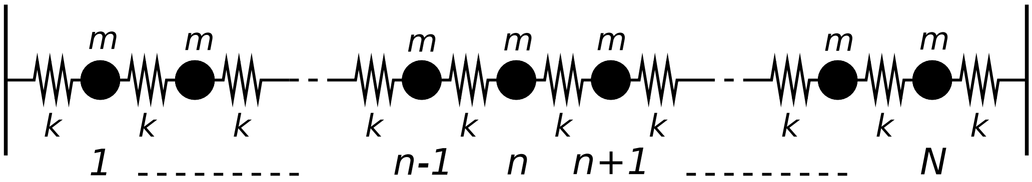
FÍSICA 2 (FÍSICOS) - CÁTEDRA PROF. CALZETTA

2DO CUATRIMESTRE DE 2016

GUÍA 3: OSCILACIONES CON N GRADOS DE LIBERTAD

1. Considere el sistema de N masas mostrado en la figura.



   a) Usando la aproximación de pequeños ángulos, escriba la ecuación de movimiento transversal para la partícula enésima.

   b) Proponga una solución de la forma:

   $$\Psi_n^{(p)}(t) = A^{(p)} \cos\left(nk^{(p)}a + \alpha^{(p)}\right) \cos\left(\omega^{(p)}t + \phi^{(p)}\right)$$

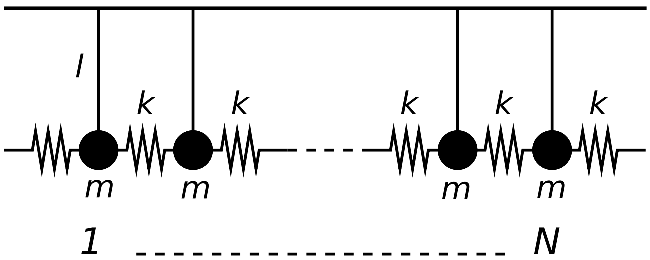
   Halle la relación de dispersión y grafíquela. ¿Depende esta relación de las condiciones de contorno? ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?

   c) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando ambos extremos están libres (atención: ¿cómo sería un "extremo libre" en esta configuración?) y escriba la solución general para la masa enésima.

   d) Idem anterior, pero considerando que el extremo izquierdo está libre y el derecho fijo a la pared.

   e) Particularice los resultados de los dos ítems anteriores para el caso en que $N = 3$.

2. Considere el sistema de péndulos acoplados de la figura.

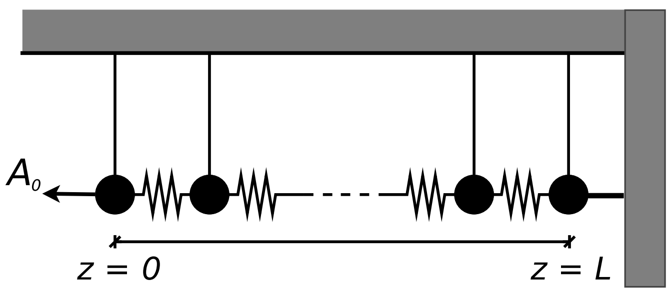


   a) Escriba la ecuación de movimiento. Proponga una solución semejante a la del problema anterior y halle la relación de dispersión. Compárela con la obtenida en el problema anterior. ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?

   b) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando los resortes de los extremos están fijos y dé las condiciones iniciales para excitar el primer armónico.

