D1EAD – Análise Estatística para Ciência de Dados 2021.1

Testes de Hipóteses

Prof. Ricardo Sovat

sovat@ifsp.edu.br

Prof. Samuel Martins (Samuka)

samuel.martins@ifsp.edu.br

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
São Paulo
Campus Campinas

Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

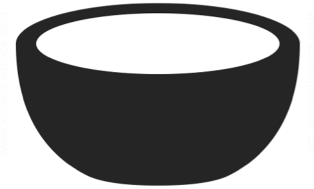
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



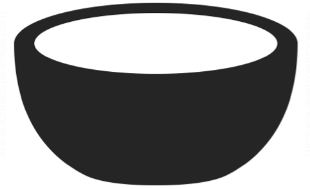
Assuma ser totalmente aleatório

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc5omTuR6nyVg

Quem será o motorista da rodada?

1ª noite 

Sabrina | Samuelfo

Assuma ser totalmente aleatório


Valente | Sovatop

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc5omTuR6nyVg

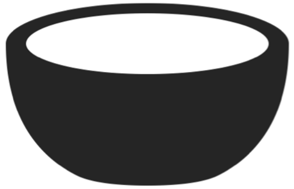
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

1ª noite

2ª noite

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

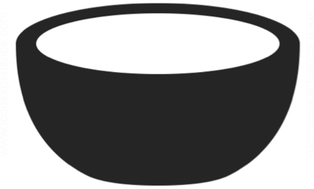
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

1ª noite

2ª noite

3ª noite

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

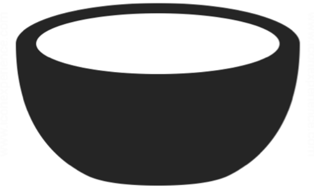
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

1ª noite

2ª noite

3ª noite

4ª noite

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

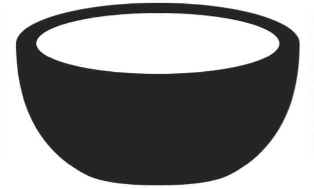
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

P(não ser o Sovatop)

1ª noite

2ª noite

3ª noite

4ª noite

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc5omTuR6nyVg

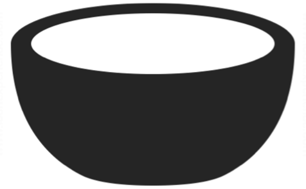
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

		P(não ser o Sovatop)
1ª noite		$3/4 = 0.75$
2ª noite		$3/4 * 3/4 = 0.56$
3ª noite		$(3/4)^3 = 0.42$
4ª noite		$(3/4)^4 = 0.31$

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc5omTuR6nyVg

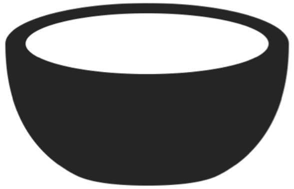
Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

P(não ser o Sovatop)

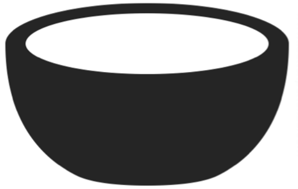
1ª noite		$3/4 = 0.75$
2ª noite		$3/4 * 3/4 = 0.56$
3ª noite		$(3/4)^3 = 0.42$
4ª noite		$(3/4)^4 = 0.31$
⋮		
12ª noite		$(3/4)^{12} = 0.03$

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

Quem será o motorista da rodada?

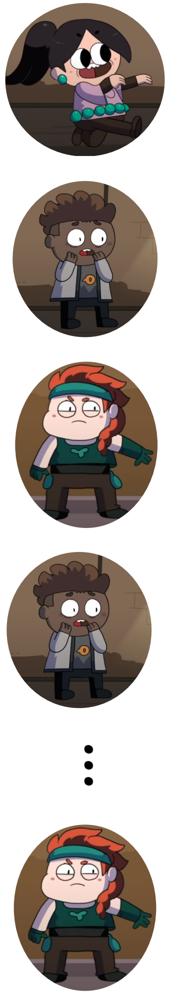
Sabrina Samuelfo

Valente Sovatop



Assuma ser totalmente aleatório

P(não ser o Sovatop)



1ª noite	$3/4 = 0.75$
2ª noite	$3/4 * 3/4 = 0.56$
3ª noite	$(3/4)^3 = 0.42$
4ª noite	$(3/4)^4 = 0.31$
⋮	
12ª noite	$(3/4)^{12} = \boxed{0.03}$

Considerando uma
"tolerância máxima" de **0.05**

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop

Assuma ~~q[illegible] totalmen[illegible] aleatório~~

P(não ser o Sovatop)

1ª noite  $3/4 = 0.75$

2ª noite  $3/4 * 3/4 = 0.56$

3ª noite  $(3/4)^3 = 0.42$

4ª noite  $(3/4)^4 = 0.31$

⋮

12ª noite  $(3/4)^{12} = \boxed{0.03}$

Rejeitamos essa premissa (**hipótese *nula***) e
Aceitamos uma **hipótese alternativa**: a urna **não** é justa

Considerando uma
"tolerância máxima" de **0.05**

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

Quem será o motorista da rodada?

Sabrina

Samuelfo

Valente

Sovatop

Assuma totalmen aleatório

Rejeitamos essa premissa (**hipótese *nula***) e
Aceitamos uma **hipótese alternativa**: a urna **não** é justa

nível de significância

Considerando uma
“tolerância máxima” de **0.05**

P(não ser o Sovatop)

1ª noite  $3/4 = 0.75$

2ª noite  $3/4 * 3/4 = 0.56$

3ª noite  $(3/4)^3 = 0.42$

4ª noite  $(3/4)^4 = 0.31$

⋮

12ª noite  $(3/4)^{12} = \boxed{0.03}$ **p-value**

https://www.youtube.com/watch?v=YYMiYvmqehU&list=RDCMUCkbqlN3ZPQKc50mTuR6nyVg

Problema: Controle de qualidade

Uma fábrica produtos **refrigerantes em latas de 350 ml.** De vez em quando, há falhas no processo de envazamento o que resulta em latas com menos ou mais refrigerante do que o prometido.

Quando o volume médio ultrapassa os 350ml, a fábrica obtém prejuízos na produção.

Por outro lado, quando o volume médio fica abaixo de 350 ml, a fábrica pode ter problemas com fiscalização.

A fim de monitorar e garantir a qualidade de sua produção, a empresa frequentemente obtém amostras de **50 latas** para inspeção.

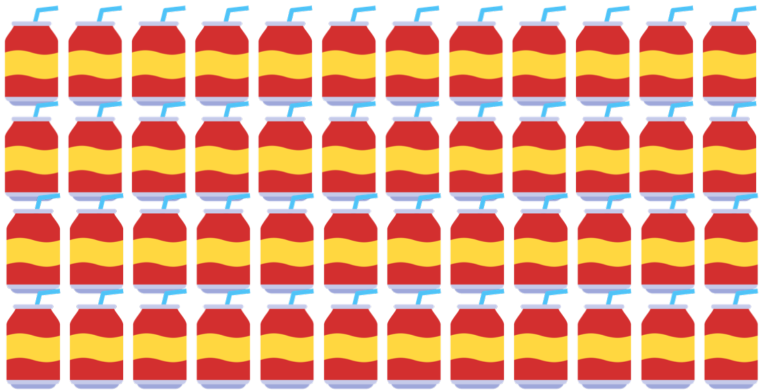
O departamento de controle de qualidade realiiza então um **teste de hipótese** para avaliar se o maquinário está com defeito, assumindo **um nível de significância de 5%.**

Ao analisar um dada amostra, a equipe de qualiidade observou um **volume médio** de **352.56 ml** com **desvio padrão** de **5.64 ml**.

É possível **rejeitar a hipótese** de que o **volume médio da produção** é de 350ml?

Ou seja, e possivel afirmar que o maquinário está com defeito?

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

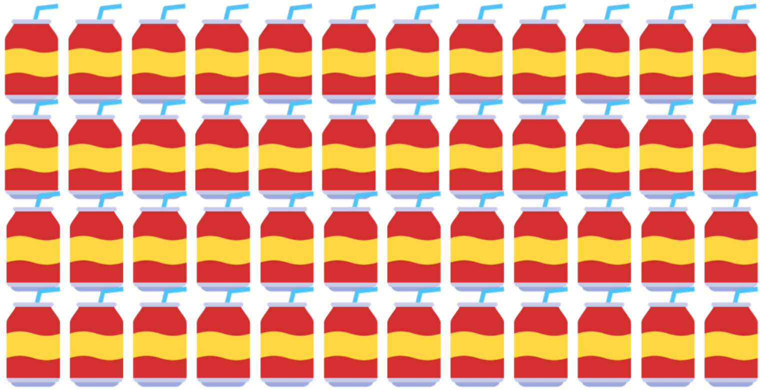
desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

Como temos um **erro padrão** ao fazer a **amostragem**, a **média amostral** dificilmente será igual à **média populacional**.

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

Hipótese (no contexto de testes estatísticos)

Uma **ideia/premissa/afirmação** que **pode ser testada.**

É uma **explicação incerta** para um observação, fenômeno ou problema científico que **pode ser testado**.

Hipótese (no contexto de testes estatísticos)

Uma **ideia/premissa/afirmação** que **pode ser testada.**

É uma **explicação incerta** para um observação, fenômeno ou problema científico que **pode ser testado**.

abstrato

↑

O preço da banana em SP **está muito caro**.

Não dá para comparar

O que é muito caro?

Hipótese (no contexto de testes estatísticos)

Uma **ideia/premissa/afirmação** que **pode ser testada.**

É uma **explicação incerta** para um observação, fenômeno ou problema científico que **pode ser testado**.

abstrato

O preço da banana em SP **está muito caro**.

Não dá para comparar
O que é muito caro?

preço > R$ 5,00/kg

O preço da banana em SP **está muito caro**.

