



**ITESO**

Universidad Jesuita  
de Guadalajara

## **PAP - Programa de Modelación Matemática para el Desarrollo de Planes y Proyectos de Negocio**

**Prof. Sean Nicolás González Vázquez**

**Prof. Luis Felipe Gómez Estrada**

### **ENTREGA 1**

#### **Proyecto 3: “Backtesting de Estrategias de AA”**

#### **Integrantes:**

Alvarado Garnica Óscar Uriel - **734194**

Enriquez Nares Diego Emilio - **728356**

Martínez Ramírez José Alfonso - **734272**

Mugica Liparoli Juan Antonio - **728370**

Palomera Gaytan Jesús Emmanuel - **729868**

# ÍNDICE

<b>1. Introducción.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Flujo de Trabajo.....</b>	<b>4</b>
2.1	
2.2 Generalidades del Proyecto .....	5
2.3 Conceptos Básicos.....	5
<b>3. Modelos de Optimización .....</b>	<b>7</b>
3.1 Lagrangeano (Descenso de Gradiente).....	7
3.2 Minimize (SLSQP) .....	#
3.3 Montecarlo.....	#
<b>4. Selección de Estrategias de QAA .....</b>	<b>#</b>
4.1 Mínima Varianza .....	#
4.2 Máximo Ratio de Sharpe .....	#
4.3 Semivarianza.....	#
4.4 Omega.....	#
4.5 HRP.....	#
4.6 Martingala.....	#
4.7 Black-Litterman.....	#
4.8 Famma-French.....	#
4.9 Total Return AA .....	#
4.10 Roy Safety-First Ratio .....	#
4.11 Ratio de Sortino .....	#
<b>5. Conclusiones.....</b>	<b>#</b>

# ***Backtesting de Estrategias de AA***

## **1. Introducción**

En el transcurso de este documento se abordarán rigurosamente los principales métodos destinados a la colocación de activos, con un enfoque particular en la optimización de carteras mediante la aplicación de estrategias cuantitativas de asignación de activos (Quantitative Asset Allocation - QAA). El propósito subyacente de esta investigación reside en la capacidad de estas estrategias para adecuarse a los perfiles de inversión de distintos clientes o inversionistas, al tiempo que se ajustan a los objetivos específicos de la estrategia delineada. En el vasto panorama de las inversiones, la toma de decisiones informada es precisa, y este estudio aspira a proporcionar una guía integral hacia la identificación y aplicación de las estrategias más pertinentes para alcanzar los objetivos predefinidos.

El foco central de este proyecto reside en la ejecución de Backtesting de Estrategias de Quantitative Asset Allocation (QAA), una disciplina que se ha consolidado como una herramienta crucial para los inversores que buscan optimizar sus carteras según criterios específicos. Este análisis abarcará diversos enfoques, desde la minimización de la varianza hasta la implementación de modelos avanzados como Black-Litterman y LSTM QAA. Cada estrategia considerada, ya sea la de Mínima Varianza, Máximo Ratio de Sharpe, Semivarianza, Omega, o el enfoque de Hierarchical Risk Parity (HRP), será examinada meticulosamente para evaluar su eficacia en la gestión del riesgo y el rendimiento en carteras de inversión.

Adicionalmente, se llevará a cabo una investigación exhaustiva, documentación detallada, implementación y Backtesting de modelos y algoritmos de optimización. En este contexto, se explorarán estrategias de programación de portafolios con objetivos específicos, tales como la reducción del riesgo, la maximización del rendimiento para un nivel de riesgo determinado, entre otros. Es imperativo señalar que la implementación de estas estrategias se llevará a cabo de manera explícita, excluyendo el uso de librerías externas, y adoptando un enfoque de Programación Orientada a Objetos (POO) para garantizar una mayor claridad y flexibilidad en el código.

A pesar de la naturaleza especializada del proyecto, se adoptará un enfoque pedagógico que permita la comprensión de conceptos fundamentales antes de abordar aspectos más avanzados.

Este enfoque tiene como objetivo facilitar la asimilación del contenido no solo para ingenieros financieros sino también para aquellos que no poseen una experiencia extensiva en finanzas, inversiones y programación. Asimismo, se brindará un análisis integral de activos financieros con la intención de empoderar a los inversionistas, proporcionándoles las herramientas necesarias para tomar decisiones informadas que se alineen con precisión a sus perfiles y metas financieras.

En última instancia, este proyecto se constituye no solo como una síntesis teórica de estrategias y modelos, sino como una herramienta dinámica para la toma de decisiones en el ámbito de la inversión. La comprensión de cuándo y cómo implementar estrategias QAA permitirá a los inversores adaptar sus carteras eficientemente a las cambiantes condiciones del mercado. Este conocimiento se erigirá como una guía estratégica para navegar el complejo panorama de inversiones con confianza y perspicacia.

## **2. Flujo de Trabajo**

### **2.1 Definición del Proyecto**

Este proyecto representa una exploración minuciosa y sistemática en el ámbito de la asignación cuantitativa de activos (Quantitative Asset Allocation - QAA). Su objetivo central es llevar a cabo el Backtesting de estrategias de QAA mediante el uso de datos históricos, evaluando y optimizando carteras de inversión. A través de un análisis detallado, se busca identificar activos alineados eficientemente con los perfiles de inversión de clientes e inversionistas, considerando diversos criterios y objetivos estratégicos. La focalización específica en el Backtesting de estrategias QAA tiene como finalidad discernir las metodologías más efectivas para la optimización de carteras, evaluando su rendimiento histórico bajo diversas condiciones de mercado. Este enfoque permitirá a los inversores tomar decisiones informadas sobre la composición de sus carteras, logrando un equilibrio entre riesgo y retorno esperado acorde con sus perfiles y objetivos de inversión específicos.

## **2.2 Generalidades del Proyecto**

El flujo de trabajo del proyecto se estructura en diversas etapas para garantizar un abordaje integral y eficaz. Inicia con la definición clara del proyecto, donde se establecen los objetivos primarios y secundarios. La investigación y documentación se llevan a cabo de manera exhaustiva, abarcando estrategias de QAA, modelos y algoritmos de optimización, y conceptos clave. A continuación, se procede con la elaboración del código, aplicando las estrategias de QAA y modelos de optimización definidos previamente.

La implementación del código se realiza de manera explícita, haciendo uso de programación orientada a objetos (POO) y prescindiendo de librerías externas para garantizar una comprensión clara del proceso. Posteriormente, se lleva a cabo la creación de un dashboard para el análisis de resultados, proporcionando una herramienta visual que facilite la interpretación de los datos y el monitoreo de las estrategias implementadas.

Además de los pasos mencionados, el proyecto incorpora la documentación detallada de las estrategias de QAA utilizadas, así como de los modelos y algoritmos de optimización empleados. Este enfoque garantiza una transparencia total en el proceso y proporciona una base sólida para futuras evaluaciones y mejoras.

## **2.3 Conceptos Básicos**

1. *Acciones*: Representan la propiedad de una fracción de una empresa. Los accionistas tienen derechos sobre los beneficios y decisiones de la empresa.
2. *Accionista*: Una persona o entidad que posee acciones de una empresa y, por lo tanto, es propietaria de una parte de esa empresa.
3. *Activo Financiero*: Un instrumento negociable que tiene un valor financiero. Pueden incluir acciones, bonos, derivados, entre otros.
4. *Asset Allocation*: La asignación de recursos entre diferentes clases de activos (acciones, bonos, efectivo, etc.) para equilibrar el riesgo y el rendimiento en una cartera de inversión.
5. *Backtesting*: La prueba de una estrategia de inversión utilizando datos históricos para evaluar su desempeño hipotético en el pasado.

