gases de salida de la turbina mediante una tobera auxiliar el hecho de estar sangrando combustible para alimentar a la turbina afecta sobre el rendimiento total.

	P_c [Mpa]	O/F_{cc}	Isp [m/s]
Total	6.33	5.67	3.3039×10^3

Cuadro 3: Óptimos del Isp total

3.2.2. Mezcla rica en pre-burner

Cuando la proporción entre oxidante y reductor es inferior a la estequiométrica se denomina mezcla rica. Como se ha visto en la sección 2.1.1, en este caso la relación óptima se obtiene para un O/F de 0,750.

Con la ecuación (36) se obtiene el Isp proporcionado por la tobera auxiliar y con la ecuación (34) el de la tobera principal. En las siguientes gráficas se puede observar como el Isp auxiliar, de la misma manera que en la mezcla pobre no depende de la relación O/F de la cámara de combustión e incrementará indefinidamente a medida que aumenta la P_c . En cambio, el Isp de la tobera principal presentará un máximo para una mezcla rica y también incrementará indefinidamente a medida que aumenta la P_c . Los valores máximos para cada tobera se pueden ver representados en el Cuadro 4 y se puede observar que lógicamente los valores de Isp proporcionados por la tobera principal son muy superiores a la tobera auxiliar. Comparando los valores del Cuadro 4 con los valores de la mezcla pobre del Cuadro 2 se puede observar como para la tobera auxiliar el Isp cuando en el pre-burner hay una composición de mezcla rica es muy superior al de mezcla pobre, como se ha explicado en la sección 3.1. Cabe destacar que los valores de Isp de la tobera principal coinciden en ambos casos, dado que el óptimo se obtiene para las mismas condiciones en la cámara de combustión.

Tobera	P_c [MPa]	O/F_{cc}	Isp [m/s]
Auxiliar	50	-	2.2468×10^3
Principal	50	4.375	4.1982×10^3

Cuadro 4: Óptimos de las toberas

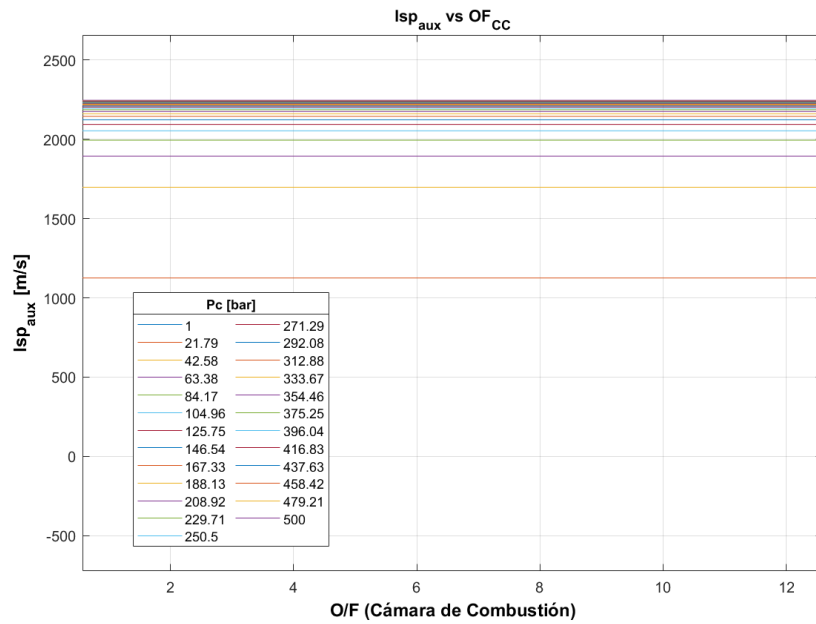


Figura 7: I_{sp} tobera auxiliar

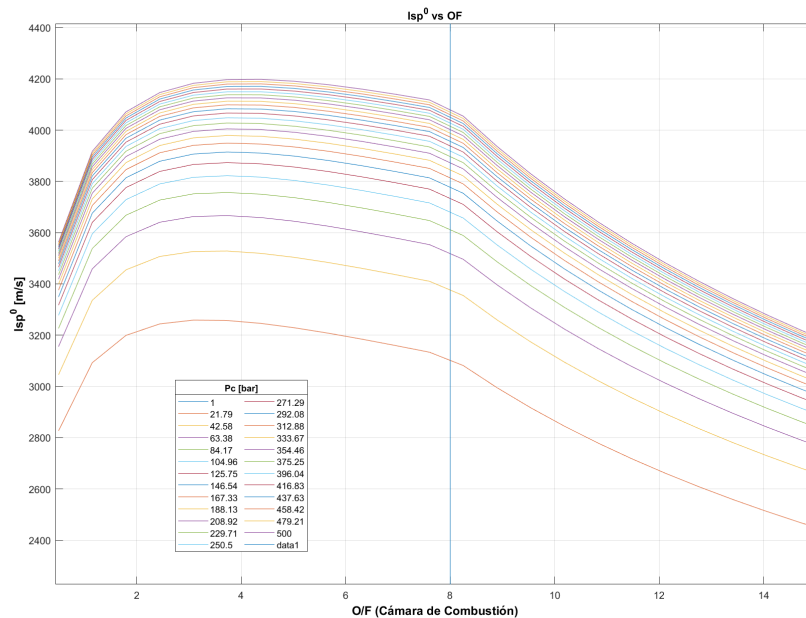


Figura 8: I_{sp} tobera principal

A continuación se muestra el I_{sp} total, teniendo en cuenta el gasto másico sangrado a la turbina y la aportación de empuje de las dos toberas, calculado a partir de la ecuación (37). Se ha representado en

2D y en 3D para la mejor visualización de la variación de I_{sp} en función de O/F_{CC} y P_c .

