

Problema 2 Propulsión

MCPL Turboalimentado

Gonzalo Azaña Caro

Daniel Gómez de Antonio

Índice

Índice	I
Índice de figuras	II
1. Introducción	1
2. Proceso de diseño	1
2.1. Proceso de combustión	2
2.2. Precámara	3
2.3. Sistema completo	4
2.3.1. Presiones	4
2.3.2. Gastos másicos	5
2.4. Resolución del problema	5
2.4.1. Acoplamiento mecánico	5
2.4.2. Ecuación de empuje	6
2.5. Resolución numérica (MATLAB)	7
3. Resultados	7
3.1. Impulso específico	7
3.2. I_{sp} y depósitos	9
3.3. Impulso volumétrico	10
3.4. Incremento de velocidad	12
3.5. Comentarios de los resultados	15
Anexo I: Códigos de MATLAB	III

Índice de figuras

2.1. Esquema del ciclo generador de gas.	2
3.1. Criterios de Optimización.	7
3.2. Impulso específico.	8
3.3. Impulso específico con depósitos y propulsante.	10
3.4. Impulso volumétrico.	11
3.5. Detalle del impulso volumétrico.	12
3.6. Incremento de velocidad.	13
3.7. Detalle de ΔV	14
3.8. Incremento de velocidad teórico.	14
3.9. Velocidad característica c^*	15
3.10. Coeficiente de empuje C_E	16
3.11. Gasto Oxidante linea principal.	16
3.12. Gasto Oxidante sangrado.	17
3.13. Gasto Fuel linea principal.	17
3.14. Gasto Fuel sangrado.	18

1. Introducción

El objetivo de este documento es describir razonadamente el proceso de diseño de un motor cohete de propulsante líquido. En este documento también se exponen las decisiones e hipótesis que ha sido necesario tomar, acompañadas de sus respectivas justificaciones. Por último se presentan los valores de las principales variables que dominan el proceso, así como un estudio de la validez de estos resultados en comparación a lo esperado.

2. Proceso de diseño

El proceso de diseño de un motor cohete consiste en obtener los valores de las presiones y temperaturas de funcionamiento, así como los gastos másicos de las líneas de fuel y oxidante, para conseguir cumplir con unos requisitos. En este caso se pide diseñar un motor cohete que esté adaptado cuando su presión de salida sea de $40kPa$ y proporcione un empuje de $50,000Kg$ a nivel del mar. También se sabe que la turbina puede trabajar a una temperatura máxima de $900K$ con una relación de presiones máxima de $12 : 1$, lo que significa una $\Pi_{t_{máx}} = 1/12$.

Se plantea la ecuación de combustión en la precámara, y se obtiene la masa molecular y el C_p medio de los productos en función de la cantidad de oxidante. Se introducen estas expresiones en la expresión del calor de la reacción. Para poder resolver esta ecuación se realiza la primera consideración, se toma como temperatura a la salida de la precámara la temperatura máxima de entrada a la turbina, y se obtiene el valor de O/F para el caso de mezcla rica y pobre en la precámara.

El siguiente objetivo es plantear la ecuación de acoplamiento de la turbina con las bombas, y para ello se buscan expresiones que den los saltos de presión, y los gastos másicos. Para obtener el salto de presión en la línea oxidante, se asume que la presión de inyección tanto en la cámara de combustión como en la precámara será la misma, y para la línea de fuel se tiene la caída de presión que sufre la línea de fuel al pasar por el refrigerador. Añadiendo 5 relaciones de gastos másicos, y los trabajos de las bombas y la turbina, se consigue una expresión que solo depende de la presión de la cámara de combustión.

A continuación, se plantea la ecuación de la combustión para la cámara de combustión principal, obteniendo las expresiones de la masa molar y el C_p

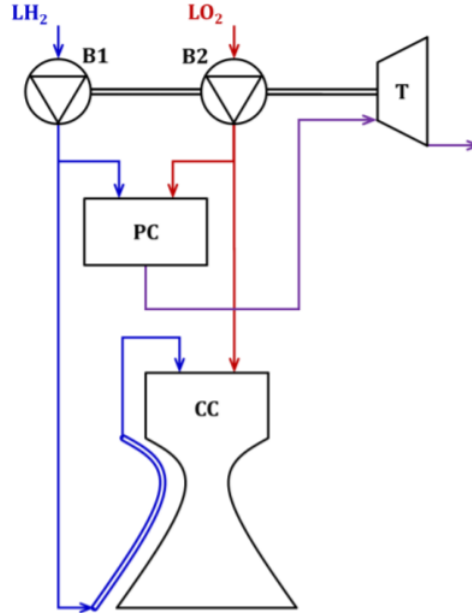


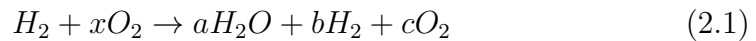
Figura 2.1: Esquema del ciclo generador de gas.

de los productos, y la temperatura de la cámara de combustión en función de los coeficientes de la reacción. Con este sistema de ecuaciones, tenemos la posibilidad de resolver en circuito con dos grados de libertad, que para este ejercicio serán la relación O/F en la cámara principal y la presión de cámara de la misma.

A continuación se desarrollan todas las ecuaciones necesarias para poder resolver el problema.

2.1. Proceso de combustión

La combustión, tanto para la precámara como para la cámara de combustión principal es la combustión del hidrógeno:



Donde a, b y c son valores que depende de la relación O/F, es decir, dependen de si son mezclas ricas o pobres. Así, tenemos 2 casos:

- Mezcla rica (exceso de fuel, $0 \leq x < 1/2$)

- $c = 0$
- $a = 2x$
- $b = 1 - 2x$
- Mezcla pobre (exceso de oxidante, $x > 1/2$)
 - $a = 1$
 - $b = 0$
 - $c = x - 1/2$

Con dicha nomenclatura, hemos conseguido que dependa del valor de x , que es la cantidad de oxígeno necesario para hacer la combustión, que dependerá a su vez de la O/F de la mezcla. De tal manera, se obtienen:

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{p_{prod}} &= \frac{\sum_{prod} m_i \cdot C_{p_i}}{\sum_{prod} m_i} = \frac{a \cdot C_{p_{H_2O}} + b \cdot C_{p_{H_2}} + c \cdot C_{p_{O_2}}}{(a + b + c) \cdot \tilde{M}_{prod}} \\ \tilde{M}_{prod} &= \frac{a \cdot M_{H_2O} + b \cdot M_{H_2} + c \cdot M_{O_2}}{a + b + c} \\ \Delta H_R &= m_{prod} \cdot \tilde{C}_{p_{prod}} \cdot (T_c - T_{ref}) = Q\end{aligned}\quad (2.2)$$

Donde la masa $m_{prod} = n_T \cdot \tilde{M}_{prod}$, con $n_T = (a + b + c)$.

De considerar el proceso de la combustión, se obtiene que todo el calor se obtiene de la transformación del agua:

$$Q = -a \cdot \Delta H_{f,H_2O}^o \quad (2.3)$$

2.2. Precámara

Para el caso de la precámara, tenemos que la temperatura máxima a la entrada que la turbina es capaz de aguantar es de 900K. Consideramos por tanto que la precámara trabaja a la máxima que es capaz de soportar la turbina, de manera que se maximiza el trabajo que esta es capaz de realizar sin penalizar en el gasto másico. Por tanto, como $T_c = 900K$, de (2.2)=(2.3) se pueden obtener los valores de x , y por tanto de O/F, que hacen que la temperatura a la salida sea la deseada. Se obtienen así dos valores de O/F_{precámara}:

- O/F_{precámara} = 0,7471 para mezcla rica en la precámara
- O/F_{precámara} = 149,0947 para mezcla pobre en la precámara

2.3. Sistema completo

No se puede, a priori, resolver todo el sistema, ya que se tiene un problema con dos grados de libertad, por tanto hay que desarrollar el problema al completo en función de dos de ellos. En este caso se han tomado como variables de diseño la relación O/F_{cc} y P_c , ambas en la cámara de combustión principal.