6. *Black-Litterman Model*: Modelo que combina las expectativas del inversor con el equilibrio del mercado para estimaciones de retorno más precisas.
7. *Benchmark*: Índice compuesto por un conjunto de valores o activos, que sirve para comparar y evaluar el rendimiento de una cartera de inversión o un gestor de fondos, determinando así su eficacia al superar o no dicho estándar.
8. *Capital*: La cantidad de recursos financieros que una entidad posee, ya sea una empresa, individuo o gobierno. Puede incluir activos tangibles e intangibles.
9. *Cartera de Inversión*: Un conjunto de activos financieros, como acciones y bonos, que son propiedad de un individuo o entidad con el objetivo de inversión.
10. *Clustering*: Método de análisis de datos que agrupa objetos de manera que los objetos en el mismo grupo son más similares entre sí que con aquellos en otros grupos.
11. *Correlación*: La medida estadística de la relación entre dos variables. En finanzas, se utiliza para describir cómo dos activos financieros se mueven en relación el uno al otro.
12. *Corto Plazo*: Un horizonte temporal más breve, generalmente de un año o menos, en el ámbito de inversiones y finanzas.
13. *Covarianza*: Un indicador de la magnitud en que dos variables financieras se mueven juntas. La covarianza positiva sugiere movimientos simultáneos en la misma dirección.
14. *Dashboard*: Una interfaz gráfica que proporciona información visual y fácil de entender sobre el desempeño de un sistema, en este contexto, de una cartera de inversión.
15. *Desviación Estándar*: Una medida de la dispersión de los rendimientos de un activo en relación con su promedio. Indica la volatilidad del activo.
16. *ETF*: Es un fondo cotizado en bolsa que replica el rendimiento de un índice financiero, sector o conjunto de activos.
17. *Hierarchical Risk Parity (HRP)*: Estrategia de asignación de activos que utiliza técnicas de clustering.
18. *Índice Financiero*: Un indicador utilizado para evaluar y medir el rendimiento de un grupo de activos financieros, como el S&P 500.
19. *Inversionista*: Una persona o entidad que invierte dinero con la expectativa de obtener beneficios financieros.
20. *Lagrangeano (Descenso de Gradiente)*: Método de optimización matemática.

- 21. *Largo Plazo:*** Un horizonte temporal extendido, típicamente de varios años, en el contexto de inversiones y planificación financiera.
- 22. *Liquidez:*** La facilidad con la que un activo puede comprarse o venderse en el mercado sin afectar significativamente su precio.
- 23. *Mercado de Capital:*** El mercado donde se compran y venden instrumentos financieros, como acciones, bonos y otros valores.
- 24. *Minimización de la Varianza:*** Estrategia para construir una cartera que busca reducir la volatilidad total.
- 25. *Modelos/Algoritmos de Optimización:*** En el contexto financiero, son herramientas matemáticas utilizadas para encontrar la mejor combinación de activos en una cartera.
- 26. *Montecarlo:*** Método de simulación que utiliza secuencias aleatorias.
- 27. *Perfil de Aversión al Riesgo:*** La actitud de un inversor hacia el riesgo. Puede ser averso al riesgo (prefiere evitarlo), neutral o propenso al riesgo (dispuesto a asumir riesgos).
- 28. *Plazo:*** El período de tiempo durante el cual se mantiene una inversión o se contrae una deuda. Puede ser corto plazo (generalmente menos de un año) o largo plazo.
- 29. *Portafolio de Inversión:*** Una combinación de activos financieros, como acciones y bonos, propiedad de un inversor o entidad.
- 30. *Programación Orientada a Objetos:*** El proceso de codificar instrucciones para que una computadora ejecute tareas específicas que utiliza "objetos" para organizar y estructurar el código.
- 31. *Quantitative Asset Allocation (QAA):*** Estrategia de inversión basada en modelos matemáticos que pueden ser medidos numéricamente y son puros numéricamente.
- 32. *Rendimiento:*** La ganancia o pérdida generada por una inversión en un período de tiempo específico, generalmente expresada como un porcentaje del capital invertido.
- 33. *Tasa Libre de Riesgo:*** El rendimiento que se obtendría invirtiendo en un activo libre de riesgo, como bonos del gobierno.
- 34. *Varianza:*** Una medida estadística que describe la dispersión de los rendimientos de un activo con respecto de su media. Es el cuadrado de la desviación estándar.

### 3. Modelos de Optimización

#### 3.1 Lagrangiano (Descenso de Gradiente)

##### **Definición:**

El método de Lagrangeano con descenso de gradiente es una técnica de optimización desarrollada a partir de la teoría de multiplicadores de Lagrange. Este enfoque se basa en minimizar o maximizar una función sujeta a restricciones. En el contexto financiero, se aplica para optimizar carteras de inversión considerando restricciones específicas.

##### **Fórmula:**

El método de Lagrangeano con descenso de gradiente busca los mínimos o máximos de una función objetivo  $f(x)$  sujeta a restricciones  $g_i(x) = 0$  y  $h_j(x) \leq 0$  mediante la resolución de la función “Lagrangiana”:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_i \lambda_i g_i(x) + \sum_j \mu_j h_j(x) +$$

Donde:

- $\lambda_i$  y  $\mu_j$ : Multiplicadores de Lagrange asociados con restricciones.

##### **Aplicación:**

- a) Optimización de Carteras: En finanzas, se aplica para optimizar la asignación de activos en una cartera sujeta a restricciones, como límites de peso o restricciones sectoriales.
- b) Gestión de Riesgos: Permite encontrar la combinación óptima de activos que maximice el rendimiento y minimice el riesgo, cumpliendo con diversas restricciones.

##### **Ventajas:**

- I. *Manejo de Restricciones:* Es eficiente al manejar restricciones lineales y no lineales.
- II. *Flexibilidad:* Puede adaptarse a diferentes objetivos y restricciones en carteras de inversión.
- III. *Convergencia Rápida:* En muchos casos, puede converger rápidamente hacia una solución.



**Desventajas:**

- I. *Dependencia de Condiciones Iniciales:* La convergencia puede depender de las condiciones iniciales y la elección de parámetros.
- II. *Sensibilidad a la Formulación:* La formulación de la función objetivo y las restricciones puede afectar la calidad de la solución.

**3.2 Minimize (SLSQP)****Definición:**

El algoritmo "SLSQP" (Sequential Least Squares Programming) es un método de optimización utilizado para resolver problemas no lineales con restricciones, implementado en la librería SciPy. Fue desarrollado para proporcionar una solución eficiente y robusta a problemas de optimización en diversos campos, incluyendo ingeniería, ciencia y finanzas.

El método SLSQP fue propuesto por Michael J.D. Powell, un matemático británico conocido por sus contribuciones a la optimización numérica y algoritmos de programación no lineal. Powell ha sido un destacado experto en métodos de optimización y su trabajo ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de algoritmos eficientes para resolver problemas complejos.

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas.

**Fórmula:**

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones:  $g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m$  y  $h_j(x) = 0, j = 1, \dots, p$

Donde:

- $f(x)$ : Función objetivo a minimizar.
- $g_i(x)$ : Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$ : Restricciones de igualdad.
- $x$ : Vector de variables de decisión.

El método SLSQP combina técnicas de programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. En cada iteración, se resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos y la búsqueda se realiza a lo largo de la dirección del gradiente y las direcciones conjugadas.

#### **Aplicación:**

- Asignación Óptima de Activos*: Determina la combinación ideal de activos, maximizando el rendimiento ajustado al riesgo y cumpliendo con restricciones específicas.
- Optimización de Portafolios Financieros*: Equilibra riesgos y rendimientos, construyendo carteras alineadas con objetivos y tolerancia al riesgo.
- Gestión de Riesgos en Fondos de Inversión*: Gestiona eficientemente riesgos, ya sea minimizando la volatilidad o maximizando el rendimiento ajustado al riesgo, conforme a los objetivos y expectativas del fondo.

#### **Ventajas:**

- Robustez*: El método es robusto y eficiente para una amplia gama de problemas no lineales con restricciones.
- Manejo de Restricciones*: Puede manejar tanto restricciones lineales como no lineales.
- Convergencia Rápida*: En general, puede converger rápidamente hacia soluciones óptimas.

#### **Desventajas:**

- I. *Sensibilidad a Condiciones Iniciales*: Puede depender de las condiciones iniciales, y diferentes puntos iniciales pueden conducir a soluciones diferentes.
- II. *Problemas con Hessianos Inexactos*: Puede ser sensible a inexactitudes en la información de la Hessiana.

### 3.3 Montecarlo

#### **Definición:**

El método Montecarlo, introducido en los años 1940 como parte del proyecto Manhattan, es un enfoque basado en la simulación de eventos aleatorios para resolver problemas matemáticos y científicos. En finanzas, Montecarlo se emplea para modelar la variabilidad de activos financieros y evaluar riesgos.