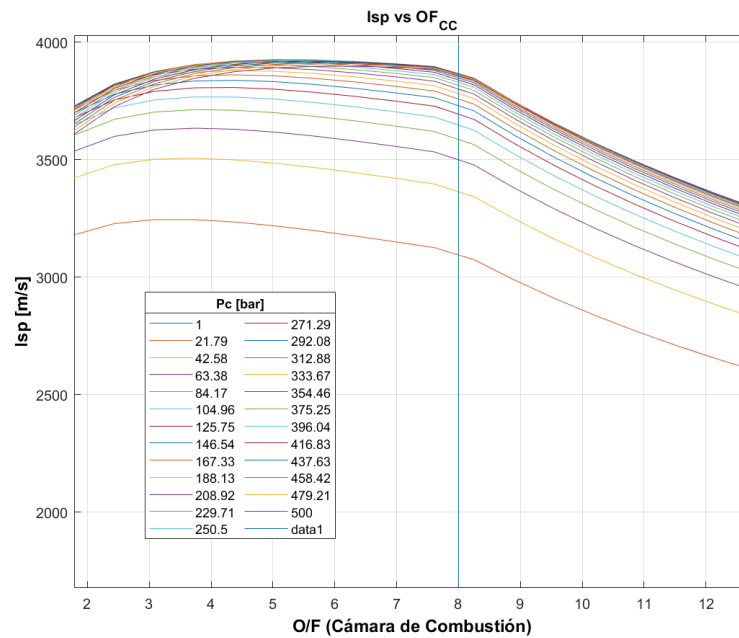


Figura 9: I_{sp} total en 2D

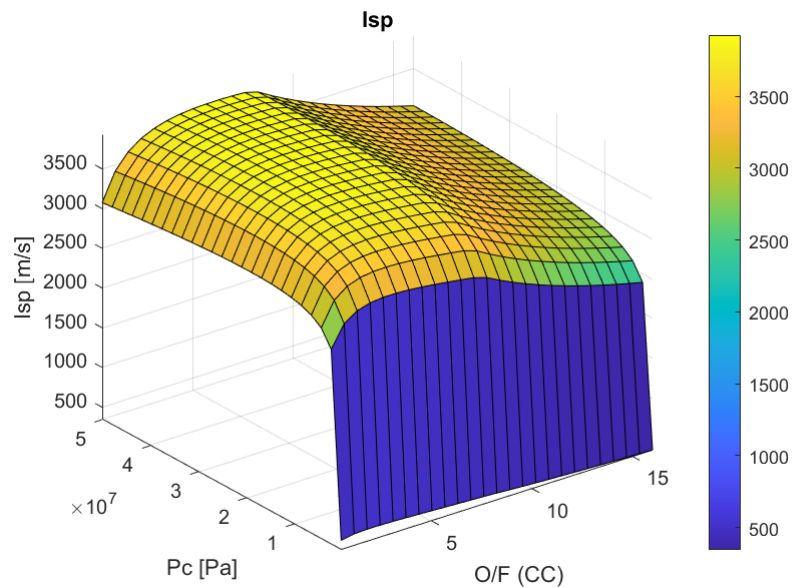


Figura 10: I_{sp} total en 3D

En las Figuras 9 y 10 se puede observar que el I_{sp} óptimo se da para los valores del Cuadro 5. En

este caso el I_{sp} si que tiene un óptimo para P_c y se puede observar que el I_{sp} total es menor al proporcionado por la tobera principal, dado que aunque se este aprovechando los gases de salida de la turbina mediante una tobera auxiliar el hecho de estar sangrando combustible para alimentar a la turbina afecta sobre el rendimiento total. Comparando los valores entre mezcla rica y mezcla pobre se observa que se proporciona más empuje para una elección de mezcla rica en el pre-burner, dado que el I_{sp} total obtenido es superior. Este I_{sp} se obtiene para una menor P_c y un valor ligeramente menor de O/F_{CC} .

	P_c [Mpa]	O/F_{cc}	I_{sp} [m/s]
Total	3.34	5.02	3.9264×10^3

Cuadro 5: Óptimos del I_{sp} total

Otras variables de interés que son interesantes de observar son la variación de la T_c y c^* en función de la O/F_{CC} . En la Figura 11 se puede observar que, como se ha comentado anteriormente, las mezclas no estequiométricas queman a menor temperatura, mejorando así la refrigeración.

