Distribución discreta uniforme: La función densidad probabilidad para una distribución uniforme está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{N} & \text{si} \quad x = 1, 2, ..., N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Distribución binomial: Una variable aleatoria X tiene una distribución binomial de parámetros n y p, si su función de densidad está dada por:

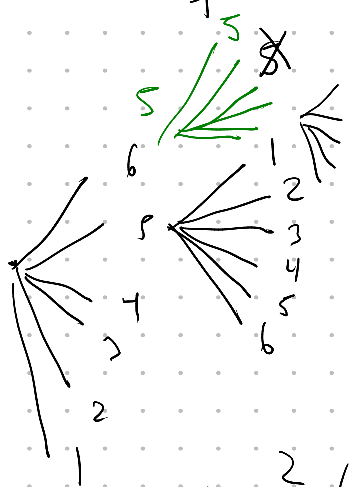
$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{\overset{n}{\cancel{X}}-x} & \text{si} \quad x = 1, 2, ..., N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ejemplo Se lanza un dado corriente cinco veces consecutivas sea X la variable aleatoria que denota el número de veces que se obtiene el número 5 como resultado. Hallar la función de densidad de X.

$$\Omega = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \; ; \; x_i \in \{1, ..., 6\} \}$$

$$\tilde{\Omega} = \{ (0), (1), (2), (3), (4), (5) \}$$

$X : \Omega \to \tilde{\Omega}$ $\qquad$ $X :=$ "Numero de veces que se obtiene 5"



$$P(0) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$P(1) = \binom{5}{1} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

P(de no obte) 5/6

[1 2 3 4 5 6]

P(de 5) = 1/6

$$P(2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$p(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{6}\right)^{x} \left(\frac{5}{6}\right)^{1-x}$$

$n = 5 \quad p = \frac{1}{6}$

$$p(x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

Distribución de Poisson: Una variable aleatoria X tiene una distribución de Poisson de parametro $\lambda > 0$, si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!} & \text{si} \quad x = 0, 1, 2, ..., N \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

.

Ejemplo:

Los accidentes de tránsito son eventos con poca probabilidad, por lo tanto pueden ser descritos mediante una distribución de Poisson. Si un 3% de los accidentes de tránsito en cierta carretera son fatales. Calcule la probabilidad de que 4 de 200 accidentes ocurridos, en promedio, en un año, en esta carretera sean fatales. Compare este resultado con el que se puede obtener usando el modelo $P(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, donde k es el número de veces que ocurre el evento y λ la cantidad de veces que se espera ocurra el evento.

tiempo = 1 año 3% son fatales

= 200 accidentes → 6 accientes fatales

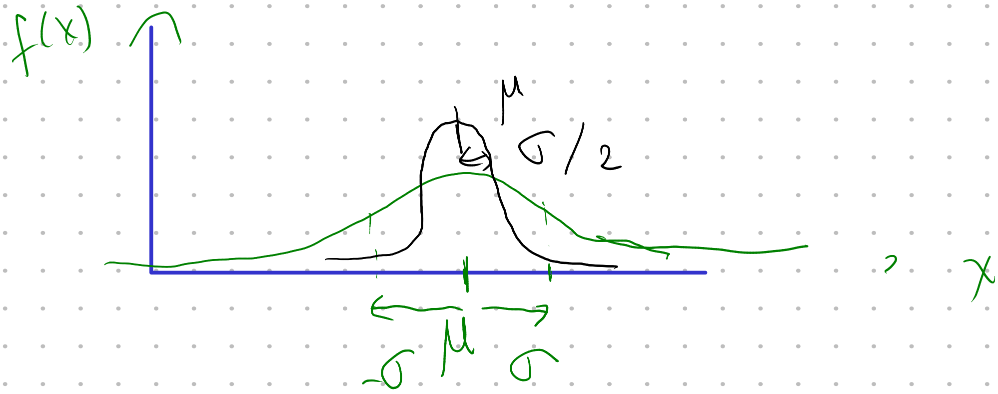
$200\left(\frac{3}{100}\right) = 6$

$\lambda = 6$ # numero de eventos en cierto tiempo.

