EJERCICIO PROPULSIÓN ESPACIAL – DISEÑO DE UN MOTOR ELECTROESTÁTICO PARA APLICACIÓN ESPACIAL

VERSIÓN C

a) Un vehículo lanzador se ha diseñado para ser capaz de llevar satélites tanto hasta una órbita LEO como hasta la órbita GEO. Este lanzador se lanza desde el Centro espacial Kennedy que se encuentra a una latitud de 30º N (λ = 30º). La estrategia para alcanzar la órbita GEO (i = 0º, R_{GEO} = 42157 km) consiste en que las primeras fases de lanzamiento consigue colocar la fase final del lanzador con el satélite a una órbita LEO de aparcamiento (i = 30º, h = 200 km) de 200 km de altitud, y a partir de aquí, la fase final del lanzador se ocupa de dar los ΔV necesarios para alcanzar la órbita GEO final.

Se pide calcular el ΔV total necesario que debe proporcionar la fase final del lanzador como la suma del ΔV para iniciar la órbita de transferencia y el ΔV para recircularizar y cambiar de inclinación hasta alcanzar la órbita GEO.

Constante	μ (m^3s^{-2})	3.986×10^{14}
Radio de la tierra	Rt (km)	6371

b) Se quiere llevar un satélite de comunicaciones hasta la órbita GEO. El lanzador anteriormente descrito propone las siguientes opciones:

- Opción A: Colocar al satélite directamente en la órbita final GEO con un coste de 50000 $/kg.
- Opción B: Llevar al satélite sólo hasta la órbita LEO de aparcamiento (h = 200 km) con un coste de 9000 $/kg. En esta opción, el satélite debe incorporar un sistema de propulsión propio que le lleve hasta la órbita final GEO.

El desglose de las masas del satélite es el siguiente:

Opción A	**Opción B**
M_{CP}	M_{CP}
$M_S = M_{S0}$	$M_S = M_{S0} + \delta \cdot M_P$
$M_{PP} = M_{PP0}$	$M_{PP} = M_{PP0} + \alpha_{PP} \cdot P$
	$M_M = \alpha_M \cdot P$
	M_P
$M_{0A} = M_{CP} + M_S + M_{PP}$	$M_{0B} = M_{CP} + M_S + M_{PP} + M_M + M_P$

M_{CP}: Masa de la carga de pago del satélite.
M_S: Masa de la estructura del satélite (incluyendo el tanque).
M_{PP}: Masa de la planta de potencia del satélite.
M_M: Masa del motor del satélite.
M_P: Masa del propulsante del satélite.
M_0: Masa inicial del satélite (incluyendo todo el propulsante necesario).
P: Potencia proporcionada por la planta de potencia al sistema de propulsión.

Para llevar a cabo la opción B, se ha propuesto utilizar un motor electroestático dentro del satélite. Para alcanzar la órbita final, debe dar un empuje constante de larga duración y proporcionar un ΔV necesario, que es un 10% superior al calculado en el apartado anterior. Se debe diseñar este sistema de propulsión de tal manera que minimice el coste de lanzamiento para esta opción B. Este sistema se debe diseñar con los siguientes requisitos:

- Rango del impulso específico: entre 1000 – 3000 segundos.
- Impulso total: $9x10^5$ Ns $= E \times t_b$

El rendimiento del motor se da en la siguiente fórmula:

$$\boxed{\eta = \eta_0 \frac{{I_{SP}}^2}{{I_{SP}}^2 + \frac{2e_l}{m_i}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{m}{I_{SP}}^2}{P}}$$

Los datos son los siguientes:

M_{CP} (kg)	100	Pérdidas por ion	el (eV)	100
M_{S0} (kg)	20		η_0	0.75
M_{PP0} (kg)	1			
δ	0.03	Nº de Avogadro	N_A (átomos/mol)	$6.022x10^{23}$
α_{pp} (kg/kW)	20	Carga de un ion	q_i (C)	$1.6x10^{-19}$
α_M (kg/kW)	4	Permisividad en vacío	ε_0 ($C^2N^{-1}m^{-2}$)	$8.85x10^{-12}$

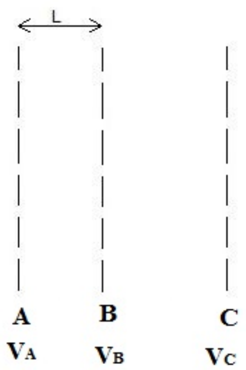
Para realizar este diseño, se debe estudiar los siguientes propulsantes:

Propulsante	**Masa molecular (g/mol)**
Cesio	132.9
Xenón	131.3
Mercurio	200.6

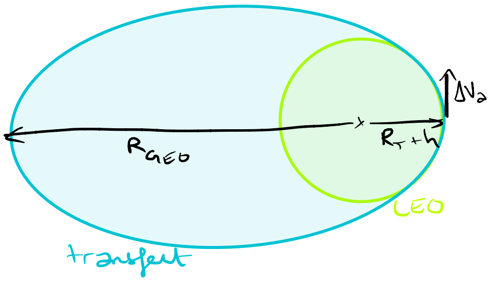
El objetivo de este diseño es determinar los siguientes parámetros de diseño del motor y elegir el propulsante. Se debe indicar el método de optimización empleado. Finalmente, se debe indicar cuál de las 2 opciones de lanzamiento es la menos costosa.

I_{SP} óptimo	M_{0B}	M_{PP}	I (intensidad del chorro)	Propulsante seleccionado
η	M_P	M_M	Coste lanzamiento (Op A)	E (Empuje)
P	M_S	$\dot{m}$	Coste lanzamiento (Op B)	tb (tiempo de funcionamiento)

c) Para terminar por definir el motor electroestático, se va a emplear 3 electrodos (sistema de aceleración-deceleración), donde la distancia L de separación entre las dos primeras rejillas es 0.7 mm, y el área efectiva del motor es de 30 cm^2. Con estos valores y los resultados obtenidos en el apartado anterior, se pide calcular el potencial de las rejillas A (rejilla de apantallamiento) y B (electrodo de aceleración), si el potencial de la rejilla C (electrodo de deceleración) es 0.



a).

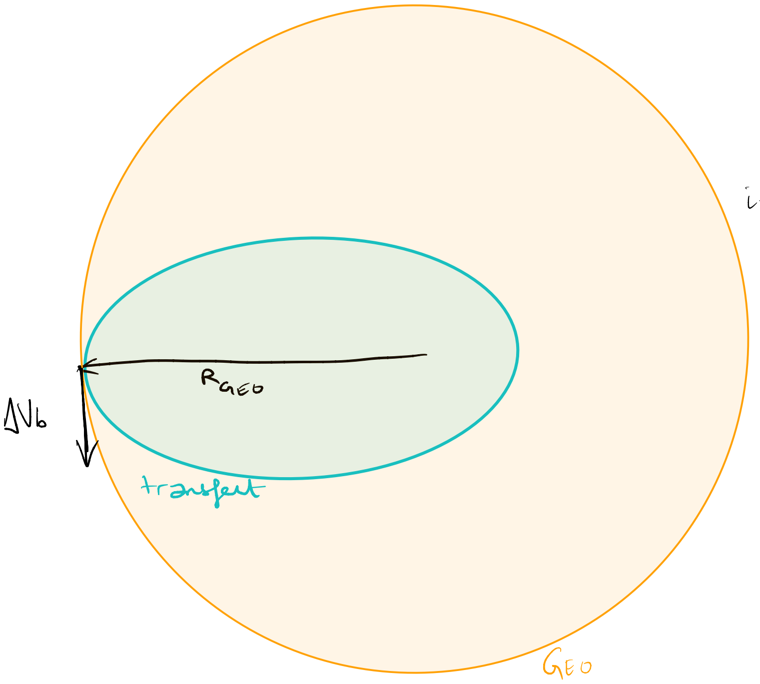


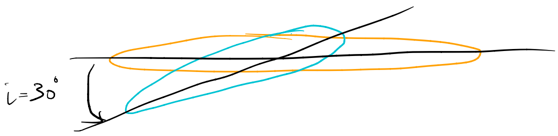
$$a_{trans} = \frac{R_T+h + R_{GEO}}{2}$$

$$V_i = \sqrt{\frac{\mu}{r_i}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_T+h}}$$

$$V_{t,a} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_T+h} - \frac{\mu}{a_{trans}}}$$