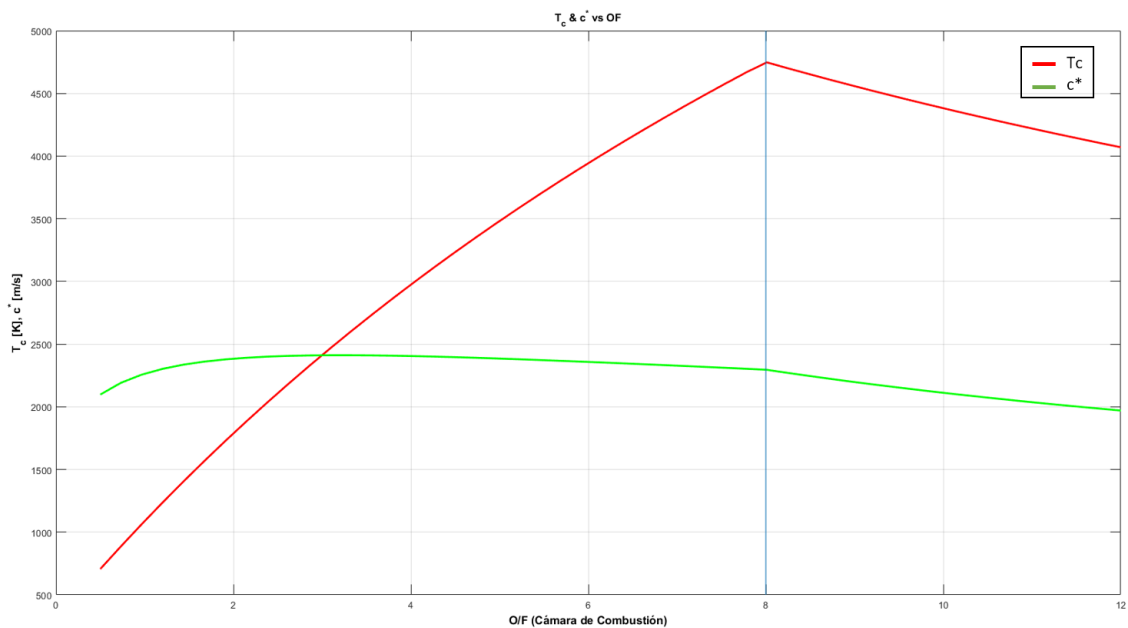


Figura 11: T_c y c^* en función de O/F_{CC}

Finalmente, si se optimiza el O/F respecto el I_{sp} se toma la decisión de operar con mezcla rica en el pre-burner, dado que proporciona un mejor I_{sp} y los productos serán menos reactivos, aumentando así la seguridad. Los datos de diseño son los mostrados en el Cuadro 6.

P_{amb} [Pa]	O/F_{global}	O/F_{CC}	Isp [m/s]	A_g [m ²]
101325	3.9	5.02	3.9264×10^3	0.0085

Cuadro 6: Valores finales de diseño

3.3. Optimización del Isp teniendo en cuenta los depósitos

Como se ha explicado en la sección 3.1 hay casos en los que se consiguen mejores optimizaciones utilizando un O/F que no proporciona el mayor Isp . En el caso de la mezcla de LO_2/LH_2 , debido a que el hidrógeno tiene un peso molecular muy bajo, si la mezcla es muy rica habrá un aumento en el peso de los depósitos y por tanto conviene optimizar el O/F teniendo en cuenta este peso.

El valor del coeficiente estructural del depósito de oxígeno y el de hidrógeno es el del Cuadro 7. Con la ecuación (45) se obtiene el factor estructural global, para obtener el Isp que los tiene en cuenta (46).

k_O	k_F
0.02	0.2

Cuadro 7: Coeficientes estructurales de los depósitos

$$k = \frac{k_F + k_O(O/F)}{1 + (O/F)} \quad (45)$$

$$Isp_k = \frac{Isp}{1 + k} \quad (46)$$

Cabe destacar que ahora el O/F de interés es el global, no solo el de la cámara de combustión. En el Cuadro 8 se puede ver el óptimo de O/F cuando se tiene en cuenta los depósitos comparado con el de la sección 3.2, para el caso de mezcla rica o pobre en el pre-burner.

Mezcla pre-burner	O/F	Isp	O/F_k	Isp_k
Pobre	6.43	3.3039×10^3	7.10	3.1687×10^3
Rica	3.90	3.9264×10^3	4.79	3.7269×10^3

Cuadro 8: Comparación Isp con Isp_k

Se puede observar como el óptimo para ambos casos se obtiene a una relación mayor de O/F , dado que esto supondrá reducir significativamente los tanques de hidrógeno. El Isp obtenido es inferior en la mezcla pobre así que de nuevo se elige operar con mezcla rica en el pre-burner. Los datos de diseño son los mostrados en el Cuadro 9.