Agora temos uma **hipótese**

Teste de Hipótese (teste de significância)

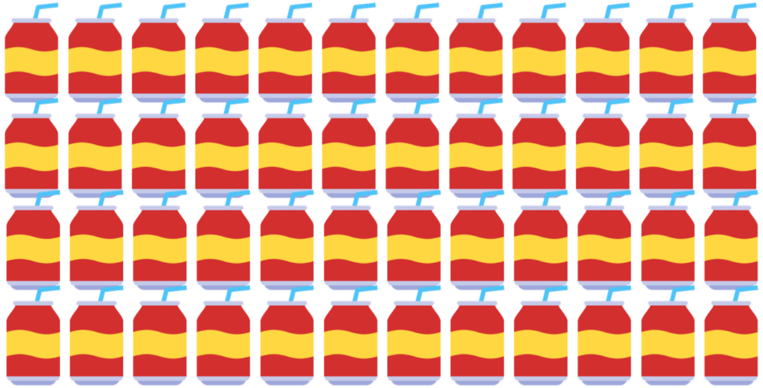
É um **método estatístico** para testar uma **hipótese** sobre um **parâmetro** de uma **população**, usando **estatísticas** medidas a partir de uma **amostra**.

Teste de Hipótese (teste de significância)

É um **método estatístico** para testar uma **hipótese** sobre um **parâmetro** de uma **população**, usando **estatísticas** medidas a partir de uma **amostra**.

Como temos um **erro padrão** ao fazer a **amostragem**, a **média amostral** dificilmente será igual à **média populacional**.

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu = 350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

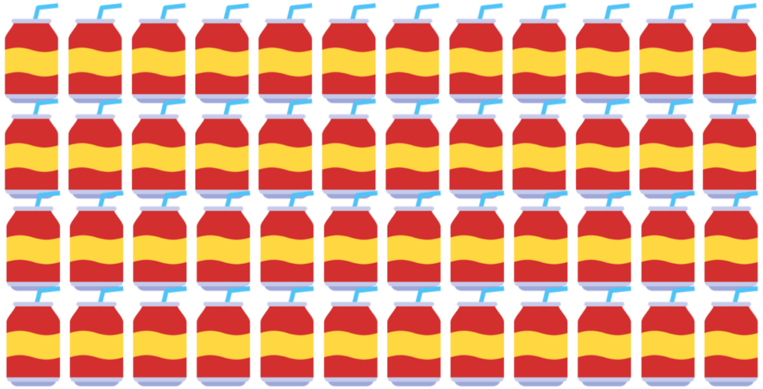
O maquinário apresentou **defeito** na produção?

Teste de Hipótese (teste de significância)

É um **método estatístico** para testar uma **hipótese** sobre um **parâmetro** de uma **população**, usando **estatísticas** medidas a partir de uma **amostra**.

Como temos um **erro padrão** ao fazer a **amostragem**, a **média amostral** dificilmente será igual à **média populacional**.

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu = 350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**

Passos de um Teste de Hipótese

1. **Formular as Hipóteses**
2. **Escolher o Teste e Critérios adequados**
3. **Executar o Teste**
4. **Tomar uma Decisão**

Passos de um Teste de Hipótese

1

Formular as Hipóteses

2

Escolher o Teste e Critérios adequados

3

Executar o Teste

4

Tomar uma Decisão

Hipótese Nula (H_0)

- Premissa assumida como a **verdade**.
- Assume que **não há diferença** **significativa** entre uma **estatística amostral** e seu **parâmetro populacional**.
- Representada matematcamente por ‘=’ ou ‘≥’ ou ‘≤’.

Exemplos:

H_0: Inocente *(até que se prove o contrário)*.

H_0: O volume médio dos refrigerantes é = 350 ml.

H_0: O salário médio de cientistas de dados é ≥ R$ 13000.00

H_0: A média de livros que um brasileiro lê por ano é ≤ 2

Hipótese Nula (H_0)

- Premissa assumida como a **verdade**.
- Assume que **não há diferença** **significativa** entre uma **estatística amostral** e seu **parâmetro populacional**.
- Representada matematcamente por ‘=’ ou ‘≥’ ou ‘≤’.

Exemplos:

H_0: Inocente *(até que se prove o contrário)*.

H_0: O volume médio dos refrigerantes é = 350 ml.

H_0: O salário médio de cientistas de dados é ≥ R$ 13000.00

H_0: A média de livros que um brasileiro lê por ano é ≤ 2

Hipótese Alternativa (H_1 ou H_a)

- Premissa que diretamente **contradiz** a **hipótese nula**.
- **O que queremos provar.**
- Se **rejeitarmos** a H_0, então **aceitamos** a H_a.
- Representada matematcamente por ‘≠’ ou ‘<’ ou ‘>’.

- **Exemplos:**

H_a: Culpado.

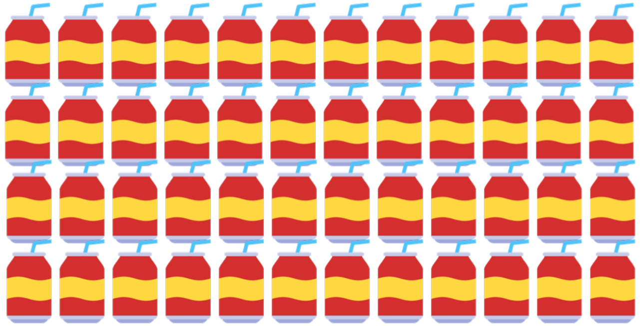
H_a: O volume médio dos refrigerantes é ≠ 350 ml.

H_a: O salário médio de cientistas de dados é < R$ 13000.00

H_a: A média de livros que um brasileiro lê por ano é > 2

H_a: O volume médio dos refrigerantes é < 350 ml.

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

$\mathrm{H_0}$: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

$\mathrm{H_a}$: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Teste de Hipótese (teste de significância)

Assumindo que uma **ideia é verdadeira** (**hipótese nula**), testamos se há **evidências significativas** para **rejeitá-la** (contradizê-la) a partir de uma **amostra** analisada.

Um resultado é dito **estatisticamente significante** se **é improvavel** que ele tenha **acontecido ao acaso**.

Teste de Hipótese (teste de significância)

Assumindo que uma **ideia é verdadeira** (**hipótese nula**), testamos se há **evidências significativas** para **rejeitá-la** (contradizê-la) a partir de uma **amostra** analisada.

Um resultado é dito **estatisticamente significante** se **é improvavel** que ele tenha **acontecido ao acaso**.

Resultados de um Teste de Hipóteses

- **Rejeitar** a **hipótese nula H_0** (aceitando a **hipótese alternativa**);
- **Falha** ao rejeitar a **hipótese nula H_0**

Há **evidências significativas** que **H_0** é **falso.**

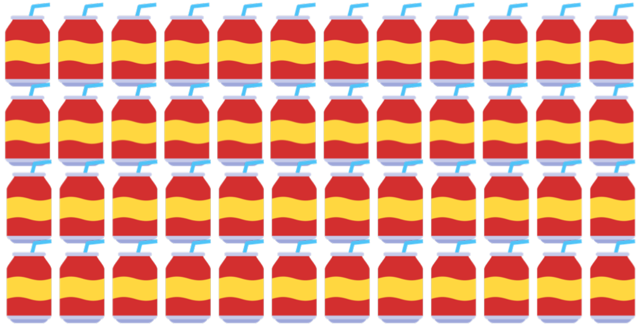
Não estamos provando que **H_a** é verdade, mas aceitando-o como verdadeiro ao contradizer **H_0**

Não há **evidências significativas** que **H_0** é **falso** a partir da **amostra** que temos.

Não provamos que ele é verdadeiro, apenas **continuamos assumindo** que ele é.

Teste de Hipótese (teste de significância)

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu = 350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

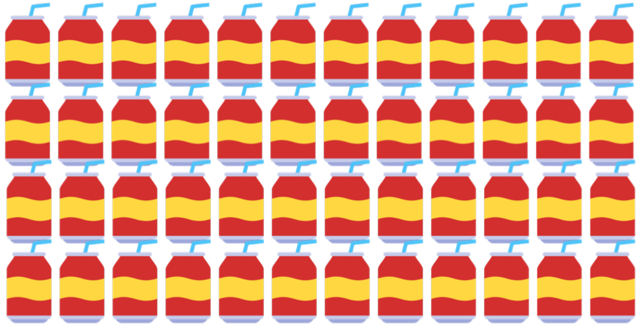
O teste checará se há **evidências significativas** que o **volume médio do lote (população)** não é 350ml, ou seja, que H_0 é considerado **falso.**

$$H_0: \mu = 350\text{ml}$$

$$H_a: \mu \neq 350\text{ml}$$

Teste de Hipótese (teste de significância)

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

O maquinário apresentou **defeito** na produção?

O teste checará se há **evidências significativas** que o **volume médio do lote (população)** não é 350ml, ou seja, que H_0 é considerado **falso.**

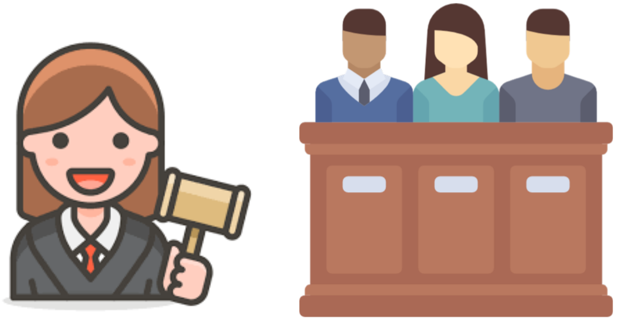
$$H_0: \mu = 350\text{ml}$$

$$H_a: \mu \neq 350\text{ml}$$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

Se sim, **rejeitar H_0**.

