Primera prueba (conducción de calor, simulación numérica, a realizar fuera del aula, individualmente, y entregar editado en pdf, con código al final, antes del 26 de marzo de 2021).

Considérese una tarjeta electrónica (PCB) de 140×100×1,5 mm^3 de FR-4, con un recubrimiento de 50 μm de cobre por cada lado, que en una de las caras es continuo, y en la otra sólo ocupa el 10% de la superficie, en la cual van montados tres circuitos integrados (IC), cada uno de 40×20×3 mm^3, disipando 5 W, con k_{IC}=50 W/(m·K) de conductividad térmica, C_{IC}=20 J/K de capacidad térmica, y distribuidos uniformemente en la PCB (20 mm de separación entre ellos). Se supondrá que los lados cortos de la PCB tienen contacto térmico perfecto con paredes permanentemente a 25 ºC, y que los otros dos bordes están térmicamente aislados. Tómese para el FR-4 k=0,5 W/(m·K) en el plano y la mitad a su través. Se pide:

a) Considerando que la tarjeta sólo evacua calor por los bordes, determinar la temperatura máxima que se alcanzaría si toda la disipación estuviese uniformemente repartida en la PCB y los IC no influyeran.

b) Considerando que la tarjeta sólo evacua calor por los bordes, determinar la temperatura máxima que se alcanzaría con un modelo unidimensional en el que los IC llegaran hasta los bordes aislados, en el límite $k_{IC}\to\infty$, y con la k_{IC} dada.

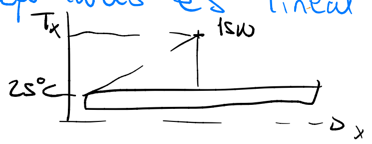
c) Considerando que se transmite calor por radiación, con una emisividad media de 0,7 por el lado de los componentes, y de 0,5 por la cara opuesta, con una caja electrónica que se puede suponer negra y a 45 ºC, determinar la temperatura máxima linealizando las pérdidas radiativas y con disipación uniforme.

d) Resolver el caso anterior pero sin linealizar y con la disipación no uniforme.

e) Resolver el problema térmico bidimensional estacionario y comparar el perfil central de temperaturas con el del caso anterior.

a) Distribuido = parábola

Poner 15 W en 15 W en el centro → si solo hay un punto de calor el perfil de temperaturas es lineal

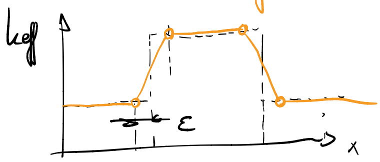


$Q = kA \frac{T_{mx}-T_b}{L}$

Si esta T_{max} está dentro del rango aceptado se admite como bueno

Cuidado con la discretización → que caiga un nodo en las discontinuidades de k_{ef}

Quitar discontinuidades



ya no es continuo a trozos (derivada no)

k_{eff} interpolada ESTO MIRARLO BIEN

UNIDADES

Q/k ?

1. $T = \frac{-\phi}{2k}x^2 + ax + b \rightarrow \begin{cases} T(0) = T_b \Rightarrow b \\ \dot{Q} = kA \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \rightarrow a \rightarrow a = \frac{\dot{Q}}{kA} = \frac{\dot{Q} L_x}{k L_x L_y L_z} = \frac{\phi L_x}{2k} \end{cases}$

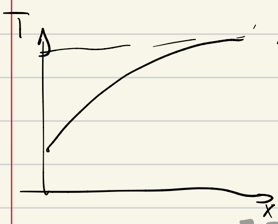
calor que pasa dcha a izq

$$T(x) = \frac{-\phi}{2k}x^2 + \frac{\phi L_x}{2k}x + T_b$$

$$\phi = \frac{\dot{Q}}{L_x L_y L_z} = \frac{15}{0{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot (\underbrace{0{,}0015}_{Cu} + 0{,}0001)} = 669642 \left[\frac{W}{m^3}\right]$$

keff $\quad k_{eff} = \frac{\sum k_i \delta_i f_i}{\sum \delta_i}$

$$\frac{k_{cu}\delta_{cu}f_{cu} + k_{FR4}\delta_{FR4} + k_{cu}\delta_{cu}}{\delta_{cu} + \delta_{FRP} + \delta_{cu}} = \frac{k_{cu}\delta_{cu}(1+f_{cu}) + k_{FRP}\delta_{FRP}}{2\delta_{cu} + \delta_{FRP}} = 13{,}703$$

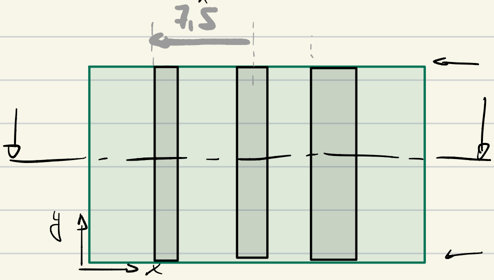


~~144,727~~ ←
145

385 Cu
0,5 FRP

$\dot{Q}$ calor evacuado

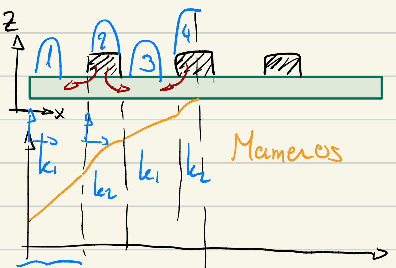
2.



