



**ITESO**

Universidad Jesuita  
de Guadalajara

## **PAP - Programa de Modelación Matemática para el Desarrollo de Planes y Proyectos de Negocio**

**Prof. Sean Nicolás González Vázquez**

**Prof. Luis Felipe Gómez Estrada**

### **ENTREGA 1**

#### ***Proyecto 3: “Backtesting de Estrategias de AA”***

#### **Integrantes:**

Alvarado Garnica Óscar Uriel - **734194**

Enriquez Nares Diego Emilio - **728356**

Martínez Ramírez José Alfonso - **734272**

Mugica Liparoli Juan Antonio - **728370**

Palomera Gaytan Jesús Emmanuel - **729868**

# ÍNDICE

<b>1. Introducción.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Flujo de Trabajo .....</b>	<b>#</b>
2.1 Definición del Proyecto .....	#
2.2 Generalidades del Proyecto .....	#
2.3 Conceptos Básicos .....	#
<b>3. Selección de Estrategias de QAA .....</b>	<b>4</b>
3.1 Mínima Varianza .....	4
3.2 Máximo Ratio de Sharpe .....	4
3.3 Semivarianza.....	4
3.4 Omega.....	4
3.5 HRP.....	4
3.6 Martingala.....	4
3.7 Black-Litterman.....	4
3.8 Famma-French.....	4
3.9 LSTM AA.....	4
3.10 Roy Safety-First Ratio .....	4
3.11 Ratio de Sortino .....	4
<b>4. Modelos de Optimización .....</b>	<b>#</b>
4.1 Minimize .....	#
4.2 SLSQP .....	#
4.3 BFGS .....	#
<b>5. Conclusiones.....</b>	<b>#</b>
<b>6. Bibliografía.....</b>	<b>#</b>

# *Backtesting de Estrategias de AA*

## **1. Introducción**

En este documento se abordarán los principales métodos para poder hacer colocación de activos y cuales son óptimos para el objetivo deseado ya que se harán pruebas con datos históricos para así detectar en base al perfil de inversión de algún cliente o inversionista que activos se acomodan más a su perfil y al objetivo principal de la estrategia. En el mundo de las inversiones saber que camino tomar es una necesidad, así como saber qué es lo que vamos a utilizar durante ese camino y en que cantidades, lo mismo sucede con los activos que usamos al invertir, necesitamos saber cuáles utilizar ósea, “el camino” y como vamos a distribuir la inversión entre los diferentes activos que tenemos, el “que vamos a utilizar”.

Las estrategias de asignación de activos cuantitativas (Quantitative Asset Allocation - AA) han emergido como herramientas poderosas para los inversores que buscan optimizar sus carteras en función de un conjunto específico de criterios. Este documento se sumerge en el fascinante ámbito del backtesting de estrategias de AA, explorando una variedad de enfoques que van desde la minimización de la varianza hasta la aplicación de modelos avanzados como Black-Litterman y LSTM AA. En nuestro viaje a través de estas estrategias, examinaremos meticulosamente conceptos como el mínimo riesgo (mínima varianza), la eficiencia en términos de Sharpe, la semivarianza, Omega, el enfoque Hierarchical Risk Parity (HRP), Martingala, el modelo de Fama-French, la red neuronal de largo corto plazo (LSTM AA), el enfoque de Roy Safety\_First Ratio y el Ratio de Sortino. Cada una de estas estrategias representa una perspectiva única para evaluar y gestionar el riesgo y el rendimiento en carteras de inversión.

Posteriormente, nos sumergiremos en el mundo de la optimización, donde modelaremos carteras bien estructuradas. En este contexto, un portafolio bien estructurado se define no solo por su capacidad para maximizar rendimientos, sino también por su habilidad para minimizar pérdidas. El proceso de selección de ponderaciones óptimas para cada activo financiero implica un análisis exhaustivo que abarca desde la tradicional teoría de Markowitz hasta enfoques más modernos y especializados.

Este proyecto no solo aspira a proporcionar un compendio teórico de estrategias y modelos, sino también a dotar a los inversores de una herramienta dinámica para la toma de decisiones. Al entender cómo y cuándo implementar estrategias cuantitativas de AA, los inversores podrán

adaptar sus carteras de manera efectiva a las cambiantes condiciones del mercado. Al analizar activos financieros de manera integral, este ensayo tiene como objetivo empoderar a los inversionistas con la capacidad de tomar decisiones informadas que se alineen de manera precisa con sus perfiles y objetivos financieros. En última instancia, el conocimiento adquirido en este proyecto servirá como guía estratégica para navegar el complejo panorama de inversiones con confianza y perspicacia.