#### **Fórmula:**

El método Montecarlo utiliza números aleatorios para realizar simulaciones estocásticas. Para estimar el valor esperado de una variable, se generan múltiples escenarios aleatorios y se calcula la media de los resultados obtenidos.

$$E(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Donde:

- $E(x)$ : Valor esperado de la variable  $x$
- $x_i$ : Observaciones generadas de la variable  $x$

#### **Aplicación:**

- a) *Evaluación de Riesgos*: Montecarlo se utiliza para evaluar el riesgo en carteras de inversión al simular múltiples escenarios de mercado.
- b) *Valoración de Opciones*: En finanzas cuantitativas, se aplica para valorar opciones, considerando la volatilidad y los movimientos futuros del precio.

**Ventajas:**

- I.** *Versatilidad:* Puede adaptarse a diversos problemas financieros y modelos complejos.
- II.** *Incorpora Incertidumbre:* Maneja la incertidumbre y la variabilidad inherente a los mercados financieros.
- III.** *Modelado de Escenarios:* Permite modelar una amplia gama de escenarios posibles.

**Desventajas:**

- I.** *Requiere Recursos Computacionales:* Puede ser intensivo en términos de recursos computacionales al realizar un gran número de simulaciones.
- II.** *Dependencia de Parámetros:* La precisión de los resultados depende de la elección adecuada de parámetros y distribuciones.

## **4. Selección de Estrategias de QAA**

### **4.1 Mínima Varianza**

**Definición:**

Un portafolio de mínima varianza es una estrategia de inversión diseñada para construir un portafolio diversificado de activos con el fin de minimizar el riesgo y la volatilidad del portafolio en general. Recordemos que volatilidad es la medida con la cual identificamos el comportamiento del precio (cuando sube o cuando baja el valor).

En este caso, volatilidad funciona como el “riesgo del mercado”. Y nos indica que entre más volatilidad haya, mayor riesgo de mercado hay. Por ende, este enfoque busca alcanzar el nivel más bajo posible de riesgo para un conjunto dado de activos, en otras palabras, busca disminuir las altas y bajas del precio por una probabilidad mayor de que al pasar un largo plazo se retorne el rendimiento de manera positiva. Optimizando la asignación de activos en función de las correlaciones históricas de rendimiento y volatilidad. El objetivo principal de un portafolio de mínima varianza es reducir el riesgo general del portafolio de inversión.

En un portafolio de mínima varianza, es acostumbrado a tener los activos de diferentes sectores o tamaños de compañías, con el objetivo de que no estén relacionadas

Además, existen diferentes escenarios cuando se calcula la correlación, si el portafolio tiene una correlación *perfectamente positiva*, significa que no habría incentivos para diversificar y que la varianza sería igual que la rentabilidad. Si hubiera una correlación *perfectamente negativa*, habría incentivos para diversificar, debido a que, seleccionando bien los activos, se podría disminuir el riesgo de cartera. Finalmente, si hay una correlación nula, se debe diversificar debido a que los activos tienen rendimientos completamente independientes y se debería de buscar el mayor rendimiento con el mismo, o menor riesgo, en comparación con solo invertir en un activo.

#### **Fórmula:**

$$(w_1)^2(\sigma_1)^2 + (w_2)^2(\sigma_2)^2 + 2w_1w_2Cov_{1,2}$$

Donde:

- $w_1$ : Peso en el portafolio del primer activo.
- $w_2$ : Peso en el portafolio del segundo activo.
- $\sigma_1$ : Desviación estándar del primer activo.
- $\sigma_2$ : Desviación estándar del segundo activo.
- $Cov_{1,2}$ : Covarianza de los dos activos, la cual puede expresarse como  $\rho_{(1,2)}\sigma_1\sigma_2$  donde  $\rho_{(1,2)}$  es el coeficiente de correlación entre los 2 activos.

#### **Aplicación:**

- a) *Finanzas*: Para construir carteras de inversión con bajo riesgo minimizando la volatilidad.
- b) *Riesgo Corporativo*: Diversificar operaciones y estrategias empresariales.
- c) *Seguros*: Balancear carteras de pólizas para estabilizar ingresos.
- d) *Planificación Financiera*: Crear carteras personalizadas para individuos.
- e) *Ingeniería Financiera*: Diseñar instrumentos financieros innovadores.
- f) *Política Monetaria*: Gestionar reservas de divisas y estabilizar mercados.
- g) *Capital de Riesgo*: Diversificar inversiones en startups, con el objetivo de .

- h) *Balance de cartera con bonos*: Si bien no se comportan de manera inversa, suelen tener una correlación muy baja, y por lo mismo una aplicación es para balancear el portafolio.

**Ventajas:**

- I. *Reducción del riesgo global*: Este método busca construir un portafolio que minimiza el riesgo global, al considerar las correlaciones entre activos, permite diversificar de manera efectiva, reduciendo la volatilidad del portafolio en comparación con la volatilidad de activos individuales.
- II. *Enfoque Cuantitativo*: Se basa en cálculos y análisis cuantitativos, lo que proporciona una base sólida y objetiva para la toma de decisiones. Utiliza datos históricos para estimar riesgos y rendimientos, brindando una estructura sistemática para la construcción de carteras.

**Desventajas:**

- I. *Sensibilidad a datos históricos*: El método de mínima varianza depende de la gran medida de los datos históricos de rendimientos y correlaciones entre activos. Esto puede ser problemático si las condiciones del mercado cambian significativamente, ya que los datos históricos pueden no reflejar de manera precisa el futuro.
- II. *Misma importancia a rendimientos y pérdidas*: Al minimizar la varianza, el método trata de manera equitativa los rendimientos positivos y negativos.
- III. *Sensibilidad a estimaciones de Covarianza y correlación*: Las estimaciones de la covarianza y correlación entre activos pueden ser difíciles de precisar, especialmente en entornos de mercado turbulentos. Errores en estas estimaciones pueden afectar la eficacia del método.

## **4.2 Máximo Ratio de Sharpe**

**Definición:**

Ratio de Sharpe es una métrica que, mide el rendimiento de una inversión, ajustándolo al riesgo y comparándola con la rentabilidad de activo libre de riesgo. Esta razón se cuestiona si el rendimiento adicional de una inversión compensa lo suficiente al riesgo adicional que se asume. Históricamente, Ratio de Sharpe ha ganado mucha popularidad, hasta convertirse en una de las

herramientas más comunes para la evaluación de carteras en inversiones. Ratio de Sharpe forma parte de los básicos de todo inversor de carteras.

Fue desarrollado por el Premio Nóbel William Sharpe de la Universidad de Stanford. Introducido en 1966 por Sharpe en un artículo publicado en el Journal of Business, “Mutual Fund Performance”, con el objetivo principal de proporcionar una métrica que ayudara a los inversionistas a evaluar la rentabilidad de un activo en relación con el riesgo asumido. Sharpe desarrolló esta métrica como parte de su trabajo en el campo de la teoría moderna de carteras, que incluye otros modelos como CAPM (Modelo de Valoración de Activos Financieros).

**Fórmula:**

$$\frac{(R_p - R_f)}{\sigma_p}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento del portafolio.
- $R_f$ : Rendimiento del activo libre de riesgo.
- $\sigma_p$ : Volatilidad del portafolio.

La fórmula para calcular Ratio de Sharpe es relativamente sencilla. Se requiere del conocimiento de tres datos: rentabilidad del fondo o cartera, rentabilidad del activo libre de riesgo y la volatilidad o desviación del fondo. Interpretar Ratio de Sharpe es bastante sencillo. Mide cuantas unidades de rentabilidad nos da una inversión por cada unidad de riesgo asumida. Lo que se busca es llegar a una rentabilidad alta, con el menor riesgo posible, por lo que una mayor razón siempre será mejor. Como norma muy básica, se podría considerar que un buen Ratio de Sharpe, está por encima de 1, indicando así una mayor rentabilidad por cada unidad de riesgo. Aun así, es importante compararlo con la media de la categoría. Un Ratio de Sharpe debajo de 1 indica que el fondo de inversión nos da menos de una unidad de rentabilidad por unidad de riesgo asumido, mientras que un Ratio de Sharpe negativo, indica que la rentabilidad del fondo de inversión, no supera a la rentabilidad del activo libre de riesgo.