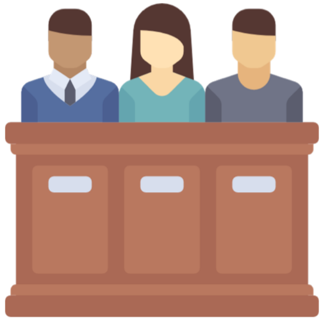
Inocente até que se prove o contrário



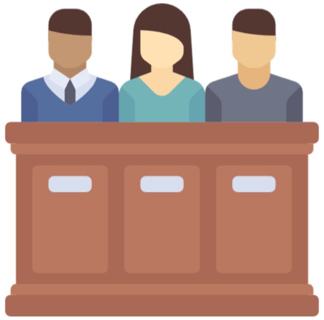
Inocente até que se prove o contrário

A corte **não decide** se o réu é ***inocente***.

Ela parte da premissa que **ele é inocente (hipótese nula)**.



Inocente até que se prove o contrário



A corte **não decide** se o réu é ***inocente***.

Ela parte da premissa que **ele é inocente (hipótese nula)**.

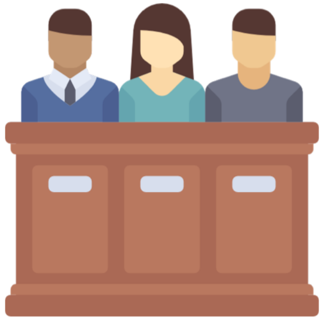
Ela analisa se há **evidências significativas** que **rejeitem** essa premissa.

Se houver, o réu é considerado **culpado (hipótese alternativa).**

Inocente até que se prove o contrário

A corte **não decide** se o réu é ***inocente***.

Ela parte da premissa que **ele é inocente (hipótese nula)**.



Ela analisa se há **evidências significativas** que **rejeitem** essa premissa.

Se houver, o réu é considerado **culpado (hipótese alternativa).**

H_0: Inocente

H_a: Culpado

Passos de um Teste de Hipótese

1

Formular as Hipóteses

2

Escolher o Teste e Critérios adequados

3

Executar o Teste

4

Tomar uma Decisão

Tipos de Testes de Hipóteses

Paramétricos

Assumem determinadas **premissas** sobre como os **parâmetros da população se distribuem** (p. ex., normal), ou, se não, nós podemos **aproximá-los a uma distribuiçãonormal** pelo **teorema do limite central.**

Ex: Z-test, T-test, ANOVA,...

Tipos de Testes de Hipóteses

Paramétricos

Assumem determinadas **premissas** sobre como os **parâmetros da população se distribuem** (p. ex., normal), ou, se não, nós podemos **aproximá-los a uma distribuiçãonormal** pelo **teorema do limite central.**

Ex: Z-test, T-test, ANOVA,...

Não-Paramétricos

Não assumem premissas sobre como os parâmetros se distribuem (*distribution-free tests*).

Ex: Chi-squared test, Wilcoxon, Mann-Whitney, ...

Tipos de Testes de Hipóteses

Paramétricos

Assumem determinadas **premissas** sobre como os **parâmetros da população se distribuem** (p. ex., normal), ou, se não, nós podemos **aproximá-los a uma distribuiçãonormal** pelo **teorema do limite central.**

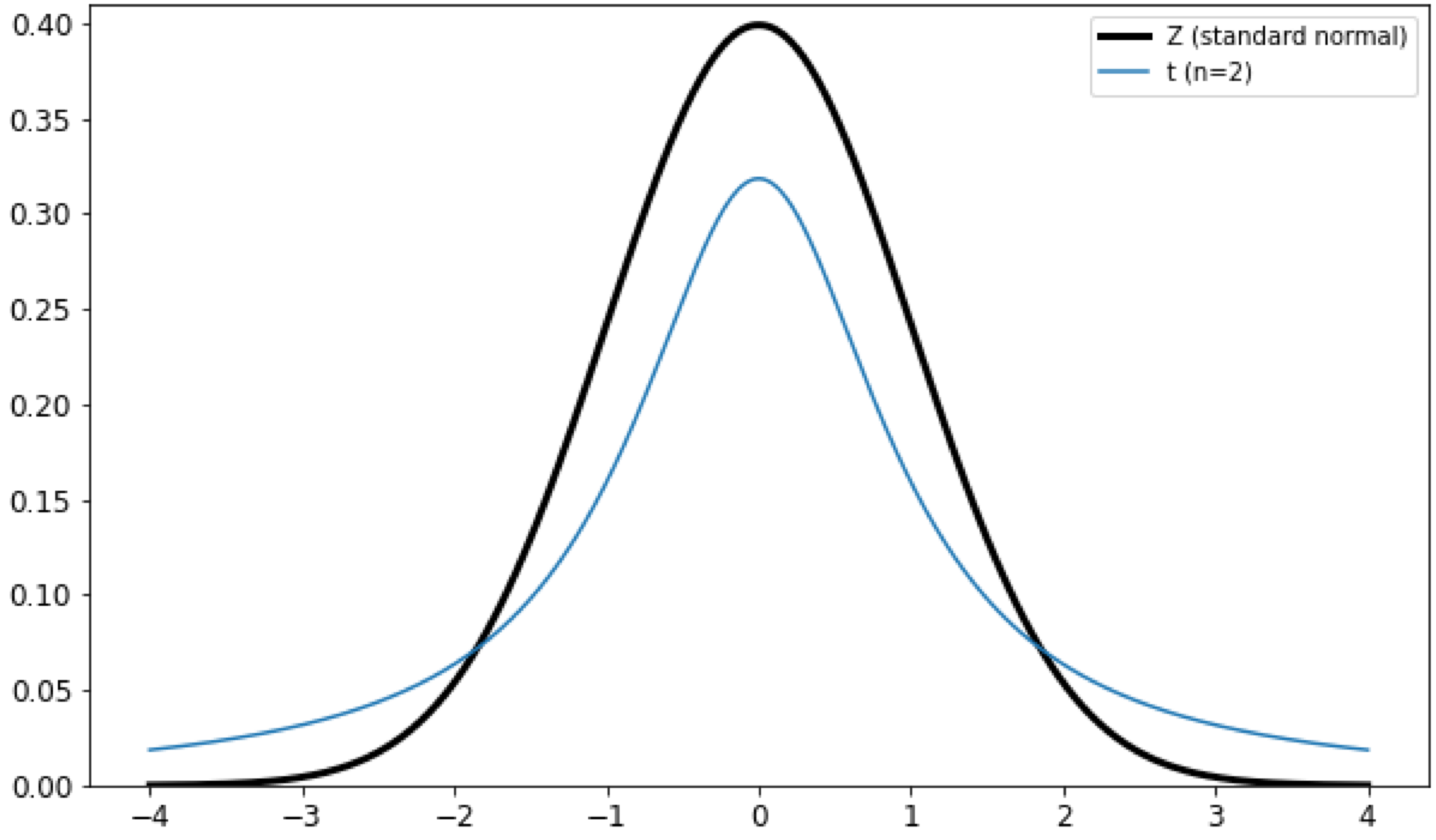
Ex: Z-test, T-test, ANOVA,...

Não-Paramétricos

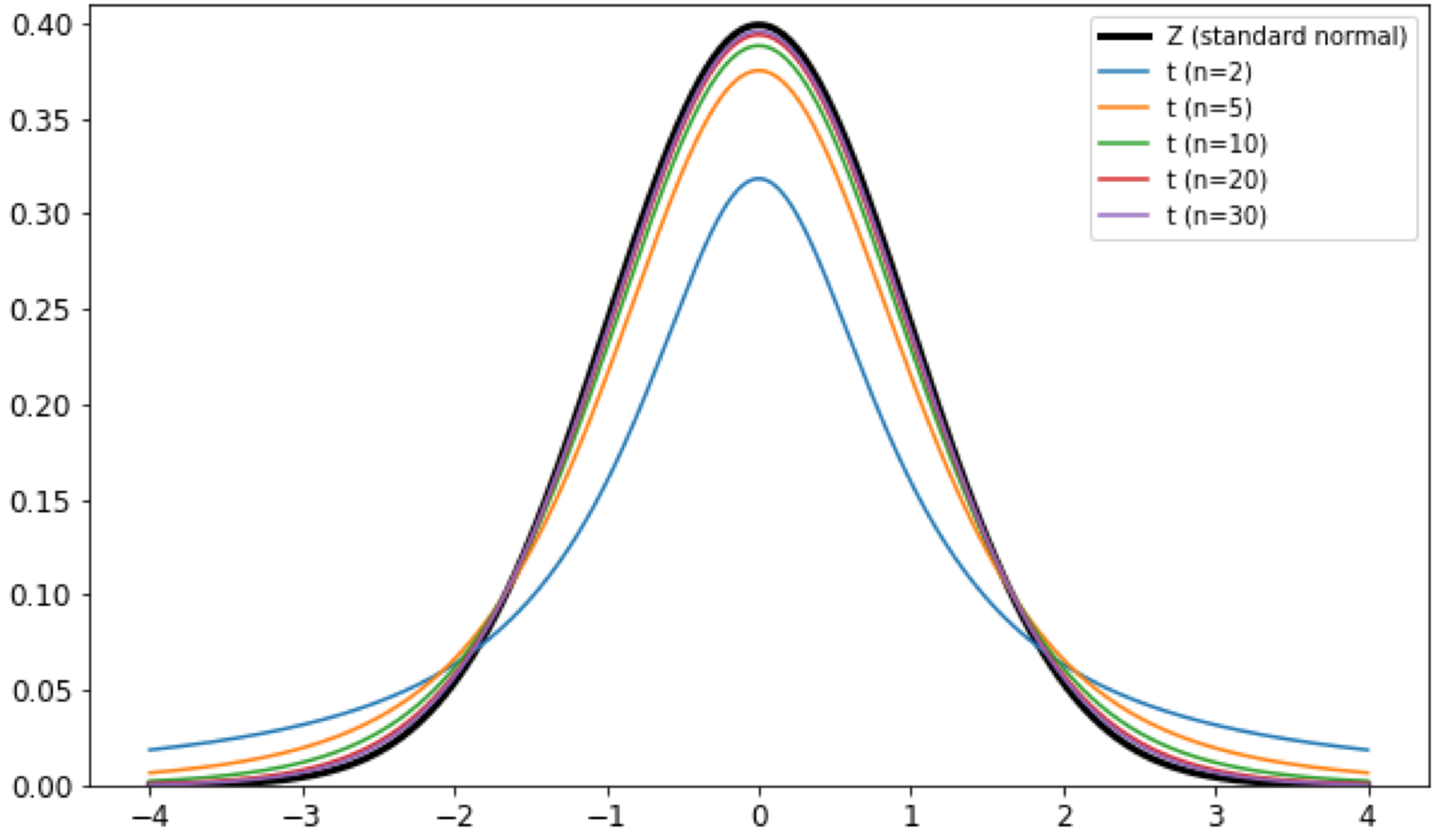
Não assumem premissas sobre como os parâmetros se distribuem (*distribution-free tests*).

