

# Master Universitario en Sistemas Espaciales

## PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

### EXAMEN FINAL – PROBLEMA 1

10 enero 2019

NOMBRE Y APELLIDOS:

(Tiempo 1 hora)

Se quiere diseñar un motor cohete para maniobras de inserción orbital. La geometría de grano se considera similar al tipo Finocyl, de combustión perfectamente neutra. En una cámara cuyo volumen total es de  $0.5 \text{ m}^3$ , se introduce  $500 \text{ kg}$  de propulsante ( $\gamma = 1.19$ ) consiguiendo una fracción volumétrica de  $\chi = 0.85$  y con una superficie de quemado  $A_b = 1 \text{ m}^2$ . Para el diseño de la tobera se han propuesto 2 alternativas. La opción 1 es un motor con una tobera cuya área de salida ( $A_s$ ) es de  $500 \text{ cm}^2$ , y que en un ensayo a  $P_{amb} = 101235 \text{ Pa}$ , ha dado un empuje de  $60 \text{ kN}$  con una presión de salida ( $P_s$ ) de  $60 \text{ kPa}$ . La opción 2 utiliza otra tobera con la misma área de salida, pero con una reducción del área de garganta del 80% ( $A_{g2}/A_{g1} = 0.8$ ). Este segundo motor proporciona un empuje en el ensayo de  $85 \text{ kN}$ , consumiendo todo el propulsante en 16 segundos. Sin tener en cuenta efectos de desprendimiento en la tobera, se pide calcular:

- La relación de presiones y la relación de áreas de la tobera de la opción 1 ( $P_{s1}/P_{c1}$  y  $\varepsilon_1$ ). (3 puntos)
- La presión de cámara y el coeficiente de empuje en vacío de la opción 1 ( $P_{c1}$  y  $C_{Evac1}$ ). (2 puntos)
- La presión de cámara y el coeficiente de empuje en vacío de la opción 2 ( $P_{c2}$  y  $C_{Evac2}$ ). (2 puntos)
- Los valores de  $c^*$ ,  $n$  y  $a$  del propulsante. (1 punto)
- La relación entre los gastos máscicos  $\dot{m}_2/\dot{m}_1$ . (1 punto)
- En el caso de evaluar ambas opciones para una misión con un  $\Delta v$  de  $1.5 \text{ km/s}$ , calcular el aumento o disminución de la fracción de masa de propulsante de la opción 2 con respecto a la opción 1  $\left( \frac{M_{p2}/M_{02}}{M_{p1}/M_{01}} - 1 \right)$ . (1 punto)

### SOLUCION

- La relación de áreas de la tobera de la opción 1 ( $\varepsilon_1$ ). (3 puntos)

$$\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.6466$$

$$E_{vac1} = E_{amb1} + A_s P_{amb} = 65061.75 \text{ N}$$

$$E_{vac1} = C_{Evac1} P_{c1} A_{g1} = C_{Evac1} \frac{P_{s1} A_{s1}}{\varepsilon_1^{P_{s1}/P_{c1}}} = P_{s1} A_{s1} \left[ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{-1} + 1 \right] = P_{s1} A_{s1} \left[ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] + 1 \right] \Rightarrow \frac{P_{s1}}{P_{c1}} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left( \frac{E_{vac1}}{P_{s1} A_{s1}} - 1 \right) \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_{s1}}{P_{c1}} = 2.226E - 3$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} = 39.21$$

- b) La presión de cámara y el coeficiente de empuje en vacío en la opción 1 ( $P_{c1}$  y  $C_{Evac1}$ ). (2 puntos)

$$C_{Evac1} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s1}}{P_{c1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon_1 \frac{P_{s1}}{P_{c1}} = 1.89$$

$$A_{g1} = \frac{A_s}{\varepsilon_1} = 0.001275 \text{ m}^2 = 12.75 \text{ cm}^2$$

$$P_{c1} = \frac{E_{vac1}}{C_{Evac1} A_{g1}} = 26.95 \text{ MPa}$$

- c) La presión de cámara y el coeficiente de empuje en vacío de la opción 2 ( $P_{c2}$  y  $C_{Evac2}$ ) (2 puntos)

$$A_{g2} = 0.8 A_{g1} = 0.00102 \text{ m}^2 ; \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{0.8} = 49.02 \Rightarrow \text{Iterar: } \frac{P_{s2}}{P_{c2}} = 0.00168$$

$$C_{Evac2} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_{s2}}{P_{c2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon_2 \frac{P_{s2}}{P_{c2}} = 1.91$$

$$E_{vac2} = E_{amb2} + A_s P_{amb} = 90061.75 \text{ N}$$

$$P_{c2} = \frac{E_{vac2}}{C_{Evac2} A_{g2}} = 46.17 \text{ MPa}$$

- d) Los valores de  $c^*$ ,  $n$  y  $a$  del propulsante. (1 punto)

$$\dot{m}_2 = \frac{M_p}{t_{b2}} = 31.25 \text{ kg/s}$$

$$c^* = \frac{P_{c2} A_{g2}}{\dot{m}_2} = 1507.1 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_{c1}}{P_{c2}} = \left( \frac{A_{g2}}{A_{g1}} \right)^{\frac{1}{1-n}} \Rightarrow n = 1 - \frac{\ln(A_{g2}/A_{g1})}{\ln(P_{c1}/P_{c2})} = 0.5855$$

$$V_p = V_c \chi = 0.425 \text{ m}^3 \Rightarrow \rho_p = \frac{M_p}{V_p} = 1176.47 \text{ kg/m}^3$$

$$a = \frac{P_{c1}^{1-n} A_{g1}}{\rho_p c^* A_b} = 8.644E - 7$$

- e) La relación entre los gastos máxicos  $\dot{m}_2/\dot{m}_1$ . (1 punto)

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{P_{c2} A_{g2}}{P_{c1} A_{g1}} = \left( \frac{A_{g1}}{A_{g2}} \right)^{\frac{n}{1-n}} = 1.37$$

- f) En el caso de evaluar ambas opciones para una misión con un  $\Delta v$  de 1.5 km/s, calcular el aumento o disminución de la fracción de masa de propulsante de la opción 2 con respecto a la opción 1  $\left( \frac{M_{p2}/M_{02}}{M_{p1}/M_{01}} - 1 \right)$ . (1 punto)

$$I_{SP\_vac1} = C_{Evac1} c^* = 2853.5 \frac{m}{s} = 290.87 s$$

$$I_{SP\_vac2} = C_{Evac2} c^* = 2882.0 \frac{m}{s} = 293.78 s$$

$$\frac{M_{p1}}{M_{01}} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta v}{I_{SP\_vac1}}\right) = 0.409$$

$$\frac{M_{p2}}{M_{02}} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta v}{I_{SP\_vac2}}\right) = 0.406$$

$$\frac{M_{p2}/M_{02}}{M_{p1}/M_{01}} - 1 = -0.00754 = -0.754\%$$