PAP - Programa de Modelación Matemática para el Desarrollo de Planes y Proyectos de Negocio

Prof. Sean Nicolás González Vázquez

Prof. Luis Felipe Gómez Estrada

ENTREGA 1

Proyecto 3: "Backtesting de Estrategias de AA"

Integrantes:

Alvarado Garnica Óscar Uriel **- 734194**

Enriquez Nares Diego Emilio **- 728356**

Martínez Ramírez José Alfonso **- 734272**

Mugica Liparoli Juan Antonio **- 728370**

Palomera Gaytan Jesús Emmanuel **- 729868**

ÍNDICE

Backtesting de Estrategias de AA

1. Introducción

En este documento se abordarán los principales métodos para poder hacer colocación de activos y cuales son óptimos para el objetivo deseado ya que se harán pruebas con datos históricos para así detectar en base al perfil de inversión de algún cliente o inversionista que activos se acomodan más a su perfil y al objetivo principal de la estrategia. En el mundo de las inversiones saber que camino tomar es una necesidad, así como saber qué es lo que vamos a utilizar durante ese camino y en que cantidades, lo mismo sucede con los activos que usamos al invertir, necesitamos saber cuáles utilizar ósea, “el camino” y como vamos a distribuir la inversión entre los diferentes activos que tenemos, el “que vamos a utilizar”.

Las estrategias de asignación de activos cuantitativas (Quantitative Asset Allocation - AA) han emergido como herramientas poderosas para los inversores que buscan optimizar sus carteras en función de un conjunto específico de criterios. Este documento se sumerge en el fascinante ámbito del Backtesting de estrategias de AA, explorando una variedad de enfoques que van desde la minimización de la varianza hasta la aplicación de modelos avanzados como Black-Litterman y LSTM AA. En nuestro viaje a través de estas estrategias, examinaremos meticulosamente conceptos como el mínimo riesgo (mínima varianza), la eficiencia en términos de Sharpe, la Semivarianza, Omega, el enfoque Hierarchical Risk Parity (HRP), Martingala, el modelo de Fama-French, la red neuronal de largo corto plazo (LSTM AA), el enfoque de Roy Safety First Ratio y el Ratio de Sortino. Cada una de estas estrategias representa una perspectiva única para evaluar y gestionar el riesgo y el rendimiento en carteras de inversión.

Posteriormente, nos sumergiremos en el mundo de la optimización, donde modelaremos carteras bien estructuradas. En este contexto, un portafolio bien estructurado se define no solo por su capacidad para maximizar rendimientos, sino también por su habilidad para minimizar pérdidas. El proceso de selección de ponderaciones óptimas para cada activo financiero implica un análisis exhaustivo que abarca desde la tradicional teoría de Markowitz hasta enfoques más modernos y especializados.

Este proyecto no solo aspira a proporcionar un compendio teórico de estrategias y modelos, sino también a dotar a los inversores de una herramienta dinámica para la toma de decisiones. Al entender cómo y cuándo implementar estrategias cuantitativas de AA, los inversores podrán adaptar sus carteras de manera efectiva a las cambiantes condiciones del mercado. Al analizar

ÍNDICE

activos financieros de manera integral, este ensayo tiene como objetivo empoderar a los inversionistas con la capacidad de tomar decisiones informadas que se alineen de manera precisa con sus perfiles y objetivos financieros. En última instancia, el conocimiento adquirido en este proyecto servirá como guía estratégica para navegar el complejo panorama de inversiones con confianza y perspicacia.

2. Flujo de Trabajo

2.1 Definición del Proyecto

El proyecto se enfoca en el Backtesting de una serie de estrategias de asignación de activos cuantitativos (QAA) para identificar las metodologías más efectivas en la optimización de carteras de inversión. El objetivo principal es evaluar el rendimiento histórico de estas estrategias bajo diferentes condiciones de mercado para determinar su viabilidad y eficacia. Esto permitirá a los inversores tomar decisiones informadas sobre la composición de sus carteras, equilibrando entre el riesgo y el retorno esperado según sus perfiles y objetivos de inversión específicos.

2.2 Generalidades del Proyecto

Para llevar a cabo este estudio, el equipo utilizará datos históricos de mercado. Se emplearán técnicas de análisis cuantitativo para evaluar el rendimiento de las estrategias de AA, incluyendo simulaciones de Montecarlo, optimización de carteras basada en la teoría de Markowitz, y modelos predictivos avanzados como redes neuronales LSTM.

El proyecto se estructura en varias fases:

1. *Recopilación de Datos:* Selección y limpieza de series temporales financieras relevantes.
2. *Selección de Estrategias:* Identificación de estrategias de QAA basadas en literatura académica y prácticas de inversión actuales.
3. *Implementación de Modelos:* Desarrollo de modelos de Backtesting en Python utilizando bibliotecas especializadas como Pandas, Numpy, y Scipy.

4. *Análisis de Resultados:* Evaluación de rendimiento, riesgo, y otras métricas financieras relevantes para cada estrategia.
5. *Optimización de Carteras:* Aplicación de modelos de optimización para determinar la asignación de activos ideal.

2.3 Conceptos Básicos

I. *Asignación de Activos (AA):* Proceso de distribución de recursos en diferentes categorías de activos (ej., acciones, bonos, efectivo) basado en el perfil de riesgo del inversor, sus objetivos de inversión y el horizonte temporal.

II. *Backtesting:* Método utilizado para evaluar estrategias de inversión mediante la aplicación de reglas de trading a datos históricos para determinar su eficacia. Teoría de Markowitz: Marco teórico para la construcción de carteras de inversión que maximiza el retorno esperado para un nivel de riesgo dado mediante la diversificación.

III. *Simulación de Montecarlo:* Técnica computacional que permite modelar el comportamiento de una estrategia de inversión bajo diferentes escenarios aleatorios para evaluar su rendimiento y riesgo.

IV. *Redes Neuronales LSTM (Long Short-Term Memory):* Tipo de red neuronal artificial utilizada para hacer predicciones basadas en series temporales de datos. Son especialmente útiles en el análisis de mercados financieros debido a su capacidad para capturar dependencias temporales a largo plazo.

V. *Optimización de Carteras:* Proceso de selección de la mejor distribución de activos dentro de una cartera, con el objetivo de maximizar el rendimiento ajustado al riesgo. Con estas bases establecidas, el proyecto se propone brindar insights valiosos sobre la implementación y eficacia de diversas estrategias de QAA, contribuyendo así a una mejor toma de decisiones en la gestión de carteras de inversión.