$P(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ $x = 4$, $\lambda = 6$ $P(4, 6) = \frac{e^{-6}\, 6^4}{4!}$

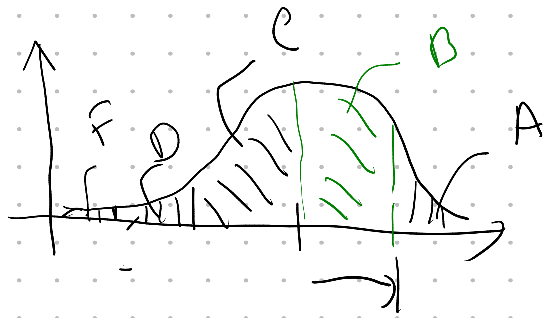
Distribución normal: Una variable aleatoria X tiene una distribución normal de parametros μ y σ, si su función de densidad está dado por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$



4,5< 4.0< 3.5< 3.0< 0

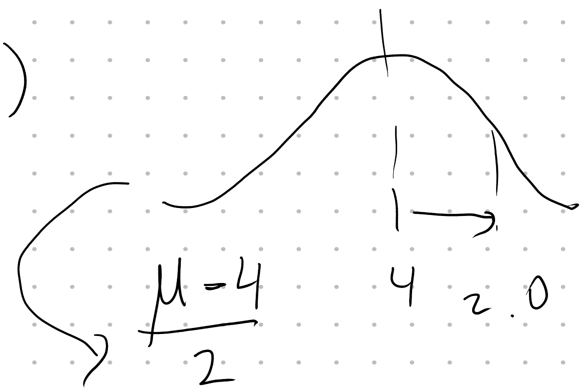
A, B, C, D, F



Para sacar A

$P(X \geq \mu + \sigma)$

$N(4.0, 2.0) \rightarrow N(\mu, \sigma)$



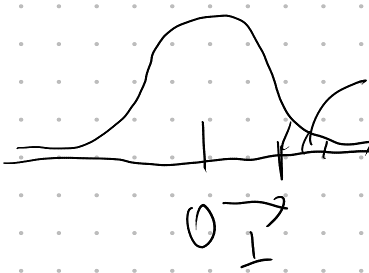
La praión de ref

$N(0, 1)$

$P(X \geq \mu + \sigma)$

$P(X - \mu \geq \sigma)$

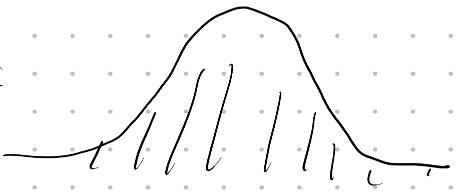
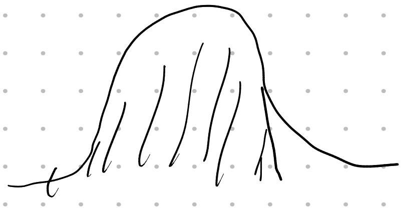
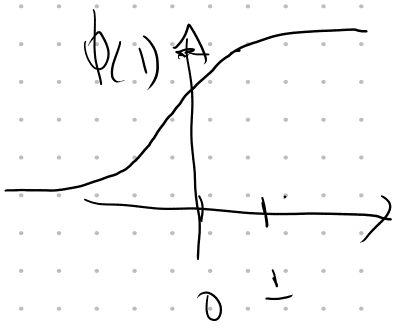
$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq 1\right) \rightarrow P(Y \geq 1) \rightarrow N(0, 1)$



$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq 1\right)$

$f(0,1)$ Normal

$\phi(0,1)$ Cumulativa

$=$  $-$  

$1 - \phi(1)$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq 1\right) = 1 - \phi(1) \quad N(0,1)$$

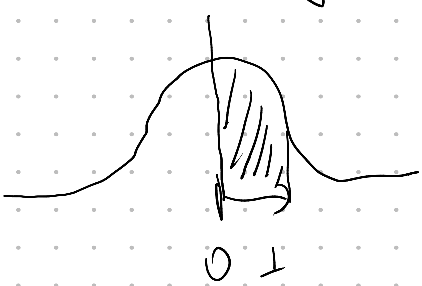
$$= 0.1587 \quad \approx 16\% \text{ A}$$