2.3.1. Presiones

Con las caídas de presión del sistema se puede expresar el conjunto de todas las presiones en función de la presión en la cámara de combustión, P_c :

Compresión en las bombas:

$$\Delta P_{b_f} = \frac{P_c}{\Pi_{refr} \cdot \Pi_{iny,cc,f}} - P_{dep,f}$$

$$\Delta P_{b_{ox}} = \frac{P_c}{\Pi_{iny,cc,ox}} - P_{dep,ox}$$

Inyección a la precámara:

$$P_{iny,pc,f} = P_{dep,f} + \Delta P_{b_f}$$

$$P_{iny,pc,ox} = P_{dep,ox} + \Delta P_{b_f}$$

Inyección a la cámara de combustión:

$$P_{iny,cc,f} = P_{iny,pc,f} \cdot \Pi_{refr}$$

$$P_{iny,cc,ox} = P_{iny,pc,ox}$$

En la precámara:

$$P_{pc} = \Pi_{iny,pc,ox} \cdot P_{iny,pc,ox}$$

A la salida de la precámara (entrada a turbina):

$$P_{e_t} = \Pi_{pc} \cdot P_{pc}$$

A la salida de la turbina:

$$P_{s_t} = \Pi_{t_{max}} \cdot P_{e_t}$$

De tal forma, todas las presiones quedan definidas en función del parámetro P_c , ya que todos los demás valores de caídas de presión o presiones son conocidas.

2.3.2. Gastos máxicos

Para los gastos máxicos, estos se han desarrollado en función de los gastos de *fuel*, tanto del principal como del secundario, y más adelante se han obtenido, para cada P_c y O/F_{cc} , a partir del acoplamiento mecánico entre la turbina y las bombas y el dato del empuje que aún no se ha utilizado.

$$\dot{m}_{ox,pc} = \dot{m}_{f,pc} \cdot O/F|_{pc}$$

$$\dot{m}_{ox,cc} = \dot{m}_{f,cc} \cdot O/F|_{cc}$$

Llegados a este punto hay que recordar que $O/F|_{pc}$ queda definido para ambos casos, de mezcla rica y pobre, y se va a realizar el estudio sobre $O/F|_{cc}$, por lo que dicho parámetro será uno de los dos grados de libertad.

Según esta notación, se pueden expresar todos los gastos máxicos:

$$\dot{m}_f = \dot{m}_{f,pc} + \dot{m}_{f,cc}$$

$$\dot{m}_{ox} = \dot{m}_{ox,pc} + \dot{m}_{ox,cc}$$

Siendo el gasto que pasa por la turbina, el mismo que sale de la precámara:

$$\dot{m}_{turb} = \dot{m}_{ox,pc} + \dot{m}_{f,pc}$$

En este caso, el conjunto de gastos máxicos queda definido en función de 3 parámetros: $O/F|_{cc}$, $\dot{m}_{f,pc}$ y $\dot{m}_{f,cc}$.

2.4. Resolución del problema

Como se ha mencionado en las secciones 2.3.1 y 2.3.2, el problema actualmente está definido en función de 4 parámetros, pero tenemos que reducirlo a 2. Tal y como se ha comentado, esto se obtiene aplicando el acoplamiento mecánico y el dato de empuje a nivel de mar.

2.4.1. Acoplamiento mecánico

La turbina obtiene un trabajo a partir de expandir los gases procedentes de la precámara. Este trabajo se reparte entre las dos bombas que se encargan de comprimir los fluidos, de *fuel* y de oxidante.

$$\eta_{mec} \cdot \dot{m}_{turb} \cdot \tau_{turb} = \dot{m}_{ox} \cdot \tau_{b,ox} + \dot{m}_f \cdot \tau_{b,f} \quad (2.4)$$

$$\tau_{b,ox} = \frac{\Delta P_{b,ox}}{\eta_{b,ox} \cdot \rho_{ox}}$$

$$\tau_{b,f} = \frac{\Delta P_{b,f}}{\eta_{b,f} \cdot \rho_f}$$

$$\tau_{turb} = \eta_{turb} \cdot \tilde{C}_{p,prod,pc} \cdot (T_{te} - T_{ts}) = \eta_{turb} \cdot \tilde{C}_{p,prod,pc} \cdot T_{te} \cdot (1 - T_{ts}/T_{te})$$

En este caso, si se considera que la expansión en la turbina es un proceso adiabático, se tiene que: $T_{ts}/T_{te} = \Pi_{t,max}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, donde la γ es la propia de los productos que salen de la precámara.

2.4.2. Ecuación de empuje

Se tiene que el motor produce un empuje $E = 50000 \cdot g_0 N$ a nivel de mar ($P_{amb} = 101325 Pa$) y que está diseñada de manera que se encuentra adaptada a 40kPa. Esto último es equivalente a decir que cuando $P_{amb} = 40kPa$, el segundo término de (2.6) se hace cero, lo que implica que $P_s = 40kPa$, válida esta definición para cualquier etapa de vuelo.

Para conocer el empuje, hay que considerar que el empuje es proporcionado por ambas toberas, por simplicidad se van a referir a ellas como la tobera de la cámara de combustión y la de la precámara, para seguir con la nomenclatura usada hasta el momento. $E = E_{cc} + E_{pc} = (\dot{m}_{ox,cc} + \dot{m}_{f,cc}) \cdot I_{sp_{cc}} + (\dot{m}_{ox,pc} + \dot{m}_{f,pc}) \cdot I_{sp_{pc}}$, donde $I_{sp} = c^* \cdot C_E$.

$$c^* = \frac{\sqrt{R \cdot T_c}}{\Gamma(\gamma)} \quad (2.5)$$

$$C_E = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \left(\frac{P_s}{P_c} - \frac{P_{amb}}{P_c} \right) \quad (2.6)$$

De la ecuación (2.6), $P_c = P_{ts}$ para la precámara y P_c es la que va a ser variada en el caso de la cámara de combustión.

Por su parte, para (2.5), se obtiene la T_c de (2.2) para la cámara de combustión y es conocida (T_{ts}) para el caso de la precámara.

Por último, la relación de áreas se obtiene de manera similar con:

$$\epsilon = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} \quad (2.7)$$

2.5. Resolución numérica (MATLAB)

Finalmente, todo el desarrollo previamente descrito ha sido implementado en MATLAB. Para ello, se ha desarrollado el código de las diferentes ecuaciones de manera simbólica, de manera que se establecen las relaciones de los distintos parámetros en función de nuestras variables de optimización ($O/F|_{cc}$ y P_{ccc}) y de otras variables que dependen a su vez de estas, como son $\dot{m}_{f,cc}$ y $\dot{m}_{f,pc}$.

Una vez establecida toda la metodología, se varían los parámetros de diseño en el rango deseado y se resuelven todas las ecuaciones, de manera que se obtienen todos los parámetros que definen el ciclo completo y, acto seguido, se puede representar cualquier variable de interés y observar su variación en función de los dos parámetros de diseño.

En el Anexo I (3.5), se muestran todo el código elaborado explícitamente para la resolución de este problema de diseño.

3. Resultados

Para resolver el problema se utilizan diferentes criterios de optimización, que darán como resultado diferentes combinaciones de O/F y presión de cámara para cada caso.