Ex: Chi-squared test, Wilcoxon, Mann-Whitney, ...

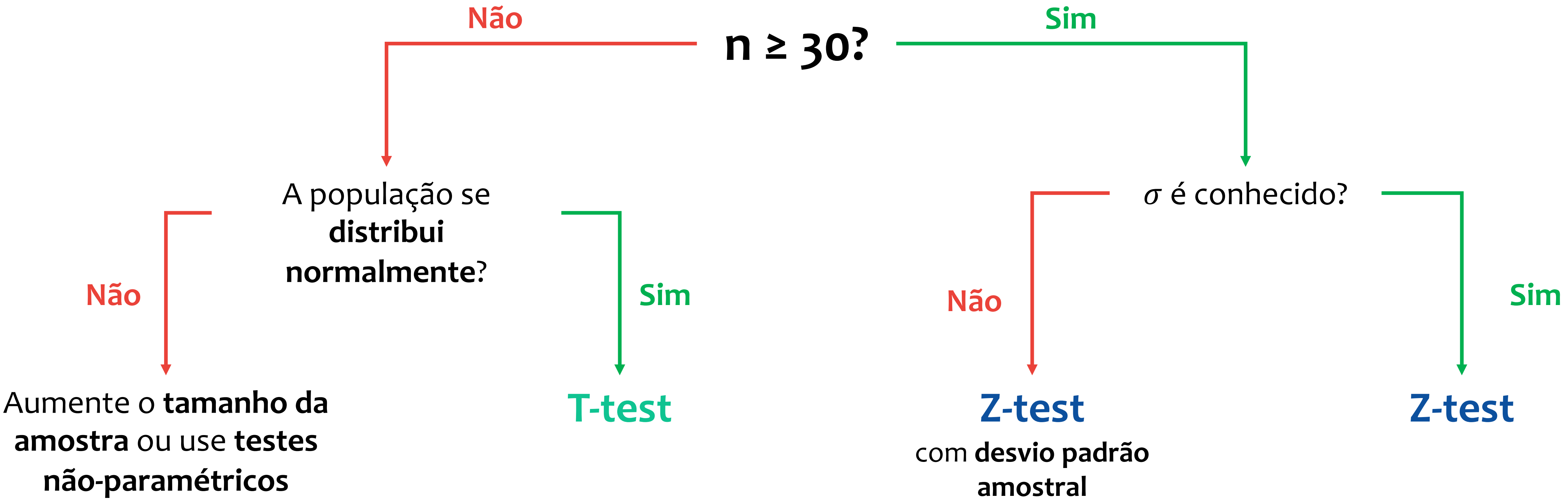
Z-Test ou T-Test



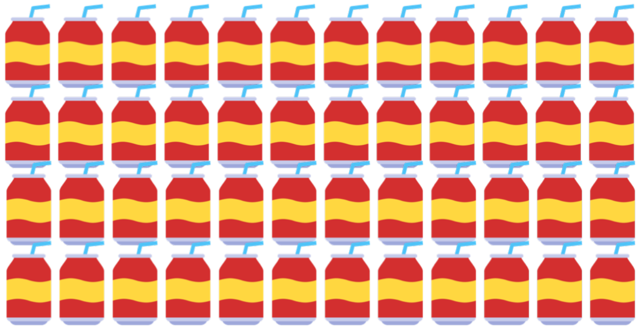
Z-Test ou T-Test



Z-Test ou T-Test



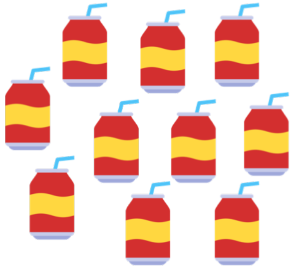
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

H_0: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

H_a: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

n ≥ 30?

Não

A população se **distribui normalmente**?

Não → Aumente o **tamanho da amostra** ou use **testes não-paramétricos**

Sim → **T-test**

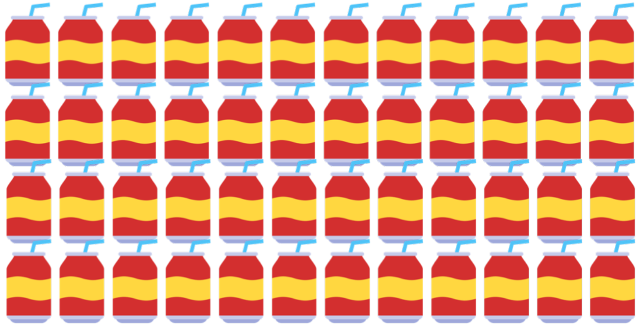
Sim

σ é conhecido?

Não → **Z-test** com **desvio padrão amostral**

Sim → **Z-test**

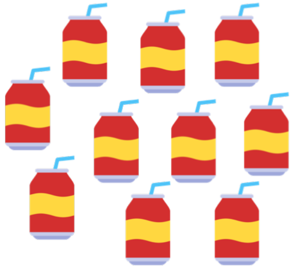
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

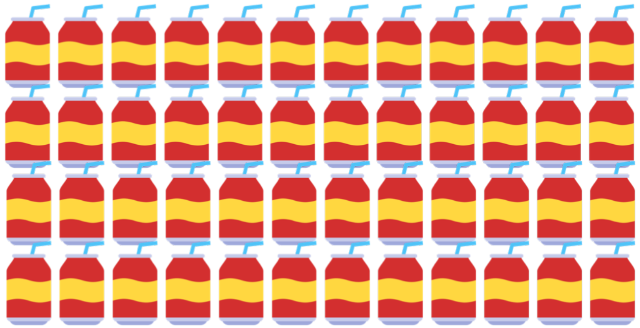
$H_0: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{350}$**ml**

$H_a: \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350}$**ml**

n ≥ 30?

- **Não** → A população se **distribui normalmente**?
  - **Não** → Aumente o **tamanho da amostra** ou use **testes não-paramétricos**
  - **Sim** → **T-test**
- **Sim** → σ é conhecido?
  - **Não** → **Z-test** com **desvio padrão amostral**
  - **Sim** → **Z-test**

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

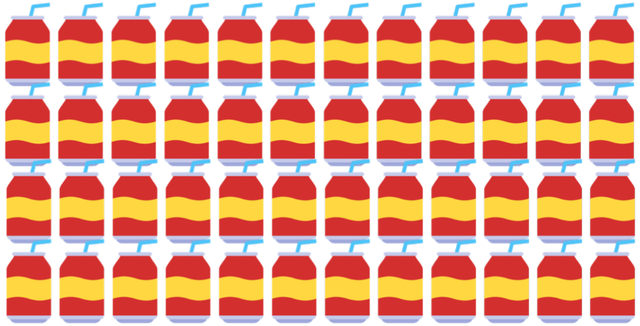
nível de significância de 5%

H_0: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

H_a: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

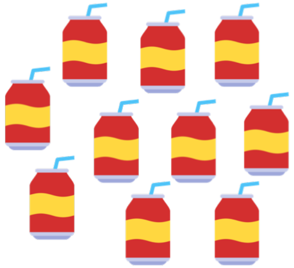
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

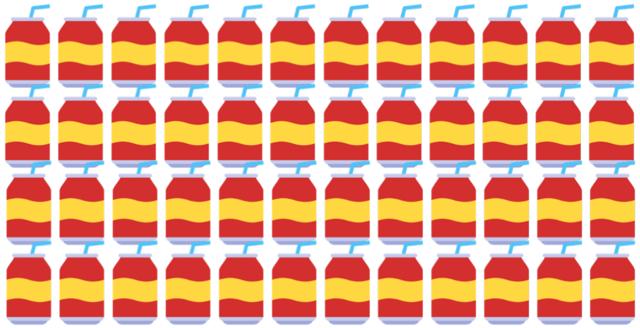
$\mathrm{H_0}$: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

$\mathrm{H_a}$: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

Se a **probabilidade disso acontecer** é **menor** do que uma **"tolerância máxima" α**, então considere **significativamente improvável** (estatisticamente significante).

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

H$_0$: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

H$_a$: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

p-value

nível de significância

Se a **probabilidade disso acontecer** é **menor** do que uma **“tolerância máxima” α**, então considere **significativamente improvável** (estatisticamente significante).

Nível de Significância (α)

- Define o **quão fortemente** a evidência/estatística amostral **deve contradizer** a **hipótese nula** para **rejeitá-la**.
- A força dessa evidência é definida pela **probabilidade** de **rejeitar** a **hipótese nula**, assumindo que ela é verdade.
- Define as regiões de aceitação e rejeição da hipótese.

