

# Master Universitario en Sistemas Espaciales

## PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

### EXAMEN EXTRAORDINARIO PROBLEMAS

(Tiempo máximo 60 minutos)

NOMBRE Y APELLIDOS:

#### Problema 1:

Un motor cohete de propulsante sólido y combustión frontal se ha ensayado en banco (con presión atmosférica de 101325 Pa) obteniendo un empuje de 800 N y un tiempo de combustión (fase estacionaria) de 25 segundos. Durante el ensayo, el motor funcionaba en régimen adaptado y la presión de cámara era de 9 MPa. Las características del propulsante son las siguientes:

$$\begin{array}{lll} \rho_p = 1.12 \text{ kg/dm}^3 & T_c = 1800 \text{ K} & \gamma = 1.28 \\ R = 290 \text{ J/kgK} & \dot{r}(P_{c\_ref} = 10 \text{ MPa}) = 2.5 \text{ cm/s} & n = 0.7 \end{array}$$

Se pide calcular en primer lugar:

- El parámetro de velocidad característica  $c^*$ .
- La velocidad de recesión  $\dot{r}(P_c = 9 \text{ MPa})$  durante la operación del ensayo y la longitud de la cámara  $L$ .
- La relación de áreas  $\varepsilon_1$  y el coeficiente de empuje  $C_{E1}$ .
- El área de garganta  $A_{g1}$  y el gasto másico ( $\dot{m}_1$ ).
- El área de quemado ( $A_b$ ) y el impulso específico ( $I_{SP1}$ ).

Se decidió posteriormente fabricar una segunda versión del motor con la única modificación del área de garganta del motor ( $A_{g2}/A_{g1} = 0.5$ ), manteniendo igual el resto de las dimensiones (área de salida, longitud de la cámara, diámetro de la cámara, etc...) y con el mismo propulsante. Esta nueva versión se va a probar en vuelo con una presión atmosférica de 25000 Pa. Se pide determinar los siguientes parámetros de esta nueva versión en las condiciones de vuelo:

- La presión de cámara ( $P_{C2}$ ).
- El gasto másico ( $\dot{m}_2$ ) y el tiempo de funcionamiento de la fase estacionaria ( $t_{b2}$ ).
- La relación de presiones ( $P_{S2}/P_{C2}$ ) y el coeficiente de empuje  $C_{E2}$ .
- El empuje ( $E_2$ ) y el impulso específico ( $I_{SP2}$ ).
- Tras la fase estacionaria, comienza la fase de cola del segundo motor. Se pide determinar el tiempo que transcurre desde el inicio de la fase de cola hasta que el motor se encuentre en régimen adaptado, es decir, hasta que la presión de salida sea 25000 Pa, suponiendo que la temperatura de la cámara permanece constante durante esta fase.

## SOLUCION

- a) El parámetro de velocidad característica  $c^*$ .

$$\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.663622$$

$$a = \frac{\dot{r}}{P_{c,ref}^n} = 3.15 \times 10^{-7}$$

$$c^* = \frac{\sqrt{RT_c}}{\Gamma(\gamma)} = 1088.7 \text{ m/s}$$

- b) Velocidad de recesión y longitud de la cámara (L)

$$\dot{r}_1 = a P_{c1}^n = 0.023 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.3 \text{ cm/s} \Rightarrow L = \dot{r}_1 t_{b1} = 0.581 \text{ m}$$

- c) La relación de áreas  $\varepsilon_1$  y el coeficiente de empuje  $C_{E1}$

$$\frac{P_{s1}}{P_{c1}} = 0.0113 \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{A_s}{A_{g1}} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} = 9.24$$

$$C_{E1} = C_{Eadap} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = 1.59$$

- d) El área de garganta  $A_{g1}$  y el gasto másico ( $\dot{m}_1$ ).

$$A_{g1} = \frac{E_1}{C_{E1} P_{c1}} = 5.59 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\dot{m}_1 = \frac{P_{c1} A_{g1}}{c^*} = 0.463 \text{ kg/s}$$

- e) El área de quemado ( $A_b$ ) y el impulso específico ( $I_{SP1}$ ).

$$A_b = \frac{\dot{m}_1}{\rho_P \dot{r}_1} = 0.0178 \text{ m}^2 = 178 \text{ cm}^2$$

$$I_{SP1} = c^* C_{E1} = 1727.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 176.4 \text{ s}$$

- f) La presión de cámara ( $P_{c2}$ ).

$$A_{g2} = \frac{A_{g2}}{A_{g1}} A_{g1} = 2.80 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$P_{c2} = \left( \rho_P a c^* \frac{A_b}{A_{g2}} \right)^{\frac{1}{1-n}} = 90714316 \text{ Pa} = 90.71 \text{ MPa}$$

- g) El gasto másico ( $\dot{m}_2$ ) y el tiempo de funcionamiento de la fase estacionaria ( $t_{b2}$ ).

$$\dot{m}_2 = \frac{P_{c2} A_{g2}}{c^*} = 2.33 \text{ kg/s}$$

$$\dot{r}_2 = a P_{c2}^n = 0.117 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11.7 \text{ cm/s} \Rightarrow t_{b2} = \frac{L}{\dot{r}_2} = 4.96 \text{ s}$$

- h) La relación de presiones ( $P_{s2}/P_{c2}$ ) y el coeficiente de empuje  $C_{E2}$ .

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{1}{A_{g2}/A_{g1}} = 18.48 \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{A_s}{A_{g2}} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} \Rightarrow \frac{P_{s2}}{P_{c2}} = 0.00433$$

$$C_{E2} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon_2 \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} - \frac{P_{amb2}}{P_{c2}} \right) = 1.75$$

- i) El empuje ( $E_2$ ) y el impulso específico ( $I_{SP2}$ ).

$$E_2 = C_{E2} A_{g2} P_{c2} = 4444 \text{ N} \Rightarrow I_{SP2} = C_{E2} c^* = 1904 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 194.1 \text{ s}$$

- j) Tiempo fase de cola

$$\vartheta_c = L A_b = 0.0103 \text{ m}^3$$

$$P_{c3} = \frac{P_{amb2}}{\frac{P_{s2}}{P_{c2}}} = 5775152 \text{ Pa} = 5.78 \text{ MPa}$$

$$\frac{dM_P}{dt} = -\dot{m}_g \Rightarrow \frac{\vartheta_c}{RT_c} \frac{dP_c}{dt} = -\frac{A_{g2}}{c^*} P_c \Rightarrow \frac{dP_c}{P_c} = -\frac{A_{g2} RT_c}{c^* \vartheta_c} dt \Rightarrow t = \frac{c^* \vartheta_c}{A_{g2} RT_c} \ln \left( \frac{P_{c2}}{P_{c3}} \right) = 3.58 \text{ s}$$