Crits. de optimización	Unidades	Observaciones
I_{sp}	[m/s] ó [N·s/kg]	Impulso total obtenido por kg de propulsante: optimizado, para un I_T dado, minimiza la masa de propulsante.
$I_{sp}/(1+k_m)$	[m/s] ó [N·s/kg]	Impulso total obtenido por kg de propulsante más sus correspondientes depósitos: optimizado, para un I_T dado, minimiza la masa de propulsante más depósitos.
$\rho_m \cdot I_{sp}$	[N·s/m³]	Impulso total obtenido por m³ de propulsante: optimizado, para un I_T dado, minimiza el volumen de propulsante.
ΔV	[m/s]	Incremento total de velocidad obtenido para una misión dada: optimizado permite realizar misiones más "exigentes", desde el punto de vista "energético".

Figura 3.1: Criterios de Optimización.

3.1. Impulso específico

El impulso específico es una variable asociada a la calidad del funcionamiento de un motor cohete. El valor del impulso específico está relacionado

con la cantidad necesaria de propulsante para realizar una misión. Por tanto, seguir un criterio de optimización basado en el impulso específico buscará maximizar su valor.

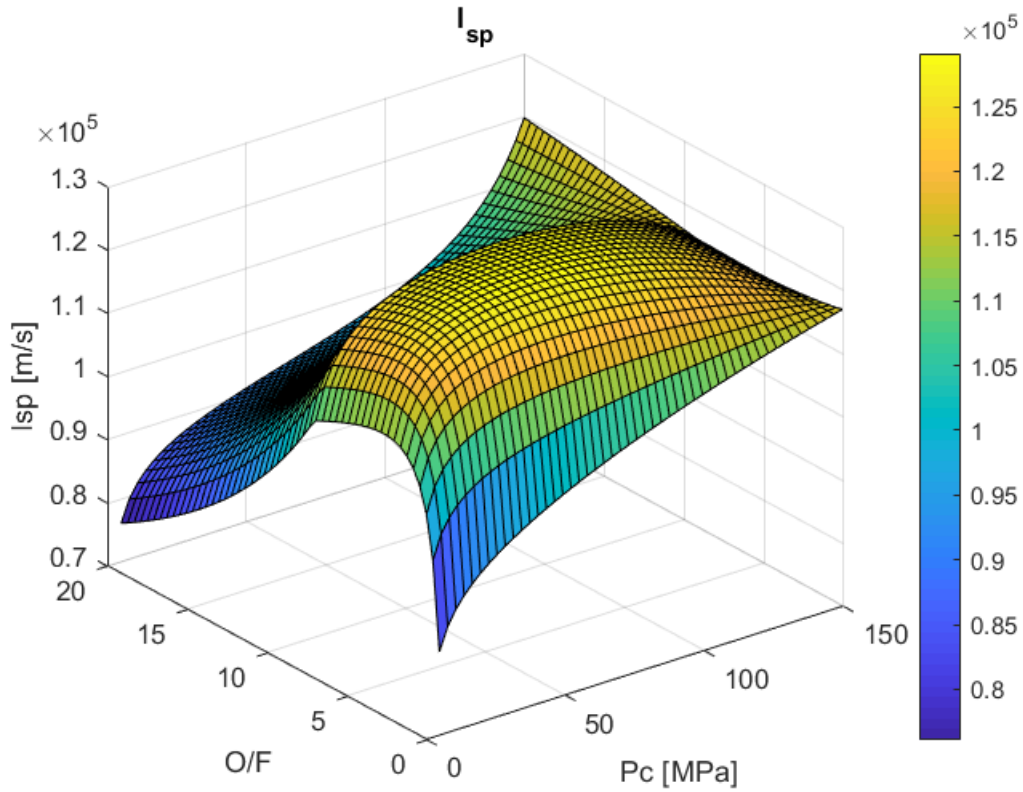


Figura 3.2: Impulso específico.

En la figura se puede observar que existe un O/F que hace que el impulso específico sea máximo para cada presión de cámara. Los valores óptimos de O/F se encuentran alrededor **4,9**. Por su parte, podemos ver como a partir de un cierto valor de P_c , la curva de I_{sp} comienza a decrecer de nuevo, debido a que para aumentar demasiado la presión de cámara, se necesita hacer un sangrado significativo, lo que reduce el gasto másico por la tobera principal, penalizando el impulso del sistema. Este valor de presión de cámara que optimiza el impulso se encuentra en torno a los **61 MPa**.

3.2. I_{sp} y depósitos

En este apartado se analiza la influencia de la masa de los depósitos incluyendo el propulsante con el impulso específico. Teniendo en cuenta que la masa del conjunto de los depósitos y del propulsante pueden expresarse así:

$$M_p = M_o + M_f = M_f \cdot (O/F + 1) \quad (3.1)$$

$$M_d = k_o \cdot M_o + k_f M_f = M_f \cdot (k_o \cdot O/F + k_f) \quad (3.2)$$

Dividiendo ambas ecuaciones obtenemos el parámetro k_m , reuniendo en un solo parámetro la información de la masa de los depósitos y del propulsante total.

$$k_m = \frac{M_d}{M_p} = \frac{k_o \cdot \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_f} + k_f}{\frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_f} + 1} \quad (3.3)$$

El peso de los depósitos es muy importante en este caso, ya que las densidades del oxidante y del fuel son muy diferentes. El tanque de fuel, de menor densidad, tendrá dimensiones muy superiores al de oxidante, y un cambio en la relación O/F tendrá efecto sobre la masa de los depósitos.

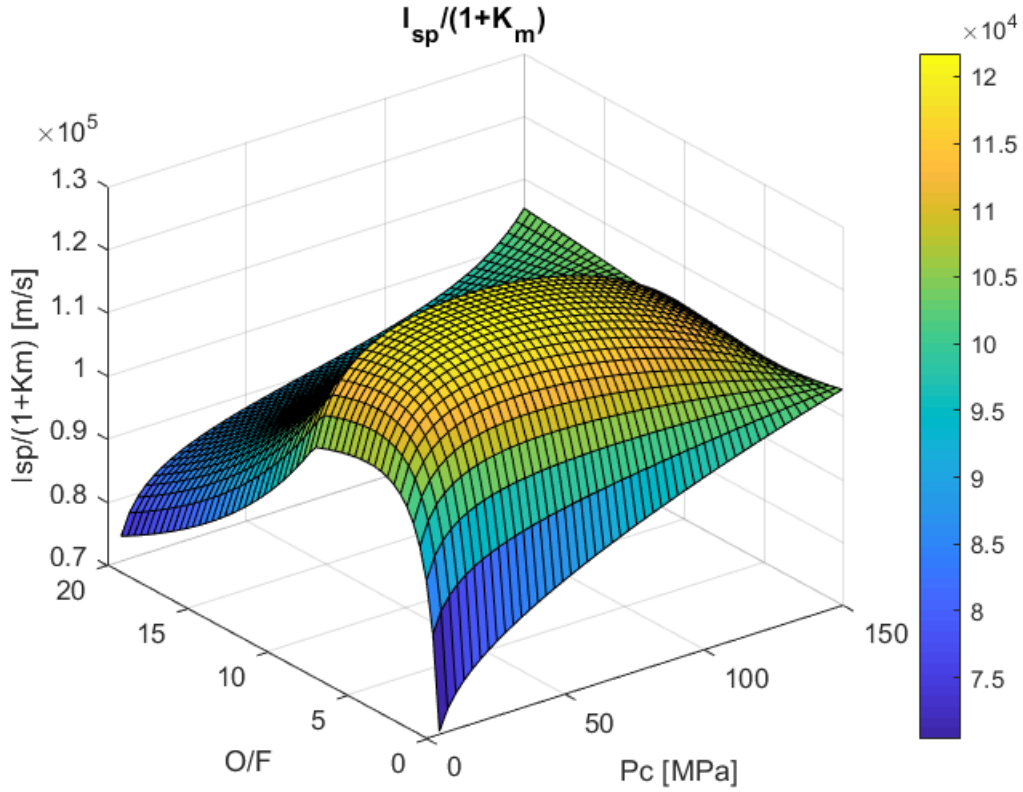


Figura 3.3: Impulso específico con depósitos y propulsante.