3. Selección de Estrategias de QAA

3.1 Mínima Varianza

Historia:

El concepto de portafolio de mínima varianza se originó en el campo de teoría de carteras y es atribuido al economista Harry Markowitz. Markowitz desarrolló esta teoría de la década de 1950 y presentó sus ideas en un artículo titulado "Portfolio Selection" publicado en el Journal of Finance en 1952. Un portafolio de mínima varianza es una estrategia de inversión diseñada para construir un portafolio diversificado de activos con el fin de minimizar el riesgo y la volatilidad del portafolio en general.

Este enfoque busca alcanzar el nivel más bajo posible de riesgo para un conjunto dado de activos, optimizando la asignación de activos en función de las correlaciones históricas de rendimiento y volatilidad. El objetivo principal de un portafolio de mínima varianza es reducir el riesgo general del portafolio de inversión.

Fórmula:

Varianza del Portafolio = $(w_1)^2(\sigma_1)^2 + (w_2)^2(\sigma_2)^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}$

Donde:

- $w_1 =$ El peso en el portafolio del primer activo.
- $w_2 =$ El peso en el portafolio del segundo activo.
- $\sigma_1 =$ Desviación estándar del primer activo.
- $\sigma_2 =$ Desviación estándar del segundo activo.
- $Cov_{1,2} =$ Covarianza de los dos activos, la cual puede expresarse como $\rho_{(1,2)}\sigma_1\sigma_2$ donde $\rho_{(1,2)}$ es el coeficiente de correlación entre los 2 activos.

Ejemplo:

Ana tiene un portafolio compuesto por dos acciones. Una tiene un valor de $60,000, y la otra tiene un valor de $120,000. La primera acción tiene una desviación estándar del 15%, mientras que la segunda acción tiene una desviación estándar del 12%. Si la correlación entre las acciones es de 0.65, la ponderación del portafolio para la primera y la segunda acción es del 40% y 60%, respectivamente.

Ahora, para calcular la mínima varianza, aplicamos los valores dados a la fórmula:

- Mínima Varianza = $(w_1)^2(\sigma_1)^2 + (w_2)^2(\sigma_2)^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}$

ÍNDICE

- Mínima Varianza = (40%2 x 15%2) + (60%2 x 12%2) + (2 x 40% x 15% x 60% x 12% x 0.65)
- Mínima Varianza = 0.0171 o 1.71%

Así, el portafolio de Ana genera una varianza del 1.71%.

Ventajas:

- *Reducción del riesgo global:* Este método busca construir un portafolio que minimiza el riesgo global, al considerar las correlaciones entre activos, permite diversificar de manera efectiva, reduciendo la volatilidad del portafolio en comparación con la volatilidad de activos individuales.
- *Enfoque Cuantitativo:* Se basa en cálculos y análisis cuantitativos, lo que proporciona una base sólida y objetiva para la toma de decisiones. Utiliza datos históricos para estimar riesgos y rendimientos, brindando una estructura sistemática para la construcción de carteras.
- *Fácil de comprender:* La fórmula para calcular el portafolio de mínima varianza es relativamente sencilla y fácil de entender, lo que facilita su aplicación y comprensión por parte de los inversores.

Desventajas:

- *Sensibilidad a datos históricos:* El método de mínima varianza depende de la gran medida de los datos históricos de rendimientos y correlaciones entre activos. Esto puede ser problemático si las condiciones del mercado cambian significativamente, ya que los datos históricos pueden no reflejar de manera precisa el futuro.
- *Misma importancia a rendimientos y pérdidas:* Al minimizar la varianza, el método trata de manera equitativa los rendimientos positivos y negativos.
- *Sensibilidad a estimaciones de Covarianza y correlación:* Las estimaciones de la covarianza y correlación entre activos pueden ser difíciles de precisar, especialmente en entornos de mercado turbulentos. Errores en estas estimaciones pueden afectar la eficacia del método.

ÍNDICE

3.2 <u>Máximo Ratio de Sharpe</u>

Historia:

Ratio de Sharpe fue desarrollado por el Premio Nóbel William Sharpe de la Universidad de Stanford. Introducido en 1966 por Sharpe en un artículo publicado en el Journal of Business, “Mutual Fund Performance”, con el objetivo principal de proporcionar una métrica que ayudara a los inversionistas a evaluar la rentabilidad de un activo en relación con el riesgo asumido. Sharpe desarrolló esta métrica como parte de su trabajo en el campo de la teoría moderna de carteras, que incluye otros modelos como CAPM (Modelo de Valoración de Activos Financieros).

Ratio de Sharpe es una métrica que, mide el rendimiento de una inversión, ajustándolo al riesgo y comparándola con la rentabilidad de activo libre de riesgo. Esta razón se cuestiona si el rendimiento adicional de una inversión compensa lo suficiente al riesgo adicional que se asume. Históricamente, Ratio de Sharpe ha ganado mucha popularidad, hasta convertirse en una de las herramientas más comunes para la evaluación de carteras en inversiones. Ratio de Sharpe forma parte de los básicos de todo inversor de carteras.

Fórmula:

Ratio de Sharpe = $\frac{\left(R_p - R_f\right)}{\sigma_p}$

Donde:

R_p = El rendimiento del portafolio

R_f = El rendimiento del activo libre de riesgo

σ_p = La volatilidad del portafolio

La fórmula para calcular Ratio de Sharpe es relativamente sencilla. Se requiere del conocimiento de tres datos: rentabilidad del fondo o cartera, rentabilidad del activo libre de riesgo y la volatilidad o desviación del fondo. Interpretar Ratio de Sharpe es bastante sencillo. Mide cuantas unidades de rentabilidad nos da una inversión por cada unidad de riesgo asumida. Lo que se busca es llegar a una rentabilidad alta, con el menor riesgo posible, por lo que una mayor razón siempre será mejor. Como norma muy básica, se podría considerar que un buen Ratio de Sharpe, está por encima de 1, indicando así una mayor rentabilidad por cada unidad de riesgo. Aun así, es importante compararlo con la media de la categoría. Un Ratio de Sharpe debajo de 1 indica que el fondo de inversión nos da menos de una unidad de rentabilidad por unidad de riesgo asumido, mientras que un Ratio de Sharpe negativo, indica que la rentabilidad del fondo de inversión, no supera a la rentabilidad del activo libre de riesgo.