$$\Delta V_a = V_{t,a} - V_i = 2{,}457 \ km \cdot s^{-1}$$





$$\Delta V_b = \sqrt{V_{GEO}^2 + V_{t,b}^2 - 2V_{GEO}V_{t,b}\cos i}$$

$$V_{GEO} = \sqrt{\frac{\mu}{R_{GEO}}}$$

$$V_{t,b} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_{GEO}} - \frac{\mu}{a_{trans}}} = 1{,}871 \ km \cdot s^{-1}$$

$$\Delta V = |\Delta V_a| + |\Delta V_b|$$

$$= \left| \sqrt{\frac{2\mu}{R_T+h} - \frac{\mu}{a_{trans}}} - \sqrt{\frac{\mu}{R_T+h}} \right| + \sqrt{\frac{\mu}{R_{GEO}} + \frac{2\mu}{R_{GEO}} - \frac{\mu}{a_{trans}} - 2\sqrt{\frac{\mu}{R_{GEO}}\left(\frac{2\mu}{R_{GEO}} - \frac{\mu}{a_{trans}}\right)}\cos i}$$

$$= 2456{,}6 \ m \cdot s^{-1} + 1871{,}0 \ m \cdot s^{-1}$$

$$= 4327{,}5 \ m \cdot s^{-1}$$

$$= 4{,}328 \ km \cdot s^{-1}$$

b). $\Delta V_{necesario} = \Delta V \times 1{,}1 = 4{,}760 \ km \cdot s^{-1}$

Opción A	Opción B
M_{CP}	M_{CP}
$M_S = M_{S0}$	$M_S = M_{S0} + \delta \cdot M_P$
$M_{PP} = M_{PP0}$	$M_{PP} = M_{PP0} + \alpha_{PP} \cdot P$
	$M_M = \alpha_M \cdot P$
	M_P
$M_{0A} = M_{CP} + M_S + M_{PP}$	$M_{0B} = M_{CP} + M_S + M_{PP} + M_M + M_P$

M_{CP}: Masa de la carga de pago del satélite.
M_S: Masa de la estructura del satélite (incluyendo el tanque).
M_{PP}: Masa de la planta de potencia del satélite.
M_M: Masa del motor del satélite.
M_P: Masa del propulsante del satélite.
M_0: Masa inicial del satélite (incluyendo todo el propulsante necesario).
P: Potencia proporcionada por la planta de potencia al sistema de propulsión.

- $M_{0A} = M_{CP} + M_{S0} + M_{PP0}$

$$M_{0B} = M_{CP} + M_{S0} + \delta M_P + M_{PP0} + \alpha_{PP} \cdot P + \alpha_M \cdot P + M_P$$
$$= M_{0A} + (\delta + 1)M_P + (\alpha_{PP} + \alpha_M)P$$

● → conocido.

Necesitamos P y M_p para cada propulsante

- coste A $= 50000 \times M_{0A} = 6{,}05$ M\$
  coste B $= 9000 \times M_{0B} = 1{,}089$ M\$ $+ 9000 \times \left(1{,}03\, M_p + 24\times10^{-3}\, P\right)$ con P en W y M_p en kg

- $$M_p = M_{0B}\left(1 - e^{-\frac{\Delta V_{necesario}}{I_{sp}}}\right)$$

- Masas de 1 ión para cada prop $\left(m_i\,(kg) = \frac{\mathcal{M}_i\,(kg/mol)}{N_A} \right)$

  - $m_i(\text{cesio}) = \frac{132{,}9\times10^{-3}}{6{,}022\times10^{23}} = 2{,}207\times10^{-25}$ kg
  - m_i (Xenón) $= 2{,}180\times10^{-25}$ kg
  - m_i (Mercurio) $= 3{,}331\times10^{-25}$ kg

- $\eta = f(I_{sp}) \qquad P = f(I_{sp}, \dot m)$

Diseño optimo = maxima fracción de carga de pago = max $\frac{M_{cp}}{M_{0B}}$
↳ se debe minimizar M_{0B}

lo que varia : I_{sp} (entre 1000 y 3000)
↳ calculamos η para cada I_{sp}
↳ calculamos $\frac{E}{P} = \frac{2\eta}{I_{sp}}$ y $\frac{P_{ch,i}}{E} = \frac{I_{sp}}{2}$ para cada I_{sp}

↳ $\frac{I}{E} = \frac{q_i}{m_i}\frac{1}{I_{sp}}$ para cada I_{sp}

↳ $\frac{\dot m}{E} = \frac{1}{I_{sp}}$ para cada I_{sp}