Propulsión

Problema MC Propulsante Líquido - Presurización $1^o \ \mathrm{MUSE}$ Curso 2019-2020

Gonzalo Azaña Caro

19 de noviembre de 2019

${\rm \acute{I}ndice}$

1.	Enunciado	2
2.	Gastos másicos y áreas de garganta	2
3.	Tanque de combustible	4
4.	Sistema de alimentación	5
	4.1. Volumen del depósito	7
	4.2. Peso del gas	8
	4.3. Peso del depósito	8
	4.4. Peso total v conslusión	10

1. Enunciado

Un satélite de comunicaciones de 1500 kg dispone para mantenimiento orbital de 118 kg de hidracina. Para realizar esta misión se disponen de dos motores cohete de 8 N y 0,7 N que utilizan la misma hidracina almacenada en un tanque. En los motores de hidracina que utiliza el satélite, se descompone el $40\,\%$ de NH₃.

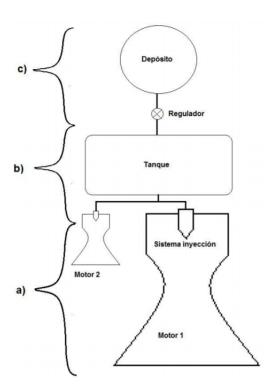


Figura 1.1: Variación de velocidad.

2. Gastos másicos y áreas de garganta

Primeramente se pide calcular los gastos másicos y las áreas de garganta, es decir definir ambas toberas.

Para resolverlo, hay que considerar la descomposición de la hidracina cuando esta no se transforma completamente en sus productos elementales:

$$N_2H_4 \rightarrow \frac{4}{3}(1-x)NH_3 + \frac{1}{3}(1+2x)N_2 + 2xH_2$$

Donde x = 0, 4, por lo que queda:

$$N_2H_4 \rightarrow \frac{4}{5}NH_3 + \frac{3}{5}N_2 + \frac{4}{5}H_2$$

Podemos entonces calcular los valores medios de c_p y M para los productos de la reacción:

$$\tilde{c}_{p_{prod}} = \frac{4 \cdot C_{p_{NH_3}} + 3 \cdot C_{p_{N_2}} + 4 \cdot C_{p_{H_2}}}{4 + 3 + 4} = 39,26 J/mol \cdot K$$

$$\tilde{M}_{prod} = \frac{4 \cdot (M_N + 3 \cdot M_H) + 3 \cdot (2 \cdot M_N) + 4 \cdot (2 \cdot M_H)}{4 + 3 + 4} = 14,54g/mol$$

Con lo que obtenemos, en $J/kg\cdot K$, un $\tilde{c}_{p_{prod}}=\tilde{c}_{p_{prod}}(J/mol\cdot K)\cdot \tilde{M}_{prod}=2700,38J/kg\cdot K$.

Con estos valores, obtenemos $\gamma = 1,268 \implies \Gamma(\gamma) = 0,661$.

$$\epsilon = \frac{A_s}{A_g} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]}} = 8,766$$

Hasta el momento no se ha tenido que diferenciar entre ambas toberas ya que los productos en ambas serán los mismos ya que la reacción es idéntica en ambos (salvo por el gasto másico en cada una, que hasta el momento no se ha tenido que tener en cuenta).

Para continuar, se tiene:

$$c_E = \frac{E}{P_c \cdot A_g} = \Gamma(\gamma) \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \left(\frac{P_s}{P_c}\right)$$

 $(P_{amb}=0 \text{ ya que nos encontramos en operaciones de mantenimiento orbital, por lo cual se considera que estamos en vacío), y que tenemos ambos empujes para las toberas <math>E_1=8N$ y $E_2=0,7N$, con $P_c=10$ bar podemos despejar las áreas de garganta:

$$A_{g_1} = 4,73 \text{ mm}^2$$
$$A_{g_2} = 0,414 \text{ mm}^2$$

Una vez obtenidas las áreas de garganta de sendas toberas, el cálculo de los gastos másicos es sencillo teniendo en cuenta:

$$c^* = \frac{P_c \cdot A_g}{\dot{m}} \implies \dot{m} = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} \tag{2.1}$$

Con $c^* = \frac{\sqrt{\gamma T_c}}{\Gamma(\gamma)}$. Basta por tanto obtener la temperatura de cámara ya que el resto es conocido. Para ello, se debe considerar la reacción completa, donde la entalpía de la reacción se obtiene a partir de la formación de los productos:

$$\Delta H_{reacc} = \sum_{i \in reacts} \Delta H_f^o - \sum_{j \in prods} \Delta H_f^o = \tilde{C}_{p_{prods}} \cdot (T_c - T_{ref})$$

