Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ingeniería
Depto. de Ingeniería Informática

Análisis de Datos
Capítulo VIII
"Análisis de Series Temporales"
parte a

Profesor: Dr. Max Chacón.

Objetivos

- Características de las señales temporales
- Complejidad de señales
- Teorema de Takens

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

➢Conceptos Básicos

Señal: variación de una cantidad mensurable que posee información relativa a un sistema o su entorno.

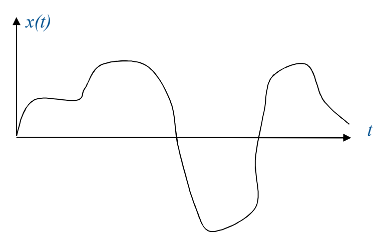
Se caracteriza por usar como parámetro el tiempo pero es una representación del desarrollo dinámico de un fenómeno o sistema.

La señal puede tener varias representaciones, la cuales entregan en diferentes formas la información del fenómeno contenido en la señal.

La representación mas común es en el tiempo:

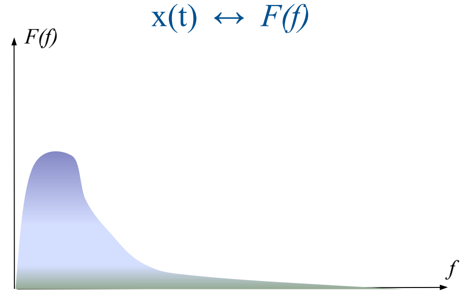
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Su representación en **t**:

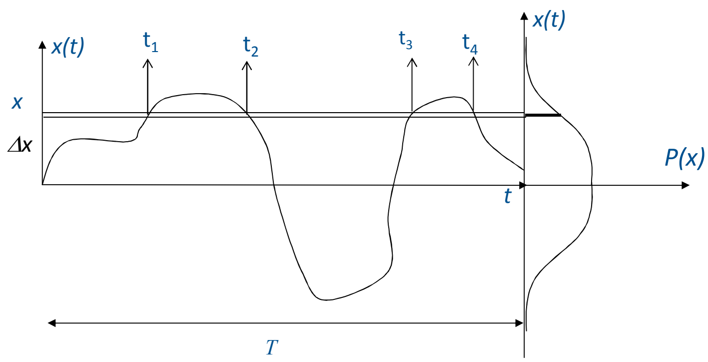


Una trasformación a la frecuencia: $F(f) = \mathscr{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$

$x(t) \leftrightarrow F(f)$



Su representación en la probabilidad:



Representada por su función densidad de probabilidad

Definición de Complejidad

Sistema complejo posee varias características de difícil tratamiento matemático.

- Multivariante

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = f(x, y, z)$$

- No-lineal

$$z^2 y^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial y} + x^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} = f(x, y, z)$$

- Variante en el tiempo

$$z(t)^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + t^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial y} + x^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = g(x, y, z, t)$$

- Estocástica

$$\phi(x, y, z, t) \rightarrow \wp(\mu, \sigma)$$

Complejidad

Definición fenomenologica de un modelo complejo, que requiere conocer $g(x,y,z,t)$ y todas las leyes fenomenologicas para generar la ecuación de $\phi(x,y,z,t)$.

En la realidad es muy difícil obtener estas funciones o sus leyes, para sistemas complejos.

En algunos casos se tiene acceso a proyecciones del fenómeno, sobre una dimensión.

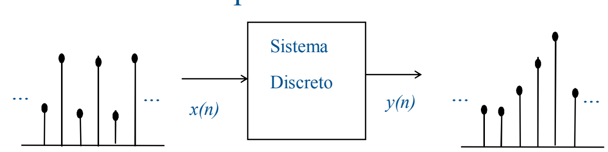
Sistemas discretos

Def: Dispositivo o algoritmo que desarrolla alguna operación sobre señales discretas

- Conjunto de operaciones aplicadas a una entrada *x(n)* (excitación) que produce una salida *y(n)* (respuesta)

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{n}) = \mathcal{T}[\boldsymbol{x}(\boldsymbol{n})]$$

$\mathcal{T}$: Transformación u operador



La descripción del sistema consiste en una expresión matemática o regla que representa la relación *entrada-salida*

Sistemas Discretos Lineales Invariantes (SDLI)

- Para analizar un sistema en el tiempo existen dos métodos
- Resolver directamente la ecuación de diferencias o
- Analizar el comportamiento del sistema para una entrada dada
- Un SDLI se caracteriza por la ecuación (ARMA)

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

$$Auto-regressive\phi\ -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) \ \ Moving\ Average\ \phi\ \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

con a_k y b_k parámetros constantes

Teorema de Takens

Una de estas proyecciones la constituye la señal de un fenómeno.

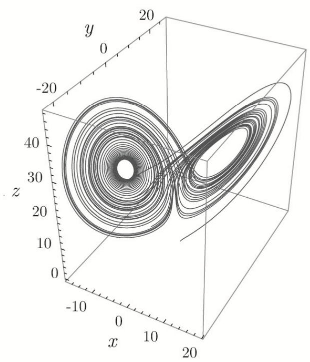
Pero las señales se desarrollan en una sola dimensión.