- Valores comuns são: **5%, 1%, 0.5%.**

Nível de Significância (α)

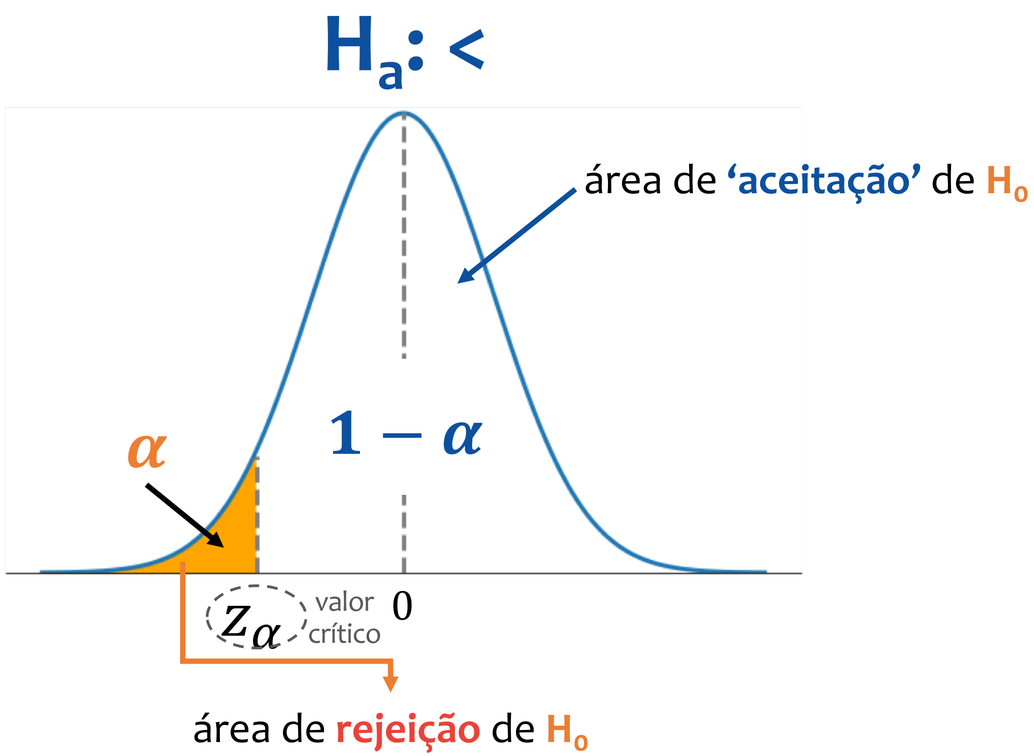
- Define o **quão fortemente** a evidência/estatística amostral **deve contradizer** a **hipótese nula** para **rejeitá-la**.
- A força dessa evidência é definida pela **probabilidade** de **rejeitar** a **hipótese nula**, assumindo que ela é verdade.
- Define as regiões de aceitação e rejeição da hipótese.

- Valores comuns são: **5%, 1%, 0.5%.**

Nível de Confiança ($1 - \alpha$)

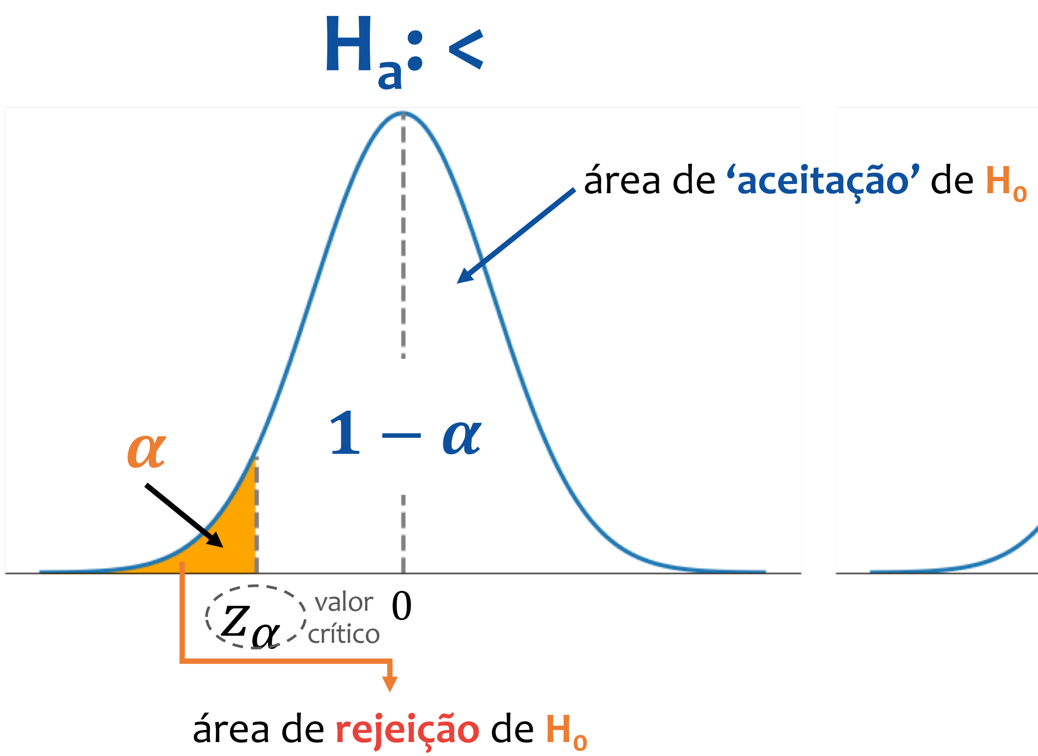
- Representa a **probabilidade de acerto** da estimativa;
- Expressa **o quão confiante** estamos com nossa decisão.

