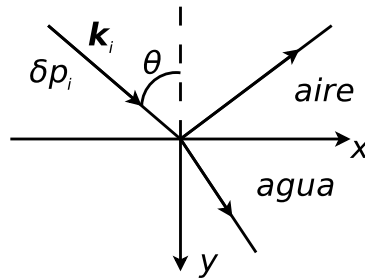


1.

- Demuestre que la función: $\Psi(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm \omega t)}$, con $\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$ un vector constante y $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$, es solución de la ecuación de ondas tridimensional. Sugerencia: exprese el laplaciano en coordenadas cartesianas.
- Analice el significado físico de $\Psi(\mathbf{r}, t)$. ¿Cómo son los frentes de onda? ¿Cuál es la relación entre el vector \mathbf{k} y los frentes de onda? ¿Hacia dónde se desplazan los frentes de onda al transcurrir t ? ¿A qué velocidad?
- Suponga ahora que $\Psi(\mathbf{r}, t)$ incide con su vector \mathbf{k} formando un ángulo θ con la normal de una interfase entre aire y agua (ver figura).



Por lo tanto la onda de presión incidente se escribe, si usamos notación compleja: $\delta p_i(\mathbf{r}, t) = A_i e^{i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, siendo $\mathbf{k}_i = \frac{\omega}{v_s} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y})$. Hallar las ondas reflejadas y transmitidas, $\delta p_r(\mathbf{r}, t) = A_r e^{i(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ y $\delta p_t(\mathbf{r}, t) = A_t e^{i(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$.

- Muestre que $\psi(\vec{x}, t) = \frac{f(r-ct)}{r}$ es solución de la ecuación de ondas en tres dimensiones con f una función cualquiera y $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. ¿Qué interpretación puede darle al término $\frac{1}{r}$?
- Escriba la expresión de una onda esférica armónica de frecuencia ω que parte desde el origen de coordenadas.
 - Calcule la potencia media que atraviesa una esfera de radio R_1 centrada en el origen de coordenadas. ¿Depende del valor de R_1 ?
 - Si vamos a observarla cerca del eje z (es decir con $x, y \ll z$) podemos aproximar la expresión de la onda por los primeros términos de su desarrollo de Taylor. A orden uno ¿Qué tipo de onda obtenemos?
 - ¿Qué ocurre si desarrollamos a un orden más? ¿Es necesario desarrollar a igual orden tanto el término $\frac{1}{r}$ como el argumento de la exponencial compleja?
- Si el término $\frac{1}{r}$ tiene que ver con un factor geométrico que depende de la cantidad de dimensiones en las que puede propagarse la onda:
 - ¿Qué forma propondría para una onda que emana de una fuente puntual y viaja en dos dimensiones?
 - Su propuesta, ¿es solución de la ecuación de ondas en 2D? ¿Qué ocurre con el límite cuando la perturbación está muy lejos del centro de donde partió?