### **Aplicación:**

- a) *Evaluación de Rendimiento:* Evaluar el rendimiento ajustado al riesgo de diferentes inversiones o carteras de inversión.
- b) *Selección de Cartera:* Seleccionar los activos o estrategias de inversión que maximizan el rendimiento por unidad de riesgo.
- c) *Benchmarking:* Comparar el rendimiento de fondos de inversión, ETFs o gestores de carteras contra un punto de referencia o benchmark.
- d) *Análisis de Riesgo:* Facilitar el análisis del riesgo asumido en relación con el rendimiento esperado
- e) *Optimización de Carteras:* Optimizar carteras buscando la combinación de activos que ofrece el mejor rendimiento ajustado al riesgo.

### **Ventajas:**

- I. *Riesgo ajustado al Rendimiento:* Ratio de Sharpe evalúa el rendimiento de una inversión con relación al riesgo asumido, proporcionando una medida útil para la comparación de inversiones.
- II. *Simplicidad:* Simple de calcular y entender. Ratio de Sharpe requiere datos básicos sobre el fondo de inversión y es muy accesible para cualquier inversionista.
- III. *Comparabilidad:* Al momento de comparar diferentes fondos de inversión, Ratio de Sharpe brinda una razón muy clara y específica.

### **Desventajas:**

- I. *Supuesto Limitados:* Distribución normal de los rendimientos, así como el uso de la volatilidad como única medida de riesgo son algunos de los supuestos que pueden llegar a limitar Ratio de Sharpe.
- II. *Factores No Financieros:* Ratio de Sharpe no tiene en cuenta factores no financieros, como cambios en la dirección de las empresas, eventos geopolíticos o decisiones de inversión.
- III. *Rendimiento Pasado:* Como todas las medidas basadas en el pasado, Ratio de Sharpe no puede garantizar un mismo rendimiento en el futuro.



### 4.3 Semivarianza

#### **Definición:**

La Semivarianza es una medida de riesgo que se centra específicamente en las pérdidas o rendimientos negativos. A diferencia de la varianza tradicional, que tiene en cuenta tanto las pérdidas como las ganancias, la Semivarianza solo considera las pérdidas. Este enfoque es relevante para los inversores que tienen una aversión particular al riesgo a la baja y desean minimizar las pérdidas.

Se origina alrededor de las décadas de 1950 y 1960 desarrollado como una extensión de la teoría moderna de carteras de Harry Markowitz. La teoría moderna de carteras, propuesta por Markowitz en la década de 1950, es un enfoque que busca optimizar la combinación de activos en una cartera para maximizar el rendimiento esperado dado un nivel específico de riesgo o minimizar el riesgo dado un nivel de rendimiento esperado. Markowitz introdujo conceptos clave como la diversificación y la covarianza en la construcción de carteras.

La introducción del concepto de Semivarianza en la teoría de carteras se atribuye a Peter L. Bernstein, quien desarrolló y popularizó este enfoque en su libro "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", publicado en 1967.

Aunque Harry Markowitz sentó las bases de la teoría moderna de carteras en su artículo seminal de 1952 "Portfolio Selection", fue Bernstein quien incorporó la Semivarianza como una medida adicional de riesgo en la gestión de carteras.

Se argumentó que los inversores deberían tener en cuenta no solo la variabilidad total de los rendimientos (medida por la varianza), sino también la variabilidad específica de los rendimientos negativos (medida por la Semivarianza). Su enfoque se centró en la minimización de la Semivarianza para proteger contra las pérdidas.

#### **Fórmula:**

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i (R_i - \bar{R})^2$$

Donde:

- $N$ : Número de activos de la cartera.
- $W_i$ : Ponderación del activo en la cartera.
- $R_i$ : Rendimiento del activo.
- $\bar{R}$ : Rendimiento promedio ponderado de la cartera.

Al minimizar la Semivarianza de la cartera, se busca construir una cartera que minimice las pérdidas por debajo del umbral establecido.

### **Aplicación:**

- Carteras de Inversión para Inversores Conservadores*: Construcción de carteras que estén específicamente diseñadas para minimizar las pérdidas potenciales
- Pensiones*: Preservar el capital a largo plazo mientras generan rendimientos estable.
- Fondos de Inversión y Hedge Funds*: Identificar y seleccionar activos que contribuyan a una cartera global menos susceptible a pérdidas significativas en escenarios de mercado adversos.
- Seguros*: Evaluar el riesgo de las carteras de pólizas, identificando aquellas con mayor probabilidad de incurrir en pérdidas.
- Carteras Empresariales*: Diversificar las inversiones y las estrategias empresariales de manera que se minimice el riesgo de pérdidas financieras.
- Política Monetaria y Gestión de Reservas*: Optimizar la gestión de las reservas de divisas y otros activos
- Capital de Riesgo*: Evaluar y diversificar las inversiones en startups y empresas emergentes, equilibrando el potencial de alto rendimiento con la necesidad de minimizar el riesgo de pérdidas sustanciales.

### **Ventajas:**

- Medida más Precisa al Riesgo*: Debido a que se centra en la posible volatilidad a la baja, permite a los inversores comprender mejor la probabilidad y magnitud de las pérdidas, construyendo así una cartera más informada.
- Aversión al Riesgo*: Puede resultar muy atractivo para aquellos inversores que rechazan el riesgo.

- III.** *Estrategia Equilibrada:* Al combinar estrategias de riesgo tradicionales e incluir Semivarianza, se puede lograr una asignación y gestión más sólida.

**Desventajas:**

- I.** *Riesgo de Cola:* La Semivarianza no puede capturar completamente el riesgo de cola o eventos extremos, pues únicamente se centra en la dispersión de rendimientos negativos.
- II.** *Cálculos más Complejos:* La Semivarianza puede llevar a cálculos más complejos, con mayor tiempo en comparación con las medidas de riesgos tradicionales.
- III.** *Supuestos de Rendimiento:* La Semivarianza toda como supuesto que los rendimientos negativos son más riesgosos que los positivos, supuesto que no se cumple en ciertos escenarios.

#### **4.4 Omega**

**Definición:**

La Ratio Omega es una métrica financiera que evalúa el equilibrio entre riesgo y recompensa de una inversión, considerando toda la distribución de rendimientos en lugar de sólo la volatilidad o los rendimientos negativos. Calcula la probabilidad de obtener rendimientos por encima de un umbral determinado (rendimiento objetivo) frente al riesgo de obtener rendimientos por debajo de este umbral. Un valor más alto indica un perfil de riesgo-recompensa más favorable, sugiriendo que es más probable obtener rendimientos superiores al umbral definido en comparación con el riesgo de no alcanzarlo.

**Fórmula:**

$$\frac{\int_r^{\infty} (1 - f(x)) dx}{\int_{-\infty}^r (F(x)) dx}$$

Donde:

- R: Umbral de referencia por debajo del cual se considera que se ha generado una pérdida, se mide en porcentaje (1%, etc.).

- $F(x)$ : Función de distribución acumulativa de  $x$ , la cuál es la rentabilidad obtenida en cada transacción o periodo. (distribución acumulativa de retornos por debajo de un umbral  $r$ ).

Una función de distribución acumulativa determina la probabilidad de que una variable aleatoria arroje un resultado menor o igual a un valor dado, en este caso la rentabilidad de un activo o portafolio estudiado. En otras palabras, lo que estamos haciendo es dividir la probabilidad de recibir ganancias entre la probabilidad de obtener pérdidas. Cuanto mayor sea la ratio Omega, significa que el valor financiero ofrece mayores ganancias con respecto las pérdidas. Esto para el umbral (rendimiento) establecido por el inversor. A comparación del ratio Sharpe, este indicador prioriza que la rentabilidad supere una meta, además, no coloca en el denominador el riesgo o volatilidad.

#### **Aplicación:**

- Gestión de Carteras*: Para optimizar el equilibrio entre riesgo y recompensa en inversiones.
- Análisis de Riesgo*: Para evaluar el perfil de riesgo de diferentes instrumentos financieros.
- Planificación Financiera*: Asesorar en la selección de inversiones basadas en perfiles de riesgo.
- Evaluación de Fondos*: Comparar fondos de inversión por su rendimiento frente al riesgo.
- Investigación y Finanzas Cuantitativas*: Desarrollar modelos de inversión y gestión del riesgo.
- Estrategias de Trading*: Optimizar el trading buscando un mejor riesgo-recompensa.

#### **Ventajas:**

- Flexibilidad en la Elección del Umbral*: Posibilidad de fijar un umbral de ganancias a discreción, permitiendo al inversor definir el nivel de rendimiento deseado.
- Utilidad para Inversores Adversos al Riesgo*: Es especialmente útil para inversores cautelosos que buscan obtener al menos una rentabilidad mínima, siendo menos conservador que el ratio de Sharpe o el de Sortino.
- Menos Conservador que Otros Ratios*: No es tan prudente o adverso al riesgo como el ratio de Sharpe o, especialmente, el de Sortino, que considera solo la volatilidad o el riesgo a la baja.