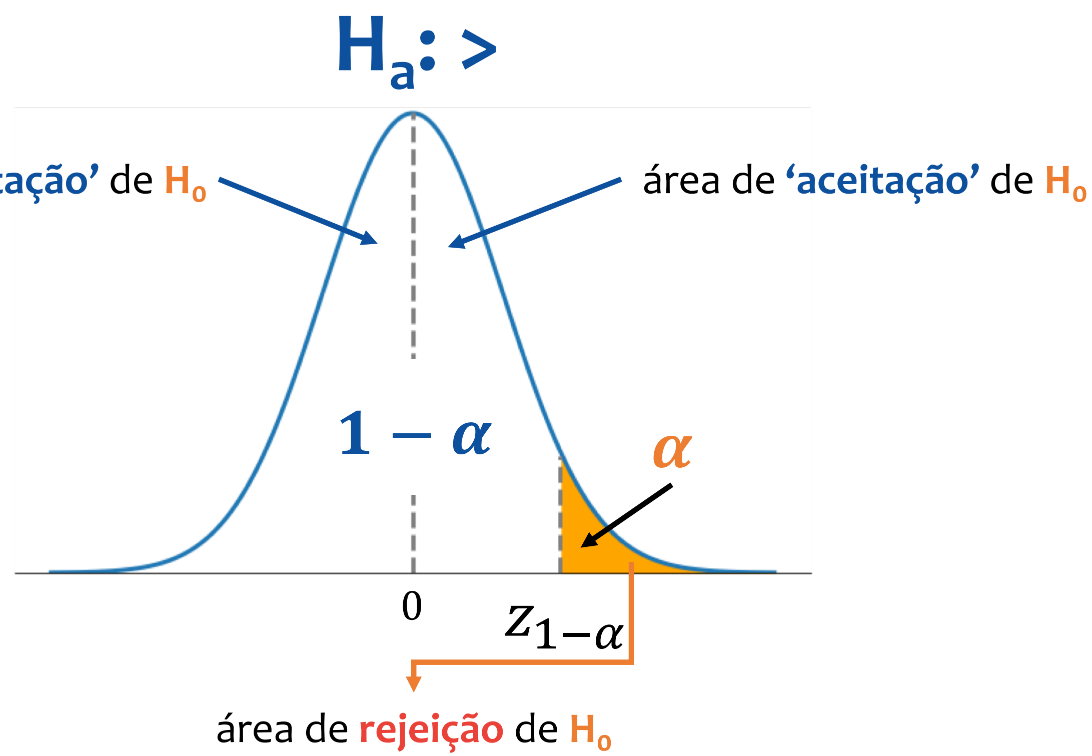
Teste da Cauda Inferior

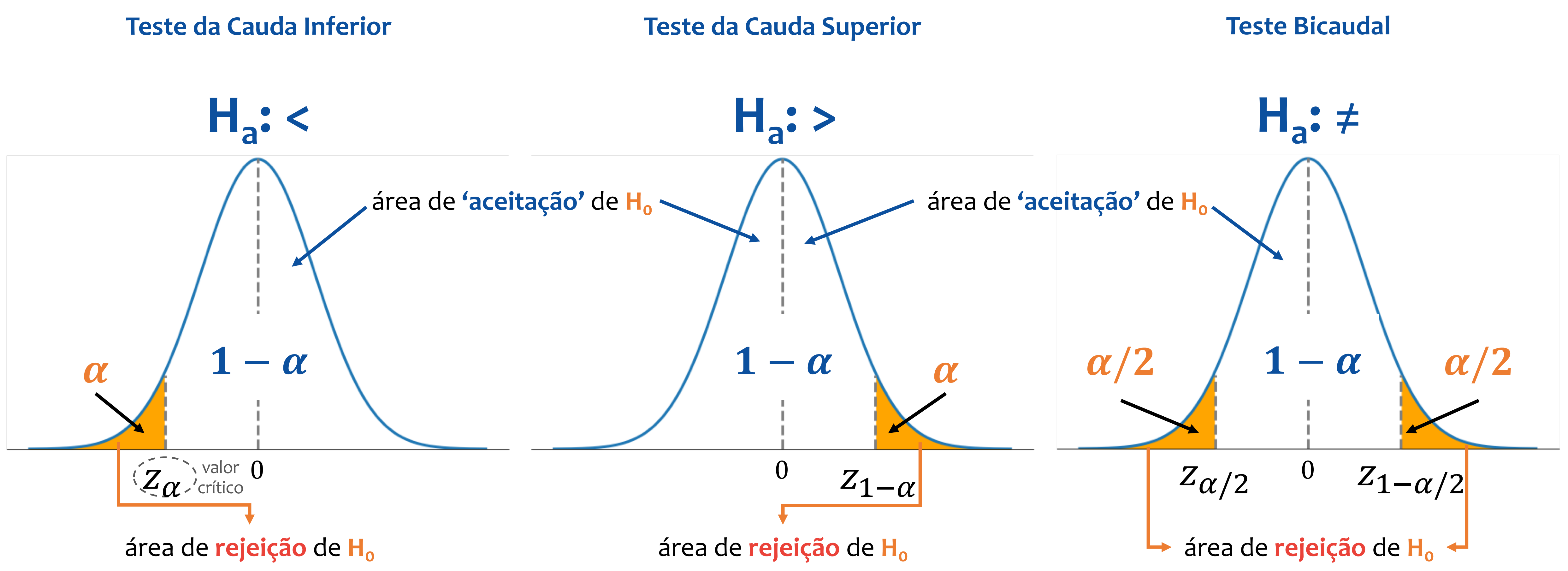


Teste da Cauda Inferior

Teste da Cauda Superior







Teste da Cauda Inferior
Teste da Cauda Superior
Teste Bicaudal
H_a: <
H_a: >
H_a: ≠
área de 'aceitação' de H_0
área de 'aceitação' de H_0
α
$1-\alpha$
$1-\alpha$
α
$\alpha/2$
$1-\alpha$
$\alpha/2$
z_α
valor crítico
0
0
$z_{1-\alpha}$
$z_{\alpha/2}$
0
$z_{1-\alpha/2}$
área de rejeição de H_0
área de rejeição de H_0
área de rejeição de H_0

Passos de um Teste de Hipótese

1
Formular as Hipóteses

2
Escolher o Teste e Critérios adequados

3
Executar o Teste

4
Tomar uma Decisão

Compute a estatística de Teste

Padronize a estatística para obter a **estatística de teste**.

Compute a estatística de Teste

Padronize a estatística para obter a **estatística de teste**.

Z-Test

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{x}}) = N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

z-statistic

$$\boldsymbol{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$$

Compute a estatística de Teste

Padronize a estatística para obter a **estatística de teste**.

Z-Test

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{x}}) = N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

z-statistic

$$\boldsymbol{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$$

T-Test

$$\bar{x} \sim T(\mu, \sigma_{\bar{x}}) = T\left(\mu, \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

t-statistic

$$\boldsymbol{t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}}$$

Compute a estatística de Teste

Padronize a estatística para obter a **estatística de teste**.

Z-Test

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{x}}) = N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

z-statistic

$$\boldsymbol{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$$

T-Test

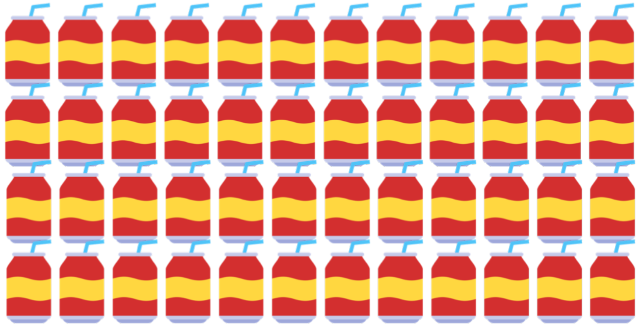
$$\bar{x} \sim T(\mu, \sigma_{\bar{x}}) = T\left(\mu, \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

t-statistic

$$\boldsymbol{t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}}$$

PS: podemos também computar o **p-value** (veremos já já)!

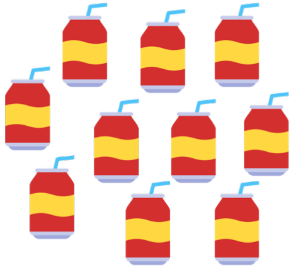
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

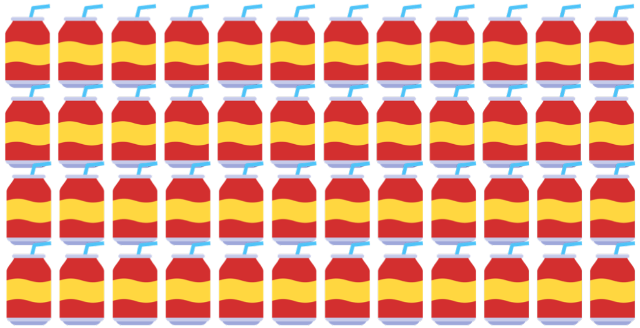
H_0: $\mu = 350\text{ml}$

H_a: $\mu \neq 350\text{ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} =$$

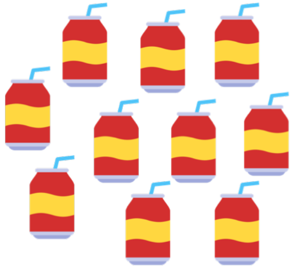
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

H_0: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

H_a: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml?????**

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{352.56 - 350}{\frac{5.64}{\sqrt{50}}} = \mathbf{3.22}$$

Passos de um Teste de Hipótese

1 Formular as Hipóteses

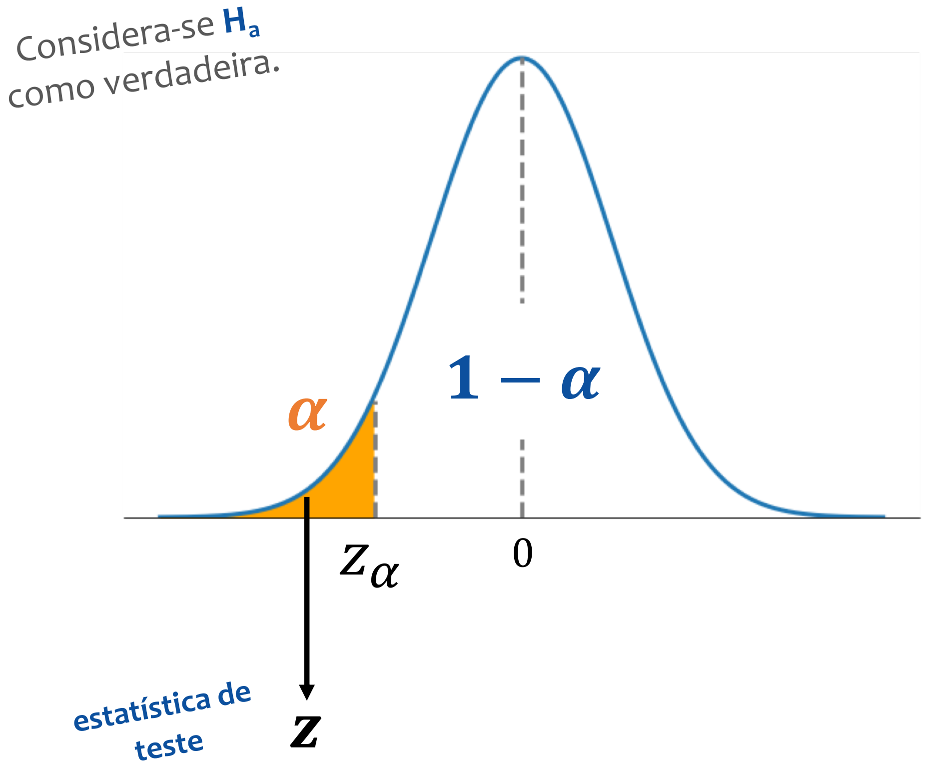
2 Escolher o Teste e Critérios adequados