Ventajas:

- *Riesgo ajustado al Rendimiento:* Ratio de Sharpe evalúa el rendimiento de una inversión con relación al riesgo asumido, proporcionando una medida útil para la comparación de inversiones.
- *Simplicidad:* Simple de calcular y entender. Ratio de Sharpe requiere datos básicos sobre el fondo de inversión y es muy accesible para cualquier inversionista.
- *Comparabilidad:* Al momento de comparar diferentes fondos de inversión, Ratio de Sharpe brinda una razón muy clara y específica.

Desventajas:

- *Supuesto Limitados:* Distribución normal de los rendimientos, así como el uso de la volatilidad como única medida de riesgo son algunos de los supuestos que pueden llegar a limitar Ratio de Sharpe.
- *Factores No Financieros:* Ratio de Sharpe no tiene en cuenta factores no financieros, como cambios en la dirección de las empresas, eventos geopolíticos o decisiones de inversión.
- *Rendimiento pasado:* Como todas las medidas basadas en el pasado, Ratio de Sharpe no puede garantizar un mismo rendimiento en el futuro.

3.3 Semivarianza

Historia:

El modelo de semivarianza se origina alrededor de las décadas de 1950 y 1960 desarrollado como una extensión de la teoría moderna de carteras de Harry Markowitz. La teoría moderna de carteras, propuesta por Markowitz en la década de 1950, es un enfoque que busca optimizar la

combinación de activos en una cartera para maximizar el rendimiento esperado dado un nivel específico de riesgo o minimizar el riesgo dado un nivel de rendimiento esperado. Markowitz introdujo conceptos clave como la diversificación y la covarianza en la construcción de carteras.
La introducción del concepto de semivarianza en la teoría de carteras se atribuye a Peter L. Bernstein, quien desarrolló y popularizó este enfoque en su libro "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", publicado en 1967.
Aunque Harry Markowitz sentó las bases de la teoría moderna de carteras en su artículo seminal de 1952 "Portfolio Selection", fue Bernstein quien incorporó la semivarianza como una medida adicional de riesgo en la gestión de carteras.

Se argumentó que los inversores deberían tener en cuenta no solo la variabilidad total de los rendimientos (medida por la varianza), sino también la variabilidad específica de los rendimientos negativos (medida por la semivarianza). Su enfoque se centró en la minimización de la semivarianza para proteger contra las pérdidas.
La semivarianza es una medida de riesgo que se centra específicamente en las pérdidas o rendimientos negativos. A diferencia de la varianza tradicional, que tiene en cuenta tanto las pérdidas como las ganancias, la semivarianza solo considera las pérdidas. Este enfoque es relevante para los inversores que tienen una aversión particular al riesgo a la baja y desean minimizar las pérdidas.

Fórmula:

Semivarianza = $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} W_i \left(R_i - \overline{R}\right)^2$

Donde:

N = El número de activos de la cartera

W_i = La ponderación del activo en la cartera

R_i = El rendimiento del activo

$\overline{R}$ = El rendimiento promedio ponderado de la cartera

Al minimizar la semivarianza de la cartera, se busca construir una cartera que minimice las pérdidas por debajo del umbral establecido.

Ventajas:

- *Medida más precisa al riesgo:* Debido a que se centra en la posible volatilidad a la baja, permite a los inversores comprender mejor la probabilidad y magnitud de las pérdidas, construyendo así una cartera más informada.
- *Aversión al riesgo:* Puede resultar muy atractivo para aquellos inversores que rechazan el riesgo.
- *Estrategia equilibrada:* Al combinar estrategias de riesgo tradicionales e incluir semivarianza, se puede lograr una asignación y gestión más sólida.

Desventajas:

- *Riesgo de cola:* La semivarianza no puede capturar completamente el riesgo de cola o eventos extremos, pues únicamente se centra en la dispersión de rendimientos negativos.
- *Cálculos más complejos:* La semivarianza puede llevar a cálculos más complejos, con mayor tiempo en comparación con las medidas de riesgos tradicionales.
- *Supuestos de rendimiento:* La semivarianza toda como supuesto que los rendimientos negativos son más riesgosos que los positivos, supuesto que no se cumple en ciertos escenarios.

3.4 <u>Omega</u>

Historia:

"Ratio Omega" fue desarrollado a principios de los 2000 por Con Keating y William Shadwick como una alternativa a medidas de riesgo tradicionales, como la Ratio de Sharpe y la Ratio de Sortino. Fue creada para abordar las limitaciones de las medidas antes mencionadas, especialmente para cubrir el problema de su alta dependencia de suposiciones de normalidad en distribuciones de rendimientos.

Esta medida es utilizada por gestores de cartera, asesores financieros e inversores individuales para evaluar el equilibrio riesgo-recompensa de diversas opciones de inversión. Ayuda a tomar decisiones más informadas y contribuye a optimizar las carteras de inversión. Omega es una herramienta de medición de rendimiento utilizada en finanzas e inversiones para evaluar el equilibrio entre riesgo y rendimiento de una inversión o cartera dada. Mide la probabilidad de alcanzar un rendimiento objetivo en comparación con el riesgo potencial a la baja o también conocido cómo (downside). Un Radio Omega más alto significa un riesgo-recompensa más favorable.

Fórmula:

$$Omega(r) = \frac{\int_{r}^{\infty}\big(1 - f(x)\big)dx}{\int_{-\infty}^{r}(F(x))dx}$$

Donde:

- r = Umbral de referencia por debajo del cual se considera que se ha generado una pérdida, se mide en porcentaje (1%, etc.).
- F(x) = Función de distribución acumulativa de x, la cuál es la rentabilidad obtenida en cada transacción o periodo. (distribución acumulativa de retornos por debajo de un umbral r).

Una función de distribución acumulativa determina la probabilidad de que una variable aleatoria arroje un resultado menor o igual a un valor dado, en este caso la rentabilidad de un activo o portafolio estudiado. En otras palabras, lo que estamos haciendo es dividir la probabilidad de recibir ganancias entre la probabilidad de obtener pérdidas. Cuanto mayor sea la ratio Omega, significa que el valor financiero ofrece mayores ganancias con respecto las pérdidas. Esto para el umbral (rendimiento) establecido por el inversor. A comparación del ratio Sharpe, este indicador prioriza que la rentabilidad supere una meta, además, no coloca en el denominador el riesgo o volatilidad.

Ventajas:

- *Flexibilidad en la Elección del Umbral:* Posibilidad de fijar un umbral de ganancias a discreción, permitiendo al inversor definir el nivel de rendimiento deseado.
- *Utilidad para Inversores Adversos al Riesgo:* Es especialmente útil para inversores cautelosos que buscan obtener al menos una rentabilidad mínima, siendo menos conservador que el ratio de Sharpe o el de Sortino.