Donde $\Delta H_{reacc} = \Delta H_{f,N_2H_4}^o - \frac{4}{5}\Delta H_{f,NH_3}^o = 87,32KJ/molK$. Con lo que se puede obtener unas $T_c = 1308,6K$ y cone stas, a partir de la definición de la velocidad característica, una $c^* = 1307,9m/s$. Finalmente, se puede obtener el gasto en cada tobera a partir de la Ec. (2.1);

$$\dot{m}_{g_1} = 3,62 \text{ g/s}$$

$$\dot{m}_{g_2} = 0,317 \text{ g/s}$$

Se entiende que los gastos másicos sean de bajo orden ya que las características propias de ambas toberas son bajas. Esto se debe a que este motor es utilizado para correcciones orbitales, donde no hacen falta altos valores de empuje e impulso.

3. Tanque de combustible

En este apartado se quiere definir la presión del tanque de combustible y el volumen del tanque, es decir, se define el tanque de combustible. Para ello se considera que la hidracina tiene una densidad $\rho_f = 1032kg/m^3$, el salto de presión de inyección es tal que $P_{iny} = 1.1 \cdot P_c$ ($\Delta P = 0.1 \cdot P_c$) y que el tanque está inicialmente ocupado en su totalidad por hidracina.

Se supone que la presión del tanque es idéntica a la de inyección (no hay pérdidas), con lo que:

$$P_{tanque} = P_{iny} = 1.1 \cdot P_c \implies P_{tanque} = 11bar$$

Usando del enunciado el dato de que se tienen 118 kg de hidracina:

$$\rho_f = \frac{M_f}{V_{tanque}} \to V_{tanque} = \frac{M_f}{\rho_f} \implies V_{tanque} = 0,114 \text{ m}^3$$

4. Sistema de alimentación

Por último, se pide diseñar el sistema de alimentación por gas presurizado. Para ello se pide hacer un estudio para diferentes combinaciones de materiales de los depósitos y gases de presurización.

Tal y como se indica en el enunciado, la P_t se mantiene constante mientras el salto de presiones no supere el 15 % del valor de la presión en el tanque, es decir, que se toma la P_t del apartado anterior.

Para dicho estudio, partimos del primer principio al sistema de presurización $(U(t) - U(0) = q_{0t} + \tau_{0t})$ llamando con el subíndice T al tanque de combustible y con D al depósito de gas:

$$\gamma P_T V_{aT} + (P_D - P_{D0}) V_D = (\gamma - 1) q_{0t}$$

Considerando ahora una evolución adiabática y sin aporte de calor, se llega a la expresión:

$$\gamma P_T V_{qT} + (P_D - P_{D0}) V_D = 0$$

Cuando el tanque se vacía, este queda completamente lleno de gas, por lo que si $t = t_b \rightarrow V_{gT} = V_T$ y se sabe que $P_{Df} \geq (1 + \alpha)P_T$, con lo que al tomar el valor límite queda $\gamma P_T V_T + ((1 + \alpha)P_T - P_{D0})V_D = 0$, de donde se puede obtener el volumen del depósito:

$$V_D = \gamma V_T \frac{1}{\frac{P_{D0}}{P_T} - (1 + \alpha)} \tag{4.1}$$

Adicionalmente, considerando los depósitos esféricos de pared delgada, se pueden expresar las masas (W_i) , tanto del gas como del depósito, en función de las propiedades de ambos (con el subíndice g se presenta el gas mientras que con m el depósito).

$$\begin{cases} W_{m} = \frac{3}{2} P_{D0} \cdot \gamma \frac{1}{\frac{P_{D0}}{P_{T}} - (1 + \alpha)} \frac{\rho_{m}}{\sigma_{u}} \\ W_{g} = \frac{P_{D0} \cdot \gamma \frac{1}{\frac{P_{D0}}{P_{T}} - (1 + \alpha)}}{R \cdot T_{D0}} \end{cases}$$
(4.2)

De las Ecuaciones (4.1)-(4.2) se observa como el volumen del depósito y la masa del gas dependen exclusivamente del gas utilizado, mientras que la masa del depósito depende del material del depósito y del gas utilizado.

A continuación se realiza el estudio de distintas configuraciones de gases y materiales de los depósitos. Se hará el estudio para aquellos mismos que aparecen en la teoría ya que son los usados frecuentemente en motores. Se han tomado valores estimativos para cada grupo de elementos.