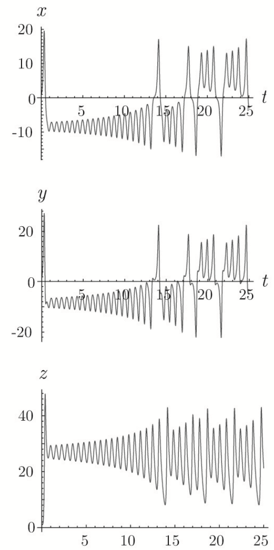
En 1980 ***Takens*** mostro que señal producida por un sistema dinámico multidimensional, puede ser representado por un conjunto de señales en el tiempo, que se despenden de la propia señal original.

Teorema de Takens

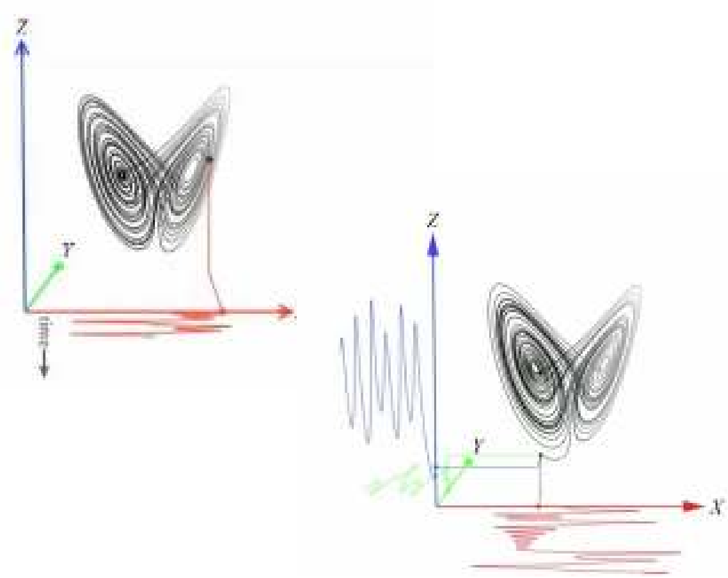
Teorema de Takens: Atractor caótico de Lorenz

$$
\begin{aligned}
dx/dt &= 10(y - x),\\
dy/dt &= 28\,x - y - x\,z,\\
dz/dt &= -(8/3)\,z + x\,y,\\
x(0) &= y(0) = z(0) = 1.
\end{aligned}
$$



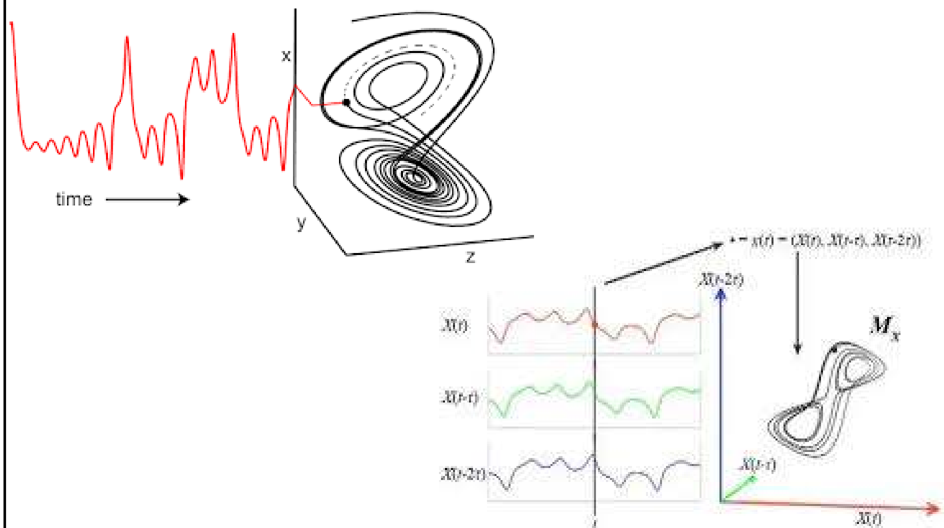


Teorema de Takens



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

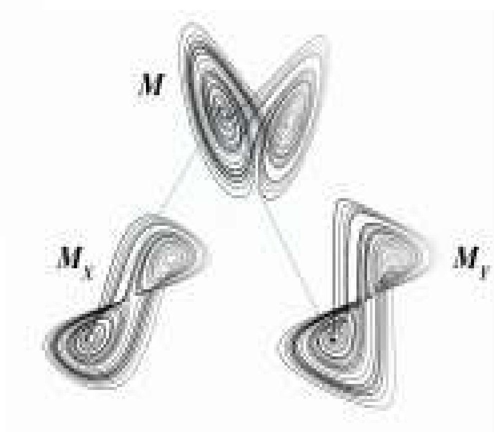
Teorema de Takens



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Teorema de Takens

Difeomorfismo



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Teorema de Takens

Significa que las señales *x(t); x(t-τ)*; *x(t-2τ)* … o más.

O Las señales *y(t)*; *y(t-τ)*; *y(t-2τ)* … o más.

Mantienen las propiedades matemáticas de las funciones originales *x(t); y(t); z(t)*.

Reconstruyendo matemáticamente todas las propiedades dinámicas del sistema original, sin ruido.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Teorema de Takens

Con una señal en *t*, intentaremos representar el fenómeno, por el teorema de Takens es posible probar que es posible realizar predicción de la señal, en tiempos futuros.

El problema que se desea resolver ahora es determinar la complejidad de esta señal sin conocer todas las propiedades fenomenológicas de la señal, a pesar que esta señal esté contaminada con ruido.

Proceso estocástico.

https://youtu.be/6i57udsPKms