## **2. Flujo de Trabajo**

### **2.1 Definición del Proyecto**

L

### **2.2 Generalidades del Proyecto**

L

### **2.3 Conceptos Básicos**

L

## **3. Selección de Estrategias de QAA**

### **3.1 Mínima Varianza**

#### **Historia:**

El concepto de portafolio de mínima varianza se originó en el campo de teoría de carteras y es atribuido al economista Harry Markowitz. Markowitz desarrolló esta teoría de la década de 1950

y presentó sus ideas en un artículo titulado "Portfolio Selection" publicado en el Journal of Finance en 1952. Un portafolio de mínima varianza es una estrategia de inversión diseñada para construir un portafolio diversificado de activos con el fin de minimizar el riesgo y la volatilidad del portafolio en general.

Este enfoque busca alcanzar el nivel más bajo posible de riesgo para un conjunto dado de activos, optimizando la asignación de activos en función de las correlaciones históricas de rendimiento y volatilidad. El objetivo principal de un portafolio de mínima varianza es reducir el riesgo general del portafolio de inversión.

### **Función:**

$$\text{Varianza del Portafolio} = (w_1)^2(\sigma_1)^2 + (w_2)^2(\sigma_2)^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}$$

Donde:

- $w_1$  = El peso en el portafolio del primer activo.
- $w_2$  = El peso en el portafolio del segundo activo.
- $\sigma_1$  = Desviación estándar del primer activo.
- $\sigma_2$  = Desviación estándar del segundo activo.
- $Cov_{1,2}$  = Covarianza de los dos activos, la cual puede expresarse como  $\rho_{(1,2)}\sigma_1\sigma_2$  donde  $\rho_{(1,2)}$  es el coeficiente de correlación entre los 2 activos.

### **Ejemplo:**

Ana tiene un portafolio compuesto por dos acciones. Una tiene un valor de \$60,000, y la otra tiene un valor de \$120,000. La primera acción tiene una desviación estándar del 15%, mientras que la segunda acción tiene una desviación estándar del 12%. Si la correlación entre las acciones es de 0.65, la ponderación del portafolio para la primera y la segunda acción es del 40% y 60%, respectivamente.

Ahora, para calcular la mínima varianza, aplicamos los valores dados a la fórmula:

- Mínima Varianza =  $(w_1)^2(\sigma_1)^2 + (w_2)^2(\sigma_2)^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}$
- Mínima Varianza =  $(40\% \times 15\%)^2 + (60\% \times 12\%)^2 + (2 \times 40\% \times 15\% \times 60\% \times 12\% \times 0.65)$

- Mínima Varianza = 0.0171 o 1.71%

Así, el portafolio de Ana genera una varianza del 1.71%.

#### **Ventajas:**

1. *Reducción del riesgo global:* Este método busca construir un portafolio que minimiza el riesgo global, al considerar las correlaciones entre activos, permite diversificar de manera efectiva, reduciendo la volatilidad del portafolio en comparación con la volatilidad de activos individuales.
2. *Enfoque Cuantitativo:* Se basa en cálculos y análisis cuantitativos, lo que proporciona una base sólida y objetiva para la toma de decisiones. Utiliza datos históricos para estimar riesgos y rendimientos, brindando una estructura sistemática para la construcción de carteras.
3. *Fácil de comprender:* La fórmula para calcular el portafolio de mínima varianza es relativamente sencilla y fácil de entender, lo que facilita su aplicación y comprensión por parte de los inversores.

#### **Desventajas:**

1. *Sensibilidad a datos históricos:* El método de mínima varianza depende de la gran medida de los datos históricos de rendimientos y correlaciones entre activos. Esto puede ser problemático si las condiciones del mercado cambian significativamente, ya que los datos históricos pueden no reflejar de manera precisa el futuro.
2. *Misma importancia a rendimientos y pérdidas:* Al minimizar la varianza, el método trata de manera equitativa los rendimientos positivos y negativos.
3. *Sensibilidad a estimaciones de Covarianza y correlación:* Las estimaciones de la covarianza y correlación entre activos pueden ser difíciles de precisar, especialmente en entornos de mercado turbulentos. Errores en estas estimaciones pueden afectar la eficacia del método.

### **3.2 Máximo Ratio de Sharpe**

#### **Historia:**

Ratio de Sharpe fue desarrollado por el Premio Nóbel William Sharpe de la Universidad de Stanford. Introducido en 1966 por Sharpe en un artículo publicado en el Journal of Business, “Mutual Fund Performance”, con el objetivo principal de proporcionar una métrica que ayudara a los inversionistas a evaluar la rentabilidad de un activo en relación con el riesgo asumido. Sharpe desarrolló esta métrica como parte de su trabajo en el campo de la teoría moderna de carteras, que incluye otros modelos como CAPM (Modelo de Valoración de Activos Financieros).

Ratio de Sharpe es una métrica que, mide el rendimiento de una inversión, ajustándolo al riesgo y comparándola con la rentabilidad de activo libre de riesgo. Esta razón se cuestiona si el rendimiento adicional de una inversión compensa lo suficiente al riesgo adicional que se asume. Históricamente, Ratio de Sharpe ha ganado mucha popularidad, hasta convertirse en una de las herramientas más comunes para la evaluación de carteras en inversiones. Ratio de Sharpe forma parte de los básicos de todo inversor de carteras.