La gráfica presenta el mismo aspecto que para el caso del I_{sp} pero los valores máximos se han desplazado ligeramente hacia la zona de mayor O/F, siendo el valor optimimo para este caso de **6,2** para la relacion entre oxidante y reductor; y a presiones menores de cámara, **55MPa**

3.3. Impulso volumétrico

El producto del impulso específico por la densidad del propulsante recibe el nombre de impulso volumétrico. El impulso volumétrico es un criterio de optimización empleado cuando el sistema tiene un volumen limitado, como es el caso de las primeras etapas de los lanzadores.

$$I_{sp_{vol}} = I_{sp} \cdot \rho_p = \frac{E}{\frac{\dot{m}}{\rho_p}} = \frac{E}{Vol_p} \quad (3.4)$$

Para este caso, el propulsante está formado por O_2 y H_2 , por lo que la

densidad media del conjunto estará relacionada con el O/F y las densidades del oxidante y fuel del siguiente modo:

$$\frac{1}{\rho_p} = \frac{\frac{O/F}{\rho_o} + \frac{1}{\rho_f}}{O/F + 1} \quad (3.5)$$

La ventaja de elegir un propulsante con alto ρ_m es que disminuye el volumen de propulsante, y por lo tanto disminuye el volumen y el peso de los depósitos. Ésta disminución del peso permite aumentar la masa de carga de pago y reducir el coste de fabricación de los depósitos que, en primera aproximación, se puede suponer proporcional al peso del sistema

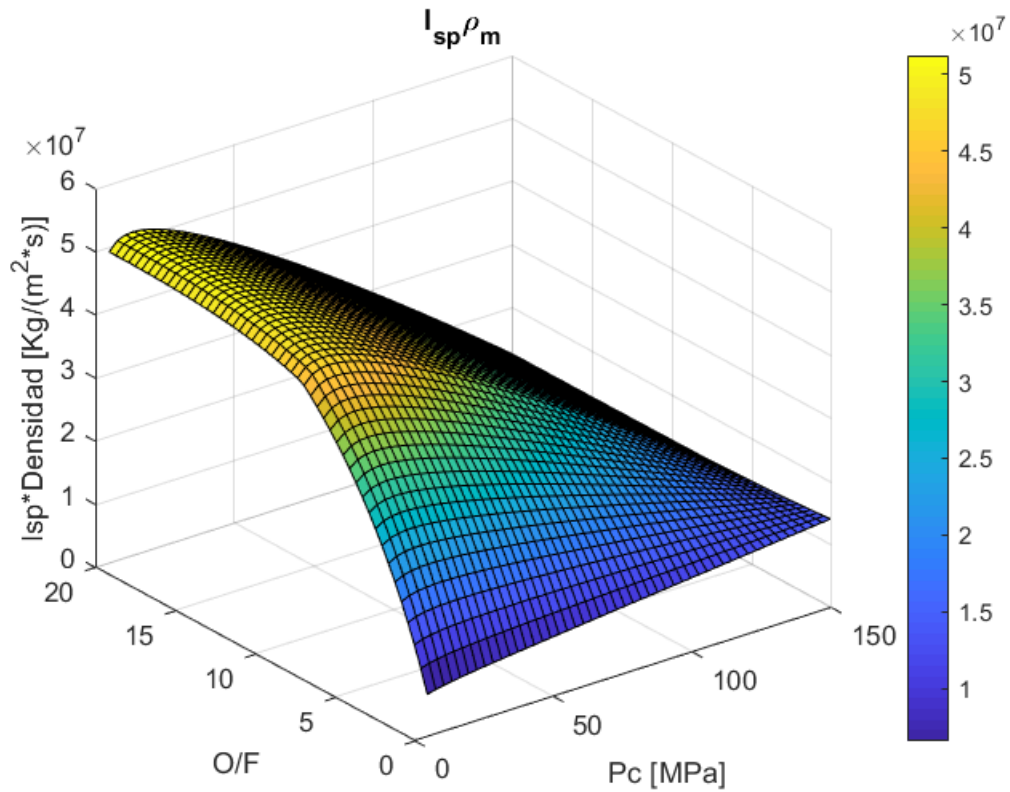


Figura 3.4: Impulso volumétrico.

En la grafica se observa la mejora que supone utilizar relaciones de O/F, ya que el oxidante tiene una densidad mayor que el reductor, obteniéndose mayores densidades de propulsante. Para encontrar el máximo conviene utilizar presiones de cámara bajas entorno a **14 MPa** acompañadas de O/F altas

del orden de **20**. En el caso de estudio, parece que aumenta hasta siempre con el O/F, sin embargo el máximo se encuentra casi en los límites del estudio, ya que se estudia hasta O/F=20 y el máximo se encuentra en O/F=19.6. Esto se puede ver en mayor detalle en Fig. 3.3.

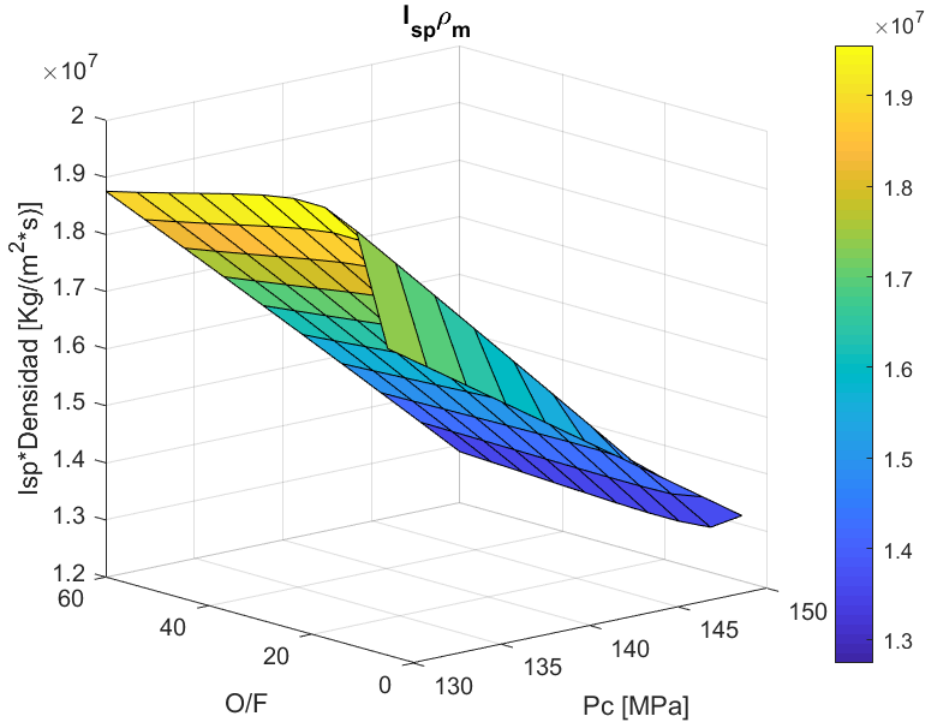


Figura 3.5: Detalle del impulso volumétrico.

3.4. Incremento de velocidad

Siguiendo como criterio de optimización el ΔV es posible que obtengamos valores de la relación O/F distintos de los que optimizaban el I_{sp} . Como se vio en el apartado anterior, la diferencia de densidades de los propelentes provoca variaciones en el tamaño de los depósitos que afectan al ΔV según la expresión:

$$\Delta V = I_{sp} \cdot \ln \frac{1 + k_m}{r + k_m} \quad (3.6)$$

Si en el primer criterio se ha dicho que el impulso específico estaba relacionado con la calidad del motor, el ΔV lo está con la misión. Por tanto, este

criterio de optimización será de especial importancia en aquellas misiones en las que el ΔV sea un requisito conocido.