- IV.** *Capacidad para Clasificar Opciones de Inversión:* Permite clasificar diferentes opciones de inversión, facilitando la comparación entre ellas.

**Desventajas:**

- I.** *Complejidad en el Cálculo:* El cálculo es más complejo en comparación con otros indicadores, lo que lo hace más común entre inversores experimentados.
- II.** *Sensibilidad a Resultados Anómalos:* Puede ser influenciado por resultados inusuales dentro de los datos analizados, lo que podría afectar la interpretación.
- III.** *Recomendación de Uso Combinado con Otros Indicadores:* Se sugiere utilizarlo en conjunto con otros indicadores como el ratio de Sharpe, el ratio de Sortino o el ratio de Treynor. Utilizado de forma aislada, puede no ser tan efectivo.

#### **4.5 HRP**

**Definición:**

El modelo conocido como "Hierarchical Risk Parity" (HRP) es un enfoque avanzado de asignación de activos que se centra en la gestión del riesgo de manera eficiente. Este modelo fue desarrollado por Marcos López de Prado, un académico y profesional en finanzas cuantitativas, en su libro "Advances in Financial Machine Learning" (Avances en Aprendizaje Automático Financiero), publicado en 2018. En este título, se presenta el modelo HRP como una metodología moderna, la cual aprovecha técnicas de aprendizaje automático, además de optimización avanzada. El enfoque HRP aborda algunos de los desafíos asociados con la asignación de activos tradicional, como la sensibilidad a las estimaciones de parámetros y la falta de robustez en entornos cambiantes. Utiliza técnicas de clustering para agrupar activos con riesgo y correlación similar, para posteriormente asignar ponderaciones óptimas, que permitan minimizar la volatilidad de la cartera.

**Fórmula:**

El algoritmo HRP se puede dividir en 3 pasos principales:

1. *Agrupación de Árboles Jerárquicos*: En este paso, se utiliza un algoritmo de clustering jerárquico para agrupar los activos en clústeres. El algoritmo crea una estructura de árbol que representa cómo se agrupan los activos a diferentes niveles de similitud. El método de enlace (linkage method) utilizado para medir la similitud entre clústeres puede variar, y el método de Ward's linkage es comúnmente utilizado en el contexto de HRP.
2. *Seriación de Matrices*: Después de obtener la estructura de árbol, se realiza una seriación de matrices para encontrar una ordenación adecuada de los activos en la cartera. La seriación es importante para asegurar que los activos se asignen de manera efectiva en la matriz de covarianza o correlación.
3. *Bisección Recursiva*: En este paso, se aplica la bisección recursiva para dividir los clústeres en subgrupos más pequeños, de manera que se minimice la variabilidad dentro de cada subgrupo y se preserve la diversificación en la cartera. Este proceso de bisección se realiza de manera recursiva hasta alcanzar el número deseado de clústeres.

$$d(u, v) = \sqrt{\frac{k(s_u + s_v - s_{uv})}{s_{uv}}}$$

Donde:

- $d(u, v)$ : Distancia entre los clústeres  $u, v$ .
- $k$ : Número de observaciones en los clústeres originales.
- $s_u, s_v, s_{uv}$ : Inercia de los clústeres  $u, v$  y el nuevo clúster formado por la unión de  $u$  y  $v$ .

#### **Aplicación:**

- a) *Gestores de Riesgo y Cumplimiento*: Los profesionales encargados de la gestión de riesgos en instituciones financieras, así como aquellos responsables del cumplimiento normativo, pueden utilizar el método HRP como parte de su enfoque para evaluar y mitigar los riesgos asociados con las inversiones.
- b) *Gestores de Fondos de Inversión*: Profesionales de la gestión de fondos, ya sea en fondos mutuos, fondos de inversión gestionada o ETFs, pueden utilizar el método HRP para

optimizar la asignación de activos y mejorar el perfil de riesgo-recompensa de las carteras que gestionan.

- c) *Gestores de Fondos de Cobertura y Estrategias Alternativas*: En el ámbito de los fondos de cobertura y otras estrategias de inversión alternativa, donde la gestión de riesgos y la asignación táctica de activos son fundamentales, el método HRP puede ser una herramienta valiosa.

### **Ventajas:**

- I. *Consideración de la Estructura Jerárquica del Mercado*: HRP utiliza técnicas de clustering jerárquico para agrupar activos en función de su similitud, tomando en cuenta la estructura jerárquica inherente en el mercado. Esto puede conducir a asignaciones de activos más intuitivas y realistas.
- II. *Diversificación Mejorada*: El enfoque de HRP busca construir carteras que minimizan la variabilidad dentro de cada grupo y, al mismo tiempo, maximizan la diversificación entre los grupos. Esto puede conducir a carteras más diversificadas y resistentes a eventos inesperados en comparación con otros métodos.
- III. *Reducción del Riesgo a la Baja*: HRP se enfoca en la reducción de la Semivarianza, que mide la volatilidad negativa o el riesgo a la baja. Para inversores sensibles a las pérdidas, este enfoque puede ser beneficioso.

### **Desventajas:**

- I. *Sensibilidad a Estimaciones Iniciales*: HRP puede ser sensible a las estimaciones iniciales, especialmente cuando se calculan las matrices de covarianza. Pequeñas variaciones en estas estimaciones pueden conducir a asignaciones de activos significativamente diferentes.
- II. *Influencia de Outliers*: La presencia de valores atípicos o outliers en los datos puede afectar significativamente las estimaciones de covarianza y, por lo tanto, las asignaciones de activos resultantes de HRP.

- III. Complejidad y Cálculos Intensivos:** La implementación de HRP puede ser computacionalmente intensiva, especialmente para carteras con muchos activos. Esto puede hacer que su aplicación práctica sea más desafiante en ciertos casos.

## 4.6 Martingala

### Definición:

La estrategia de Martingala, que se remonta al siglo XVIII y tuvo su origen en los juegos de azar, ha evolucionado para desempeñar un papel crucial en las finanzas y la gestión de riesgos. Este enfoque, cuyo nombre proviene del italiano "martingale," se ha adaptado al contexto financiero, y su aplicación es particularmente destacada en el trading de divisas. En este mercado, los inversores aprovechan la baja probabilidad de que las monedas lleguen a cero y la oportunidad de compensar pérdidas con ingresos por intereses, especialmente en pares de divisas con diferenciales positivos.

Además, también, implica duplicar el tamaño de la inversión después de cada pérdida, con el objetivo de recuperar pérdidas anteriores y obtener una ganancia igual a la apuesta original. Sin embargo, es importante destacar que este enfoque requiere un capital significativo para resistir pérdidas sucesivas hasta alcanzar una ganancia. Adaptada para la Quantitative Asset Allocation (QAA), esta estrategia busca gestionar riesgos, capitalizando en la premisa de que las pérdidas pasadas no afectan las probabilidades de ganancia futuras en el ámbito financiero.

### Fórmula:

La fórmula central del Martingale System se expresa mediante la ecuación:

$$X_{n+1} = X_n + b^n(1 + r)^n$$

Donde:

- $X_{n+1}$ : Capital después de la  $n + 1$ -ésima inversión.
- $X_n$ : Capital después de la  $n$ -ésima inversión.
- $b$ : Fracción del capital que se arriesga en cada operación.



- $r$ : Tasa de rendimiento esperada.

La fórmula refleja el aumento exponencial del capital arriesgado en cada nueva inversión, permitiendo la recuperación de pérdidas acumuladas.

### **Aplicación:**

- Operaciones Binarias*: Realización de predicciones sobre el movimiento de los precios en un período de tiempo específico. Después de cada pérdida, el tamaño de la inversión se incrementa para recuperar las pérdidas anteriores.
- Trading de Forex*: Aumento del tamaño de la posición después de pérdidas, con la expectativa de que una operación exitosa compense las pérdidas anteriores.
- Juegos de Azar*: Uso de esta estrategia aumentando sus apuestas después de cada pérdida.
- Inversiones a Largo Plazo*: Aumento de la inversión en activos específicos después de pérdidas, confiando en que el mercado se recuperará con el tiempo.
- Criptomonedas*: Para gestión de operaciones y aumento del tamaño de la inversión después de pérdidas sucesivas, buscando aprovechar la volatilidad del mercado.