3 Executar o Teste

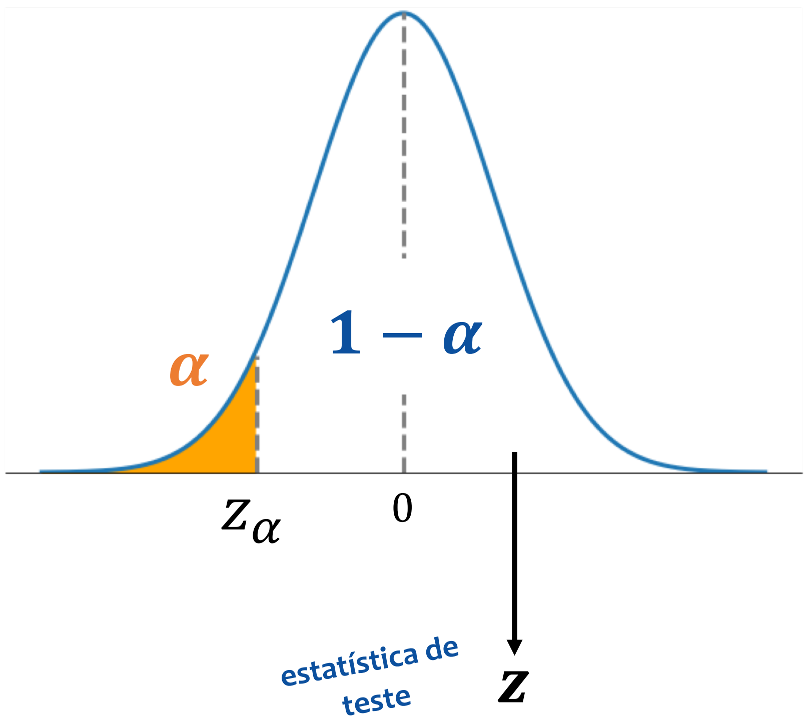
4 **Tomar uma Decisão**

Tomar uma decisão

rejeitar H_0

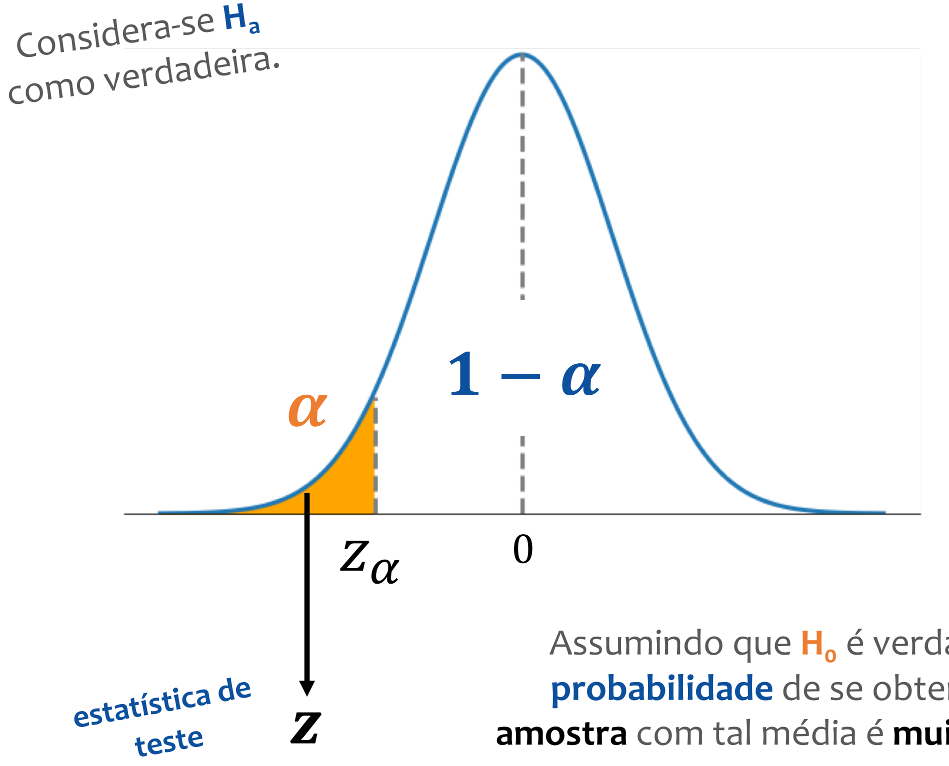


manter H_0



Tomar uma decisão

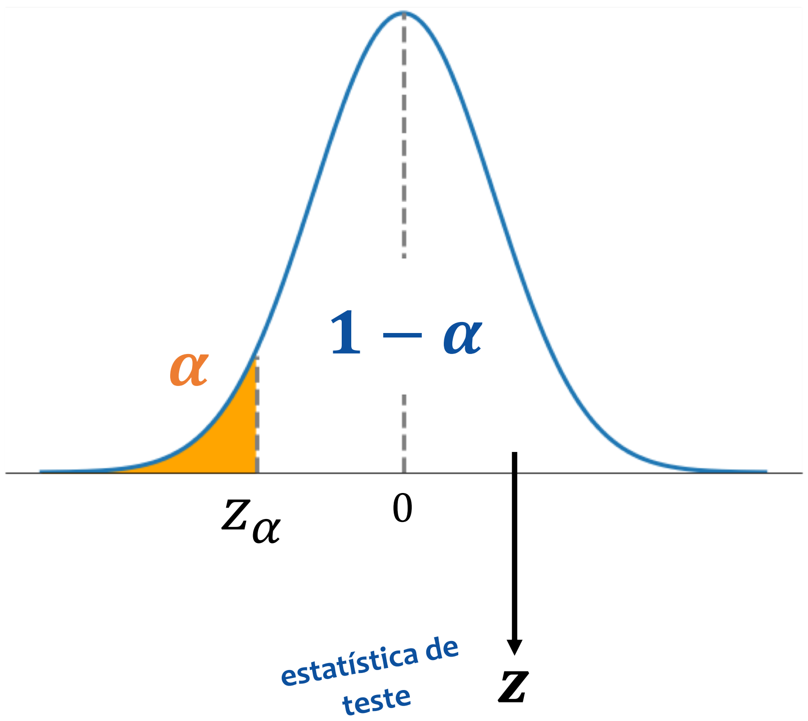
rejeitar H_0



Assumindo que H_0 é verdade, a **probabilidade** de se obter uma **amostra** com tal média é **muito baixa.**

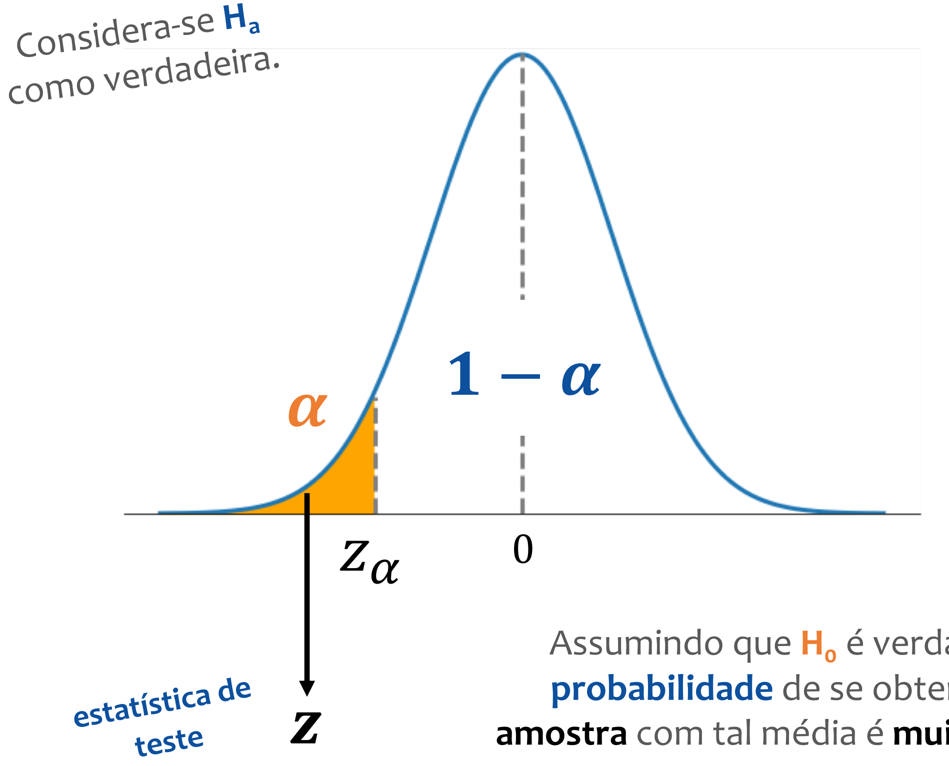
Obter uma **amostra** com tal média é **significativamente improvável** de acontecer, assumindo H_0 como verdadeiro.

manter H_0



Tomar uma decisão

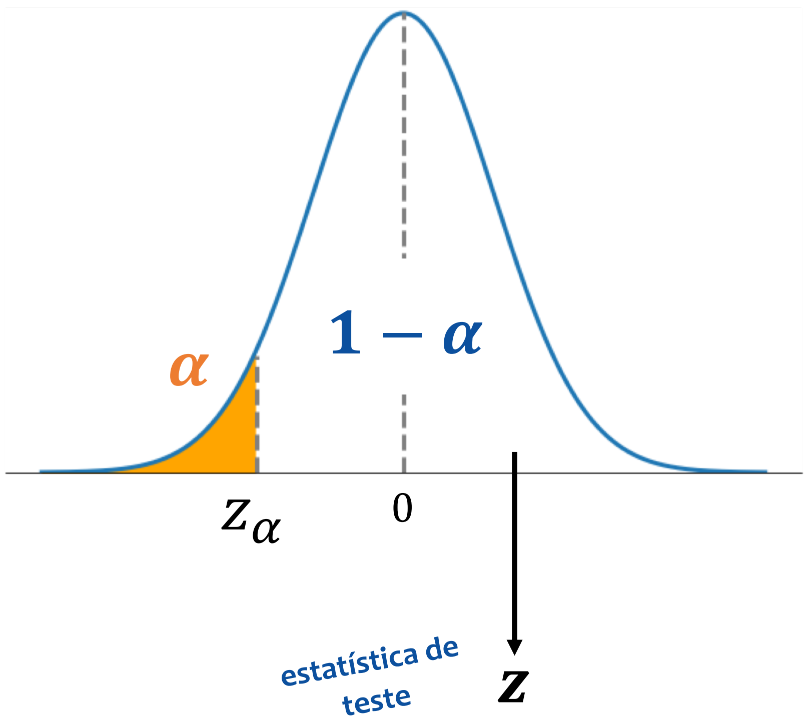
rejeitar H_0



Assumindo que H_0 é verdade, a **probabilidade** de se obter uma **amostra** com tal média é **muito baixa.**

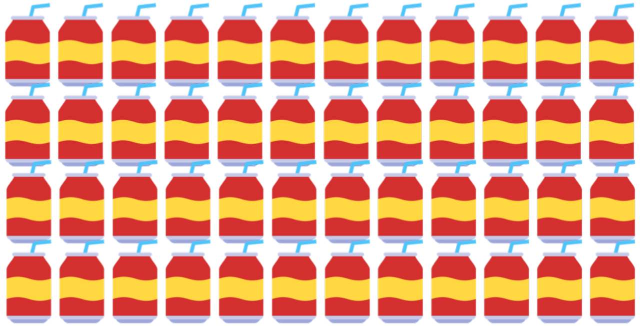
Obter uma **amostra** com tal média é **significativamente improvável** de acontecer, assumindo H_0 como verdadeiro.

manter H_0



Assumindo que H_0 é verdade, **não temos evidências** para **rejeitar H_0**. Mantemos H_0 como válida.