ÍNDICE

- *Menos Conservador que Otros Ratios:* No es tan prudente o adverso al riesgo como el ratio de Sharpe o, especialmente, el de Sortino, que considera solo la volatilidad o el riesgo a la baja.
- *Capacidad para Clasificar Opciones de Inversión:* Permite clasificar diferentes opciones de inversión, facilitando la comparación entre ellas.

Desventajas:

- *Complejidad en el Cálculo:* El cálculo es más complejo en comparación con otros indicadores, lo que lo hace más común entre inversores experimentados.
- *Sensibilidad a Resultados Anómalos:* Puede ser influenciado por resultados inusuales dentro de los datos analizados, lo que podría afectar la interpretación.
- *Recomendación de Uso Combinado con Otros Indicadores:* Se sugiere utilizarlo en conjunto con otros indicadores como el ratio de Sharpe, el ratio de Sortino o el ratio de Treynor. Utilizado de forma aislada, puede no ser tan efectivo.

3.5 HRP

Historia:

El modelo conocido como "Hierarchical Risk Parity" (HRP) es un enfoque avanzado de asignación de activos que se centra en la gestión del riesgo de manera eficiente. Este modelo fue desarrollado por Marcos López de Prado, un académico y profesional en finanzas cuantitativas, en su libro "Advances in Financial Machine Learning" (Avances en Aprendizaje Automático Financiero), publicado en 2018. En este título, se presenta el modelo HRP como una metodología moderna, la cual aprovecha técnicas de aprendizaje automático, además de optimización avanzada.

El enfoque HRP aborda algunos de los desafíos asociados con la asignación de activos tradicional, como la sensibilidad a las estimaciones de parámetros y la falta de robustez en entornos cambiantes. Utiliza técnicas de clustering para agrupar activos con riesgo y correlación similar, para posteriormente asignar ponderaciones optimas, que permitan minimizar la volatilidad de la cartera.

Fórmula:

El algoritmo HRP se puede dividir en 3 pasos principales:

- Agrupación de árboles jerárquicos
- Seriación de matrices
- Bisección recursiva

Agrupación de áboles jerárquicos: En este paso, se utiliza un algoritmo de clustering jerárquico para agrupar los activos en clústeres. El algoritmo crea una estructura de árbol (dendrograma) que representa cómo se agrupan los activos a diferentes niveles de similitud. El método de enlace (linkage method) utilizado para medir la similitud entre clústeres puede variar, y el método de Ward's linkage es comúnmente utilizado en el contexto de HRP.

Ward's linkage = $d(u,\ v)\ =\ \sqrt{\frac{k(s_u+s_v-s_{uv})}{s_{uv}}}$

Donde:

$d(u,\ v)\ =$ La distancia entre los clusters u, v

$k\ =$ El número de observaciones en los clusters originales

$s_u,\ s_v,\ s_{uv}\ =$ La inercia de los clusters u, v y el nuevo cluster formado por la unión de u y v

Seriación de matrices: Después de obtener la estructura de árbol, se realiza una seriación de matrices para encontrar una ordenación adecuada de los activos en la cartera. La seriación es importante para asegurar que los activos se asignen de manera efectiva en la matriz de covarianza o correlación.

Bisección recursiva: En este paso, se aplica la bisección recursiva para dividir los clústeres en subgrupos más pequeños, de manera que se minimice la variabilidad dentro de cada subgrupo y se preserve la diversificación en la cartera. Este proceso de bisección se realiza de manera recursiva hasta alcanzar el número deseado de clústeres.

Debido a la complejidad y la implementación específica del algoritmo HRP, las fórmulas mencionadas son simplificadas y es posible que en la práctica se utilicen métodos numéricos y técnicas de optimización para encontrar soluciones efectivas.

Ventajas:

- *Consideración de la estructura jerárquica del mercado:* HRP utiliza técnicas de clustering jerárquico para agrupar activos en función de su similitud, tomando en cuenta la estructura jerárquica inherente en el mercado. Esto puede conducir a asignaciones de activos más intuitivas y realistas.
- *Diversificación mejorada*: El enfoque de HRP busca construir carteras que minimizan la variabilidad dentro de cada grupo y, al mismo tiempo, maximizan la diversificación entre los grupos. Esto puede conducir a carteras más diversificadas y resistentes a eventos inesperados en comparación con otros métodos.
- *Reducción del riesgo a la baja*: HRP se enfoca en la reducción de la semivarianza, que mide la volatilidad negativa o el riesgo a la baja. Para inversores sensibles a las pérdidas, este enfoque puede ser beneficioso.

Desventajas:

- *Sensibilidad a estimaciones eniciales*: HRP puede ser sensible a las estimaciones iniciales, especialmente cuando se calculan las matrices de covarianza. Pequeñas variaciones en estas estimaciones pueden conducir a asignaciones de activos significativamente diferentes.
- *Influencia de outliers*: La presencia de valores atípicos o outliers en los datos puede afectar significativamente las estimaciones de covarianza y, por lo tanto, las asignaciones de activos resultantes de HRP.
- *Complejidad y cálculos intensivos*: La implementación de HRP puede ser computacionalmente intensiva, especialmente para carteras con muchos activos. Esto puede hacer que su aplicación práctica sea más desafiante en ciertos casos.

3.6 Martingala

Historia:

La estrategia de Martingala es una estrategia que data del siglo XVIII, donde la estrategia ha sido objeto de estudio en la teoría de probabilidad desde entonces, la cual ha evolucionado desde su origen en juegos de azar para convertirse en un enfoque utilizado en finanzas y gestión de riesgos, además, también se ha utilizado para modelar procesos estocásticos , como base teórica, para entender los mercados financieros. Su nombre proviene del término italiano "martingale", que hace referencia a una silla de montar, sugiriendo la idea de doblar o aumentar la apuesta en un juego de azar. Esta estrategia se basa en la premisa de que solo se necesita una buena apuesta o ‘trade’ para cambiar la fortuna y, aunque inicialmente se aplicó en juegos de azar, su adopción en finanzas se ha intensificado a medida que los inversores exploran diferentes enfoques para gestionar riesgos y mejorar rendimientos.