### **Función**

La fórmula para calcular Ratio de Sharpe es relativamente sencilla. Se requiere del conocimiento de tres datos: rentabilidad del fondo o cartera, rentabilidad del activo libre de riesgo y la volatilidad o desviación del fondo.

Interpretar Ratio de Sharpe es bastante sencillo. Mide cuantas unidades de rentabilidad nos da una inversión por cada unidad de riesgo asumida. Lo que se busca es llegar a una rentabilidad alta, con el menor riesgo posible, por lo que una mayor razón siempre será mejor. Como norma muy básica, se podría considerar que un buen Ratio de Sharpe, está por encima de 1, indicando así una mayor rentabilidad por cada unidad de riesgo. Aun así, es importante compararlo con la media de la categoría.

Un Ratio de Sharpe debajo de 1 indica que el fondo de inversión nos da menos de una unidad de rentabilidad por unidad de riesgo asumido, mientras que un Ratio de Sharpe negativo, indica que la rentabilidad del fondo de inversión, no supera a la rentabilidad del activo libre de riesgo.

### **Ventajas:**

1. *Riesgo ajustado al Rendimiento*: Ratio de Sharpe evalúa el rendimiento de una inversión con relación al riesgo asumido, proporcionando una medida útil para la comparación de inversiones.
2. *Simplicidad*: Simple de calcular y entender. Ratio de Sharpe requiere datos básicos sobre el fondo de inversión y es muy accesible para cualquier inversionista.
3. *Comparabilidad*: Al momento de comparar diferentes fondos de inversión, Ratio de Sharpe brinda una razón muy clara y específica.

#### **Desventajas:**

1. *Supuesto Limitados*: Distribución normal de los rendimientos, así como el uso de la volatilidad como única medida de riesgo son algunos de los supuestos que pueden llegar a limitar Ratio de Sharpe.
2. *Factores No Financieros*: Ratio de Sharpe no tiene en cuenta factores no financieros, como cambios en la dirección de las empresas, eventos geopolíticos o decisiones de inversión.
3. *Rendimiento pasado*: Como todas las medidas basadas en el pasado, Ratio de Sharpe no puede garantizar un mismo rendimiento en el futuro.

### **3.3 Semivarianza**

L

### **3.4 Omega**

#### **Historia:**

“Ratio omega” fue desarrollado a principios de los 2000 por **Con Keating y William Shadwick** como una alternativa a medidas de riesgo tradicionales, como la **Ratio de Sharpe y la Ratio de Sortino**. Fue creada para abordar las limitaciones de las medidas antes mencionadas, especialmente para cubrir el problema de su alta dependencia de suposiciones de normalidad en distribuciones de rendimientos.



Esta medida es utilizada por gestores de cartera, asesores financieros e inversores individuales para evaluar el equilibrio riesgo-recompensa de diversas opciones de inversión. Ayuda a tomar decisiones más informadas y contribuye a optimizar las carteras de inversión.

**Omega** es una herramienta de medición de rendimiento utilizada en finanzas e inversiones para evaluar el equilibrio entre riesgo y rendimiento de una inversión o cartera dada. Mide la probabilidad de alcanzar un rendimiento objetivo en comparación con el riesgo potencial a la baja o también conocido como (**downside**). Un Radio Omega más alto significa un riesgo-recompensa más favorable.

**Fórmula:**

$$Omega(r) = \frac{\int_r^{\infty} (1 - f(x)) dx}{\int_{-\infty}^r (F(x)) dx}$$

Donde:

- $r$  = Umbral de referencia por debajo del cual se considera que se ha generado una pérdida, se mide en porcentaje (1%, etc.).
- $F(x)$  = Función de distribución acumulativa de  $x$ , la cuál es la rentabilidad obtenida en cada transacción o periodo. (distribución acumulativa de retornos por debajo de un umbral  $r$ ).

Una función de distribución acumulativa determina la probabilidad de que una variable aleatoria arroje un resultado menor o igual a un valor dado, en este caso la rentabilidad de un activo o portafolio estudiado. En otras palabras, lo que estamos haciendo es dividir la probabilidad de recibir ganancias entre la probabilidad de obtener pérdidas. Cuanto mayor sea la ratio Omega, significa que el valor financiero ofrece mayores ganancias con respecto las pérdidas. Esto para el umbral (rendimiento) establecido por el inversor. A comparación del ratio Sharpe, este indicador prioriza que la rentabilidad supere una meta, además, no coloca en el denominador el riesgo o volatilidad.

**Ventajas:**

1. *Flexibilidad en la Elección del Umbral:* Posibilidad de fijar un umbral de ganancias a discreción, permitiendo al inversor definir el nivel de rendimiento deseado.

