Máster Universitario en Sistemas Espaciales

PROPULSIÓN ESPACIAL Y LANZADORES

EXAMEN FINAL – PROBLEMA 2 **10 enero 2019**

NOMBRE Y APELLIDOS:
(Tiempo 1 hora)

El ciclo del motor cohete turboalimentado esquematizado en la Figura 1 representa una drástica simplificación del ciclo expansor empleado por el motor RL-10, cuyas actuaciones se pretende estudiar:

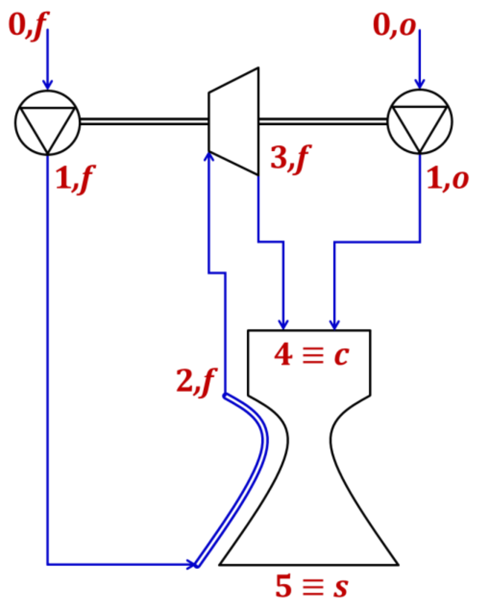

Figura 1 – diagrama del motor considerado, con la correspondiente numeración de las diferentes estaciones

Dicho motor utiliza como propulsante una mezcla LOx-LH_2 y funciona, en condiciones de diseño, con una relación O/F = 6 : 1. De su funcionamiento en el punto de diseño se sabe que:

- la turbina, de rendimiento adiabático $\eta_t = 0{,}68$, está acoplada físicamente a las dos bombas, ambas de rendimiento adiabático $\eta_{b,f} = \eta_{b,o} = 0{,}6$, a través de un eje de rendimiento mecánico $\eta_{mec} = 0{,}88$;
- $\Delta P_{b,f} = 80$ bar;
- $\Delta P_{b,o} = 40$ bar;
- en primera aproximación, tanto la presión del depósito de fuel como la del depósito de oxidante pueden despreciarse frente al incremento de presión que sus respectivas bombas comunican al fluido en cada línea ($P_{0,f} << \Delta P_{b,f}$ y $P_{0,o} << \Delta P_{b,o}$);
- el calor desprendido en la reacción de combustión estequiométrica e ideal de la mezcla LOx-LH_2, por unidad de gasto másico de oxidante (y medido a la temperatura de

referencia T_{ref} = 298,15 K), es Q_{comb} = 9 MJ/kg y, por simplicidad, se tomará el rendimiento de la combustión en el motor cohete estudiado como de valor unidad[1];

- el fuel se vaporiza completamente dentro del sistema de refrigeración de la tobera, y la temperatura de remanso a la salida de dicho sistema de refrigeración es $T_{t2,f}$ = 325 K;
- el aumento de temperatura en las bombas puede considerarse despreciable, y se conoce la temperatura de remanso a la salida de la bomba de oxidante, $T_{t1,o}$ = 100 K;
- las pérdidas de presión de remanso dentro del sistema de refrigeración son del 15%;
- se conoce el área efectiva de descarga de los inyectores de oxidante, $(C_D{\cdot}A_{\text{iny}})_o$ = 5,5 cm²;
- se conoce también el área de garganta de la tobera, A_g = 184,5 cm²;
- la relación de áreas de la tobera convergente-divergente es dada, ε = 30 : 1.

Tratando todos los gases como ideales y caloríficamente perfectos, y los líquidos como ideales también, y dadas las propiedades de los fluidos recogidas en la Tabla 1:

Tabla 1 – propiedades de los diferentes fluidos

	Estado líquido	**Estado gaseoso**		
	ρ_l (kg/m³)	R (J/kg·K)	γ (-)	M (kg/kmol)
H_2	71	4157,2	1,28	2
O_2	1140	259,8	1,28	32
H_2O	1000	461,9	1,28	18

Se pide:

1. Determinar las condiciones de remanso a la salida de la turbina, $P_{t3,f}$ y $T_{t3,f}$. ***(2 puntos)***

2. Hallar la temperatura de cámara, T_c, y el parámetro de velocidad característica, c^*, de dicho motor, tomando las temperaturas de inyección calculadas anteriormente ($T_{t3,f}$ para el fuel y $T_{t1,o}$ para el oxidante). ***(3 puntos)***

3. Obtener la presión de cámara, P_c, así como los gastos másicos de fuel y de oxidante que trasiegan las bombas, $\dot{m}_{b,o}$ y $\dot{m}_{b,f}$. ***(3 puntos)***

4. Calcular el empuje y el impulso específico que proporcionaría dicho motor volando a 7500 m de altitud: T_{amb} = 239,4 K y P_{amb} = 38,25 kPa. ***(1 punto)***

5. En las condiciones de vuelo del apartado anterior, determinar si la tobera presenta o no zona de desprendimiento según el criterio de Stark (2005)[2] y, en caso afirmativo, calcular el área de la sección de la tobera donde ocurre dicho desprendimiento. ***(1 punto)***

---

[1] Supóngase que la combustión es completa, sin tener en cuenta los efectos de disociación ni otras especies más que las mencionadas en la Tabla 1.

[2] Se recuerda que el criterio de Stark (2005) establece que: $\dfrac{P_{\text{det}}}{P_{\text{amb}}} = \dfrac{\pi}{3M_{\text{det}}}$

1.) Acopl. mecánico:

$$\frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f}\frac{\Delta p_{B,o}}{\eta_{B,o}\rho_o} + \frac{\cancel{\dot{m}_f}}{\cancel{\dot{m}_f}}\frac{\Delta p_{B,f}}{\eta_{B,f}\rho_f} = \frac{\cancel{\dot{m}_f}}{\cancel{\dot{m}_f}}\eta_{mec}\,\eta_t\,c_p\,T_{tin}\left(1-\left(\frac{p_{tout}}{p_{tin}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right);;$$

$$\frac{O}{F}\frac{\Delta p_{B,o}}{\eta_B\rho_{O_2}} + \frac{\Delta p_{B,f}}{\eta_B\rho_{H_2}} = \eta_{mec}\,\eta_t\,c_{p_{H_2}}\,T_{t2,f}\left(1-\left(\frac{p_{B,f}}{p_{t2,f}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

$$c_{p_{H_2}} = \frac{\gamma_{H_2}R_{H_2}}{\gamma_{H_2}-1};;$$

"$T_{t2,f}$" es dato ;;

$p_{t2,f} = (\underbrace{\cancel{p_{o,f}}}_{\simeq 0} + \Delta p_{B,f})\cdot 0{,}85$;; (pérdidas de presión de remanso en el sist. de refrigerac.)

todo lo demás es conocido;;

$$\Longrightarrow \boxed{p_{B,f} = \ldots = \textbf{51,17 bar}}$$

$$\eta_t = \ldots = \frac{1-\frac{T_{t3,f}}{T_{t2,f}}}{1-\left(\frac{p_{B,f}}{p_{t2,f}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \Longrightarrow \boxed{T_{t3,f} = \ldots = \textbf{311,7 K}}$$

2. $\frac{1}{2} O_2 + H_2 \longrightarrow H_2O$

$$16g + 2g = 18g \Longrightarrow \left(\frac{O}{F}\right)_{\text{estq.}} = \frac{16g}{2g} = \underline{8:1}$$

$\frac{O}{F} = 6 \Longrightarrow$ mezcla rica, exceso de H_2:

$$\frac{12}{32} O_2 + H_2 \longrightarrow \frac{12}{16} H_2O + \frac{4}{16} H_2$$

$$12g + 2g = \frac{12}{16} \cdot 18g + \frac{4}{16} \cdot 2g$$

Simplificando (comprobación):

$$0{,}375\ O_2 + H_2 \longrightarrow 0{,}75\ H_2O + 0{,}25\ H_2$$

$$12g + 2g = 13{,}5g + 0{,}5g$$

$$\eta_q \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} Q_{comb} = \frac{\dot{m}_{prods}}{\dot{m}_f} c_{p_{prods}} (T_c - T_{ref}) - \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} c_{p_o} (T_{t_{1,o}} - T_{ref}) - \cancel{\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_f}} c_{p_f} (T_{t_{3,f}} - T_{ref});$$

