

Primero pasamos los datos útiles a SI:

Motor cohete	electrostático	electromagnético	químico
$I_{sp} [ms]$	5000 - 20.000	500 - 4.000	150 - 550
$\alpha_M + \alpha_{PP} (kg/W)$	60/1000	30/1000	-
η_c	0.65	0.35	0.9
K	0.01	0.02	0.2

$$E = 15 \times 10^{-3} [N]; \quad t_b = 39.447.000 [s]$$

Queremos obtener la mínima masa del sistema de propulsión (M_{SP}) \rightarrow Ponemos M_{SP} en función de I_{sp} y derivamos

para encontrar el mínimo de cada motor cohete.

Posteriormente comparamos cada resultado para obtener el motor cohete más adecuado para una misión de control de actitud de un satélite.

$$M_{SP} = M_P + M_T + M_M + M_{PP}$$

$$\bullet M_T = K \cdot M_P$$

\downarrow

$$M_P = \dot{m} t_b = \frac{E}{I_{sp} \cdot g} \cdot t_b$$

$$\bullet M_M + M_{PP} = (\alpha_M + \alpha_{PP}) \cdot W_{motor} = (\alpha_M + \alpha_{PP}) \cdot \frac{E \cdot I_{sp} \cdot g}{2\eta}$$

$$M_{SP} = \frac{E t_b}{I_{sp} \cdot g} (1 + K) + \frac{(\alpha_M + \alpha_{PP})}{2\eta} \cdot E \cdot I_{sp} \cdot g \quad [1]$$

Derivamos [1] en función de I_{sp} :

$$\frac{dM_{sp}}{I_{sp}} = - \frac{E \cdot t_b (1+K)}{I_{sp}^2 \cdot g} + \frac{(\alpha_m + \alpha_{sp}) E \cdot g}{2\eta}$$

Iguando a 0 y aislando:

$$I_{sp} = \sqrt{\frac{2\eta \cdot t_b (1+K)}{(\alpha_m + \alpha_{sp}) g^2}} \quad [2]$$

ELECTROSTÁTICO

Sustituyendo en [2] por los valores del motor electrostático:

$$I_{sp} = 2994,99 \text{ [s]} \rightarrow \text{fuera del rango.}$$

Si es un mínimo nos quedamos con límite inferior (5000 s) y si es máximo con el superior (20 000 s).

Para saber si este valor es mínimo o máximo:

$$M_{sp} (I_{sp} = 5000 \text{ s}) = 46,14 \text{ Kg}$$

$$M_{sp} (I_{sp} = 20.000 \text{ s}) = 138,88 \text{ Kg}$$

$I_{sp} = 2994,99$ es un mínimo y dado que esta fuera de rango nos quedamos con

$$I_{sp} = 5000 \text{ s}$$

$$M_{sp} = 46,14 \text{ Kg}$$

ELECTROMAGNÉTICO

Repetimos el proceso para los valores del electromagnético:

$$I_{sp} = 3123,39 \text{ [s]} \rightarrow \text{dentro del rango.}$$

Para saber si máx/min:

$$M_{sp} (I_{sp} = 3123,39) = 39,39 \text{ Kg}$$

$$M_{sp} (I_{sp} = 4000 \text{ s}) = 40,6 \text{ Kg}$$

$I_{sp} = 3123,39 \text{ s}$ es un mínimo.

$$I_{sp} = 3123,39 \text{ s}$$

$$M_{sp} = 39,39 \text{ Kg}$$

Para el químico la ecuación [1] pasa a ser:

$$M_{sp} = \frac{E t_b (1+K)}{I_{sp} \cdot g} + M_m \quad \text{donde} \quad M_m = \frac{E [mN]}{100} = 0.15 \text{ Kg}$$

Derivando: e igualando a 0:

$$\frac{dM_{sp}}{dI_{sp}} = - \frac{E t_b (1+K)}{I_{sp}^2 \cdot g} = 0 \rightarrow \text{Se puede extraer que se necesitará el mayor } I_{sp} \text{ para minimizar } M_{sp}.$$

$$N_{sp} (I_{sp} = 550 \text{ s}) = 131,75 \text{ Kg}$$

Comparamos los 3 motores cohetes:

ELECTROSTÁTICO		ELECTROMAGNÉTICO		QUÍMICO
$I_{sp} [s]$	5000	3123,39		550
$M_{sp} [kg]$	46,14	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">39,39</div>		131,75
		↑		
		MINIMA M_{sp}		

A la vista de los I_{sp} disponibles en cada caso y la relación con la masa total del satélite, queda demostrado que el caso de un sistema de propulsión electromagnético es el que requerirá una menor masa, seguido de cerca por uno electrostático. Estos resultados son compatibles con los tipos de sistemas de propulsión que se utilizan para misiones de este tipo.