El trading de Martingala es particularmente popular en los mercados de divisas. La baja probabilidad de que las monedas caigan a cero y la posibilidad de compensar pérdidas con ingresos por intereses hacen que sea más adecuado para este mercado. Por ejemplo, un trader de Martingala puede aprovechar la estrategia en pares de divisas con diferencial positivo, endeudándose en una moneda de bajo interés y comprando una moneda de alto interés. Además, la estrategia de Martingala implica, en la práctica, duplicar el tamaño de la inversión después de cada pérdida con el objetivo de recuperar las pérdidas anteriores y obtener una ganancia igual a la apuesta original. Este enfoque requiere una cantidad sustancial de capital para soportar pérdidas sucesivas hasta que se obtenga una ganancia.

Fórmula:

La estrategia de Martingala se basa en el concepto de un proceso estocástico llamado martingala. Donde un proceso estocástico X_t se llama martingala con respecto a una secuencia de información F_t si, para todo t, se cumple:

$$E[X_{i+1}|F_t] = X_t$$

En términos más simples, la expectativa condicional del siguiente valor del proceso, dado toda la información hasta el tiempo t, es igual al valor actual del proceso. La idea subyacente es que, en un proceso de martingala justo, el valor esperado futuro es igual al valor actual. La modelación de la estrategia de Martingala implica trabajar con procesos estocásticos y probabilidad condicional. Se utiliza en teoría de probabilidad, estadísticas y, en contextos financieros, en la modelación de precios de activos.

Ventajas:

- *Simplicidad Conceptual:* El concepto de martingala es relativamente simple y se puede entender intuitivamente.
- *Teoría de Probabilidad Sólida:* La estrategia se basa en fundamentos sólidos de teoría de probabilidad, lo que la hace atractiva para modelar comportamientos estocásticos.

Desventajas:

- *No Hay Garantía de Ganancia:* Aunque la martingala puede ser útil en algunos contextos, no garantiza el éxito o la ganancia en situaciones de riesgo financiero.
- *Requiere Condiciones Específicas:* El éxito de la estrategia a menudo depende de condiciones específicas en el mercado o en el proceso estocástico, y estas condiciones pueden no cumplirse en todos los casos.

3.7 Black-Litterman

Historia:

Black Litterman es un modelo para la optimización de portafolios que se creó en 1992 por Black y Litterman para reducir las dificultades que el modelo de Markowitz tenía, basándose en modelos bayesianos para lograrlo. El interés de los métodos bayesianos radica básicamente en la posibilidad de incorporar conocimiento extra muestral previamente en la estimación de los modelos. La importancia de la propuesta de Black-Litterman radica precisamente en la inclusión de elementos subjetivos e intuitivos, como son las expectativas que tiene el inversionista acerca del rendimiento esperado de un activo.

El modelo de Black-Litterman (MBL) parte de una situación de equilibrio de mercado, es decir de una serie de rentabilidades esperadas que igualen la oferta y la demanda de activos financieros, si todos los inversionistas tuvieran las mismas expectativas. En el MBL, si las expectativas del inversionista no difieren con respecto a las del mercado, no es necesario especificar un rendimiento para cada activo, ya que éstos entran al modelo con su respectivo retorno de equilibrio. El paso a seguir es la obtención de la rentabilidad esperada que se alcanza por optimización inversa; es decir, en lugar de preguntarse qué ponderación es necesaria para tener determinada rentabilidad, se plantea qué rentabilidad esperada supone la ponderación que indica la capitalización.

Después la incorporación de las expectativas que el inversionista tiene del mercado. Una expectativa es una suposición acerca del futuro, y puede o no ser realista. Para el caso de un portafolio de inversión, se refiere a las perspectivas o expectativas sobre la evolución futura de un título o de un sector; además, para cada una se especifica un nivel de confianza, que es la probabilidad a priori de que se cumpla esa expectativa, según el inversor.

Fórmula:

En el mercado existen n activos,

Con capitalizaciones $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \ldots ; \mathrm{M}_\mathrm{n}$

Donde:

La capitalización de mercado es igual al número de títulos o unidades del activo disponibles en el mercado por su respectivo precio

Las ponderaciones de mercado de los n activos están dadas por el vector: $W = W_1, W_2, \ldots ; W_\mathrm{n}$

Donde:

La ponderación del activo i es:

$W_i = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$

El coeficiente de aversión al riesgo (δ) , que es una constante que se determina como:

$$\lambda = \frac{R_m - R_f}{\sigma_M^2}$$

Donde:

R_m es el retorno del mercado; R_f es la tasa libre de riesgo y σ_M^2 es la varianza del retorno del mercado.

El exceso de retornos implícitos de equilibrio (Π) está dado por:

$$\Pi = \lambda \Sigma W$$

Ventajas:

- Incluye las expectativas del inversionista y de acuerdo con su nivel de confianza será la ponderación del activo dentro del portafolio, es decir que se infiere u obtiene la ponderación del activo con respecto de lo que espera ganar el inversionista para cumplir con sus metas, lo que pudiera darnos un pero mayor en los activos más riesgosos, por eso importa considerar el perfil del inversionista.
- Permite una revisión flexible del mercado y por ende de estrategias de inversión.
- Se logran portafolios razonables, intuitivos, equilibrados y estables en el tiempo

Desventajas:

- Se basa en el supuesto que el mercado tiene una distribución normal
- • Se requieren bases de teoría bayesiana.

3.8 Famma-French

Historia:

El Modelo de Tres Factores Fama-French, desarrollado por los laureados con el Premio Nobel Eugene Fama y Kenneth French en 1992, representa un avance significativo en la teoría de valoración de activos. La génesis de esta metodología se origina en la inquietud de Fama y French por ir más allá de la explicación simplista de los rendimientos de las acciones basados únicamente en el rendimiento del mercado, como propone el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).

La investigación pionera de Fama y French en la década de 1990 llevó al descubrimiento de dos factores de riesgo adicionales que complementan al riesgo de mercado. Estos factores son: el tamaño de la empresa (Small Minus Big, SMB) y el valor contable (High Minus Low, HML). Estos hallazgos transformaron la comprensión convencional de los rendimientos de las acciones, sugiriendo que otros factores, más allá del riesgo de mercado, influían en los resultados. Además, la continua evolución de las teorías financieras impulsa a los académicos a refinar y expandir modelos existentes, considerando ahora, la incorporación de otros dos factores adicionales: "rentabilidad" (profitability) e "inversión" (investment).

El modelo ha sido respaldado por extensos estudios empíricos que revelan la capacidad de explicar más del 90% de los rendimientos de carteras diversificadas. La premisa histórica de que acciones de pequeña capitalización y con alto valor en libros superan al mercado en general ha demostrado su persistencia, otorgando credibilidad a la aplicación del modelo.