$$\underbrace{\cancel{\eta_q}}_{=1} \frac{O}{F} Q_{comb} = \left(1 + \frac{O}{F}\right) c_{p_{prods}} (T_c - T_{ref}) - \frac{O}{F} c_{p_{O_2}} (T_{t_{1,O_2}} - T_{ref}) - c_{p_{H_2}} (T_{t_{3,H_2}} - T_{ref});$$

$$c_{p_{prods}} = \frac{\dot{m}_{H_2O}\, c_{p_{H_2O}} + \dot{m}_{H_2,prods}\, c_{p_{H_2}}}{\dot{m}_{prods}} = \frac{13{,}5\, c_{p_{H_2O}} + 0{,}5\, c_{p_{H_2}}}{14}$$

y todos los "c_p" son conocidos: $\left(c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\right)$

$$\Longrightarrow \boxed{T_c = \ldots = \textbf{3079 K}} \Longrightarrow \boxed{c^* = \ldots = \textbf{2038 m/s}}$$

3. inyectores de oxidante:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\underbrace{P_{t1,o}}_{\simeq \Delta P_{D,o}} - P_c = \frac{1}{2}\rho_{O_2} V_{iny,O_2}^2 \\
&\dot{m}_o = \rho_{O_2} V_{iny,O_2} (C_D A_{iny})_o \\
&\dot{m}_{prod} = \dot{m}_o + \dot{m}_f = \frac{P_c A_g}{c^*} \\
&\frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} = \frac{O}{F}
\end{aligned}
\right.
$$

4 ecs., 4 incógnitas: $\dot{m}_o$, $\dot{m}_f$, P_c, V_{iny,O_2}

$$\dot{m}_o \left(1 + \frac{1}{O/F}\right) = \frac{P_c A_g}{c^*}$$

$$\rho_{O_2} V_{iny,O_2} (C_D A_{iny})_o \left(1 + \frac{1}{O/F}\right) = \frac{P_c A_g}{c^*} \; ; \; V_{iny,O_2} = \frac{P_c A_g}{c^* \rho_{O_2} (C_D A_{iny})_o \left(1 + \frac{1}{O/F}\right)}$$

$$\Delta P_{D,o} - P_c = \frac{1}{2} \left(\frac{A_g}{(C_D A_{iny})_o}\right)^2 \frac{P_c^2}{\rho_{O_2} c^{*2} \left(1 + \frac{1}{O/F}\right)^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2\rho_{O_2} c^{*2} \left(1 + \frac{1}{O/F}\right)^2} \left(\frac{A_g}{(C_D A_{iny})_o}\right)^2 P_c^2 + P_c - \Delta P_{D,o} = 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boxed{P_c = \ldots = 31{,}39 \text{ bar}} \Longrightarrow \boxed{(\ldots) \left| \begin{aligned} \dot{m}_o &= 24.36 \text{ kg/s} \\ \dot{m}_f &= 4.061 \text{ kg/s} \end{aligned} \right.}$$

4.

$$\varepsilon = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}} \Longrightarrow (\dots) \quad \frac{p_s}{p_c} = 0{,}002245 \;;$$

$$C_{E,7500m} = \Gamma(\gamma)\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} + \varepsilon\left(\frac{p_s}{p_c}-\frac{p_{amb}}{p_c}\right) = \dots = 1{,}424 \;;$$

$$\boxed{\begin{aligned} I_{sp} &= C_E \cdot c^* = \textbf{2902 m/s} = \textbf{295,9 s} \\ E &= I_{sp} \cdot \dot{m}_{prop} = \textbf{82,48 kN} \end{aligned}}$$

5.

$$\frac{p_s}{p_{amb,7500m}} = \underline{0{,}184} < \frac{\Pi}{3 M_s} = \underline{0{,}234}$$

Sí, aparece desprendimiento.

$$\frac{p_d}{p_{amb}} = \frac{\Pi}{3 M_d} \;; \quad \frac{p_c}{p_d} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_d^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \;;$$

$$\frac{p_c}{p_{amb}} = \frac{\Pi}{3}\,\frac{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_d^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{M_d} \Longrightarrow (\dots)\; M_d = 4{,}28 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{p_d}{p_{amb}} \cdot \frac{p_{amb}}{p_c} = \frac{p_d}{p_c} = 0{,}00298 \Longrightarrow \frac{A_d}{A_g} = \dots = 24{,}3 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boxed{A_d = \textbf{4490 cm}^2 \quad (< A_s)}$$