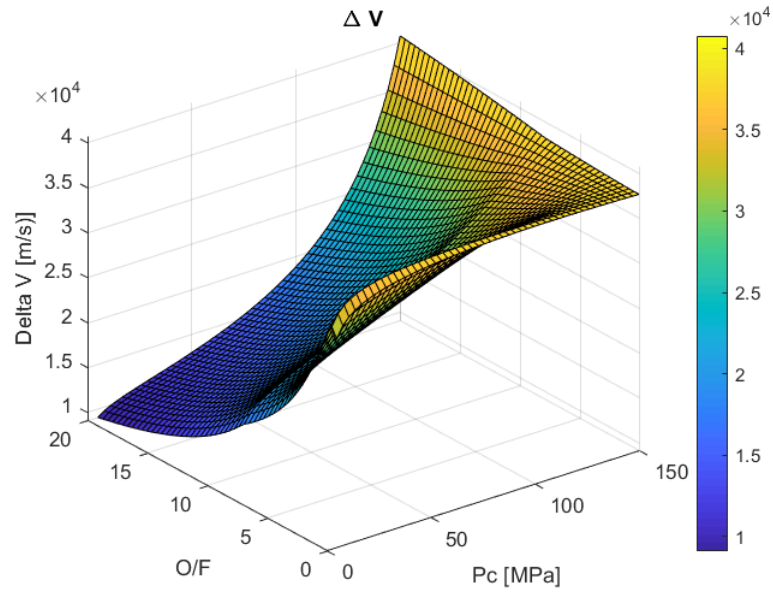
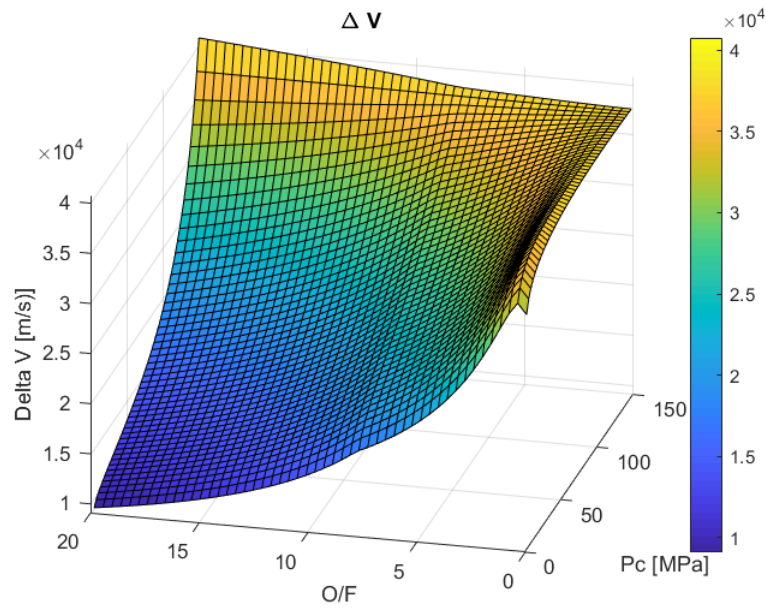


Figura 3.6: Incremento de velocidad.

Figura 3.7: Detalle de ΔV .

Esta gráfica indica que el ΔV aumenta con las presión de cámara para valores de O/F cercanos a 0. Esto no tiene sentido, ya que el comportamiento esperado para esta variable se aproxima a una parábola invertida como se muestra en la siguiente imagen , donde el valor óptimo para O/F debería estar entorno a 5..

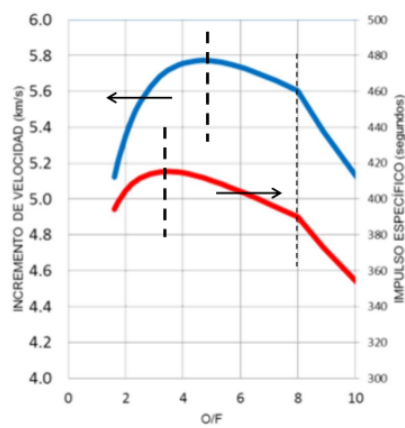


Figura 3.8: Incremento de velocidad teórico.

3.5. Comentarios de los resultados

Es necesario destacar que los resultados no concuerdan con los esperados, ya que son un orden de magnitud superiores a los valores habituales en el caso del I_{sp} . Para intentar averiguar si se trataba de un error conceptual en el planteamiento del problema o un error de código, se procedió a representar algunas de las variables importantes del ciclo, como son la velocidad característica, coeficiente de empuje y los gastos másicos, obteniendo los siguientes resultados:

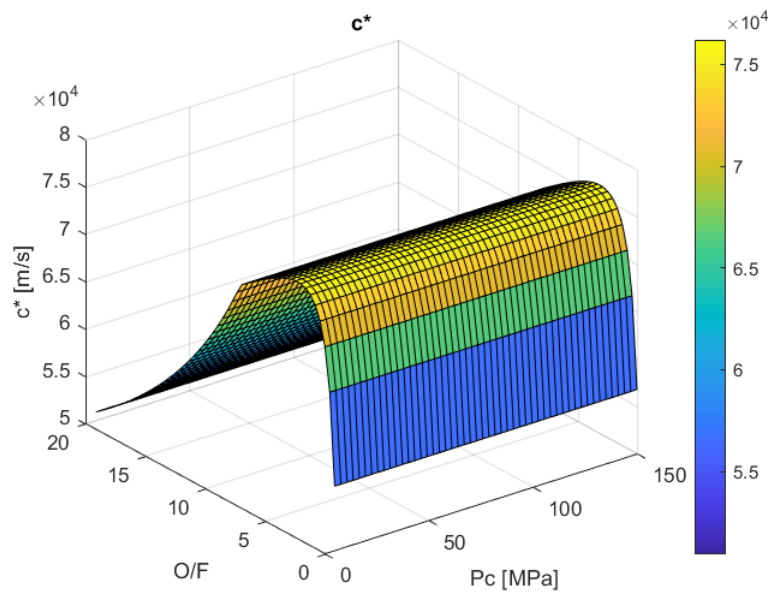


Figura 3.9: Velocidad característica c^* .

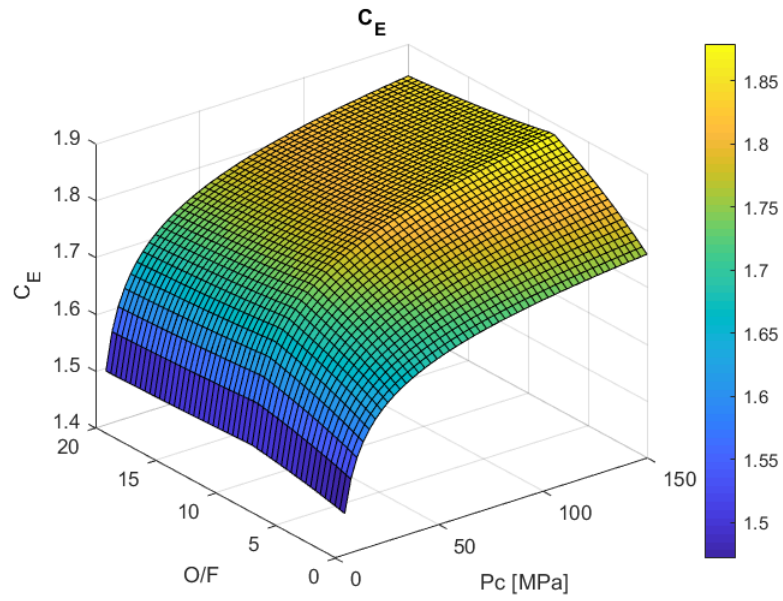
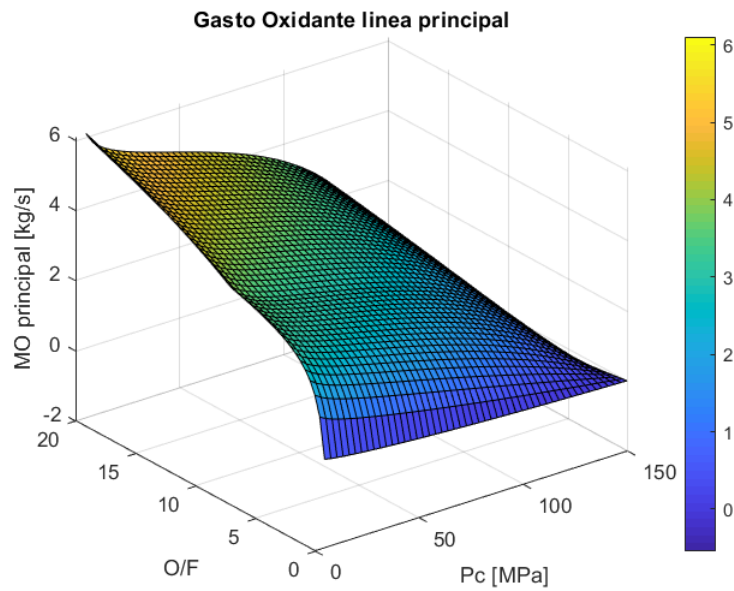
Figura 3.10: Coeficiente de empuje C_E .