2. *Utilidad para Inversores Adversos al Riesgo:* Es especialmente útil para inversores cautelosos que buscan obtener al menos una rentabilidad mínima, siendo menos conservador que el ratio de Sharpe o el de Sortino.
3. *Menos Conservador que Otros Ratios:* No es tan prudente o adverso al riesgo como el ratio de Sharpe o, especialmente, el de Sortino, que considera solo la volatilidad o el riesgo a la baja.
4. *Capacidad para Clasificar Opciones de Inversión:* Permite clasificar diferentes opciones de inversión, facilitando la comparación entre ellas.

#### **Desventajas:**

1. *Complejidad en el Cálculo:* El cálculo es más complejo en comparación con otros indicadores, lo que lo hace más común entre inversores experimentados.
2. *Sensibilidad a Resultados Anómalos:* Puede ser influenciado por resultados inusuales dentro de los datos analizados, lo que podría afectar la interpretación.
3. *Recomendación de Uso Combinado con Otros Indicadores:* Se sugiere utilizarlo en conjunto con otros indicadores como el ratio de Sharpe, el ratio de Sortino o el ratio de Treynor. Utilizado de forma aislada, puede no ser tan efectivo.

### **3.5 HRP**

L

### **3.6 Martingala**

#### **Historia:**

La estrategia de Martingala es una estrategia que data del siglo XVIII, donde la estrategia ha sido objeto de estudio en la teoría de probabilidad desde entonces, la cual ha evolucionado desde su origen en juegos de azar para convertirse en un enfoque utilizado en finanzas y gestión de riesgos, además, también se ha utilizado para modelar procesos estocásticos, como base teórica, para entender los mercados financieros. Su nombre proviene del término italiano "martingale", que hace referencia a una silla de montar, sugiriendo la idea de doblar o aumentar la apuesta en un

juego de azar. Esta estrategia se basa en la premisa de que solo se necesita una buena apuesta o ‘trade’ para cambiar la fortuna y, aunque inicialmente se aplicó en juegos de azar, su adopción en finanzas se ha intensificado a medida que los inversores exploran diferentes enfoques para gestionar riesgos y mejorar rendimientos.

El trading de Martingala es particularmente popular en los mercados de divisas. La baja probabilidad de que las monedas caigan a cero y la posibilidad de compensar pérdidas con ingresos por intereses hacen que sea más adecuado para este mercado. Por ejemplo, un trader de Martingala puede aprovechar la estrategia en pares de divisas con diferencial positivo, endeudándose en una moneda de bajo interés y comprando una moneda de alto interés. Además, la estrategia de Martingala implica, en la práctica, duplicar el tamaño de la inversión después de cada pérdida con el objetivo de recuperar las pérdidas anteriores y obtener una ganancia igual a la apuesta original. Este enfoque requiere una cantidad sustancial de capital para soportar pérdidas sucesivas hasta que se obtenga una ganancia.

### **Función:**

La estrategia de Martingala se basa en el concepto de un proceso estocástico llamado martingala. Donde un proceso estocástico  $X_t$  se llama martingala con respecto a una secuencia de información  $F_t$  si, para todo  $t$ , se cumple:

$$E[X_{t+1}|F_t] = X_t$$

En términos más simples, la expectativa condicional del siguiente valor del proceso, dado toda la información hasta el tiempo  $t$ , es igual al valor actual del proceso. La idea subyacente es que, en un proceso de martingala justo, el valor esperado futuro es igual al valor actual. La modelación de la estrategia de Martingala implica trabajar con procesos estocásticos y probabilidad condicional. Se utiliza en teoría de probabilidad, estadísticas y, en contextos financieros, en la modelación de precios de activos.

### **Ventajas:**

- *Simplicidad Conceptual:* El concepto de martingala es relativamente simple y se puede entender intuitivamente.

- *Teoría de Probabilidad Sólida:* La estrategia se basa en fundamentos sólidos de teoría de probabilidad, lo que la hace atractiva para modelar comportamientos estocásticos.

#### **Desventajas:**

- *No Hay Garantía de Ganancia:* Aunque la martingala puede ser útil en algunos contextos, no garantiza el éxito o la ganancia en situaciones de riesgo financiero.
- *Requiere Condiciones Específicas:* El éxito de la estrategia a menudo depende de condiciones específicas en el mercado o en el proceso estocástico, y estas condiciones pueden no cumplirse en todos los casos.

### **3.7 Black-Litterman**

L

### **3.8 Fama-French**

#### **Historia:**

El Modelo de Tres Factores Fama-French, desarrollado por los laureados con el Premio Nobel Eugene Fama y Kenneth French en 1992, representa un avance significativo en la teoría de valoración de activos. La génesis de esta metodología se origina en la inquietud de Fama y French por ir más allá de la explicación simplista de los rendimientos de las acciones basados únicamente en el rendimiento del mercado, como propone el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).

