FÍSICA 2 (FÍSICOS) - CÁTEDRA PROF. CALZETTA

2DO CUATRIMESTRE DE 2016

GUÍA 1: OSCILACIONES CON UN GRADO DE LIBERTAD

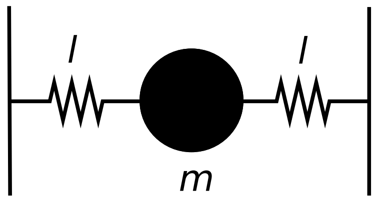
1. Escriba y resuelva las ecuaciones de movimiento asociadas con los siguientes sistemas:

   a) Péndulo de longitud l en presencia de un campo gravitatorio de constante g. Discuta todas las aproximaciones que realiza.

   b) Oscilaciones longitudinales de una masa m sujeta a dos paredes mediante dos resortes iguales de constante k; para los dos casos:

      1) longitud natural del resorte l_0 ($l_0 < l$), y
      2) slinky ($l_0 = 0$).

   c) Oscilaciones transversales del sistema del punto anterior, discutiendo las diferencias entre los casos 1) y 2), y analizando cuidadosamente las aproximaciones que realiza. En el caso 1) analice la diferencia entre considerar que los resortes están tensionados en la posición de equilibrio ($l_0 < l$) o que están relajados en dicha posición ($l_0 = l$).



2. Verifique que si Ψ_1 y Ψ_2 son soluciones de la ecuación del oscilador armónico libre, cualquier combinación lineal $\Psi = A_1\Psi_1 + A_2\Psi_2$ también es solución. Muestre que esto también vale si la fuerza disipativa es proporcional a la velocidad. ¿Vale si es un rozamiento constante?

3. Considere el movimiento de una masa m sujeta a un resorte de constante elástica $K = m\omega_0^2$ y constante de amortiguamiento por unidad de masa Γ. La solución general está dada por:

$$\psi(t) = \left[x(0)\cosh(\omega t) + \frac{1}{w}\left(\dot{x}(0) + \frac{\Gamma x(0)}{2}\right)\sinh(\omega t)\right]e^{-\frac{\Gamma}{2}t}$$

   con $\omega^2 = \frac{1}{4}\Gamma^2 - \omega_0^2$. Discuta los casos en que ω es real, ω es imaginaria y ω vale cero.

4. [En clase con PC] Dadas las ecuaciones del oscilador armónico $\ddot{x} = -\omega_0^2 x$ y el oscilador armónico con pérdidas $\ddot{x} = -\omega_0^2 x - \Gamma\dot{x}$, escríbalas como sistemas de ecuaciones de dos variables llamando v a $\dot{x}$. Para ambos casos:

   a) Dibuje en el plano (x, v) dos curvas v(x): la primera donde $\dot{x}$ vale cero y la segunda donde $\dot{v}$ vale cero.

   b) Dibuje los vectores ($\dot{x}$, $\dot{v}$) en distintos puntos del plano (x, v)

   c) Dibuje una trayectoria para algún valor de condiciones iniciales

5. Escriba la ecuación de movimiento para una masa m sujeta a un resorte de constante elástica k y constante de amortiguamiento por unidad de masa Γ, sobre la que se realiza una fuerza dependiente del tiempo $F(t)$.

   a) Proponga la siguiente solución homogénea: $x_h(t) = Ce^{-t/2\tau}\cos(\omega_1 t + \theta)$ y halle los valores de τ y de ω_1. ¿De qué depende el valor de C y de θ? ¿Es lícito plantear las condiciones iniciales sobre la solución homogénea?

b) Considere que $F(t)$ tiene la forma $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ (discuta si se pierde generalidad al suponer que la fuerza externa tiene esa forma) y proponga la siguiente solución particular: $x_p(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$. Obtenga A y B. Grafique cualitativamente A y B en función de ω.

c) Grafique cualitativamente la posición de la masa en función del tiempo.

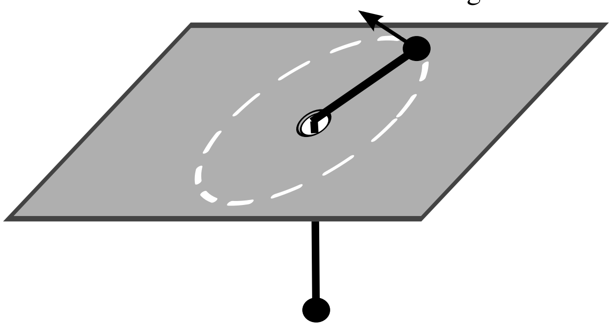
d) Calcule la potencia media que se consume en el estado estacionario y la potencia media de pérdida por fricción. Verifique la igualdad de ambas potencias.

e) Verifique que si $x_1(t)$ es solución de la ecuación diferencial cuando la fuerza externa es $F_1(t)$ y $x_2(t)$ lo es cuando la fuerza externa es $F_2(t)$, entonces $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ será solución de la ecuación diferencial cuando la fuerza externa sea $F(t) = F_1(t) + F_2(t)$ si y sólo si las condiciones iniciales son la suma de las condiciones iniciales de los dos casos.

f) Proponga ahora como solución particular la solución compleja $x_p(t) = Ae^{-i\omega t}$ y demuestre que $\mathfrak{Re}(A) = A_{elástico}$ y que $\mathfrak{Im}(A) = A_{absorbente}$. ¿Por qué es así?

6. Se tiene un péndulo que oscila con una disipación tal que su amplitud se reduce un 10 % cada 10 oscilaciones. ¿Con que precisión deberíamos determinar su longitud para notar el corrimiento en su frecuencia debido al rozamiento?

7. Dos cuerpos de igual masa m están atadas como se ve en la figura. La masa de arriba gira describiendo



un círculo de radio R.

a) Escribir las ecuaciones de movimiento para ambas masas y la ecuación de vínculo. Mostrar que todo el sistema se puede reducir a una única ecuación diferencial de orden 2.

b) Si ahora se tira levemente de la masa de abajo el sistema comienza a oscilar. Calcular la frecuencia de esa oscilación.