Entendamos térmico con Andrés:

1. Dividamos pcB 4 zonas véase Fig 1.
2. Sacar k eff con ic

$\dot{Q}$ disip



ec. Ap 1

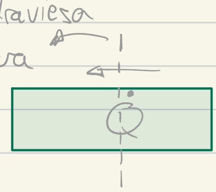
Figura 1. Tramos

1. $T(x)_1 = a_1 + b_1 x$ No hay ϕ xq no hay calor volumétrico

Solo disipa IC → ϕ en IC

$Q(7{,}5)$ → Q atraviesa frontera

$a_1 = T_b$; $b = \frac{Q}{k_1 A_{yz}}$

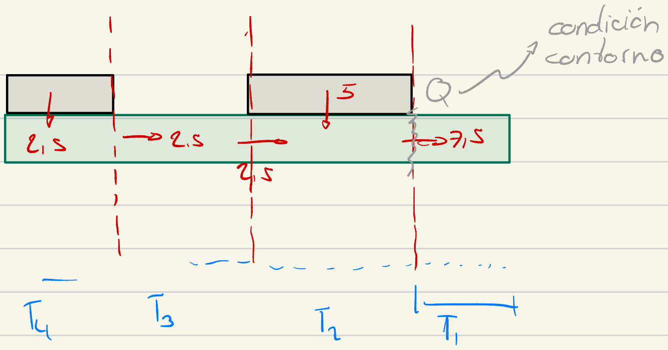


2. $T(x)_2 = a_2 + b_2 x + c_2 x^2$

$a_2 = a_1 + b_1 L_1 = T_{final}$ tramo 1

$b_2 = \frac{Q(7{,}5)}{k_2 A_{yz}}$

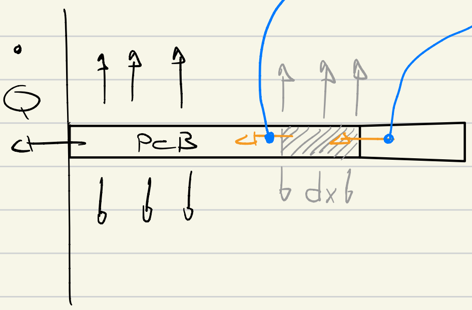
$c = \frac{-\phi_{IC}}{2k_2} \rightarrow \phi_{IC} = \frac{W_{IC}}{20mm \times 100mm \times \sum \delta_i}$



c) Radiación linealizada: $Q_R = \varepsilon A F \sigma 4 T_m^3 (T - T_\infty) = hA(T - T_\infty)$

$$\underbrace{\cancel{\rho A dx\, c \frac{\partial T}{\partial t}}}_{\text{steady}} = \underbrace{\phi A dx}_{\text{DIS}} \underbrace{\boxed{-kA\frac{\partial T}{\partial x} + kA\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T^2}{\partial x^2}dx\right)}}_{\text{COND}} - \underbrace{\cancel{h p dx (T - T_\infty)}}_{\text{No}} - \underbrace{\varepsilon p dx \sigma (T^4 - T_\infty^4)}_{\text{RAD}}$$

$$\varepsilon = \left(\frac{\varepsilon_1 p_1 + \varepsilon_2 p_2}{p_1 + p_2}\right)$$



Hipótesis: 1D → ∂ pasa a d
steady
No convección

$$0 = \phi A dx - kA\frac{\partial T}{\partial x} + kA\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}dx\right) - \varepsilon p dx \sigma (T^4 - T_\infty^4)$$

$$0 = \phi A dx - kA\cancel{\frac{dT}{dx}} + kA\left(\cancel{\frac{dT}{dx}} + \frac{d^2T}{dx^2}dx\right) - \varepsilon p dx \sigma (T^4 - T_\infty^4)$$

$$0 = \phi A + kA\frac{d^2T}{dx^2} - \varepsilon p \sigma (T^4 - T_\infty^4)$$

La fiesta de linealizar: con Analove-sec

$$0 = \phi A + kA\frac{d^2T}{dx^2} - \underbrace{4\varepsilon p \sigma T_\infty^3}_{\xi}(T - T_\infty) = kA\frac{d^2T}{dx^2} - \xi\Big(T - \overbrace{T_\infty - \frac{\phi A}{\xi}}^{T_\xi}\Big)$$

$$kA\frac{d^2(T - T_\xi)}{dx^2} = \xi (T - T_\xi) \rightarrow \frac{d^2(T - T_\xi)}{dx^2} = \frac{\xi}{kA}(T - T_\xi) \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda^2 - \frac{\xi}{kA} = 0 \rightarrow \lambda = \pm\sqrt{\frac{\xi}{kA}} \rightarrow (T - T_\xi) = C_1 e^{\sqrt{\frac{\xi}{kA}}x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{\xi}{kA}}x}$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = C_1\sqrt{\frac{\xi}{kA}}e^0 - C_2\sqrt{\frac{\xi}{kA}}e^{-0}$$

C.C. $T_b - T_\xi = C_1 + C_2$

$$\dot{Q}\Big|_{x=0} = kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{\xi k A}\,(C_1 - C_2) \rightarrow C_1 - C_2 = \frac{\dot{Q}|_{x=0}}{\sqrt{\xi k A}}$$

$$c_1 = \left(T_b - T_\xi + \frac{\dot{Q}|_{x=0}}{\sqrt{\xi}\,kA}\right)\frac{1}{2} = \left(T_b - T_\xi + \right.$$

$$3/2\ \dot{W}_{ic} - \int_0^{L/2} \varepsilon p \sigma T_\infty^3 (T - T_\infty)\, dx$$