La investigación pionera de Fama y French en la década de 1990 llevó al descubrimiento de dos factores de riesgo adicionales que complementan al riesgo de mercado. Estos factores son: el tamaño de la empresa (Small Minus Big, SMB) y el valor contable (High Minus Low, HML). Estos hallazgos transformaron la comprensión convencional de los rendimientos de las acciones, sugiriendo que otros factores, más allá del riesgo de mercado, influían en los resultados. Además, la continua evolución de las teorías financieras impulsa a los académicos a refinar y expandir

modelos existentes, considerando ahora, la incorporación de otros dos factores adicionales: "rentabilidad" (profitability) e "inversión" (investment).

El modelo ha sido respaldado por extensos estudios empíricos que revelan la capacidad de explicar más del 90% de los rendimientos de carteras diversificadas. La premisa histórica de que acciones de pequeña capitalización y con alto valor en libros superan al mercado en general ha demostrado su persistencia, otorgando credibilidad a la aplicación del modelo.

### **Función:**

La estrategia QAA basada en el Modelo de Fama-French utiliza la siguiente fórmula para calcular los rendimientos esperados de las acciones:

$$E(R_i - R_f) = \alpha_i + \beta_{i,M} \left( E(R_M - R_f) \right) + \beta_{i,SMB} E(SMB) + \beta_{i,HML} E(HML) + \beta_{i,RP} E(RP) + \beta_{i,CMA} E(CMA) + \epsilon_i$$

- $E(R_i - R_f)$ : Rendimiento esperado del activo  $i$ .
- $R_f$ : Tasa libre de riesgo.
- $\beta_{i,M}$ : Coeficiente de sensibilidad del activo  $i$  al rendimiento del mercado.
- $E(R_M - f)$ : Rendimiento esperado del mercado ajustado por la tasa libre de riesgo.
- $\beta_{i,SMB}$ : Coeficiente de sensibilidad del activo  $i$  al factor SMB.
- $E(SMB)$ : Rendimiento esperado del factor SMB.
- $\beta_{i,HML}$ : Coeficiente de sensibilidad del activo  $i$  al factor HML.
- $E(HML)$ : Rendimiento esperado del factor HML.
- $\beta_{i,RP}$ : Coeficiente de sensibilidad del activo  $i$  al factor rentabilidad.
- $E(RP)$ : Rendimiento esperado del factor rentabilidad.
- $\beta_{i,CMA}$ : Coeficiente de sensibilidad del activo  $i$  al factor inversión.
- $E(CMA)$ : Rendimiento esperado del factor inversión.
- $\epsilon_i$ : Término de error.

Esta fórmula incorpora la premisa de que los rendimientos de las acciones pueden explicarse por su sensibilidad a factores de riesgo específicos, como el rendimiento del mercado, el tamaño de la

empresa, el valor, la rentabilidad y la inversión. Además, la modelación implica estimar los coeficientes  $\beta$  para cada factor mediante técnicas de regresión utilizando datos históricos. Estos coeficientes se utilizan luego para calcular los rendimientos esperados de los activos bajo diferentes condiciones de mercado.

#### **Ventajas:**

- *Diversificación Mejorada:* Al considerar factores más allá del rendimiento del mercado, la estrategia busca proporcionar una mejor diversificación y gestión del riesgo.
- *Fundamentada en Investigación Empírica:* Basada en investigaciones sólidas y ampliamente respaldadas de Fama y French, lo que agrega un fundamento académico a la toma de decisiones.

#### **Desventajas:**

- *Dependencia de Datos Históricos:* La estrategia asume que las relaciones históricas entre los factores de riesgo y los rendimientos persistirán en el futuro, lo que puede no ser siempre el caso.
- *Complejidad de Implementación:* La implementación puede ser compleja debido a la necesidad de datos detallados y a la estimación precisa de los coeficientes de regresión.

### **3.9 LSTM AA**

L

### **3.10 Roy Safety-First Ratio**

#### **Historia:**

El criterio de prioridad de seguridad de Roy es una técnica de gestión de riesgos, ideada por Arthur D. Roy en 1952. Roy establece que la cartera óptima es aquella que minimiza la probabilidad de que el rendimiento de la cartera ( $R_p$ ), caiga por debajo del nivel de rendimiento deseado ( $R_l$ ).

$$P_{ortafolio} = minimize(R_p < R_L)$$

Teniendo la ecuación anterior sabemos que, si los rendimientos tienen una distribución normal, la cartera óptima es aquella con la mayor proporción de seguridad (SFRatio).

**Fórmula:**

$$SFRatio = \frac{E(R_p) - R_L}{\sigma_p}$$

Donde:

- $R_p$  = Rendimiento del portafolio.
- $R_L$  = Rendimiento deseado.
- $\sigma_p$  = Desviación estándar del portafolio.

**Ejemplo:**

Supongamos tres carteras con diversos rendimientos esperados y desviaciones estándar:

- Cartera A: Rendimiento esperado = 15%, Desviación estándar = 22%
- Cartera B: Rendimiento esperado = 7%, Desviación estándar = 11%
- Cartera C: Rendimiento esperado = 8%, Desviación estándar = 5%

El umbral de rendimiento deseado para el inversor es del 5%.