Fórmula:

La estrategia QAA basada en el Modelo de Fama-French utiliza la siguiente fórmula para calcular los rendimientos esperados de las acciones:

$$\mathrm{E}\left(\mathrm{R_i} - R_f\right) = a_i + \beta_{i,M}\left(E\left(R_M - R_f\right)\right) + \beta_{i,SMB}E(SMB) + \beta_{i,HML}E(HML) + \beta_{i,RP}E(RP) + \beta_{iCMA}E(CMA) + \epsilon_i$$

- $E(R_i - R_f)$: Rendimiento esperado del activo i.
- R_f: Tasa libre de riesgo.
- $\beta_{\mathrm{i,M}}$: Coeficiente de sensibilidad del activo i al rendimiento del mercado.
- $E(R_M - f)$: Rendimiento esperado del mercado ajustado por la tasa libre de riesgo.
- $\beta_{\mathrm{i,SMB}}$: Coeficiente de sensibilidad del activo i al factor SMB.
- $E(SMB)$: Rendimiento esperado del factor SMB.
- $\beta_{\mathrm{i,HML}}$: Coeficiente de sensibilidad del activo i al factor HML.
- $E(HML)$: Rendimiento esperado del factor HML.
- $\beta_{\mathrm{i,RP}}$: Coeficiente de sensibilidad del activo i al factor rentabilidad.
- $E(RP)$: Rendimiento esperado del factor rentabilidad.
- $\beta_{\mathrm{i,CMA}}$: Coeficiente de sensibilidad del activo i al factor inversión.
- $E(CMA)$: Rendimiento esperado del factor inversión.
- ϵ_i: Término de error.

Esta fórmula incorpora la premisa de que los rendimientos de las acciones pueden explicarse por su sensibilidad a factores de riesgo específicos, como el rendimiento del mercado, el tamaño de la empresa, el valor, la rentabilidad y la inversión. Además, la modelación implica estimar los coeficientes β para cada factor mediante técnicas de regresión utilizando datos históricos. Estos coeficientes se utilizan luego para calcular los rendimientos esperados de los activos bajo diferentes condiciones de mercado.

ÍNDICE

Ventajas:

- *Diversificación Mejorada:* Al considerar factores más allá del rendimiento del mercado, la estrategia busca proporcionar una mejor diversificación y gestión del riesgo.
- *Fundamentada en Investigación Empírica:* Basada en investigaciones sólidas y ampliamente respaldadas de Fama y French, lo que agrega un fundamento académico a la toma de decisiones.

Desventajas:

- *Dependencia de Datos Históricos:* La estrategia asume que las relaciones históricas entre los factores de riesgo y los rendimientos persistirán en el futuro, lo que puede no ser siempre el caso.
- *Complejidad de Implementación:* La implementación puede ser compleja debido a la necesidad de datos detallados y a la estimación precisa de los coeficientes de regresión.

3.9 LSTM AA (Long short-term memory)

Historia:

L

Fórmula:

*** Agregar fórmula en LATEX ***

L

Ventajas:

-

Desventajas:

-

3.10 <u>Roy Safety-First Ratio</u>

Historia:

El criterio de prioridad de seguridad de Roy es una técnica de gestión de riesgos, ideada por Arthur D. Roy en 1952. Roy establece que la cartera óptima es aquella que minimiza la probabilidad de que el rendimiento de la cartera (Rp), caiga por debajo del nivel de rendimiento deseado (Rl).

$$P_{ortafolio} = minimize(R_p < R_L)$$

Teniendo la ecuación anterior sabemos que, si los rendimientos tienen una distribución normal, la cartera óptima es aquella con la mayor proporción de seguridad (SFRatio).

Fórmula:

$$SFRatio = \frac{E(R_p) - R_L}{\sigma_p}$$

Donde:

- $\boldsymbol{R_p}$**=** Rendimiento del portafolio.
- $\boldsymbol{R_L}$ **=** Rendimiento deseado.
- $\boldsymbol{\sigma_p}$ **=** Desviación estándar del portafolio.

Ejemplo:

Supongamos tres carteras con diversos rendimientos esperados y desviaciones estándar:

- Cartera A: Rendimiento esperado = 15%, Desviación estándar = 22%
- Cartera B: Rendimiento esperado = 7%, Desviación estándar = 11%
- Cartera C: Rendimiento esperado = 8%, Desviación estándar = 5%

El umbral de rendimiento deseado para el inversor es del 5%.

Calcula la Proporción de Seguridad Primero (SFRatio) para cada cartera:

ÍNDICE

Cartera A: $SFRATIO_A = \frac{(15-5)}{22} = \overline{0.45}$

Cartera B: $SFRATIO_B = \frac{(7-5)}{11} = \overline{0.18}$

Cartera C: : $SFRATIO_C = \frac{(8-5)}{5} = 0.60$

Comparando los SFRatios, la Cartera C tiene el SFRatio más alto (0.60), indicando el mayor rendimiento excedente por unidad de riesgo. Por lo tanto, según el criterio de prioridad de seguridad de Roy, el inversor debería elegir la Cartera C.

Algunos inversores consideran este criterio cómo una filosofía de gestión de riesgos. Al elegir inversiones que cumplen con un rendimiento de portafolio mínimo aceptable, un inversor puede dormir tranquilo sabiendo que sus inversiones alcanzarán un rendimiento mínimo, y cualquier rendimiento adicional se considera una ganancia adicional.

Ventajas:

- *Enfoque conservador:* SFRatio prioriza la minimización del riesgo de caídas en los rendimientos por debajo de un umbral predefinido.
- *Comparación Relativa:* Permite a los inversores comparar diferentes carteras y tomar decisiones basadas en la probabilidad de que los rendimientos caigan por debajo de un nivel deseado.
- *Énfasis en el Riesgo:* El SFRatio destaca la importancia de gestionar el riesgo de pérdida por debajo de un umbral crítico, lo cual es esencial para algunos inversores que priorizan la seguridad y preservación del capital.

Desventajas:

- *Supuestos complicados:* este parámetro asume que los rendimientos siguen una distribución normal, lo cual no siempre es lo adecuado sobre todo en condiciones del mercado del mundo real. En situaciones de extrema volatilidad o eventos esperados estos supuestos pueden no mantenerse.
- *Sensibilidad de parámetros:* Es sensible a los parámetros utilizados en su cálculo, como el umbral de rendimiento deseado.

- *Enfoque unidimensional:* Se centra en la minimización de la probabilidad de caídas de los rendimientos, lo que podría descuidar otros aspectos importantes de la gestión de carteras, como el crecimiento a largo plazo o la maximización de rendimientos.