### **Ventajas:**

- Simplicidad*: El Martingale System es fácil de entender y aplicar, lo que lo hace atractivo para aquellos que buscan una estrategia directa.
- Potencial de Recuperación*: Si se cumplen las condiciones ideales, el sistema tiene el potencial de recuperar pérdidas acumuladas.

### **Desventajas:**

- Riesgo Exponencial*: La estrategia implica un riesgo exponencial, ya que cada pérdida aumenta significativamente el tamaño de la inversión siguiente.
- Suposiciones Irrealistas*: La efectividad del Martingale System se basa en la suposición de que las pérdidas eventualmente se revertirán, lo cual puede no ser realista en todos los escenarios.
- Límites Prácticos*: En la práctica, la aplicación del sistema puede encontrarse con límites de capital y restricciones de tamaño de inversión.

## 4.7 Black-Litterman

### **Definición:**

Black Litterman es un modelo para la optimización de portafolios que se creó en 1992 por Black y Litterman para reducir las dificultades que el modelo de Markowitz tenía, basándose en modelos bayesianos para lograrlo. El interés de los métodos bayesianos radica básicamente en la posibilidad de incorporar conocimiento extra muestral previamente en la estimación de los modelos. La importancia de la propuesta de Black-Litterman radica precisamente en la inclusión de elementos subjetivos e intuitivos, como son las expectativas que tiene el inversionista acerca del rendimiento esperado de un activo.

El modelo de Black-Litterman (MBL) parte de una situación de equilibrio de mercado, es decir de una serie de rentabilidades esperadas que igualen la oferta y la demanda de activos financieros, si todos los inversionistas tuvieran las mismas expectativas. En el MBL, si las expectativas del inversionista no difieren con respecto a las del mercado, no es necesario especificar un rendimiento para cada activo, ya que éstos entran al modelo con su respectivo retorno de equilibrio. El paso para seguir es la obtención de la rentabilidad esperada que se alcanza por optimización inversa; es decir, en lugar de preguntarse qué ponderación es necesaria para tener determinada rentabilidad, se plantea qué rentabilidad esperada supone la ponderación que indica la capitalización.

Después la incorporación de las expectativas que el inversionista tiene del mercado. Una expectativa es una suposición acerca del futuro, y puede o no ser realista. Para el caso de un portafolio de inversión, se refiere a las perspectivas o expectativas sobre la evolución futura de un título o de un sector; además, para cada una se especifica un nivel de confianza, que es la probabilidad a priori de que se cumpla esa expectativa, según el inversor.

**\* Resume esta Definición \***

### **Fórmula:**

En el mercado existen  $n$  activos,

Con capitalizaciones  $M = M_1, M_2, \dots; M_n$

Donde:

- La capitalización de mercado es igual al número de títulos o unidades del activo disponibles en el mercado por su respectivo precio
- Las ponderaciones de mercado de los  $n$  activos están dadas por el vector:  $W = W_1, W_2, \dots; W_n$

Donde:

- La ponderación del activo  $i$  es:

$$W_i = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

- El coeficiente de aversión al riesgo ( $\delta$ ), que es una constante que se determina como:

$$\lambda = \frac{R_m - R_f}{\sigma_M^2}$$

Donde:

- $R_m$  es el retorno del mercado;  $R_f$  es la tasa libre de riesgo y  $\sigma_M^2$  es la varianza del retorno del mercado.
- El exceso de retornos implícitos de equilibrio ( $\Pi$ ) está dado por:

$$\Pi = \lambda \Sigma W$$

### **Aplicación:**

#### **a) Selección de Inversiones:**

Aplicación de Black-Litterman: Inversores emplean este modelo para seleccionar inversiones que minimicen la probabilidad de rendimientos por debajo de un umbral aceptable, priorizando la seguridad sobre el rendimiento potencial.

#### **b) Gestión de Carteras:**

Optimización de Activos: Se utiliza en la construcción y optimización de carteras, buscando minimizar el riesgo de pérdida y garantizar un rendimiento mínimo aceptable.

#### **c) Planificación Financiera:**

Diseño de Estrategias: Asesores financieros aplican el modelo Black-Litterman en la planificación financiera, alineando estrategias de inversión con los objetivos y tolerancias al riesgo del cliente, con un enfoque en la protección del capital.

#### **d) Análisis de Riesgo y Rendimiento:**

Comparación de Opciones: En la evaluación de fondos de inversión y otros vehículos financieros, el modelo permite comparar el riesgo de no alcanzar un rendimiento mínimo deseado entre diferentes opciones.

*e) e) Educación Financiera y Formación:*

Integración Curricular: Se enseña como parte del currículo en finanzas y economía, proporcionando una comprensión de diversos enfoques de medición de riesgo y cómo gestionar el riesgo de inversión de manera efectiva.

**Ventajas:**

- I.** Incluye las expectativas del inversionista y de acuerdo con su nivel de confianza será la ponderación del activo dentro del portafolio, es decir que se infiere u obtiene la ponderación del activo con respecto de lo que espera ganar el inversionista para cumplir con sus metas, lo que pudiera darnos un peso mayor en los activos más riesgosos, por eso importa considerar el perfil del inversionista.
- II.** Permite una revisión flexible del mercado y por ende de estrategias de inversión.
- III.** Se logran portafolios razonables, intuitivos, equilibrados y estables en el tiempo.

**Desventajas:**

- I.** Se basa en el supuesto que el mercado tiene una distribución normal.
- II.** Se requieren bases de teoría bayesiana.

**4.8 Fama-French**

**Definición:**

La estrategia de Fama-French de 5 factores surge como una extensión del modelo de 3 factores propuesto por Eugene Fama y Kenneth French en 1993. El modelo original, desarrollado en 1992, buscaba superar las limitaciones del Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM), introduciendo dos factores adicionales: el tamaño de la empresa (SMB) y el valor contable (HML). La innovación del modelo de 5 factores radica en la inclusión de dos factores adicionales: el riesgo de acciones con alto book-to-market (HML) y el riesgo de acciones con baja

capitalización (CMA). Esta extensión permite una explicación más completa de los rendimientos de los activos financieros, proporcionando un marco teórico robusto respaldado por estudios empíricos que han demostrado su capacidad para explicar más del 90% de los rendimientos de carteras diversificadas.

El modelo Fama-French ha transformado la comprensión convencional de los rendimientos de las acciones, mostrando que factores más allá del riesgo de mercado influyen en los resultados. Los factores adicionales, como "rentabilidad" e "inversión", se incorporan para refinar y expandir el modelo, manteniendo su aplicabilidad y credibilidad a lo largo del tiempo. Respaldado por investigaciones pioneras y estudios empíricos extensos, este enfoque ha persistido en la teoría financiera y se ha convertido en una herramienta esencial para comprender y explicar los rendimientos en carteras diversificadas.

### **Fórmula:**

La estrategia QAA basada en el Modelo de Fama-French utiliza la siguiente fórmula para calcular los rendimientos esperados de las acciones:

$$R_i - R_f = \beta_0 + \beta_1(RM - R_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \beta_4RMW + \beta_5CMA + \epsilon_i$$

Donde:

- $R_i$ : Rendimiento del activo.
- $R_f$ : Tasa libre de riesgo.
- $RM$ : Rendimiento del mercado.
- $SMB$ : Factor de tamaño (Small Minus Big).
- $HML$ : Factor de book-to-market (High Minus Low).
- $RMW$ : Factor de rentabilidad de acciones con baja capitalización.
- $CMA$ : Factor de rentabilidad de acciones con baja capitalización.
- $\epsilon_i$ : Término de error.

Esta fórmula incorpora la premisa de que los rendimientos de las acciones pueden explicarse por su sensibilidad a factores de riesgo específicos, como el rendimiento del mercado, el tamaño de la empresa, el valor, la rentabilidad y la inversión. Además, la modelación implica estimar los coeficientes  $\beta$  para cada factor mediante técnicas de regresión utilizando datos históricos. Estos coeficientes se utilizan luego para calcular los rendimientos esperados de los activos bajo diferentes condiciones de mercado.