P_{amb} [Pa]	O/F_{global}	O/F_{CC}	Isp [m/s]	Isp_k [m/s]	A_g [m ²]
101325	4.79	6.31	3.9264×10^3	3.9172×10^3	0.0085

Cuadro 9: Valores finales de diseño

3.4. Optimización del Impulso volumétrico

En este apartado se optimizará este diseño en función del impulso volumétrico, que se define como el producto del impulso específico y la densidad de los propulsores (47). Este parámetro será de gran interés para vuelos atmosféricos, donde un mayor impulso volumétrico reducirá las pérdidas causadas por las fuerzas aerodinámicas, al permitir un menor tamaño del vehículo y por tanto menos superficie sobre la que pueda actuar el drag aerodinámico.

$$I_{spVol} = I_{sp} \rho_m \quad (47)$$

Para definir este parámetro, se comienza por calcular la densidad media de los propulsores, en función de la relación O/F global seleccionada. Para ello se emplea la ecuación (48).

$$\rho_m = \frac{\rho_f + OF \rho_{ox}}{OF + 1} \quad (48)$$

En la figura 12 se muestran los resultados de densidad media de los propulsores en función de la relación O/F de la cámara de combustión y de la presión de cámara.

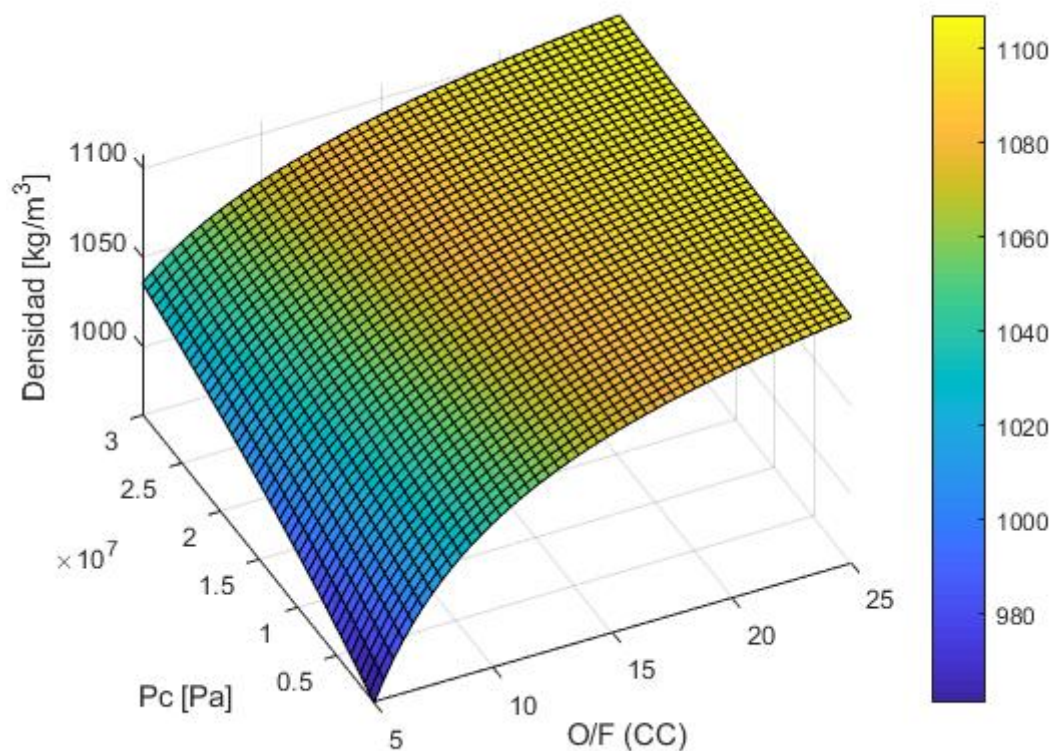


Figura 12: Densidad media de los propulsores

Puede observarse que al aumentar la presión de cámara deberá aumentar la proporción de gasto másico consumido por la turbina, que en este caso emplea mezcla pobre, con lo que se produce un claro

aumento de la densidad media, al incluirse mayor proporción de oxígeno en la relación O/F global del motor.

Una vez definida la densidad en función de los parámetros de entrada, se pasa a calcular el impulso volumétrico para varios puntos del plano O/F P_c , tal y como se hizo en el caso del impulso específico.

En se considerará la combustión en la precámara como pobre, ya que, como se mencionó en apartados anteriores, aporta ventajas en cuanto a la seguridad del motor. En anteriores apartados se hizo la presunción de que esta era también una configuración ventajosa en cuanto a impulso volumétrico, por lo que se calcularán ambos casos para confirmar la validez de la afirmación en el caso del motor diseñado, una vez calculado el caso de mezcla pobre.

En la figura 13 se muestra la evolución del impulso volumétrico frente a la presión de cámara, para diferentes valores de la relación O/F en la cámara de combustión. Estos datos son el resultado del producto entre la densidad media de los propulsantes (figura 12) y el impulso específico (figura 6)