3.11 Ratio de Sortino

Historia:

Esta medida fue creada por Frank Sortino, quien es ampliamente reconocido por su uso del riesgo a la baja (downside risk). Dicho ratio es útil para que los inversionistas, analistas y gestores de cartera evalúen el rendimiento de una inversión para un nivel de riesgo desfavorable dado. Utiliza la desviación a la baja como medida de riesgo por lo que aborda el problema de utilizar el riesgo total o la desviación estándar, lo cual es importante porque la volatilidad al alza beneficia a los inversionistas y no es un factor que preocupe a la mayoría de ellos. El ratio de Sortino toma el rendimiento de un activo o cartera, le resta la tasa libre de riesgo y luego divide esa cantidad por la desviación a la baja del activo.

Fórmula:

$$\frac{R_p - R_f}{\sigma_d}$$

Donde:

- R_p= Rendimiento actual o esperado del portafolio
- r_f= Tasa libre de riesgo
- σ_d= Desviación estándar del riesgo a la baja (downside)

Ejemplo:

Tenemos un fondo de inversión A donde tenemos un rendimiento anualizado del 14% y una desviación a la baja del 12% (downside Risk). El fondo de inversión B tiene un rendimiento anualizado del 9% y una desviación a la baja del 6%. La tasa libre de riesgo es del 2.5%. Los ratios Sortino para ambos fondos se calcularían de la siguiente manera.

$Sortino_A = \frac{14\% - 2.5\%}{12\%} = 0.96\%$ $Sortino_B = \frac{9\% - 2.5\%}{6\%} = 1.08\%$

Aunque el fondo de inversión A tiene un rendimiento anualizado con 2% mayor, no está obteniendo ese rendimiento de manera eficiente cómo el fondo de inversión B, dadas sus desviaciones a la baja. Según este Ratio, el fondo de inversión B sería la mejor opción de inversión. Nota. Es común utilizar la tasa libre de riesgo en el cálculo, sin embargo, algunos inversionistas también utilizan el rendimiento esperado.

Ventajas:

- *Enfocado en el riesgo desfavorable (downside Risk):* El Ratio de Sortino se centra específicamente en la volatilidad desfavorable, lo que puede ser más relevante para inversores preocupados por las pérdidas potenciales.
- *Considera la volatilidad negativa:* Al utilizar la desviación estándar de los rendimientos negativos, el Ratio de Sortino aborda directamente el riesgo percibido por los inversores durante periodos de pérdida.
- *Sensible a pérdidas negativas:* Dado que solo toma en cuenta las pérdidas, el Ratio de Sortino puede ser más sensible a eventos extremos o pérdidas significativas, proporcionando una medida más ajustada del riesgo.

Desventajas:

- *Ignora la volatilidad positiva:* Al excluir a la volatilidad positiva (upside Risk), el Ratio puede pasar por alto la capacidad de un activo para generar retornos favorables en momentos de volatilidad a la alza.
- *Dependencia de la desviación a la baja:* La dependencia exclusiva a la desviación a la baja puede llevar a resultados sesgados en situaciones en las que la volatilidad al alza sea beneficiosa para los inversores.
- *No considera la magnitud de las pérdidas o ganancias:* Sortino toma en cuenta sólo la frecuencia de las pérdidas. Dos activos con el mismo ratio de Sortino podrían experimentar pérdidas de magnitudes muy diferentes.

4. Modelos de Optimización

4.1 Minimize

Historia:

La librería scipy.optimize es parte de SciPy, una biblioteca de software de código abierto para matemáticas, ciencia e ingeniería en Python. El algoritmo "minimize" se utiliza para resolver problemas de optimización numérica y ha sido desarrollado en el contexto de la computación científica y la ingeniería. El algoritmo "minimize" en SciPy es una interfaz unificada que utiliza varios algoritmos subyacentes para abordar problemas de optimización. Diversos desarrolladores han contribuido a los algoritmos específicos implementados en "minimize", y la biblioteca SciPy en general ha sido desarrollada por una comunidad de científicos e ingenieros.

Fórmula:

El propósito principal del algoritmo "minimize" es encontrar el mínimo de una función de varias f(x), las restricciones de desigualdad como
(x)≥0, y las restricciones de igualdad como y $h_j(x) = 0$, el problema de optimización se modela como:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones: $g_i(x) \geq 0, h_j(x) = 0$

Donde:

- $f(x)$: Función objetivo.
- $g_i(x)$: Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$: Restricciones de igualdad.
- x: Vector de variables de decisión.

Ventajas:

- *Interfaz Unificada:* Permite utilizar diferentes algoritmos con una interfaz común, facilitando la experimentación.

- *Amplio Conjunto de Algoritmos:* Ofrece varios métodos de optimización para abordar distintos tipos de problemas.
- *Integración con SciPy:* Se beneficia de otras funcionalidades de SciPy, como operaciones matriciales y estadísticas.

Desventajas:

- *Elección del Método:* La elección del método puede ser crucial, y no todos los métodos son igualmente eficientes para todos los problemas.
- *Convergencia:* Algunos métodos pueden no converger para ciertos problemas o condiciones iniciales.

4.2 <u>SLSQP</u>

Historia:

El algoritmo "SLSQP" (Sequential Least SQuares Programming) es un método de optimización utilizado para resolver problemas no lineales con restricciones, implementado en la librería SciPy. Fue desarrollado para proporcionar una solución eficiente y robusta a problemas de optimización en diversos campos, incluyendo ingeniería, ciencia y finanzas.

El método SLSQP fue propuesto por Michael J.D. Powell, un matemático británico conocido por sus contribuciones a la optimización numérica y algoritmos de programación no lineal. Powell ha sido un destacado experto en métodos de optimización y su trabajo ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de algoritmos eficientes para resolver problemas complejos.

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas.

Fórmula:

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones:

- $g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m$
- $h_i(x) = 0, j = 1, \dots, p$

Donde:

- $f(x)$: Función objetivo a minimizar.
- $g_i(x)$: Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$: Restricciones de igualdad.
- x: Vector de variables de decisión.

El método SLSQP combina técnicas de programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. En cada iteración, se resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos y la búsqueda se realiza a lo largo de la dirección del gradiente y las direcciones conjugadas.

Ventajas:

- *Robustez:* El método es robusto y eficiente para una amplia gama de problemas no lineales con restricciones.
- *Manejo de Restricciones:* Puede manejar tanto restricciones lineales como no lineales.
- *Convergencia Rápida:* En general, puede converger rápidamente hacia soluciones óptimas.

