

# Master Universitario en Sistemas Espaciales

## PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

### EXAMEN FINAL PROBLEMAS

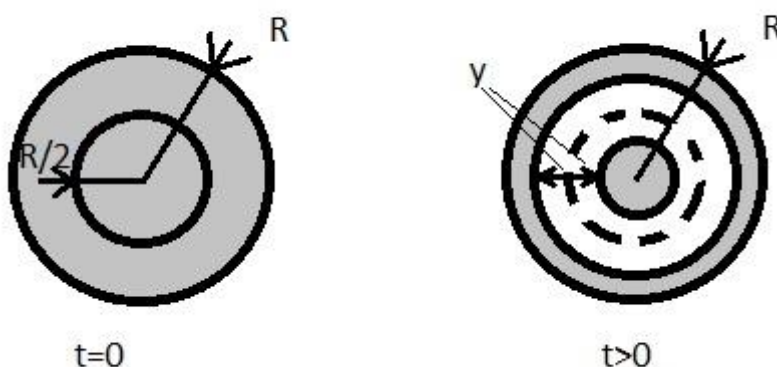
(Tiempo máximo 60 minutos)

NOMBRE Y APELLIDOS:

#### Problema 1:

Un motor cohete de propulsante sólido de combustión lateral interior-externor como se indica en la figura es ensayado en un banco de pruebas con presión ambiente de 101325 Pa consiguiendo un empuje de 1 kN (suponiendo que no hay desprendimiento del flujo en la tobera) durante un tiempo de combustión de 20 segundos. El área de salida es de 80 cm<sup>2</sup> y el área de garganta es de 4 cm<sup>2</sup>. La masa de propulsante sólido es de 10 kg, y las propiedades conocidas de este propulsante son las siguientes:

$n = 0.7$	$a = 1.20E-7$	$\gamma = 1.22$
-----------	---------------	-----------------



Calcular para este motor:

- El empuje nominal en vacío ( $E_{vac}$ ) (1 punto).
- La relación de presiones ( $P_s/P_c$ ) (1 punto).
- El coeficiente de empuje en vacío ( $C_{E\_vac}$ ) y a nivel del mar ( $C_{E\_SL}$ ) (2 puntos).
- El impulso específico en vacío ( $I_{SP\_vac}$ ) (1 punto).
- El radio de la cámara ( $R$ ) donde se encuentra el propulsante sólido (1 punto).

Se quiere modificar el diseño del motor reduciendo el área de garganta un 25% ( $A_{g2}/A_{g1}=0.75$ ), manteniendo el resto de dimensiones geométricas ( $A_s$ ,  $L$ ,  $R$ ) iguales al diseño inicial y con el mismo propulsante. Para este nuevo diseño, se pide calcular:

- El empuje nominal en vacío ( $E_{vac\_2}$ ) (3 puntos).
- El tiempo de combustión ( $t_{b\_2}$ ) (1 punto).

SOLUCION:

- a)  $E = \dot{m}V_s + A_s(P_s - P_{amb}) = E_{vac} - A_s P_{ambSL} \Rightarrow$   
 $E_{vac} = \dot{m}V_s + A_s P_s = E_{SL} + A_s P_{ambSL} = 1000 + 0.008 * 101325 = 1810.6 \text{ N}$
- b)  $\varepsilon = \frac{A_s}{A_g} = 20$ ;  $\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.652$ ;  $\varepsilon = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left( \frac{P_s}{P_c} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} \Rightarrow \text{Iterar} \Rightarrow$   
 $\frac{P_s}{P_c} = 0.00474$
- c)  $C_{E_{vac}} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \frac{P_s}{P_c} = 1.804$   
 $P_c = \frac{E_{vac}}{C_{E_{vac}} A_g} = 2.509 \text{ MPa}$   
 $C_{E_{SL}} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \left( \frac{P_s}{P_c} - \frac{P_{ambSL}}{P_c} \right) = C_{E_{vac}} - \varepsilon \frac{P_{ambSL}}{P_c} = \frac{E_{SL}}{P_c A_g} =$   
 $0.996$
- d)  $\dot{m} = \frac{M_P}{t_b} = 0.5 \text{ kg/s} \Rightarrow I_{SP_{vac}} = \frac{E_{vac}}{\dot{m}} = 3621.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 369.1 \text{ s}$
- e)  $\dot{r} = a P_c^n = 0.00362 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{R/2}{t_b} \Rightarrow R = 2 t_b \dot{r} = 0.145 \text{ m} = 14.5 \text{ cm}$
- f)  $A_{g2} = 0.0003 \text{ m}^2 \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{A_{g2}}{A_s} = 26.67 \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} \Rightarrow \text{Iterar} \Rightarrow$   
 $\frac{P_{s2}}{P_{c2}} = 0.00326$   
 $C_{E_{vac2}} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon_2 \frac{P_{s2}}{P_{c2}} = 1.830$   
 $P_{c2} = \left( a \rho_P c^* \frac{A_b}{A_{g2}} \right)^{\frac{1}{1-n}} = \left( a \rho_P c^* \frac{A_b}{A_{g1}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \left( \frac{A_{g2}}{A_{g1}} \right)^{-\frac{1}{1-n}} = P_{c1} \left( \frac{A_{g2}}{A_{g1}} \right)^{-\frac{1}{1-n}} = 6.545 \text{ MPa}$   
 $E_{vac2} = C_{E_{vac2}} A_{g2} P_{c2} = 3594.1 \text{ N}$
- g)  $\dot{m}_2 = \frac{P_{c2} A_{g2}}{c^*} = \dot{m}_1 \frac{P_{c2} A_{g2}}{P_{c1} A_{g1}} = 0.978 \text{ kg/s} \Rightarrow t_{b2} = \frac{M_P}{\dot{m}_2} = 10.22 \text{ s}$