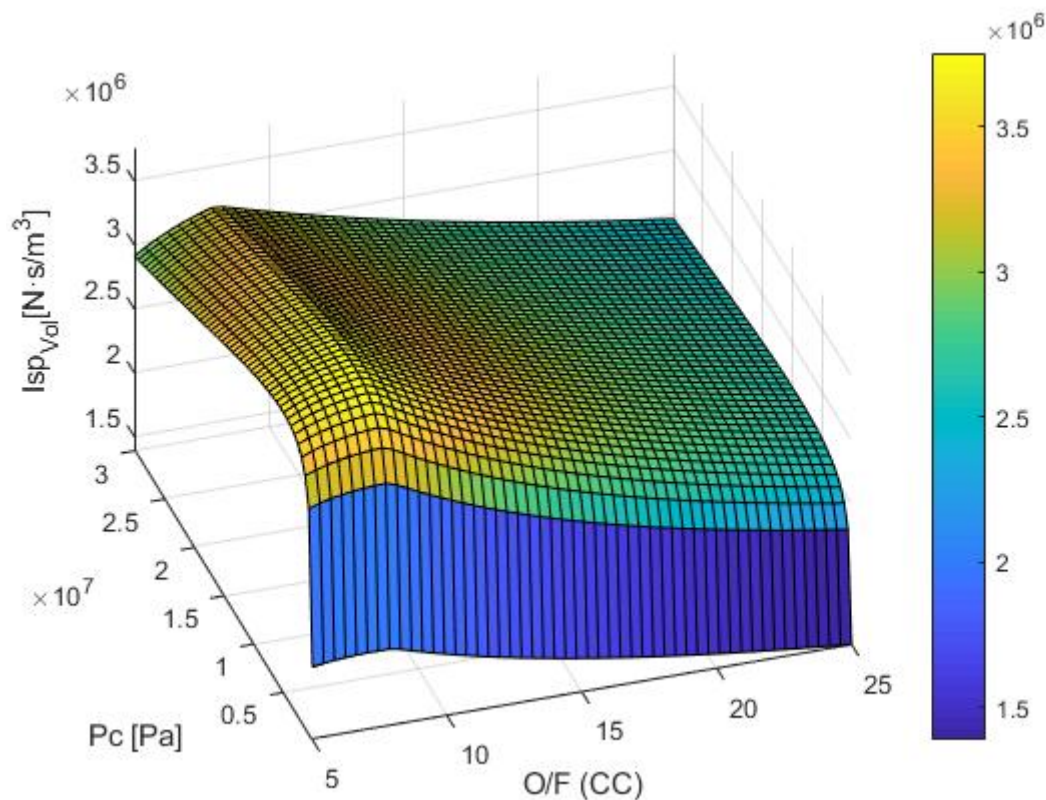


Figura 13: Impulso volumétrico 3D

En base a estos resultados se establece el punto máximo aproximadamente en el punto donde la relación O/F en la cámara de combustión es 7.9 y la presión de cámara $6.2e+06$ Pa. Se alcanza un valor máximo de Isp volumétrico de $3.76e+06$ Ns/m^3 . La relación O/F global del motor queda para este

caso en 8.7. Se comprueba que, tal y como se esperaba, el punto óptimo se desplaza a relaciones O/F mayores, dada la gran densidad del oxígeno comparada con la del hidrógeno.

Se analiza a continuación el caso de combustión rica en la precámara, aunque, por motivos de seguridad, no será este el seleccionado. El punto óptimo se encuentra en una presión de cámara de $2.1\text{e}+07$ Pa, una presión más alta que la obtenida en el caso anterior, en este caso, una mayor presión de cámara implicará una densidad media menor. La relación O/F de la cámara de combustión óptima resulta de 7.85, similar al caso anterior, aunque algo más baja. Por último, el I_{sp} volumétrico obtenido es de $4.12\text{e}+06$ Ns/m^3 , más alto que en el caso anterior, esto contradice la ventaja establecida a priori de un mayor impulso volumétrico para una precámara pobre. Esto podría justificarse por un impulso específico significativamente mayor para este caso, ya que la densidad media será menor.

3.5. Optimización del incremento de velocidad

Por último, se optimizará en este apartado el diseño del motor para obtener el máximo incremento de velocidad posible para la misión dada.

Para calcular este parámetro, se parte de la ecuación del cohete (49). Donde el valor de r es conocido para la misión, y K_m e I_{sp} se calculan del mismo modo que en los casos anteriores.

$$\Delta V = I_{sp} \ln \left(\frac{K_m + 1}{K_m + r} \right) \quad (49)$$

Se mantendrá la decisión de diseño de seleccionar una precámara pobre, expuesta en apartados anteriores.

Aplicando esta ecuación a un rango de valores del plano presión de cámara - relación O/F de la cámara de combustión se obtienen los valores expuestos en la figura 14.