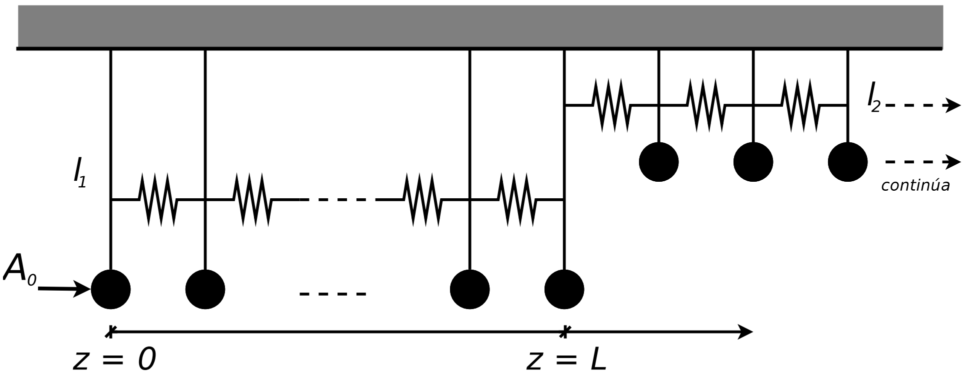
   c) Idem anterior, pero para el caso en que uno de los resortes de los extremos está libre.

3. Considere un arreglo lineal de péndulos acoplados excitados en el cual el primer péndulo, en z = 0, se encuentra libre, y el último, en z=L, unido a una pared rígida, como se muestra en la figura.

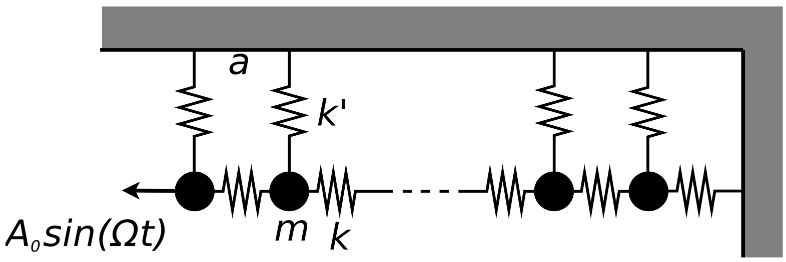


Se aplica una fuerza externa en función del tiempo a la primera masa ($z=0$), de forma tal que se conoce su amplitud $\Psi(0,t)=A_0\cos(\Omega t)$. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace. Compare con el caso de extremo derecho fijo a una pared (o sea: agregando un resorte a la derecha de la última masa y uniéndolo a la pared).

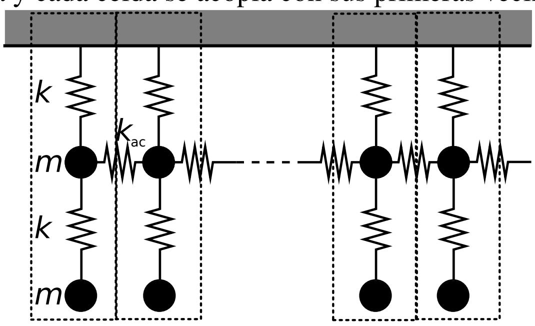
4. Considere un sistema de péndulos acoplados con un cambio brusco en ω_0^2 en $z=L$, según se esquematiza en la figura. Halle el movimiento estacionario del sistema y discuta las hipótesis que hace.



5. En el sistema esquematizado, N partículas de masa m se encuentran unidas entre sí por resortes de constante elástica k y unidas a la pared por resortes de constante k'. No hay gravedad. Analice el movimiento estacionario de las oscilaciones horizontales en el caso en queΩ es menor a la frecuencia del modo normal más bajo.



6. Considere el esquema de la figura (sin gravedad) en el que se tienen N sistemas de dos grados de libertad por cada celda y cada celda se acopla con sus primeras vecinas de forma lineal (al menos para pequeñas



oscilaciones).

   a) Calcule las frecuencias de los modos normales para los sistemas de 2 grados de libertad y para sistema total.

   b) Grafique la relación de dispersión para dos valores distintos de k_{ac} (cuando $k_{ac} << k$ y cuando $k_{ac}\sim k$) y superponga los valores de las 2 frecuencias de los modos normales para los sistemas dentro de cada celda.

   c) Observe que los dos “niveles” de frecuencia que había originalmente en cada celda se han convertido en “bandas” de frecuencias.