	\tilde{M} (g/mol)	R (J/kgK)	γ	$T_{D0}(K)$
H_2	2,014	4128,1	1,41	
Не	4,002	2077,46	1,66	
Aire seco	28,97	286,987	1,4	294
CO_2	44,01	188,912	1,3	
Ar	39,94	208,162	1,67	

Cuadro 4.1: Gases de estudio

Nótese que se toma $T_{D0} = 20$ °C, que es la temperatura a la que se toman todas las propiedades.

	σ (GPa)	$\rho (\mathrm{kg/m^3})$
Aluminio	0.45	2810
Acero inox	0.540	8190
M. Comp.	3.8	1600

Cuadro 4.2: Materiales de estudio

Existen por tanto todas las combinaciones de gases-materiales para estudiar, en total son 15, para el estudio del peso de los depósitos. Por simplicidad, se decide representar cada una de las variables de estudio dependiendo del gas seleccionado, en función de la P_{D0} . En el caso del peso del depósito se hará en el estudio para cada uno de los materiales.

La variación de P_{D0} se va a tomar en el rango [13,22] Pa. Hay que recordar que $P_{D0} \ge P_{Df} \ge (1+\alpha)P_T = (1+0.15)11 = 12.7$ bar y por consiguiente, se varía P_{D0} comenzando en 13 y hasta un valor de manera que se obtenga información suficiente. Por convenio se ha decidido tomar 10 puntos con un salto de 1 bar cada uno.

4.1. Volumen del depósito

	$V_D (m^3)$				
P_{D0} (bar)	H_2	Не	Aire seco	CO_2	Ar
13	5,067	5,965	5,031	4,672	6,001
14	1,314	1,547	1,304	1,211	1,556
15	0,755	0,888	0,749	0,696	0,894
16	0,529	0,623	0,526	0,488	0,627
17	0,408	0,480	0,405	0,376	0,483
18	0,331	0,390	0,329	0,306	0,393
19	0,279	0,329	0,277	0,257	0,331
20	0,241	0,284	0,240	0,222	0,286
21	0,212	0,250	0,211	0,196	0,252
22	0,190	0,223	0,188	0,175	0,225

Cuadro 4.3: Volumen del depósito en función de la P_{D0} y el gas

Así pues, se observa que el volumen necesario para el depósito es poco sensible a la variación de las caracterísiticas del gas ya que se ve influenciado por el coeficiente γ , el cual no varía demasiado entre los diferentes gases (de 1,3 a 1,7). Sin embargo, se observa la gran dependencia que tiene el volumen con el cociente $\frac{P_{D0}}{P_T}$. Solo queda destacar que el volumen óptimo se obtiene cuando el coeficiente de dilatación (γ) es lo más bajo posible.

4.2. Peso del gas

	W_g (kg)					
P_{D0} (bar)	H_2	Не	Aire seco	CO_2	Ar	
13	5,446	12,740	77,780	109,720	127,914	
14	1,521	3,557	21,716	30,634	35,714	
15	0,936	2,189	13,366	18,855	21,982	
16	0,700	1,638	10,002	14,109	16,448	
17	0,573	1,340	8,184	11,544	13,459	
18	0,493	1,154	7,046	9,939	11,587	
19	0,439	1,026	6,266	8,839	10,304	
20	0,399	0,933	5,698	8,038	9,371	
21	0,369	0,863	5,267	7,429	8,661	
22	0,345	0,807	4,927	6,951	8,103	

Cuadro 4.4: Peso del gas en función de P_{D0} y el gas

Los pesos para los gases se estudian para una Temperatura fija, ya que este es poco sensible a la variación de esta. La diferencia de los pesos viene marcada por la constante R de cada gas, que está estrechamente relacionado con el peso molecular. Es sencillo observar como para gases de bajo peso molecular (H_2 y H_2), el peso es muy bajo, mientras que conforme se aumenta el peso molecular, crece bastante el peso de este.

4.3. Peso del depósito

El peso del depósito es sensible tanto al gas que contiene como al material del propio depósito y a la presión inicial de este. Por ello, es necesario estudiar para cada uno de los materiales seleccionados, los pesos de este al introducir los diversos gases de presurización.