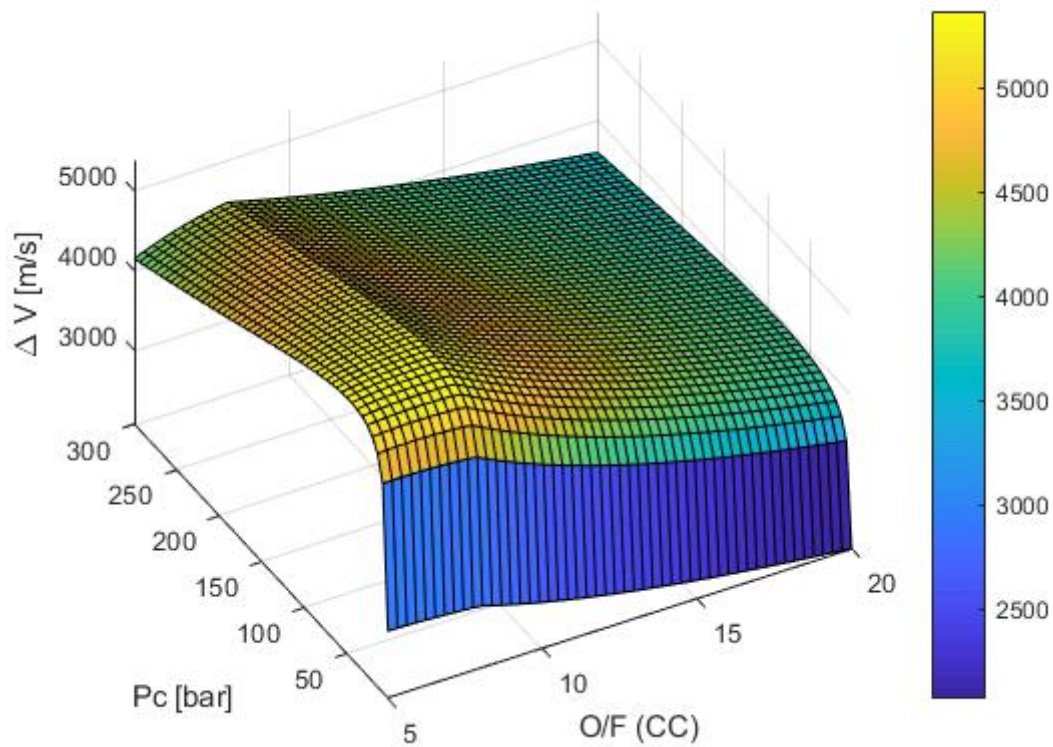


Figura 14: Incremento de velocidad 3D

Como se observa en la figura, el punto óptimo se encontrará cerca del O/F estequiométrico, concretamente en 7.76, esto se corresponde con el objetivo de la optimización de permitir realizar misiones más “exigentes”, desde el punto de vista “energético”. La presión de cámara óptima se encuentra en 5.6×10^6 Pa, quedando un incremento de velocidad máximo de aproximadamente 5370 m/s . Este incremento de velocidad se encuentra en el orden de magnitud de la velocidad de una órbita LEO, quedando demostrada la capacidad de este motor optimizado como etapa de un lanzador.

A. Código de Matlab

A.1. Main

```
1 clear all; close all; clc
2
3 Trabajo_datos % Llamar a los datos del archivo Trabajo_datos
4 %% PRECAMARA
5 OF_st = 8;
6 % Calculo de temperatura de combustion
7 Q = -(1 + 1/OF_st)*Entalp_h2o;
8
9 % Seleccionar el tipo de mezcla
10 syms OF_pc_sym
11 m_pc = 1; % Seleccionar el tipo de mezcla en la precamara: 1 para rica (exceso
    de H2), 0 para pobre (exceso de O2)
12 if m_pc == 0 % Pobre —> Exceso de Oxidante
13     Cp_pc = ( Cp_h20 + (OF_pc_sym/OF_st/2 - 1/2)*Cp_o2 )/( 1 + (OF_pc_sym/OF_st/2 -
        1/2) );
14     Mp_pc = ( M_h20 + (OF_pc_sym/OF_st/2 - 1/2)*M_o2)/( 1 + (OF_pc_sym/OF_st/2 - 1/2)
        );
15     % cp promedio en kg
16     Cp_pc = Cp_pc/(Mp_pc*1e-3); % J/kgK
17     fun = (T_tin - T_ref) == (Q/Cp_pc)*(OF_st/(1+OF_pc_sym));
18 else % Rica —> Exceso de Fuel
19     Cp_pc = ( Cp_h20 + (OF_st/OF_pc_sym - 1)*Cp_h2 )/( 1 + (OF_st/OF_pc_sym - 1) );
20     Mp_pc = ( M_h20 + (OF_st./OF_pc_sym - 1)*M_h2 )/( OF_st/OF_pc_sym );
21     % cp promedio en kg
22     Cp_pc = Cp_pc/(Mp_pc*1e-3); % J/kgK
23     fun = (T_tin == Q/Cp_pc*OF_pc_sym/(1.+OF_pc_sym) + T_ref);
24 end
25
26 OF_pc = max(double(vpasolve(fun))); % O/F PC
27
28 % Repito para no simbolico
29 if m_pc == 0 % Pobre —> Exceso de Oxidante
30     Cp_pc = ( Cp_h20 + (OF_pc/OF_st/2 - 1/2)*Cp_o2 )/( 1 + (OF_pc/OF_st/2 - 1/2) )
        ;
31     Mp_pc = ( M_h20 + (OF_pc/OF_st/2 - 1/2)*M_o2)/( 1 + (OF_pc/OF_st/2 - 1/2) );
32     % cp promedio en kg
33     Cp_pc = Cp_pc/(Mp_pc*1e-3);
34 else % Rica —> Exceso de Fuel
35     Cp_pc = ( Cp_h20 + (OF_st/OF_pc - 1)*Cp_h2 )/( 1 + (OF_st/OF_pc - 1) );
36     Mp_pc = ( M_h20 + (OF_st./OF_pc - 1)*M_h2 )/( OF_st/OF_pc );
37     % Cp promedio en kg
```

```

38     Cp_pc = Cp_pc/(Mp_pc*1e-3);
39 end
40
41 % Valores de los productos:
42 R_pc = (R_un / (Mp_pc*1e-3)); %[J/kgK]
43 gamma_pc = Cp_pc / (Cp_pc - R_pc);
44 gamma_g_pc = sqrt(gamma_pc * ((2 / (gamma_pc + 1))^(gamma_pc+1)/(2*(gamma_pc-1))));
    % Gamma(gamma) de la pc
45
46 %% CAMARA COMBUSTION
47 % Inicializacion
48 OF_cc = linspace(0.5, 16, 25);
49 Pc = linspace(1e5, 50e6, 25);
50 Isp_0 = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
51 Isp_0_aux = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
52 Isp = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
53 T_c = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
54 c_star = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
55 C_E = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
56 C_E_aux = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
57 A_g = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
58 Isp_Vol = zeros(length(OF_cc), length(Pc));
59
60 for i = 1:length(OF_cc)
61     for j = 1:length(Pc)
62
63 % Gastos masicos en las bombas:
64 %     m_bf_m = 1 / (1 + OF(i)); % gasto masico bomba fuel
65 %     m_bo_m = OF(i) / (OF(i) + 1); % gasto masico bomba oxidante
66
67 % % Deltas P en las bombas:
68     Delta_P_bo = (Pc(j) / Pi_iny_cc_ox) - P_dox;
69     Delta_P_bf = (Pc(j) / (Pi_iny_cc_red * Pi_refr)) - P_df;
70
71 % Definimos los taus de las bombas y la turbina:
72     tau_t = rend_t*Cp_pc* T_tin*(1-(1/Pi_t)^((gamma_pc-1)/gamma_pc));
73     tau_bo = Delta_P_bo / (rend_bo * rho_ox);
74     tau_bf = Delta_P_bf / (rend_bf * rho_f);
75
76 % Gastos masicos:
77     if OF_cc(i) > 8 % Mezcla Pobre
78         Cp_cc = ( Cp_h20 + (OF_cc(i)/OF_st/2 - 1/2)*Cp_o2 ) / ( 1 + (OF_cc(i)/OF_st/2 -
            1/2) );
79         Mp_cc = ( M_h20 + (OF_cc(i)/OF_st/2 - 1/2)*M_o2) / ( 1 + (OF_cc(i)/OF_st/2 -
            1/2) );