### **Aplicación:**

- f) *Selección de Portafolio*: Selección de activos dentro de un portafolio, considerando no solo el riesgo de mercado, sino también los factores de tamaño y book-to-market.
- g) *Análisis de Rendimiento Relativo*: Aplican el modelo para evaluar el rendimiento relativo de activos y ajustar estrategias en consecuencia.
- h) *Diseño de Estrategias de Inversión*: Creación de estrategias de inversión más sofisticadas al incorporar factores adicionales en la toma de decisiones.
- i) *Optimización de Portafolios*: Optimización de portafolios para lograr un equilibrio adecuado entre riesgo y rendimiento, considerando múltiples factores.
- j) *Gestión Activa de Fondos*: Gestión de fondos aplican este enfoque para gestionar activamente fondos de inversión, ajustando la cartera en función de las condiciones del mercado.

### **Ventajas:**

- I. *Diversificación Mejorada*: Al considerar factores más allá del rendimiento del mercado, la estrategia busca proporcionar una mejor diversificación y gestión del riesgo.
- II. *Fundamentada en Investigación Empírica*: Basada en investigaciones sólidas y ampliamente respaldadas de Fama y French, lo que agrega un fundamento académico a la toma de decisiones.

### **Desventajas:**

- I. *Dependencia de Datos Históricos*: La estrategia asume que las relaciones históricas entre los factores de riesgo y los rendimientos persistirán en el futuro, lo que puede no ser siempre el caso.

- II. *Complejidad de Implementación:* La implementación puede ser compleja debido a la necesidad de datos detallados y a la estimación precisa de los coeficientes de regresión.

#### 4.9 Total Return AA

##### **Definición:**

Leibowitz y Kogelman publicaron a finales de los ochenta una serie de trabajos que trataban de modelizar cuantitativamente este tipo de decisiones. Bajo este enfoque, el perfil riesgo de una cartera se define mediante 2 parámetros:

1. Umbral de mínimo de rentabilidad ( $RR_{target}$ ) por debajo del cual el inversor considera una pérdida.
2. Probabilidad máxima de que la rentabilidad de la cartera se encuentre por debajo del umbral mínimo (Shortfall probability) para un horizonte de inversión determinado.

Aunque los autores no lo formularon matemáticamente, el modelo puede ser visto como un problema de programación cuadrática, en el que hay maximizar la rentabilidad esperada sujeto a la restricción de que la probabilidad de que la rentabilidad caiga por debajo del umbral mínimo sea igual a un determinado nivel previamente fijado por el inversor.

$$\begin{aligned} & \max E[R_p] \\ & s. t. P[R_p < R_{Target}] \leq P \end{aligned}$$

##### **Fórmula:**

$$w = \frac{\tau - r_f}{R - r_f + \lambda_a \sigma_r}$$

Donde:

- $\tau$ : Rentabilidad mínima deseada.
- $r_f$ : Tasa libre de riesgo.
- $\sigma_r$ : Volatilidad de los activos con riesgo.
- $R$ : Cantidad que se quiere tener invertida en activos de riesgo.

### **Aplicación:**

a) *Enfoque Total Return Asset Allocation:* Inversores utilizan este enfoque basado en el riesgo de incumplimiento para seleccionar inversiones que minimicen el riesgo de no alcanzar los rendimientos deseados, priorizando un enfoque integral que abarque tanto ganancias como pérdidas potenciales.

b) *Gestión de Carteras:*

Optimización del Rendimiento Total: Se aplica en la gestión de carteras para optimizar el rendimiento total, teniendo en cuenta no solo los rendimientos esperados sino también los riesgos de incumplimiento asociados a diferentes activos.

c) *Planificación Financiera:*

Diseño de Estrategias de Inversión: Asesores financieros emplean el enfoque Total Return Asset Allocation para diseñar estrategias que se alineen con los objetivos financieros de los clientes, considerando la gestión proactiva del riesgo de incumplimiento.

d) *Análisis de Riesgo y Rendimiento:*

Evaluación Holística de Fondos y Activos: En la evaluación de fondos y activos financieros, este enfoque permite una evaluación más completa al considerar el riesgo de no alcanzar ciertos umbrales de rendimiento, proporcionando una visión más completa del riesgo asociado.

e) *Educación Financiera y Formación:*

Enseñanza en Finanzas Avanzadas: Integrado en programas educativos, se enseña como una técnica avanzada que aborda la gestión de riesgos de manera holística, proporcionando una comprensión más profunda de la asignación de activos basada en el riesgo de incumplimiento.

### **Ventajas:**

- I. La pérdida esperada o Expected Shortfall es una medida más completa que y que cumple con las propiedades que debe de cumplir una buena medida de riesgo.

### **Desventajas:**

- I. La probabilidad de pérdida no es una medida completa de riesgo puesto que no indica que tan adversa podría ser la pérdida.



#### 4.10 Roy Safety-First Ratio

##### **Definición:**

La Ratio de Seguridad de Roy, también conocida como el criterio de seguridad de Roy, es una medida de riesgo-recompensa en finanzas que evalúa la seguridad de una inversión comparando sus rendimientos con un umbral mínimo de rendimiento aceptable definido por el inversor. Esta ratio ayuda a determinar la probabilidad de que el rendimiento de una inversión caiga por debajo de un nivel de rendimiento mínimo deseado. La idea central es identificar inversiones que minimicen la posibilidad de resultados desfavorables, centrándose en la preservación del capital por encima de la obtención de altos rendimientos.

$$P_{\text{ortafolio}} = \text{minimize}(R_p < R_L)$$

Teniendo la ecuación anterior sabemos que, si los rendimientos tienen una distribución normal, la cartera óptima es aquella con la mayor proporción de seguridad (SFRatio).

##### **Fórmula:**

$$SFRatio = \frac{E(R_p) - R_L}{\sigma_p}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento del portafolio.
- $R_L$ : Rendimiento deseado.
- $\sigma_p$ : Desviación estándar del portafolio.

##### **Aplicación:**

- a) *Selección de Inversiones*: Los inversores utilizan esta ratio para elegir inversiones que tengan menor probabilidad de generar rendimientos por debajo de un umbral mínimo aceptable, favoreciendo la seguridad sobre el rendimiento potencial.

- b) *Gestión de Carteras*: Se aplica en la construcción y optimización de carteras de inversión, buscando minimizar el riesgo de pérdida y asegurar un nivel de rendimiento mínimo.
- c) *Planificación Financiera*: Los asesores financieros emplean la Ratio de Seguridad de Roy para diseñar estrategias de inversión que se alineen con los objetivos y tolerancias al riesgo de sus clientes, enfocándose en la protección del capital.
- d) *Análisis de Riesgo y Rendimiento*: En la evaluación de fondos de inversión y otros vehículos financieros, esta ratio permite comparar el riesgo de no alcanzar un mínimo deseado entre diferentes opciones.
- e) *Educación Financiera y Formación*: Se enseña como parte del currículo en finanzas y economía para entender diferentes enfoques de medición de riesgo y cómo gestionar el riesgo de inversión efectivamente.

#### **Ventajas:**

- I. *Enfoque Conservador*: SFRatio prioriza la minimización del riesgo de caídas en los rendimientos por debajo de un umbral predefinido.
- II. *Comparación Relativa*: Permite a los inversores comparar diferentes carteras y tomar decisiones basadas en la probabilidad de que los rendimientos caigan por debajo de un nivel deseado.
- III. *Énfasis en el Riesgo*: El SFRatio destaca la importancia de gestionar el riesgo de pérdida por debajo de un umbral crítico, lo cual es esencial para algunos inversores que priorizan la seguridad y preservación del capital.

#### **Desventajas:**

- I. *Supuestos Complicados*: este parámetro asume que los rendimientos siguen una distribución normal, lo cual no siempre es lo adecuado sobre todo en condiciones del mercado del mundo real. En situaciones de extrema volatilidad o eventos esperados estos supuestos pueden no mantenerse.
- II. *Sensibilidad de Parámetros*: Es sensible a los parámetros utilizados en su cálculo, como el umbral de rendimiento deseado.

- III.** *Enfoque Unidimensional:* Se centra en la minimización de la probabilidad de caídas de los rendimientos, lo que podría descuidar otros aspectos importantes de la gestión de carteras, como el crecimiento a largo plazo o la maximización de rendimientos.

