

Master Universitario en Sistemas Espaciales

PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

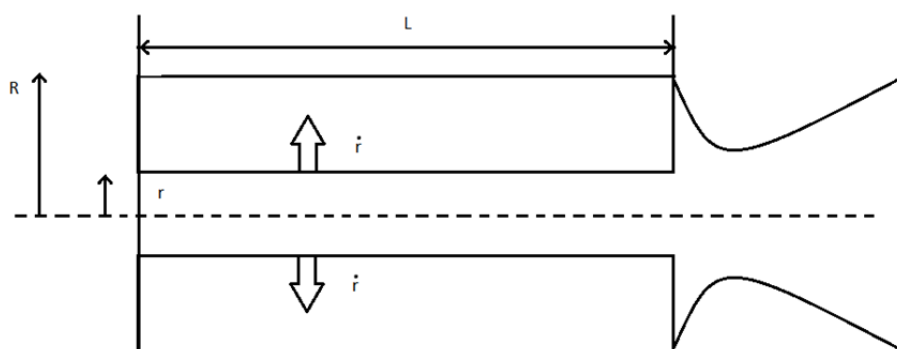
EXAMEN FINAL PROBLEMAS

(Tiempo máximo 60 minutos)

NOMBRE Y APELLIDOS:

Problema 1:

Un misil propulsado por un motor cohete de propulsante sólido de combustión lateral es lanzado desde un avión a una altura cercana a 5000 m ($P_{amb} = 54000$ Pa), donde se inicia la combustión con un coeficiente de empuje inicial ($C_{E1} = 1.5$). La geometría del propulsante es la mostrada en la figura (combustión lateral cilíndrica), donde el radio exterior (R) es 5 cm y la longitud de la cámara (L) es de 1 m. El misil se ha diseñado para que el diámetro del área de salida de la tobera coincida con el diámetro de la cámara ($2R$) y para estar adaptado en el momento inicial de la combustión a la presión ambiente indicada anteriormente.



Las características del propulsante son las siguientes:

$$\rho_p = 1.1 \text{ kg/dm}^3$$

$$n = 1/3$$

$$\gamma = 1.3$$

Se sabe que para una presión de cámara de referencia de 2MPa, la velocidad de recesión del propulsante es de 1 cm/s. Los efectos de la combustión erosiva se consideran despreciables.

En el instante final de la fase cuasiestacionaria, el misil se encuentra a una altura h_2 con un empuje E_2 de 20000 N y con un gasto másico \dot{m}_2 de 5.64 kg/s.

Determinar:

- La presión de cámara en el instante inicial y la relación de áreas.
- El empuje y el gasto másico en el instante inicial.
- La masa total del propulsante.
- El parámetro de velocidad característica (c^*) y el impulso específico en los instantes inicial (I_{SP1}) y final (I_{SP2}).
- La altura h_2 en el instante final.

Datos ISA:

h (m): 0 – 11000	h (m): 11000 – 25000	h (m): > 25000
$\lambda = -6.5 \times 10^{-3} K/m$		$\lambda = 3 \times 10^{-3} K/m$
$T_{amb} = T_0 + \lambda h$ $T_0 = 288.15 K$	$T_{amb} = T_{11} = 216.65 K$	$T_{amb} = T_{25} + \lambda(h - 25000)$ $T_{25} = 216.65 K$
$P_{amb} = P_0 \left(\frac{T_0 + \lambda h}{T_0} \right)^{-g/R\lambda}$ $P_0 = 101325 Pa$	$P_{amb} = P_{11} \exp \left(-\frac{g(h-11000)}{RT_{11}} \right)$ $P_{11} = 22552 Pa$	$P_{amb} = P_{25} \left(\frac{T_{25} + \lambda(h-25000)}{T_{25}} \right)^{-g/R\lambda}$ $P_{25} = 2481 Pa$

SOLUCIÓN

a)

$$\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.66726$$

$$P_{S1} = P_{amb1} = 54000 Pa$$

$$C_{E1} = C_{Eadap} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \Rightarrow \frac{P_s}{P_c} = \left[1 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{C_{E1}}{\Gamma(\gamma)} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.022569$$

$$P_{C1} = \frac{P_{S1}}{P_s/P_c} = 2392691 Pa = 2.3927 MPa$$

$$\varepsilon = \frac{A_s}{A_g} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} = 5.483$$

b)

$$a = \frac{\dot{r}}{P_{c,ref}^n} = 7.94 \times 10^{-5}$$

$$A_s = \pi R^2 = 0.00785 m^2 \Rightarrow A_g = \frac{A_s}{\varepsilon} = 0.00143 m^2 \Rightarrow E_1 = C_{E1} A_g P_{C1} = 5140.8 N$$

$$A_{b2} = 2\pi RL = 0.314 m^2 \Rightarrow P_{C2} = \left(\frac{\dot{m}_2}{\rho_P a A_{b2}} \right)^{1/n} = 8694400 Pa = 8.6944 MPa$$

$$\dot{m}_1 = \frac{\dot{m}_2 P_{C1}}{P_{C2}} = 1.55 kg/s$$

c)

$$A_{b1} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_P a P_{C1}^n} = 0.133 m^2 = 2\pi r_i L \Rightarrow r_i = \frac{A_{b1}}{2\pi L} = 0.02115 m \Rightarrow$$

$$V_P = \pi L (R^2 - r_i^2) = 0.00645 m^3 \Rightarrow M_P = V_P \rho_P = 7.09 Kg$$

d)

$$c^* = \frac{P_{C2} A_g}{\dot{m}_2} = 2208.1 m/s$$

$$I_{SP1} = c^* C_{E1} = 3312.1 \frac{m}{s} = 337.6 s$$

$$I_{SP2} = \frac{E_2}{\dot{m}_2} = 3546.1 \frac{m}{s} = 361.5 s$$

e)

$$C_{E2} = \frac{I_{SP2}}{c^*} = 1.606 \Rightarrow C_{E2} = C_{E1} + \varepsilon \left(\frac{P_s}{P_c} - \frac{P_{amb2}}{P_c} \right) \Rightarrow \frac{P_{amb2}}{P_{C2}} = \frac{P_s}{P_c} - \frac{C_{E2} - C_{E1}}{\varepsilon} = 0.003244$$

$$P_{amb2} = \frac{P_{amb2}}{P_{C2}} P_{C2} = 28202.6 Pa = P_0 \left(1 + \frac{\lambda}{T_0} h \right)^{-\frac{g}{\lambda R}} \Rightarrow$$

$$h = \left(-\frac{T_0}{\lambda} \right) \left[1 - \left(\frac{P_{amb2}}{P_0} \right)^{-\frac{\lambda R}{g}} \right] = 9570 m$$