Estadistica Computacional



Introducción a Teoría de Probabilidades 🐶 💃





Temario

- Conceptos Básicos.
- Axiomas y Propiedades.
- Probabilidad de un Evento
- Probabilidad Condicional
- Teorema de Bayes.
- Independencia Probabilística

Conceptos Básicos.

 Un experimento es cualquier acción o proceso cuyo resultado está sujeto a la incertidumbre, no se puede predecir el resultado exacto de cada experiencia particular.

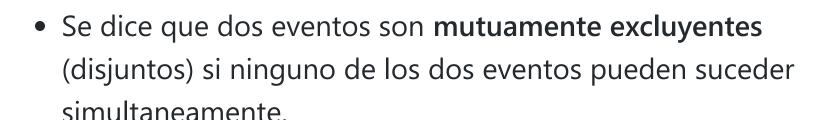
Sacar dos cartas de un mazo de naipe ingles 👲 🕏 💙 🔷

• El espacio muestral, Ω , de un experimento es el conjunto de todos los posibles resultadosde dicho experimento.

Todas las combinaciones posibles al sacar dos cartas de un mazo de naipe ingles (\spadesuit \heartsuit , \clubsuit \blacklozenge , etc)

• Un **evento** es cualquier subconjunto de resultados contenidos en el espacio muestral.

Sacar dos cartas de pinta color rojo 💙 🔷



- Se dice que dos eventos son **equiprobables** cuando ambos tienen las mismas oportunidades de ocurrir.
- Se dice que un grupo de eventos es exhaustivos si la union de todos estos es igual al espacio muestral.

Axiomas y Propiedades

Diremos que la probabilidad de un evento A, P(A), perteneciente al espacio muestral Ω , es una medida precisa de la oportunidad de que A ocurra. Esta debe satisfacer los siguientes axiomas:

- Axioma 1. Para cualquier evento A, $P(A) \geq 0$.
- Axioma 2. $P(\Omega)=1$
- Axioma 3. Si A_1, A_2, A_3, \ldots es un conjunto de eventos mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = \sum_i P(A_i)$$

Sean dos eventos A y B, pertenecientes al espacio muestral Ω . Podemos enumerar las siguientes propiedades:

1.
$$P(A) \leq 1$$

2.
$$P(\Omega \setminus A) = P(A^c) = 1 - P(A)$$

3.
$$A\subseteq B o P(A)\le P(B)$$

4.
$$P(\Omega^c)=P(arnothing)=0$$

5.
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Probabilidad de un Evento

Sea $|\Omega|$ el tamaño del espacio muestral, $\mathit{resultados\ posibles}$, y |A| el número de elementos pertenecientes al evento A, $\mathit{resultados\ favorables}$. La probabilidad de ocurrencia del evento A viene dada por:

$$P(A) = rac{|A|}{|\Omega|}$$

En un mazo de 52 cartas de naipe ingles la cantidad de cartas de pinta roja, ♥ ♦, es 26.

Con lo que la probabilidad de escojer una carta de pinta roja es igual $\frac{26}{52}=0.5$

Probabilidad Condicional

Sean dos eventos A y B, la probabilidad de que ocurra el evento A dado que ya ha ocurrido el evento B se define como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Si sabemos que hemos escogido una carta de corazón de un naipe ingles (evento B). ¿Cual es la probabilidad de que esa carta sea un número par? (evento A) \bigvee

Entonces
$$P(A|B)=rac{rac{5}{52}}{rac{13}{52}}=rac{5}{13}pprox 0.38$$

Teorema de Bayes

Sean A_1, \ldots, A_k eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos y otro evento B.

Ley de probabilidad total

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^k P(A_i|B) \cdot P(A_i)$$

Regla de Bayes

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{P(B)}$$

Si existen pocos eventos en la particion se puede un diagrama de arbol para calcular las probabilidades 😜.

Independencia Probabilística

Sean dos eventos A y B, se dice que ambos son independientes cuando la probabilidad de ocurrencia de A no se ve afecta por la ocurrencia de B.

Cuando ambos eventos son independientes tenemos que:

- P(A|B) = P(A)
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

En caso contrario, ambos eventos son dependientes.