#### **4.11 Ratio de Sortino**

##### **Definición:**

El Ratio de Sortino es una medida de desempeño financiero que se centra específicamente en la volatilidad negativa o riesgo a la baja asociado con una inversión. Fue propuesto por Frank A. Sortino en colaboración con Robert van der Meer en la década de 1990. A diferencia del Ratio de Sharpe, que tiene en cuenta la volatilidad total, el Ratio de Sortino se diseñó para ofrecer una evaluación más precisa del riesgo al considerar solo las caídas del rendimiento por debajo de un umbral definido.

##### **Fórmula:**

$$\frac{R_p - T}{\sigma_d}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento actual o esperado del portafolio.
- $T$ : Umbral, por lo general es cero, también es equivalente a tasa libre de riesgo.
- $\sigma_d$ : Desviación estándar del riesgo a la baja (downside).

##### **Aplicación:**

- a) *El Ratio de Sortino se utiliza para evaluar el rendimiento ajustado:* Evaluar el rendimiento ajustado al riesgo de una inversión, centrándose en las pérdidas no deseadas. Es especialmente útil para inversores y gestores de carteras que desean minimizar el riesgo a la baja. Al proporcionar una visión más específica de la volatilidad negativa, facilita la toma de decisiones más informada y la construcción de carteras más resistentes.

### **Ventajas:**

- I.** *Enfocado en el Riesgo Desfavorable (Downside Risk):* El Ratio de Sortino se centra específicamente en la volatilidad desfavorable, lo que puede ser más relevante para inversores preocupados por las pérdidas potenciales.
- II.** *Considera la Volatilidad Negativa:* Al utilizar la desviación estándar de los rendimientos negativos, el Ratio de Sortino aborda directamente el riesgo percibido por los inversores durante periodos de pérdida.
- III.** *Sensible a Pérdidas Negativas:* Dado que solo toma en cuenta las pérdidas, el Ratio de Sortino puede ser más sensible a eventos extremos o pérdidas significativas, proporcionando una medida más ajustada del riesgo.

### **Desventajas:**

- I.** *Ignora la Volatilidad Positiva:* Al excluir a la volatilidad positiva (upside Risk), el Ratio puede pasar por alto la capacidad de un activo para generar retornos favorables en momentos de volatilidad a la alza.
- II.** *Dependencia de la Desviación a la Baja:* La dependencia exclusiva a la desviación a la baja puede llevar a resultados sesgados en situaciones en las que la volatilidad al alza sea beneficiosa para los inversores.
- III.** *No Considera la Magnitud de las Pérdidas o Ganancias:* Sortino toma en cuenta sólo la frecuencia de las pérdidas. Dos activos con el mismo ratio de Sortino podrían experimentar pérdidas de magnitudes muy diferentes.

## **5. Conclusiones**

**\* Queda pendiente hasta el final \***

## 6. Bibliografía

- Adam Hayes. (17 de abril del 2023). “*Martingale System: What It Is and How It Works in Investing*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/m/martingalesystem.asp#:~:text=The%20Martingale%20system%20is%20a%20system%20in%20which,position%20size%20increases%20with%20a%20smaller%20portfolio%20size>
- Adam Hayes. (29 de enero del 2024). “*Fama and French Three Factor Model Definition: Formula and Interpretation*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/f/famaandfrenchthreefactormodel.asp>
- Bolsa24. (30 de junio del 2023). “*Martingala: ¿Qué Es Y Cómo Funciona Esta Estrategia?*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.bolsa24.net/martingala-trading/>
- CFI Team. (s.f.). “*Fama-French Three-Factor Model*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/fama-french-three-factor-model/>
- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (s.f.). “*Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. Org.co*”. Recuperado el 03 de febrero de 2024, de: <http://www.scielo.org.co/pdf/teclo/n26/n26a05.pdf>
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Isaza Cuervo, F. (2015). “*Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 14(27), 111–130*”. Recuperado el 02 de febrero del 2024, de: EBSCO HOST.
- Inversiones en Bolsa. (s.f.). “*Fama y el Modelo Francés de tres Factores*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://inversionesenbolsa.online/fama-y-el-modelo-frances-de-tres-factores/>
- James Forjan (30 de septiembre del 2021). “*Shortfall risk, safety-first ratio and selection of an optimal portfolio using Roy’s safety-first criterion. AnalystPrep | CFA® Exam Study Notes*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/quantitative-methods/shortfall-risk-safety-first-criterion-example/>
- Jason Brownlee. (12 de octubre del 2021). “*A Gentle Introduction to the BFGS Optimization Algorithm*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://machinelearningmastery.com/bfgs-optimization-in-python/>
- Jason Gordon. (17 de abril del 2022). “*Martingale System - Explained*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://thebusinessprofessor.com/en\\_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition](https://thebusinessprofessor.com/en_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition)
- Kenton, W. (7 de julio del 2020). “*Sortino Ratio: Definition, Formula, Calculation, and example. Investopedia*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/s/sortinoratio.asp>
- Khan Academy. (s.f.). “*Introducción a los multiplicadores de Lagrange*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: <https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/applications-of-multivariable-derivatives/constrained-optimization/a/lagrange-multipliers-single-constraint>
- Michael Corral. (s.f.). “*2.7: Optimización Constreñida - Multiplicadores Lagrange*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024,

de: [https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Libro%3A\\_Calculo\\_vectorial\\_\(Corral\)/02%3A\\_Funciones\\_de\\_varias\\_variables/2.07%3A\\_Optimizaci%C3%B3n\\_Constre%C3%B1ida\\_-\\_Multiplicadores\\_Lagrange](https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Libro%3A_Calculo_vectorial_(Corral)/02%3A_Funciones_de_varias_variables/2.07%3A_Optimizaci%C3%B3n_Constre%C3%B1ida_-_Multiplicadores_Lagrange)

- Obeidat, S., & Shapiro, D. (2018). “*Adaptive portfolio asset allocation optimization with Deep learning.*” Recuperado el 02 de febrero del 2023, de: [https://personales.upv.es/thinkmind/dl/journals/intsys/intsys\\_v11\\_n12\\_2018/intsys\\_v11\\_n12\\_2018\\_3.pdf](https://personales.upv.es/thinkmind/dl/journals/intsys/intsys_v11_n12_2018/intsys_v11_n12_2018_3.pdf)
- Omega Ratio - Breaking down finance. (29 de diciembre del 2022). “*Breaking Down Finance*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://breakingdownfinance.com/finance-topics/performance-measurement/omega-ratio/>
- PyOptSparse. (2022). “*SLSQP*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://mdolab-pyoptsparse.readthedocs-hosted.com/en/latest/optimizers/SLSQP.html>
- Rubenfcasal. GitHub. (s.f.). “*7.3 Optimización Monte Carlo*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: <https://rubenfcasal.github.io/simbook/opt-MC.html>
- SciPy Manual. (2024). “*Optimization (scipy.optimize)*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/optimize.html#broyden-fletcher-goldfarb-shanno-algorithm-method-bfgs>
- Tamplin, T. (12 de julio del 2023). “*Minimum-Variance portfolio | Meaning, construction, applications. Finance Strategists*”. Recuperado el 01 de febrero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/investment-management/minimum-variance-portfolio/>
- Tamplin, T. (5 de julio del 2023). “*Omega Ratio | Definition, Components, Advantages & Limitations. Finance Strategists*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/financial-ratios/omega-ratio/>
- Team, C. (11 de diciembre del 2023). “*Sortino ratio. Corporate Finance Institute*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/sortino-ratio-2/>
- Team, C. (22 de marzo del 2023). “*Roy’s safety-first criterion. Corporate Finance Institute*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/roys-safety-first-criterion/>
- Técnicas de construcción de carteras. (s.f.). “*Slide Share*”. Recuperado el 03 de febrero de 2024, de: <https://es.slideshare.net/FernandoRuizCAIA/tecnicas-de-construccin-de-carteras>
- Tutorialespoint. (2024). “*SciPy - Optimize*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy\\_optimize.htm](https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy_optimize.htm)
- Zhou, X. (15 de enero del 2023). “*Ratio Omega. Rankia*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.rankia.com/diccionario/fondos-inversion/ratio-omega>
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Isaza Cuervo, F. (2015). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 14(27), 111–130.

- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (s/f). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. Org.co. Recuperado el 3 de febrero de 2024, de <http://www.scielo.org.co/pdf/teclo/n26/n26a05.pdf>
- Técnicas de construcción de carteras. (s/f). SlideShare. Recuperado el 3 de febrero de 2024, de <https://es.slideshare.net/FernandoRuizCAIA/tecnicas-de-construccion-de-carteras>