Calcula la Proporción de Seguridad Primero (SFRatio) para cada cartera:

$$\text{Cartera A: } SFRATIO_A = \frac{(15-5)}{22} = \overline{0.45}$$

$$\text{Cartera B: } SFRATIO_B = \frac{(7-5)}{11} = \overline{0.18}$$

$$\text{Cartera C: } SFRATIO_C = \frac{(8-5)}{5} = 0.60$$

Comparando los SFRatios, la Cartera C tiene el SFRatio más alto (0.60), indicando el mayor rendimiento excedente por unidad de riesgo. Por lo tanto, según el criterio de prioridad de seguridad de Roy, el inversor debería elegir la Cartera C.

Algunos inversores consideran este criterio como una filosofía de gestión de riesgos. Al elegir inversiones que cumplen con un rendimiento de portafolio mínimo aceptable, un inversor puede dormir tranquilo sabiendo que sus inversiones alcanzarán un rendimiento mínimo, y cualquier rendimiento adicional se considera una ganancia adicional.

#### **Ventajas:**

- *Enfoque conservador:* SFRatio prioriza la minimización del riesgo de caídas en los rendimientos por debajo de un umbral predefinido.
- *Comparación Relativa:* Permite a los inversores comparar diferentes carteras y tomar decisiones basadas en la probabilidad de que los rendimientos caigan por debajo de un nivel deseado.
- *Énfasis en el Riesgo:* El SFRatio destaca la importancia de gestionar el riesgo de pérdida por debajo de un umbral crítico, lo cual es esencial para algunos inversores que priorizan la seguridad y preservación del capital.

#### **Desventajas:**

- *Supuestos complicados:* este parámetro asume que los rendimientos siguen una distribución normal, lo cual no siempre es lo adecuado sobre todo en condiciones del mercado del mundo real. En situaciones de extrema volatilidad o eventos esperados estos supuestos pueden no mantenerse.
- *Sensibilidad de parámetros:* Es sensible a los parámetros utilizados en su cálculo, como el umbral de rendimiento deseado.
- *Enfoque unidimensional:* Se centra en la minimización de la probabilidad de caídas de los rendimientos, lo que podría descuidar otros aspectos importantes de la gestión de carteras, como el crecimiento a largo plazo o la maximización de rendimientos.

### **3.11 Ratio de Sortino**



**Historia:**

Esta medida fue creada por Frank Sortino, quien es ampliamente reconocido por su uso del riesgo a la baja (downside risk). Dicho ratio es útil para que los inversionistas, analistas y gestores de cartera evalúen el rendimiento de una inversión para un nivel de riesgo desfavorable dado. Utiliza la desviación a la baja como medida de riesgo por lo que aborda el problema de utilizar el riesgo total o la desviación estándar, lo cuál es importante porque la volatilidad al alza beneficia a los inversionistas y no es un factor que preocupe a la mayoría de ellos. El ratio de Sortino toma el rendimiento de un activo o cartera, le resta la tasa libre de riesgo y luego divide esa cantidad por la desviación a la baja del activo.

**Formula:**

$$\frac{R_p - R_f}{\sigma_d}$$

Donde:

- $R_p$  = Rendimiento actual o esperado del portafolio
- $r_f$  = Tasa libre de riesgo
- $\sigma_d$  = Desviación estándar del riesgo a la baja (downside)

**Ejemplo:**

Tenemos un fondo de inversión A donde tenemos un rendimiento anualizado del 14% y una desviación a la baja del 12% (downside Risk). El fondo de inversión B tiene un rendimiento anualizado del 9% y una desviación a la baja del 6%. La tasa libre de riesgo es del 2.5%. Los ratios Sortino para ambos fondos se calcularían de la siguiente manera.

$$Sortino_A = \frac{14\% - 2.5\%}{12\%} = 0.96\%$$

$$Sortino_B = \frac{9\% - 2.5\%}{6\%} = 1.08\%$$

Aunque el fondo de inversión A tiene un rendimiento anualizado con 2% mayor, no está obteniendo ese rendimiento de manera eficiente cómo el fondo de inversión B, dadas sus desviaciones a la baja. Según este Ratio, el fondo de inversión B sería la mejor opción de inversión. Nota. Es común utilizar la tasa libre de riesgo en el cálculo, sin embargo, algunos inversionistas también utilizan el rendimiento esperado.

**Ventajas:**

- *Enfocado en el riesgo desfavorable (downside Risk):* El Ratio de Sortino se centra específicamente en la volatilidad desfavorable, lo que puede ser más relevante para inversores preocupados por las pérdidas potenciales.
- *Considera la volatilidad negativa:* Al utilizar la desviación estándar de los rendimientos negativos, el Ratio de Sortino aborda directamente el riesgo percibido por los inversores durante periodos de pérdida.
- *Sensible a pérdidas negativas:* Dado que solo toma en cuenta las pérdidas, el Ratio de Sortino puede ser más sensible a eventos extremos o pérdidas significativas, proporcionando una medida más ajustada del riesgo.