	W_m (kg) - Aluminio					
P_{D0} (bar)	H_2	Не	Aire seco	CO_2	Ar	
13	61,698	72,638	61,261	56,885	73,076	
14	17,226	20,281	17,104	15,882	20,403	
15	10,603	12,483	10,528	9,776	12,558	
16	7,934	9,340	7,877	7,315	9,397	
17	6,492	7,643	6,446	5,985	7,689	
18	5,589	6,580	5,549	5,153	6,619	
19	4,970	5,852	4,935	4,583	5,887	
20	4,520	5,321	4,488	4,167	5,354	
21	4,178	4,918	4,148	3,852	4,948	
22	3,909	4,601	3,881	3,604	4,629	

Cuadro 4.5: Estudio de pesos para el Aluminio

	W_m (kg) - Ac. Inox.				
P_{D0} (bar)	H_2	Не	Aire seco	CO_2	Ar
13	149,855	176,425	148,792	138,164	177,488
14	41,840	49,258	41,543	38,576	49,555
15	25,752	30,319	25,570	23,743	30,501
16	19,270	22,686	19,133	17,766	22,823
17	15,767	18,563	15,655	14,537	18,675
18	13,574	15,981	13,478	12,515	16,077
19	12,072	14,212	11,986	11,130	14,298
20	10,978	12,925	10,901	10,122	13,003
21	10,147	11,946	10,075	9,355	12,018
22	9,493	11,176	9,426	8,752	11,244

Cuadro 4.6: Estudio de pesos para el Acero Inoxidable

	W_m (kg) - Mat. Compuesto					
P_{D0} (bar)	H_2	Не	Aire seco	CO_2	Ar	
13	4,160	4,898	4,131	3,836	4,927	
14	1,162	1,367	1,153	1,071	1,376	
15	0,715	0,842	0,710	0,659	0,847	
16	0,535	0,630	0,531	0,493	0,634	
17	0,438	0,515	0,435	0,404	0,518	
18	0,377	0,444	0,374	0,347	0,446	
19	0,335	0,395	0,333	0,309	0,397	
20	0,305	0,359	0,303	0,281	0,361	
21	0,282	0,332	0,280	0,260	0,334	
22	0,264	0,310	0,262	0,243	0,312	

Cuadro 4.7: Estudio de pesos para el Material Compuesto

Se observa claramente que el peso del depósito varía poco con la elección del gas. Esta variación es más significativa en el caso del acero inoxidable, ya que se trata de sistemas más pesados debido a que tiene una densidad muy elevada.

Por su parte, el amterial compuesto es óptimo, ya que es un material que tiene un alto límite elástico, con lo que es capaz de soportar grandes presiones de gas con un espesor muy pequeño. A esto hay que sumarle que su densidad es muy baja en comparación con los otros materiales.

4.4. Peso total y conslusión

Finalmente, para analizar las diferentes configuraciones para el sistema de presurización se toma como referencia el Cuadro 4.8. En él se han independizado las variables de la presión inicial del depósito P_{D0} ya que esta afecta a todas las variables por igual. Se toma el valor más restrictivo de esta presión $(P_{D0} = 13 \text{ bar})$ para que las diferencias entre los sistemas sean notables.

Como ya se ha visto en 4.2, el volumen del depósito varía ligeramente entre los diferentes gases, por tanto el criterio de reducir volumen es poco práctico en cuanto al sistema de presurización se refiere. Por su parte, el peso juega un papel fundamental en las actuaciones del lanzador, por lo que reducir el peso es tarea fundamental. Por tanto, se estudia el peso del sistema completo, que es la suma del peso del gas más el del depósito, para cada

configuración gas-depósito.

Pd0 = 13bar		Aluminio	Acero inox	M. Comp.
TT	W_m (kg)	61,698	149,855	4,160
H_2	W_d (kg)	67,144	155,301	9,606
тт.	W_m (kg)	72,638	176,425	4,898
Не	W_d (kg)	85,378	189,165	17,638
A	W_m (kg)	61,261	148,792	4,131
Aire seco	W_d (kg)	139,041	$226,\!572$	81,911
CO	W_m (kg)	56,885	138,164	3,836
CO_2	W_d (kg)	166,606	247,884	113,556
Δ	W_m (kg)	73,076	177,488	4,927
Ar	W_d (kg)	200,989	305,401	132,841

Cuadro 4.8: Estudio de los pesos totales del sistema de presurización

Se observa como la combinación ideal es un depósito de material compuesto con gas hidrógeno. Sin embargo, el hidrógeno tiene el problema de que puede actuar como oxidante al mezclarse con la hidracina. Es por ello que se reserva la presurización con hidrógeno para sistemas que usen hidrógeno como combustible. Por tanto, se suele utilizar He como gas presurizante.

Sin embargo, y por razones de coste y disponibilidad, en ocasiones se utiliza el aire como presrizante.

Por último, hay que considerar que el estudio está basado en presiones iniciales bajas, del orden de 13-20 bar. Sin embargo, interesa que estas sean lo más grandes posibles, aunque si se acerca a presiones muy elevadas $(P_{D0}/P_T > 10)$, el sobredimensionado de los sistemas es muy grande comparado con la reducción de peso que ello conlleva. En la práctica, se quieren presiones iniciales de los depósitos no superiores a 300 bar.