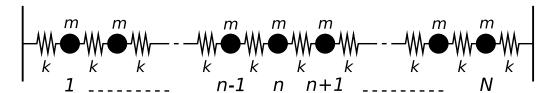
FÍSICA 2 (FÍSICOS) - CÁTEDRA PROF. WISNIACKI

1er Cuatrimestre de 2016

GUÍA 3: OSCILACIONES CON N GRADOS DE LIBERTAD

1. Considere el sistema de *N* masas mostrado en la figura.

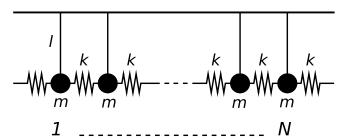


- *a*) Usando la aproximación de pequeños ángulos, escriba la ecuación de movimiento transversal para la partícula enésima.
- b) Proponga una solución de la forma:

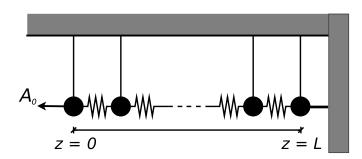
$$\Psi_n^{(p)}(t) = A^{(p)} \cos\left(nk^{(p)}a + \alpha^{(p)}\right) \cos\left(\omega^{(p)}t + \phi^{(p)}\right)$$

Halle la relación de dispersión y grafíquela. ¿Depende esta relación de las condiciones de contorno? ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?

- c) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando ambos extremos están libres (atención: ¿cómo sería un "extremo libre" en esta configuración?) y escriba la solución general para la masa enésima.
- d) Idem anterior, pero considerando que el extremo izquierdo está libre y el derecho fijo a la pared.
- e) Particularice los resultados de los dos ítems anteriores para el caso en que N=3.
- 2. Considere el sistema de péndulos acoplados de la figura.

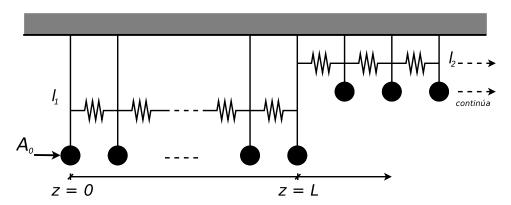


- a) Escriba la ecuación de movimiento. Proponga una solución semejante a la del problema anterior y halle la relación de dispersión. Compárela con la obtenida en el problema anterior. ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?
- b) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando los resortes de los extremos están fijos y dé las condiciones iniciales para excitar el primer armónico.
- c) Idem anterior, pero para el caso en que uno de los resortes de los extremos está libre.
- 3. Considere un arreglo lineal de péndulos acoplados excitados en el cual el primer péndulo, en z = 0, se encuentra libre, y el último, en z=L, unido a una pared rígida, como se muestra en la figura.

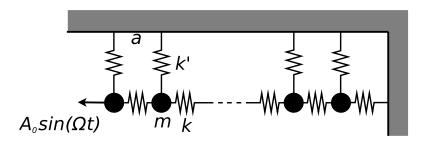


Se aplica una fuerza externa en función del tiempo a la primera masa (z = 0), de forma tal que se conoce su amplitud $\Psi(0,t) = A_0 \cos(\Omega t)$. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace. Compare con el caso de extremo derecho fijo a una pared (o sea: agregando un resorte a la derecha de la última masa y uniéndolo a la pared).

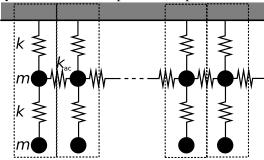
4. Considere un sistema de péndulos acoplados con un cambio brusco en ω_0^2 en z = L, según se esquematiza en la figura. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace.



5. En el sistema esquematizado, N partículas de masa m se encuentran unidas entre sí por resortes de constante elástica k y unidas a la pared por resortes de constante k'. No hay gravedad. Analice el movimiento estacionario de las oscilaciones horizontales en el caso en que Ω es menor a la frecuencia del modo normal más bajo.



6. Considere el esquema de la figura (sin gravedad) en el que se tienen N sistemas de dos grados de libertad por cada celda y cada celda se acopla con sus primeras vecinas de forma lineal (al menos para pequeñas



oscilaciones).

- a) Calcule las frecuencias de los modos normales para los sistemas de 2 grados de libertad y para sistema total.
- b) Grafique la relación de dispersión para dos valores distintos de k_{ac} (cuando $k_{ac} << k$ y cuando $k_{ac} \sim k$) y superponga los valores de las 2 frecuencias de los modos normales para los sistemas dentro de cada celda.
- c) Observe que los dos "niveles" de frecuencia que había originalmente en cada celda se han convertido en "bandas" de frecuencias.