Figura 3.11: Gasto Oxidante linea principal.

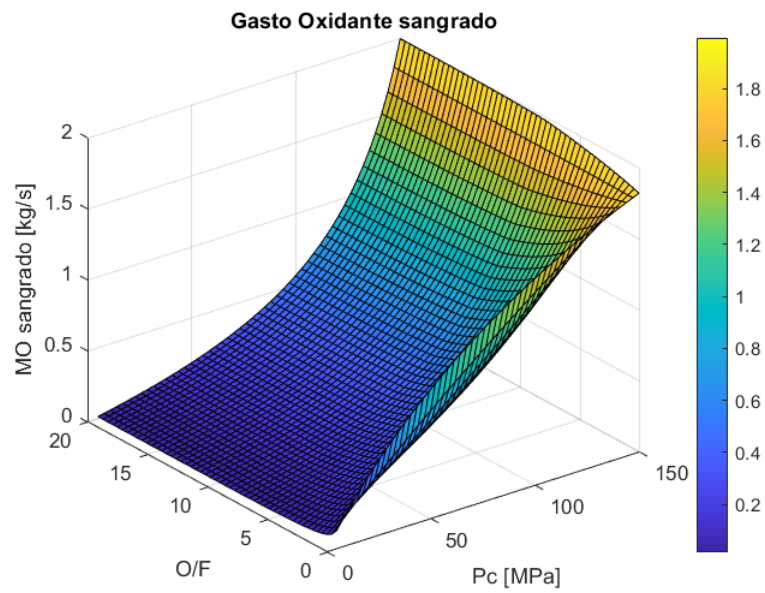


Figura 3.12: Gasto Oxidante sangrado.

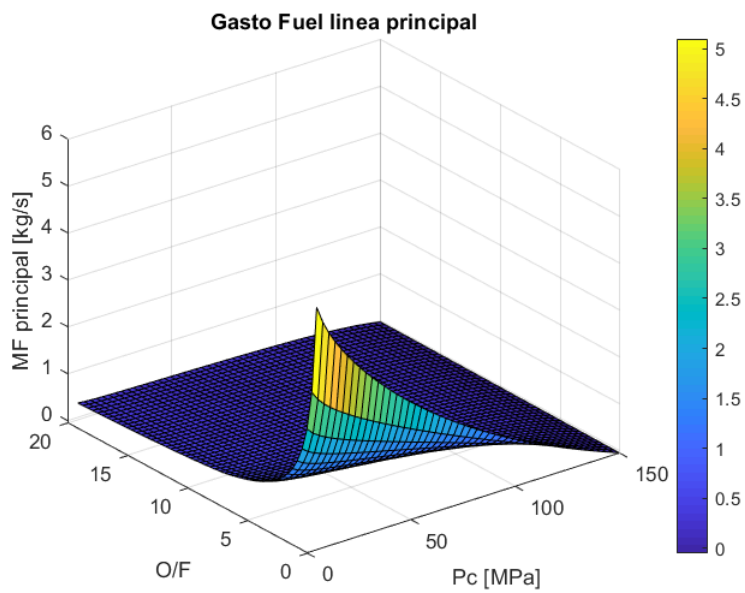


Figura 3.13: Gasto Fuel linea principal.

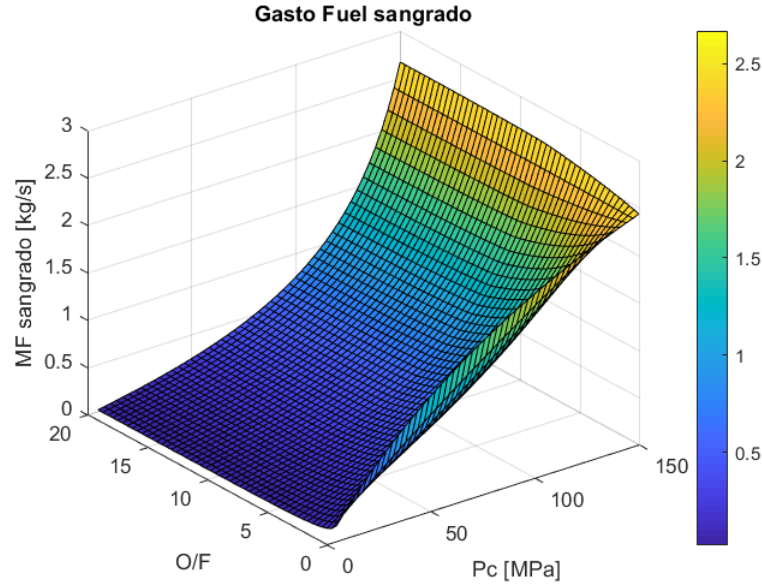


Figura 3.14: Gasto Fuel sangrado.

De las figuras resaltan las siguientes características:

- Los valores de c^* son un orden de magnitud superior a lo esperado.
- Los valores de γ y C_E son del orden de lo esperado.
- Los gastos másicos son positivos y del orden de lo esperado.
- Los gastos masicos principales son mayores que los sangrados.
- Las presiones de cámara donde se obtienen los máximos para los distintos parámetros son mayores de los esperados. Se esperaba encontrar estos en el rango [0-50 MPa]; sin embargo, éstos varían en [0-150 MPa], dependiendo de la propiedad en estudio.

Por lo expuesto en este apartado, se concluye que el error puede encontrarse en el cálculo de la temperatura de la cámara, afectando al c^* y con ello al I_{sp} .