```

```

80      % cp promedio en kg
81      Cp_cc = Cp_cc/(Mp_cc*1e-3); %J/kgK
82      T_c(i,j) = (Q/Cp_cc)*(OF_st/(1+OF_cc(i))) + T_ref;
83  else
84      Cp_cc = ( Cp_h20 + (OF_st/OF_cc(i) - 1)*Cp_h2 )/( 1 + (OF_st/OF_cc(i) - 1) );
85      Mp_cc = ( M_h20 + (OF_st/OF_cc(i) - 1)*M_h2 )/( OF_st/OF_cc(i) );
86      % cp promedio en kg
87      Cp_cc = Cp_cc/(Mp_cc*1e-3); %J/kgK
88      T_c(i,j) = Q/Cp_cc*OF_cc(i)/(1+OF_cc(i)) + T_ref;
89  end
90
91  R_c = R_un*1000/ Mp_cc; %J/kgK]
92  gamma_c = 1 / (1 - (R_c / Cp_cc)); % Gamma de la cc
93  gamma_g = sqrt(gamma_c) * ((2 / (gamma_c + 1))^( (gamma_c+1)/(2*(gamma_c-1)) )); %
      Gamma(gamma) de la cc
94
95  c_star(i,j) = sqrt(R_c * T_c(i,j))/ gamma_g; % m/s
96
97  func_p = (2*gamma_c/(gamma_c-1)) * (1 - (P_s/Pc(j))^( (gamma_c-1)/gamma_c ));
98  epsilon = gamma_g / (((P_s/Pc(j)) ^ (1 / gamma_c)) * sqrt(func_p));
99  C_E(i,j) = gamma_g* sqrt(func_p) + epsilon*(((P_s/Pc(j))) - (P_amb / Pc(j)));
100  Isp_0(i,j) = C_E(i,j) * c_star(i,j);
101
102  %% TURBINA / TOBERA AUXILIAR
103
104  % Calculo de presiones:
105  P_e_t = (Pc(j) * Pi_iny_pc_ox * Pi_pc) / ( Pi_iny_cc_ox ); % P entrada turbina
106  P_s_t = P_e_t / Pi_t; % P salida turbina
107
108  % Calculo parametros turbina:
109  T_s_t = T_tin * (1 - (rend_t*(1- (1/Pi_t) ^ ((gamma_pc-1) / gamma_pc)))); % T
      salida turbina
110  func_RT = R_pc * T_s_t;
111
112  c_star_aux = sqrt(func_RT)/ gamma_g_pc;
113  ps_aux = P_s_t / ( 1 + (gamma_pc-1)/2)^(gamma_pc/(gamma_pc-1)); % presion a la
      salida de le tobera auxiliar
114  func_p_aux = (2*gamma_pc/(gamma_pc-1)) * (1 - (ps_aux/P_s_t)^( (gamma_pc-1)/
      gamma_pc ));
115  epsilon_aux = gamma_g_pc / (((ps_aux/P_s_t) ^ (1 / gamma_pc)) * sqrt(func_p_aux));
116  C_E_aux(i,j) = gamma_g_pc * sqrt(func_p_aux) + epsilon_aux*(((ps_aux/P_s_t)) - (
      P_amb / P_s_t));
117
118  % ISP AUX
119  Isp_0_aux(i,j) = C_E_aux(i,j) * c_star_aux;