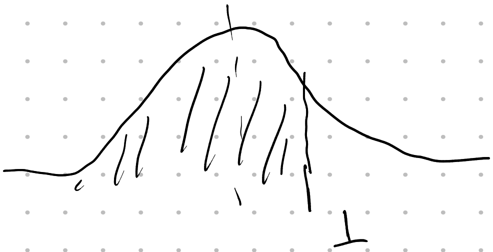
Para sacar B,

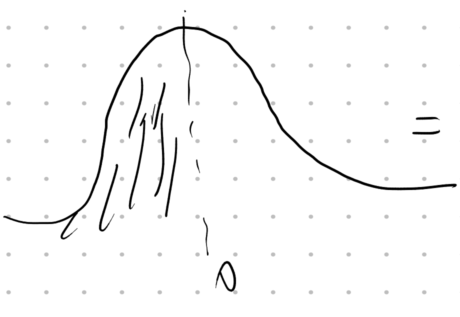
$$P(\mu+\sigma \geq X \geq \mu)$$

$$P(\sigma \geq X-\mu \geq 0)$$

$$P\left(1 \geq \frac{X-\mu}{\sigma} \geq 0\right) \qquad N(0,1)$$

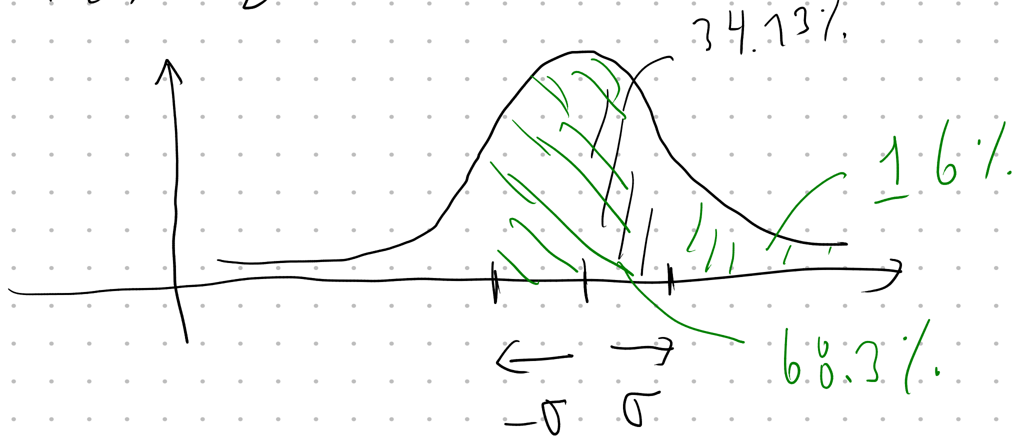


$=$ 

$-$ 

$= \Phi(1) - \Phi(0)$

$$= \phi(1) - \frac{1}{2} = 0.3413 \Rightarrow 34.13\%$$ Sacó B



Teorema del limite central: La media aritmética o suma de variables (i.i.d) aleatorias independientes y igualmente distribuidas es aproximadamente una distribución normal.

T.F.A:

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

$$f(x) = C(x - r_0)(x - r_1) \cdots (x - r_n) \qquad r_n \in \mathbb{C}$$

T.F.C

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{df(t)}{dt}\, dt$$

Ejemplo: Lanzamiento de una moneda, 0 o 1

1. Lance 100 veces una moneda cuya cara tiene un valor de 0 (cero) y cuyo sello tiene un valor de 1 (uno).
2. Sume la cantidad de ceros y unos en esos 100 lanzamientos.
3. Guarde el resultado de esa suma.
4. Repita los 100 lanzamientos 200 veces de modo que al final tenga 200 sumas diferentes.
5. Imprima en la terminal el valor promedio de los 200 resultados obtenidos.

La edad promedio de los colombianos $\qquad f(x)$

63, 24, ... , 17,