Anexo I: Códigos de MATLAB

```

1 clear all , close all
2 %% Probl. 2
3
4 % Para la prec mara , consideramos tanto mezclas ricas como
   pobres:
5 %  $H_2 + xO_2 \rightarrow aH_2O + bH_2 + cO_2 + Q$ 
6 % Mezcla rica:  $x < 0.5 \rightarrow c=0; a=2x; b=1-2x$ 
7 % Mezcla esteq:  $x = 0.5 \rightarrow a = 1; b = c = 0$ 
8 % Mezcla pobre:  $x > 0.5 \rightarrow a = 1; b = 0; c = x-1/2$ 
9
10 Datos_probl2 % Llamamos a todos los valores datos del probl 2
11
12 %% Variaci n de par metros
13 % Variaci n OF
14 OF_inicial = 0.1;
15 OF_final = 20;
16 n_puntos_OF = 20;
17 paso_OF = (OF_final - OF_inicial)/(n_puntos_OF - 1);
18
19 % Variaci n Pc [Pa]
20 Pc_inicial = 5*1e6; % 1MPa
21 Pc_final = 50*1e6; % 15MPa
22 n_puntos_Pc = 20;
23 paso_Pc = (Pc_final - Pc_inicial)/(n_puntos_Pc - 1);
24
25 %% Prec mara
26 syms x_pc
27 m_pc = 0; % Tipo de mezcla en la prec mara , 0 para pobre (
   exceso de O2), 1 para rica (exceso de H2)
28 if m_pc == 1 % Pobre — Exceso de Oxidante
29     a_pc = 1;
30     b_pc = 0;
31     c_pc = x_pc - 1/2;
32     Mezcla = 'pobre';
33 else % Rica
34     a_pc = 2*x_pc;
35     b_pc = 1-2*x_pc;
36     c_pc = 0;
37     Mezcla = 'rica';
38 end
39
40 M_prod_pc = (a_pc*MH2O + b_pc*MH2 + c_pc*MO2)/(a_pc + b_pc +
   c_pc); % kg/mol
41 Cp_prod_pc = (a_pc*Cp.H2O + b_pc*Cp.H2 + c_pc*Cp.O2)/((a_pc +
   b_pc + c_pc)*M_prod_pc); % J/(kg*K)

```

```

42 % Cp_prod_pc = Cp_prod_pc*1e3; % J/(kg*K)
43
44 % syms Tc
45 Tc_pc = T_max_t;
46 Q1_pc = (a_pc+b_pc+c_pc)*M_prod_pc*Cp_prod_pc*(Tc_pc - T_ref); %
      J
47 Q2_pc = -a_pc*Entalp_H2O; % J
48
49 OF_pc = x_pc*M_O2/M_H2;
50
51 fun_pc = Q1_pc == Q2_pc;
52 x_pc = solve(fun_pc);
53
54 OF_pc_optimo = vpa(subs(OF_pc)); % vpa es solo para mostrarlo en
      formato decimal en vez de fraccion que muestra por defecto
55 % Subs para sustituir en OF el valor obtenido de x
56
57 % Valores necesarios de los productos:
58 R_pc = Ru/M_prod_pc;
59 gamma_pc = Cp_prod_pc/(Cp_prod_pc - R_pc);
60 Gamma_pc = sqrt(gamma_pc)*(2/(gamma_pc+1))^((gamma_pc+1)/(2*(
      gamma_pc-1)));
61
62 fprintf('Para mezcla %, el O/F que maximiza la temperatura\n a
      la entrada de la turbina es: O/F = %.4f\n', Mezcla,
      OF_pc_optimo)
63
64 %% Sistema completo
65
66 syms Pc_cc
67
68
69 % Calculo de presiones
70
71
72 DeltaP_b_f = Pc_cc/(pi_ref*pi_iny_cc_f) - P_dep_f;
73 DeltaP_b_ox = Pc_cc/pi_iny_cc_ox - P_dep_ox;
74
75 P_iny_pc_f = P_dep_f + DeltaP_b_f;
76 P_iny_pc_ox = P_dep_ox + DeltaP_b_ox;
77
78 P_iny_cc_f = P_iny_pc_f*pi_ref;
79 P_iny_cc_ox = P_iny_pc_ox;
80
81 % Precamara
82 P_pc = P_iny_pc_ox*pi_iny_pc_ox;
83
84 P_entrada_turbina = P_pc*pi_pc;
85 P_salida_turbina = P_entrada_turbina*pi_t_max;

```

```

86 |
87 | % Gastos m sicos:
88 | syms OF_cc
89 |
90 | syms mf_pc mf_cc %de momento hasta q sepa calcularlas
91 |
92 | mox_pc = mf_pc*OF_pc;
93 | mox_cc = mf_cc*OF_cc;
94 |
95 | mf = mf_cc + mf_pc;
96 | mox = mox_cc + mox_pc;
97 | mt = mf_pc + mox_pc;
98 |
99 | % Todo lo anterior depende de Pc, mf_pc y mf_cc, necesito 2
100 |   ecuaciones m s
101 | % para hacerlo depender solo de Pc
102 | % 1 - Acoplamiento turbina:
103 | trab_turbina = rend_t*mt*Cp_prod_pc*T_max_t*(1 - (pi_t_max)^(
104 |   gamma_pc-1)/gamma_pc));
105 | trab_bomba_ox = mox*DeltaP_b_ox/(rend_b_ox*densidad_ox);
106 | trab_bomba_f = mf*DeltaP_b_f/(rend_b_f*densidad_f);
107 | fun1 = subs(rend_mec*trab_turbina == trab_bomba_ox +
108 |   trab_bomba_f); % depende de Pc, mf_pc y mf_cc
109 |
110 | syms a_cc b_cc c_cc
111 | M_prod_cc = (a_cc*MH2O + b_cc*MH2 + c_cc*M_O2)/(a_cc + b_cc +
112 |   c_cc); % kg/mol
113 | Cp_prod_cc = (a_cc*Cp_H2O + b_cc*Cp_H2 + c_cc*Cp_O2)/((a_cc +
114 |   b_cc + c_cc)*M_prod_cc); % J/(kg*K)
115 | % Cp_prod_cc = Cp_prod_cc*1e3; % J/(kg*K)
116 | %
117 |   Q1_cc = (a_cc+b_cc+c_cc)*M_prod_cc*Cp_prod_cc*(Tc_cc -
118 |   T_ref); % J
119 | %   Q2_cc = -a_cc*Entalp_H2O; % J
120 | Tc_cc = T_ref - a_cc*Entalp_H2O/((a_cc+b_cc+c_cc)*M_prod_cc*
121 |   Cp_prod_cc);
122 |
123 | % Valores necesarios de los productos:
124 | R_cc = Ru/M_prod_cc; % J/(molK/(g/mol)) = J/(K*g)
125 | gamma_cc = Cp_prod_cc/(Cp_prod_cc - R_cc); % ambos est n en J/g
126 |   *K
127 | Gamma_cc = sqrt(gamma_cc)*(2/(gamma_cc+1))^(gamma_cc+1)/(2*(
128 |   gamma_cc-1));
129 |
130 | % E = mt*Isp_pc + (mox_cc + mf_cc)*Isp_cc
131 | c_est_pc = sqrt(R_pc*1e3*Tc_pc)/Gamma_pc;
132 | c_est_cc = sqrt(R_cc*1e3*Tc_cc)/Gamma_cc;

