

Master Universitario en Sistemas Espaciales

PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

EXAMEN FINAL PROBLEMAS

(Tiempo máximo 60 minutos)

NOMBRE Y APELLIDOS:

Problema 1:

Se quiere diseñar un motor cohete de propulsante sólido para uso espacial que debe proporcionar un empuje de 100 N con un tiempo de funcionamiento de 50 segundos con el siguiente propulsante:

Propulsante A

$$\rho_{PA} = 1.7 \text{ kg/dm}^3$$

$$T_{CA} = 1800 \text{ K}$$

$$\gamma_A = 1.22$$

$$R = 310 \text{ J/kgK}$$

$$a_A = 5.6 \times 10^{-6}$$

$$n_A = 0.6$$

El motor es de combustión frontal y se va a diseñar cumpliendo los siguientes parámetros geométricos:

$$\varepsilon = \frac{A_s}{A_g} = 20$$

$$\frac{A_b}{A_g} = 20$$

Para determinar la masa total del motor, se va a considerar como la suma de la masa del propulsante más la masa estructural del motor, que se va a determinar con la siguiente fórmula:

$$\text{Masa estructural del motor: } M_S = K_S A_b L P_C$$

$$\text{Donde } K_S = 5.60 \times 10^{-4} \text{ kg/(m}^3 \text{Pa)}$$

Se pide calcular:

- El coeficiente de empuje (C_{EA}) y el impulso específico (I_{SPA}).
- El gasto másico (\dot{m}_A) y la masa de propulsante (M_{PA}).
- La presión de cámara (P_{CA}).
- La longitud de la cámara (L_A) y el área de quemado (A_{bA}).
- La masa total del motor con las consideraciones explicadas anteriormente.

Se ha decidido diseñar un segundo motor con las mismas prestaciones ($E = 100 \text{ N}$, $t_b = 50 \text{ s}$,

$\varepsilon = \frac{A_s}{A_g} = 20$, $\frac{A_b}{A_g} = 20$), pero con un nuevo propulsante con las siguientes características:

Propulsante B

$$\rho_{PB} = 2.2 \text{ kg/dm}^3$$

$$\gamma_B = 1.22$$

$$R_B = 290 \text{ J/kgK}$$

$$a_B = 2.0 \times 10^{-5}$$

$$n_B = 0.5$$

Donde la temperatura de cámara está por definir, pero no puede superar los 3000 K.

Con el requisito adicional de que este nuevo motor debe tener la misma masa total que el motor anterior, se pide calcular:

- f) El parámetro velocidad característica (c^*_B) y la temperatura de la cámara (T_{CB}).
g) La presión de cámara (P_{CB}).
h) El impulso específico (I_{SPB}) y el gasto másico (\dot{m}_B).
i) El área de quemado (A_{bB}), la longitud de la cámara (L_B).

SOLUCION

- a) Coeficiente de empuje e impulso específico

$$\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.652386$$

$$\varepsilon = \frac{A_s}{A_g} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}} = 20 \Rightarrow \frac{P_s}{P_c} = 0.00474$$

$$C_E = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \left(\frac{P_s}{P_c} - \frac{P_{amb}}{P_c} \right) = 1.80$$

$$c^*_A = \frac{\sqrt{RT_c}}{\Gamma(\gamma)} = 1145 \text{ m/s} \Rightarrow I_{SPA} = c^*_A C_E = 2065.9 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 210.6 \text{ s}$$

- b) El gasto másico y la masa del propulsante

$$\dot{m}_A = \frac{E}{I_{SPA}} = 0.0484 \text{ kg/s} \Rightarrow M_{PA} = \dot{m}_A t_b = 2.420 \text{ kg}$$

- c) La presión de cámara (P_{CA}).

$$P_{CA} = \left(\rho_{PA} a_A c^*_A \frac{A_b}{A_g} \right)^{\frac{1}{1-n}} = 701775 \text{ Pa} = 0.702 \text{ MPa}$$

- d) La longitud de la cámara (L) y el área de quemado (A_b).

$$\dot{r}_A = a_A P_{CA}^n = 0.018 \text{ m/s} \Rightarrow L = \dot{r}_A t_b = 0.901 \text{ m}$$

$$A_{bA} = \frac{\dot{m}_A}{\rho_{PA} \dot{r}_A} = 0.00158 \text{ m}^2 \Rightarrow A_{gA} = \frac{A_{bA}}{A_b/A_g} = 7.9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

- e) Masa total del motor

$$M_{TotalA} = M_P + K_S A_{bA} L P_{CA} = 2.980 \text{ kg}$$

- f) Velocidad característica y temperatura de cámara.

$$M_{Total} = M_P + K_S A_{bB} L P_{CB} = \dot{m}_B t_b \left(1 + \frac{K_S}{\rho_{PB}} P_{CB} \right) =$$

$$\frac{E t_b}{c^*_B C_E} \left(1 + \frac{K_S}{\rho_{PB}} \left(\rho_{PB} a_B c^*_B \frac{A_b}{A_g} \right)^{\frac{1}{1-n}} \right) \Rightarrow 1 - \frac{M_{Total} C_E}{E t_b} c^*_B + K_S \rho_{PB} a_B^2 \left(\frac{A_b}{A_g} \right)^2 c^*_B^2 = 0$$

\Rightarrow

$$c^*_B = 1189.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; (c^*_{B2} = 4265.4 \text{ m/s})$$

$$T_{CB} = \frac{(\Gamma(\gamma) c^*_B)^2}{R_B} = 2076 \text{ K}$$

- g) Presión de cámara.

$$P_{CB} = \left(\rho_{PB} a_B c^*_B \frac{A_b}{A_g} \right)^{\frac{1}{1-n}} = 1095418 \text{ Pa} = 1.095 \text{ MPa}$$

- h) Impulso específico y gasto másico.

$$I_{SPB} = c^*_B C_E = 2145.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 218.7 \text{ s} \Rightarrow \dot{m}_B = \frac{E}{I_{SPB}} = 0.0466 \text{ kg/s}$$

- i) Área de quemado y longitud de la cámara.

$$\dot{r}_B = a_B P_{CB}^n = 0.0209 \text{ m/s} \Rightarrow A_{bB} = \frac{\dot{m}_B}{\rho_{PB} \dot{r}_B} = 0.001012 \text{ m}^2$$

$$L = \dot{r}_B t_b = 1.0466 \text{ m}$$