Desventajas:

- *Sensibilidad a Condiciones Iniciales:* Puede depender de las condiciones iniciales, y diferentes puntos iniciales pueden conducir a soluciones diferentes.
- *Problemas con Hessianos Inexactos:* Puede ser sensible a inexactitudes en la información de la Hessiana.

ÍNDICE

4.3 BFGS

Historia:

El algoritmo BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) es un método de optimización cuasi-Newtoniano utilizado para minimizar funciones no lineales. Fue desarrollado en la década de 1970 como una mejora del método cuasi-Newtoniano original propuesto por Davidon en 1959. La contribución significativa de BFGS es su eficiencia y confiabilidad en comparación con otros métodos de optimización. El método BFGS fue desarrollado de manera independiente por varios investigadores prominentes en el campo de la optimización: Roger Fletcher, Donald Goldfarb, David Shanno y David Broyden. El algoritmo se llama BFGS en honor a estos cuatro investigadores.

El método BFGS se basa en la aproximación de la matriz Hessiana, que representa la segunda derivada de la función objetivo. En cada iteración, el algoritmo actualiza esta aproximación utilizando información derivada de los gradientes calculados. Este enfoque posibilita una convergencia más veloz hacia el mínimo, siendo uno de los elementos clave de su eficiencia.

Fórmula:

El objetivo del algoritmo BFGS es encontrar el mínimo de una función no lineal de varias variables. La formulación general del problema es:

$$min\, f(x)$$

Donde:

- $f(x)$: Función objetivo a minimizar.
- x: Vector de variables de decisión.

El método BFGS se basa en la aproximación de la matriz Hessiana, que representa la segunda derivada de la función objetivo. En cada iteración, el algoritmo actualiza una aproximación de la matriz Hessiana utilizando información de los gradientes calculados. Esto permite una convergencia más rápida hacia el mínimo.

Ventajas:

- *Eficiencia:* Es uno de los métodos cuasi-Newtonianos más eficientes para problemas de optimización no lineales.
- *Convergencia Rápida:* Suelen converger rápidamente para problemas bien comportados.
- *Manejo de Grandes Dimensiones:* Puede ser eficaz en problemas con muchas variables.

Desventajas:

- *Sensibilidad a Condiciones Iniciales:* La convergencia puede depender de las condiciones iniciales y de la calidad de la aproximación inicial de la matriz Hessiana.
- *Requiere Almacenamiento Adicional:* Necesita almacenar y actualizar una matriz Hessiana, lo que puede ser costoso en términos de memoria.

5. Conclusiones

L

6. Bibliografía

- Adam Hayes. (17 de abril del 2023). *"Martingale System: What It Is and How It Works in Investing"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://www.investopedia.com/terms/m/martingalesystem.asp#:~:text=The%20Martingale%20system%20is%20a%20system%20in%20which,position%20size%20increases%20with%20a%20smaller%20portfolio%20size
- Adam Hayes. (29 de enero del 2024). *"Fama and French Three Factor Model Definition: Formula and Interpretation"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://www.investopedia.com/terms/f/famaandfrenchthreefactormodel.asp
- Bolsa24. (30 de junio del 2023). *"Martingala: ¿Qué Es Y Cómo Funciona Esta Estrategia?"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://www.bolsa24.net/martingala-trading/
- CFI Team. (s.f.). *"Fama-French Three-Factor Model"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/fama-french-three-factor-model/
- Inversiones en Bolsa. (s.f.). *"Fama y el Modelo Francés de tres Factores"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://inversionesenbolsa.online/fama-y-el-modelo-frances-de-tres-factores/

- James Forjan (30 de septiembre del 2021). *"Shortfall risk, safety-first ratio and selection of an optimal portfolio using Roy's safety-first criterion. AnalystPrep | CFA® Exam Study Notes"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/quantitative-methods/shortfall-risk-safety-first-criterion-example/
- Jason Brownlee. (12 de octubre del 2021). *"A Gentle Introduction to the BFGS Optimization Algorithm"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://machinelearningmastery.com/bfgs-optimization-in-python/
- Jason Gordon. (17 de abril del 2022). *"Martingale System - Explained"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://thebusinessprofessor.com/en_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition
- Kenton, W. (2020, 7 julio). Sortino Ratio: Definition, Formula, Calculation, and example. Investopedia. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://www.investopedia.com/terms/s/sortinoratio.asp
- Omega Ratio - Breaking down finance. (29 de diciembre del 2022). *"Breaking Down Finance"*. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: https://breakingdownfinance.com/finance-topics/performance-measurement/omega-ratio/
- PyOptSparse. (2022). *"SLSQP"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://mdolab-pyoptsparse.readthedocs-hosted.com/en/latest/optimizers/SLSQP.html
- SciPy Manual. (2024). *"Optimization (scipy.optimize)"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/optimize.html#broyden-fletcher-goldfarb-shanno-algorithm-method-bfgs
- Tamplin, T. (12 de julio del 2023). *"Minimum-Variance portfolio | Meaning, construction, applications. Finance Strategists"*. Recuperado el 01 de febrero del 2024, de: https://www.financestrategists.com/wealth-management/investment-management/minimum-variance-portfolio/
- Tamplin, T. (5 de julio del 2023). *"Omega Ratio | Definition, Components, Advantages & Limitations. Finance Strategists"*. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: https://www.financestrategists.com/wealth-management/financial-ratios/omega-ratio/
- Team, C. (2023b, diciembre 11). Sortino ratio. Corporate Finance Institute. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/sortino-ratio-2/
- Team, C. (22 de marzo del 2023). *"Roy's safety-first criterion. Corporate Finance Institute"*. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/roys-safety-first-criterion/
- Tutorialespoin. (2024). *"SciPy - Optimize"*. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy_optimize.htm
- Zhou, X. (15 de enero del 2023). *"Ratio Omega. Rankia"*. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: https://www.rankia.com/diccionario/fondos-inversion/ratio-omega
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Isaza Cuervo, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. Revista Ingenierías Universidad de Medellin, 14(27), 111–130. (Obtenido de EBSCOhost)
- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (s/f). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. Org.co. Recuperado el 3 de febrero de 2024, de http://www.scielo.org.co/pdf/teclo/n26/n26a05.pdf

ÍNDICE

- Obeidat, S., & Shapiro, D. (2018). Adaptive portfolio asset allocation optimization with Deep learning. https://personales.upv.es/thinkmind/dl/journals/intsys/intsys_v11_n12_2018/intsys_v11_n12_2018_3.pdf (LSTM model)
-

ÍNDICE