**Desventajas:**

- *Ignora la volatilidad positiva:* Al excluir a la volatilidad positiva (upside Risk), el Ratio puede pasar por alto la capacidad de un activo para generar retornos favorables en momentos de volatilidad a la alza.
- *Dependencia de la desviación a la baja:* La dependencia exclusiva a la desviación a la baja puede llevar a resultados sesgados en situaciones en las que la volatilidad al alza sea beneficiosa para los inversores.
- *No considera la magnitud de las pérdidas o ganancias:* Sortino toma en cuenta sólo la frecuencia de las pérdidas. Dos activos con el mismo ratio de Sortino podrían experimentar pérdidas de magnitudes muy diferentes.

## **4. Modelos de Optimización**

### **4.1 Minimize**

**Historia:**

La librería `scipy.optimize` es parte de SciPy, una biblioteca de software de código abierto para matemáticas, ciencia e ingeniería en Python. El algoritmo "minimize" se utiliza para resolver problemas de optimización numérica y ha sido desarrollado en el contexto de la computación

científica y la ingeniería. El algoritmo "minimize" en SciPy es una interfaz unificada que utiliza varios algoritmos subyacentes para abordar problemas de optimización. Diversos desarrolladores han contribuido a los algoritmos específicos implementados en "minimize", y la biblioteca SciPy en general ha sido desarrollada por una comunidad de científicos e ingenieros.

### **Función:**

El propósito principal del algoritmo "minimize" es encontrar el mínimo de una función de varias  $f(x)$ , las restricciones de desigualdad como  $g_i(x) \geq 0$ , y las restricciones de igualdad como  $h_j(x) = 0$ , el problema de optimización se modela como:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones:  $g_i(x) \geq 0, h_j(x) = 0$

Donde:

- $f(x)$ : Función objetivo.
- $g_i(x)$ : Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$ : Restricciones de igualdad.
- $x$ : Vector de variables de decisión.

### **Ventajas:**

- *Interfaz Unificada*: Permite utilizar diferentes algoritmos con una interfaz común, facilitando la experimentación.
- *Amplio Conjunto de Algoritmos*: Ofrece varios métodos de optimización para abordar distintos tipos de problemas.
- *Integración con SciPy*: Se beneficia de otras funcionalidades de SciPy, como operaciones matriciales y estadísticas.

### **Desventajas:**

- *Elección del Método*: La elección del método puede ser crucial, y no todos los métodos son igualmente eficientes para todos los problemas.

- *Convergencia:* Algunos métodos pueden no converger para ciertos problemas o condiciones iniciales.

## 4.2 SLSQP

### **Historia:**

El algoritmo "SLSQP" (Sequential Least Squares Programming) es un método de optimización utilizado para resolver problemas no lineales con restricciones, implementado en la librería SciPy. Fue desarrollado para proporcionar una solución eficiente y robusta a problemas de optimización en diversos campos, incluyendo ingeniería, ciencia y finanzas.

El método SLSQP fue propuesto por Michael J.D. Powell, un matemático británico conocido por sus contribuciones a la optimización numérica y algoritmos de programación no lineal. Powell ha sido un destacado experto en métodos de optimización y su trabajo ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de algoritmos eficientes para resolver problemas complejos.

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas.

### **Función:**

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones:

- $g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m$
- $h_i(x) = 0, j = 1, \dots, p$

Donde:

- $f(x)$ : Función objetivo a minimizar.
- $g_i(x)$ : Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$ : Restricciones de igualdad.
- $x$ : Vector de variables de decisión.

El método SLSQP combina técnicas de programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. En cada iteración, se resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos y la búsqueda se realiza a lo largo de la dirección del gradiente y las direcciones conjugadas.

#### **Ventajas:**

- *Robustez*: El método es robusto y eficiente para una amplia gama de problemas no lineales con restricciones.
- *Manejo de Restricciones*: Puede manejar tanto restricciones lineales como no lineales.
- *Convergencia Rápida*: En general, puede converger rápidamente hacia soluciones óptimas.

#### **Desventajas:**

- *Sensibilidad a Condiciones Iniciales*: Puede depender de las condiciones iniciales, y diferentes puntos iniciales pueden conducir a soluciones diferentes.
- *Problemas con Hessianos Inexactos*: Puede ser sensible a inexactitudes en la información de la Hessiana.

### **4.3 BFGS**

#### **Historia:**

El algoritmo BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) es un método de optimización cuasi-Newtoniano utilizado para minimizar funciones no lineales. Fue desarrollado en la década de 1970 como una mejora del método cuasi-Newtoniano original propuesto por Davidon en 1959. La contribución significativa de BFGS es su eficiencia y confiabilidad en comparación con otros métodos de optimización. El método BFGS fue desarrollado de manera independiente por varios

investigadores prominentes en el campo de la optimización: Roger Fletcher, Donald Goldfarb, David Shanno y David Broyden. El algoritmo se llama BFGS en honor a estos cuatro investigadores.