```

```
120
121 %% Acoplamiento de la turbomaquinaria
122 m_ox_C_PC = ( (1 + 1/OF_pc)*rend_mec* tau_t - (tau_bo + tau_bf/OF_pc) )/...
123         (tau_bo + tau_bf/OF_cc(i));
124 mt_m_ox_PC = m_ox_C_PC*(1 + 1/OF_cc(i)) + (1 + 1/OF_pc);
125
126 %% ISP Total
127
128 Isp(i,j) = Isp_0(i,j) * (1 - (1 + 1/OF_pc)/mt_m_ox_PC) + Isp_0_aux(i,j) * (1 + 1/
        OF_pc)/mt_m_ox_PC; % Isp total
129
130 %% GASTO MASICO
131
132 m_t = E / Isp(i,j);
133
134 mo_PC = m_t / mt_m_ox_PC;
135 mf_PC = mo_PC / OF_pc;
136
137 mo_C = mo_PC * m_ox_C_PC;
138 mf_C = mo_C / OF_cc(i);
139
140 OF = (mo_C + mo_PC)/(mf_C + mf_PC);
141
142 %% OPTIMIZACION (APARTADO 2)
143 K_m = ((K_o * OF) + K_f) / (1 + OF);
144
145 %% OPTIMIZACION (APARTADO 3) — IMPULSO VOLUMETRICO
146 rho_m(i,j) = (OF*rho_ox + rho_f)/(1 + OF);
147
148 Isp_Km = Isp / (1+K_m);
149
150 Isp_Vol(i,j)= Isp(i,j) * rho_m(i,j);
151
152 %% OPTIMIZACION (APARTADO 4) — DELTA V
153 DV(i,j) = Isp(i,j) * log((1 + K_m)/(r + K_m));
154
155
156 %% DIMENSIONALIZAR
157
158 A_g(i,j) = E / (C_E(i,j) .* Pc(j));
159
160
161 end
162
163 end
```

```
164
165 %% OPTIMOS
166 [i, j] = find(ismember(Isp, max(Isp(:))));
167 maxi = max(Isp(:));
```

A.2. Datos

```
1 clear all; close all; clc
2
3 %% DATOS
4
5 % Densidades [kg/m^3]
6 rho_ox = 1140;
7 rho_f = 71;
8
9 % Presiones [Pa]
10 P_s = 40000; % P adaptado
11 P_amb = 101325; % {SL}
12 %P_amb = 0; % {vac o}
13 %P_amb = 40000;
14
15 % Presiones de los depositos [Pa]
16 P_dox = 6*10^5;
17 P_df = 3*10^5;
18
19 % Rendimientos
20 rend_bf = 0.62;
21 rend_bo = 0.64;
22 rend_t = 0.72;
23 rend_mec = 0.94;
24
25 % Caidas de presion
26 Pi_iny_cc_ox = 0.78;
27 Pi_iny_cc_red = 0.82;
28 Pi_refr = 0.88;
29 Pi_iny_pc_ox = 0.74;
30 Pi_pc = 0.92;
31 Pi_t = 12;
32
33 % Temperaturas [K]
34 T_ref = 298.15;
35 T_pc = 900;
36 T_tin = 900;
37
38 % Masas molares [g/mol]
39 M_h2o = (2*1.008 + 15.999);
```

```
40 M_o2 = 2*15.999;
41 M_h2 = 2*1.008;
42
43 % Cp [J/molK]
44 Cp_h20 = 54.32;
45 Cp_o2 = 39.07;
46 Cp_h2 = 36.11;
47
48 %Unidades [J/kgK]
49 Cp_h20_kg = 54.32/(M_h20*1e-3);
50 Cp_o2_kg = 39.07/(M_o2*1e-3);
51 Cp_h2_kg = 36.11/(M_h2*1e-3);
52
53
54
55 % Constantes
56 %Entalp_h2o = - 241818; % [J/mol]
57 %Entalp_h2o_kg = - 241818 * 1000/M_h20; % [J/kg]
58 Enthalp_h2o = -241818e3/(M_h20); %[J/kg]
59 R_un = 8.3144598; %[J/molK]
60 g0 = 9.80665; % m/s^2
61
62 % Datos Empuje
63 E_kg = 50*1e3; % kg
64 E = E_kg*g0; % N
65
66 % Datos Pesos
67 K_o=0.02;
68 K_f=0.2;
69 r=0.2;
```