```



```

126
127 Pc_pc = P_salida_turbina;
128 Ps_Pc_pc = P_s/Pc_pc;
129 Ps_Pc_cc = P_s/Pc_cc;
130 Pamb_Pc_pc = 101325/Pc_pc; %Pa/Pa
131 Pamb_Pc_cc = 101325/Pc_cc;
132 % eps_pc = Gamma_pc/(Ps_Pc_pc^(1/gamma_pc)*sqrt(2*gamma_pc/(
    gamma_pc-1)*(1-Ps_Pc_pc^((gamma_pc-1)/gamma_pc))));
133 eps_cc = Gamma_cc/(Ps_Pc_cc^(1/gamma_cc)*sqrt(2*gamma_cc/(
    gamma_cc-1)*(1-Ps_Pc_cc^((gamma_cc-1)/gamma_cc))));
134 C_E_pc = Gamma_pc*sqrt(2*gamma_pc/(gamma_pc - 1)*(1 - (Ps_Pc_pc)
    ^((gamma_pc-1)/gamma_pc))) + 1*(Ps_Pc_pc - Pamb_Pc_pc);
135 C_E_cc = Gamma_cc*sqrt(2*gamma_cc/(gamma_cc - 1)*(1 - (Ps_Pc_cc)
    ^((gamma_cc-1)/gamma_cc))) + eps_cc*(Ps_Pc_cc - Pamb_Pc_cc);
136
137 Isp_pc=c_est_pc*C_E_pc;
138 Isp_cc=c_est_cc*C_E_cc;
139 fun2 = subs(E == (mox_pc + mf_pc)*Isp_pc + (mox_cc + mf_cc)*
    Isp_cc);
140
141 %Criterios de Optimizaci n
142
143
144 i = 1;
145 j = 1;
146 for OF_cc = OF_inicial:paso_OF:OF_final
147     x_cc = OF_cc*M.H2/M.O2;
148     OF_st = 8;
149     if OF_cc > OF_st %Pobre --- Exceso de Oxidante
150         a_cc = 1;
151         b_cc = 0;
152         c_cc = x_cc - 1/2;
153         Mezcla = 'pobre';
154     else % Rica
155         a_cc = 2*x_cc;
156         b_cc = 1-2*x_cc;
157         c_cc = 0;
158         Mezcla = 'rica';
159     end
160     for Pc_cc = Pc_inicial:paso_Pc:Pc_final
161         syms mf_pc mf_cc
162         funs = [subs(fun1), subs(fun2)];
163         S = solve(funs);
164         mf_cc = vpa(S.mf_cc);
165         mf_pc = vpa(S.mf_pc);
166         Isp(i,j) = double(vpa(subs(((mf_cc + mox_cc)*Isp_cc + mt
    *Isp_pc)/(mf + mox))));
167         Km(i,j)=double(vpa(subs((K_ox*mox/mf+K_f)/(mox/mf+1))));
168         rho_p(i,j)=double(vpa(subs((mox/mf+1)/((mox/mf)/

```

```

169     densidad_ox+1/densidad_f)))));
170 %           Km(i,j)
171     Delta_V(i,j)=double(vpa(subs(Isp(i,j)*log((1+Km(i,j)/(r+
172     Km(i,j))))))));
173     % Gastos de oxidante
174     c_estrella(i,j)=double(vpa(subs(c_est_cc)));
175     C_empuje(i,j)=double(vpa(subs(C_E_cc)));
176
177     MO(i,j) = double(vpa(subs(mox_cc + mox_pc)));
178     MO_principal(i,j) = double(vpa(subs(mox_cc)));
179     MO_sangrado(i,j) = double(vpa(subs(mox_pc)));
180
181     % Gastos de oxidante
182     MF(i,j) = double(vpa(subs(mf_cc + mf_pc)));
183     MF_principal(i,j) = double(vpa(subs(mf_cc)));
184     MF_sangrado(i,j) = double(vpa(subs(mf_pc)));
185
186     j = j + 1;
187 end
188 i = i + 1;
189 j = 1;
190 end
191 % end
192 vx = (meshgrid(Pc_inicial:passo_Pc:Pc_final)*1e-6);
193 vy = meshgrid(OF_inicial:passo_OF:OF_final)';
194
195 figure(1)
196 surf(vx,vy,Isp)
197 title('I_{sp}')
198 xlabel('Pc [MPa]')
199 ylabel('O/F')
200 zlabel('Isp [m/s]')
201 colorbar
202
203 figure(2)
204 surf(vx,vy,Isp./(1+Km))
205 title('I_{sp}/(1+K_m)')
206 xlabel('Pc [MPa]')
207 ylabel('O/F')
208 zlabel('Isp/(1+Km) [m/s]')
209 colorbar
210
211 figure(3)
212 surf(vx,vy,Isp.*rho_p)
213 title('I_{sp}\rho_m')
214 xlabel('Pc [MPa]')
215 ylabel('O/F')
216 zlabel('Isp*Densidad [Kg/(m^2*s)]')

```

```
216 colorbar
217
218
219 figure(4)
220 surf(vx,vy,Delta_V)
221 title('\Delta V')
222 xlabel('Pc [MPa]')
223 ylabel('O/F')
224 zlabel('Delta V [m/s]')
225 colorbar
226
227 figure(5)
228 surf(vx,vy,c_estrella)
229 title('c*')
230 xlabel('Pc [MPa]')
231 ylabel('O/F')
232 zlabel('c* [m/s]')
233 colorbar
234
235 figure(6)
236 surf(vx,vy,C_empuje)
237 title('C_E')
238 xlabel('Pc [MPa]')
239 ylabel('O/F')
240 zlabel('C_E')
241 colorbar
242
243 figure(7)
244 surf(vx,vy,MO_principal)
245 title('Gasto Oxidante linea principal')
246 xlabel('Pc [MPa]')
247 ylabel('O/F')
248 zlabel('MO principal [kg/s]')
249 colorbar
250
251 figure(8)
252 surf(vx,vy,MO_sangrado)
253 title('Gasto Oxidante sangrado')
254 xlabel('Pc [MPa]')
255 ylabel('O/F')
256 zlabel('MO sangrado [kg/s]')
257 colorbar
258
259 figure(9)
260 surf(vx,vy,MF_sangrado)
261 title('Gasto Fuel sangrado')
262 xlabel('Pc [MPa]')
263 ylabel('O/F')
264 zlabel('MF sangrado [kg/s]')
```

```

265 colorbar
266
267 figure(10)
268 surf(vx,vy,MF_principal)
269 title('Gasto Fuel linea principal')
270 xlabel('Pc [MPa]')
271 ylabel('O/F')
272 zlabel('MF principal [kg/s]')
273 colorbar
274
275 % legend('Total','Principal','Sangrado')
276
277 % title('Isp/(1+km)')
278 % xlabel('O/F')
279 % ylabel('Pc [MPa]')
280 % zlabel('Isp [m/s]')
281 % colorbar

```

Y a continuación se muestran todos los datos que se han obtenido del enunciado del problema:

```

1 %En este script metemos todos los datos necesarios para el
  Probl2, he
2 %querido separar los datos y la resolución para mayor claridad
3
4 %Masas molares [g/mol]
5 MH2O = 2*1.008 + 15.999;
6 M.O2 = 2*15.999;
7 M.H2 = 2*1.008;
8
9 %Cp [J/molK]
10 Cp_H2O = 54.32;
11 Cp_O2 = 39.07;
12 Cp_H2 = 36.11;
13
14 % Densidades [kg/m^3]
15 densidad_ox = 1140;
16 densidad_f = 71;
17 densidad_H2O = 1000;
18
19 % Constantes [J/molK]
20 Ru = 8314.4598*1e-3; % J/molK
21 g0 = 9.80665; %m/s^2
22
23
24 T_ref = 298.15; %K
25 T_max_t = 900; %K

```

```
26 |
27 | OF_st = M.O2/2/M.H2; %OF en masas
28 |
29 | Entalp_H2O = -241818; %J/mol
30 |
31 | % Rendimientos
32 | rend_b_f = 0.62;
33 | rend_b_ox = 0.64;
34 | rend_t = 0.72;
35 | rend_mec = 0.94;
36 |
37 | % C a d a s d e p r e s i n
38 | pi_iny_cc_ox = 0.78;
39 | pi_iny_cc_f = 0.82;
40 | pi_ref = 0.88;
41 | pi_iny_pc_ox = 0.74;
42 | pi_pc = 0.92;
43 | pi_t_max = 1/12;
44 |
45 | % Presiones de los dep sites
46 | P_dep_ox = 6*1e5; %Pa
47 | P_dep_f = 3*1e5; %Pa
48 |
49 | % Datos de empuje:
50 | E_kg = 50*1e3; %kg
51 | E = E_kg*g0; %kg*m/s^2 = N
52 | P_s = 40*1e3; %Pa
53 |
54 | % Datos extra
55 |
56 | K_ox=0.02;
57 | K_f=0.2;
58 | r=0.2;
```