El método BFGS se basa en la aproximación de la matriz Hessiana, que representa la segunda derivada de la función objetivo. En cada iteración, el algoritmo actualiza esta aproximación utilizando información derivada de los gradientes calculados. Este enfoque posibilita una convergencia más veloz hacia el mínimo, siendo uno de los elementos clave de su eficiencia.

### **Función:**

El objetivo del algoritmo BFGS es encontrar el mínimo de una función no lineal de varias variables. La formulación general del problema es:

$$\min f(x)$$

Donde:

- $f(x)$ : Función objetivo a minimizar.
- $x$ : Vector de variables de decisión.

El método BFGS se basa en la aproximación de la matriz Hessiana, que representa la segunda derivada de la función objetivo. En cada iteración, el algoritmo actualiza una aproximación de la matriz Hessiana utilizando información de los gradientes calculados. Esto permite una convergencia más rápida hacia el mínimo.

### **Ventajas:**

- *Eficiencia*: Es uno de los métodos cuasi-Newtonianos más eficientes para problemas de optimización no lineales.
- *Convergencia Rápida*: Suelen converger rápidamente para problemas bien comportados.
- *Manejo de Grandes Dimensiones*: Puede ser eficaz en problemas con muchas variables.

### **Desventajas:**

- *Sensibilidad a Condiciones Iniciales*: La convergencia puede depender de las condiciones iniciales y de la calidad de la aproximación inicial de la matriz Hessiana.

- *Requiere Almacenamiento Adicional:* Necesita almacenar y actualizar una matriz Hessiana, lo que puede ser costoso en términos de memoria.

## 5. Conclusiones

L

## 6. Bibliografía

- Adam Hayes. (17 de abril del 2023). “*Martingale System: What It Is and How It Works in Investing*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/m/martingalesystem.asp#:~:text=The%20Martingale%20system%20is%20a%20system%20in%20which,position%20size%20increases%20with%20a%20smaller%20portfolio%20size>
- Adam Hayes. (29 de enero del 2024). “*Fama and French Three Factor Model Definition: Formula and Interpretation*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/f/famaandfrenchthreefactormodel.asp>
- Bolsa24. (30 de junio del 2023). “*Martingala: ¿Qué Es Y Cómo Funciona Esta Estrategia?*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.bolsa24.net/martingala-trading/>
- CFI Team. (s.f.). “*Fama-French Three-Factor Model*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/fama-french-three-factor-model/>
- Inversiones en Bolsa. (s.f.). “*Fama y el Modelo Francés de tres Factores*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://inversionesenbolsa.online/fama-y-el-modelo-frances-de-tres-factores/>
- James Forjan (30 de septiembre del 2021). “*Shortfall risk, safety-first ratio and selection of an optimal portfolio using Roy’s safety-first criterion. AnalystPrep | CFA® Exam Study Notes*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/quantitative-methods/shortfall-risk-safety-first-criterion-example/>
- Jason Brownlee. (12 de octubre del 2021). “*A Gentle Introduction to the BFGS Optimization Algorithm*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://machinelearningmastery.com/bfgs-optimization-in-python/>
- Jason Gordon. (17 de abril del 2022). “*Martingale System - Explained*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://thebusinessprofessor.com/en\\_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition](https://thebusinessprofessor.com/en_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition)
- Kenton, W. (2020, 7 julio). Sortino Ratio: Definition, Formula, Calculation, and example. Investopedia. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/s/sortinoratio.asp>
- Omega Ratio - Breaking down finance. (29 de diciembre del 2022). “*Breaking Down Finance*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://breakingdownfinance.com/finance-topics/performance-measurement/omega-ratio/>

- PyOptSparse. (2022). “SLSQP”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://mdolab-pyoptsparse.readthedocs-hosted.com/en/latest/optimizers/SLSQP.html>
- SciPy Manual. (2024). “Optimization (scipy.optimize)”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/optimize.html#broyden-fletcher-goldfarb-shanno-algorithm-method-bfgs>
- Tamplin, T. (12 de julio del 2023). “Minimum-Variance portfolio / Meaning, construction, applications. Finance Strategists”. Recuperado el 01 de febrero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/investment-management/minimum-variance-portfolio/>
- Tamplin, T. (5 de julio del 2023). “Omega Ratio / Definition, Components, Advantages & Limitations. Finance Strategists”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/financial-ratios/omega-ratio/>
- Team, C. (2023b, diciembre 11). Sortino ratio. Corporate Finance Institute. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/sortino-ratio-2/>
- Team, C. (22 de marzo del 2023). “Roy’s safety-first criterion. Corporate Finance Institute”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/roys-safety-first-criterion/>
- Tutorialespoint. (2024). “SciPy - Optimize”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy\\_optimize.htm](https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy_optimize.htm)
- Zhou, X. (15 de enero del 2023). “Ratio Omega. Rankia”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.rankia.com/diccionario/fondos-inversion/ratio-omega>
-