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

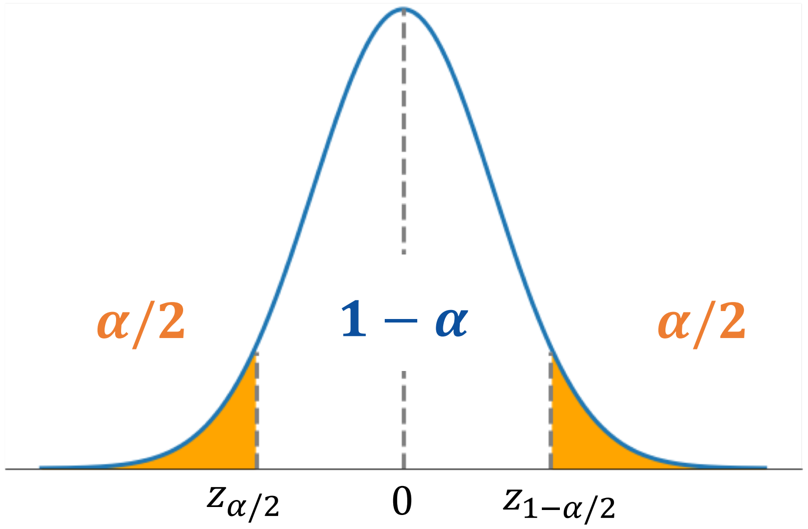
desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

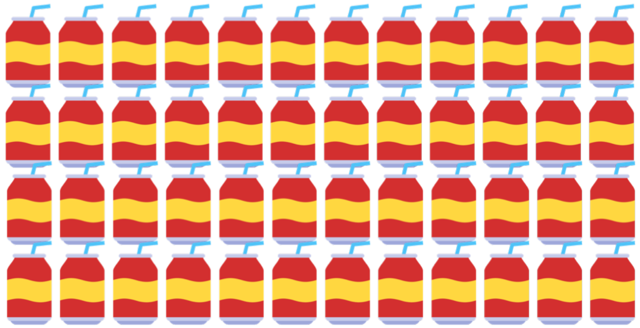
H_0: $\mu = 350$ml

H_a: $\mu \neq 350$ml

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**



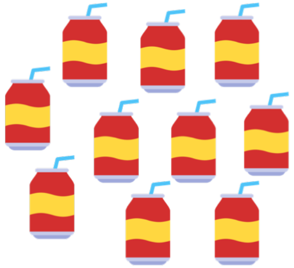
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350}$**ml**

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

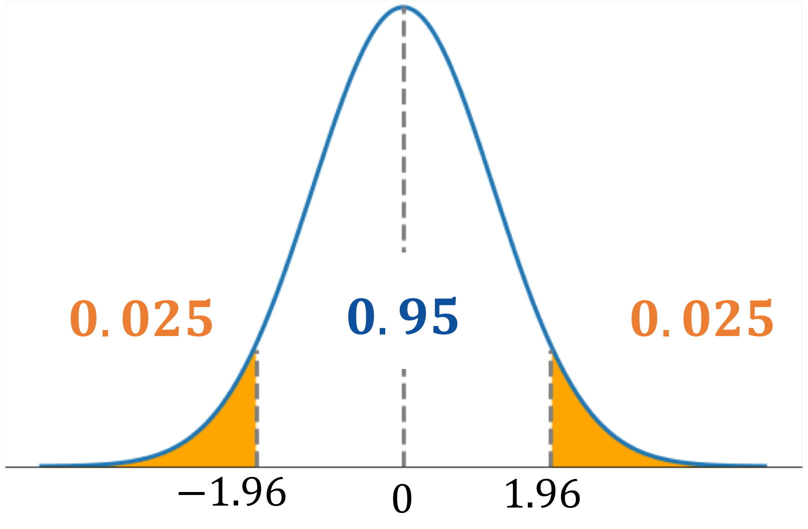
desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

H_0: $\mu = 350\text{ml}$

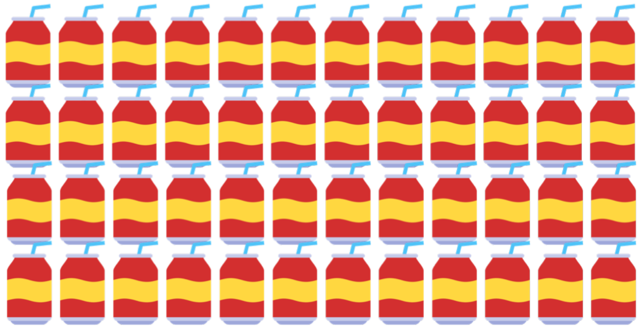
H_a: $\mu \neq 350\text{ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250
-1.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

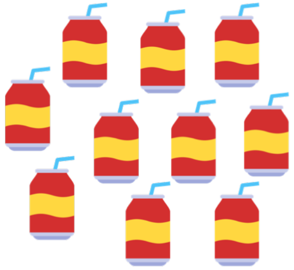
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

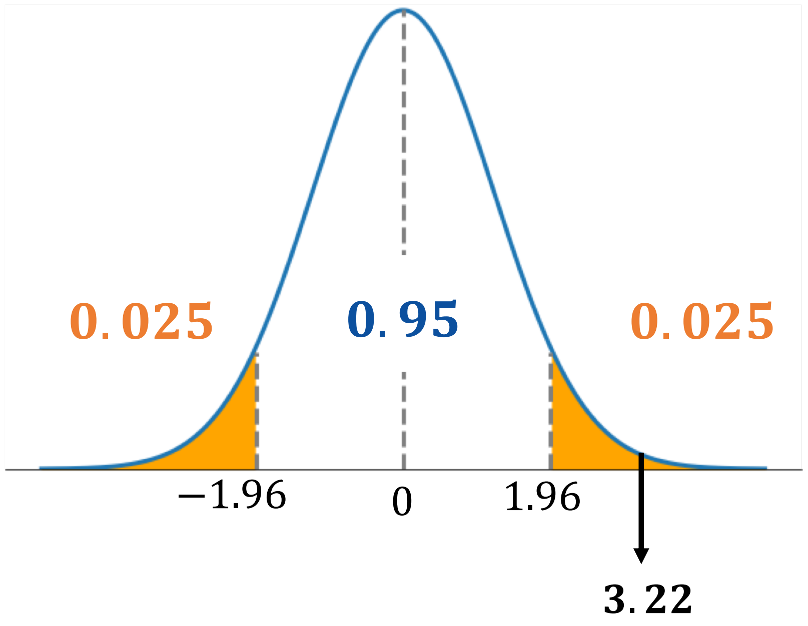
desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

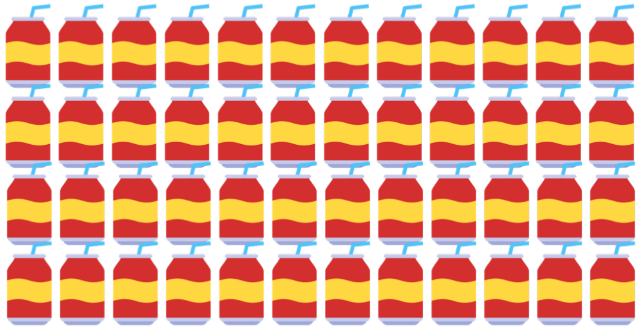
H_0: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

H_a: $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**



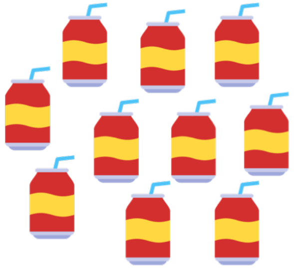
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

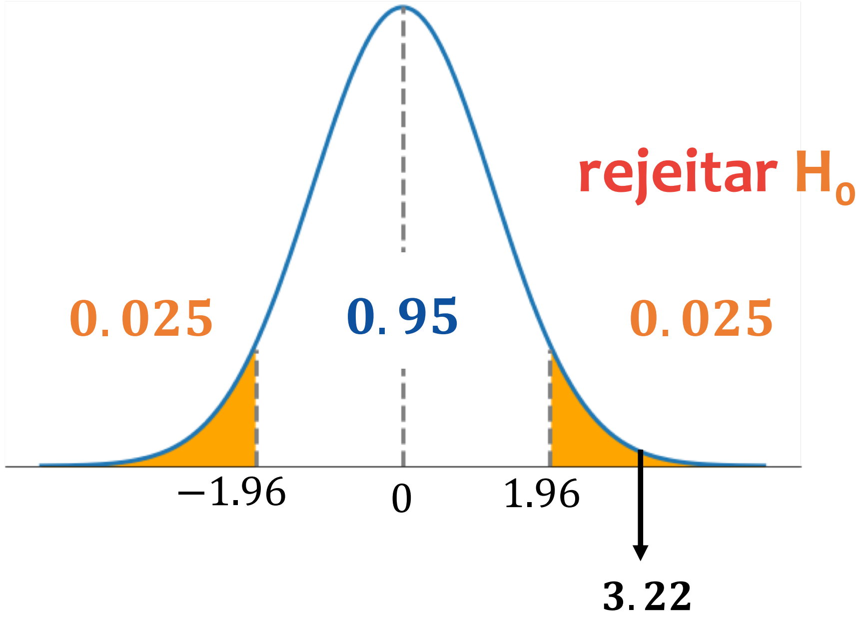
desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

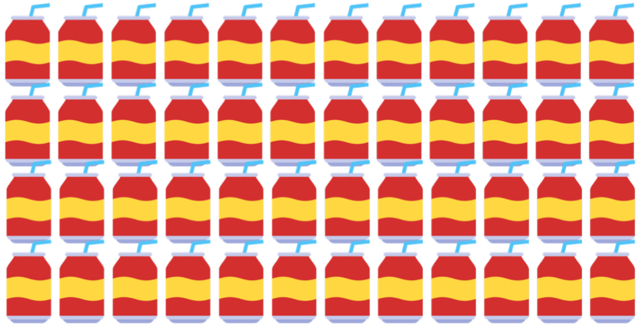
$H_0: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

$H_a: \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**



Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

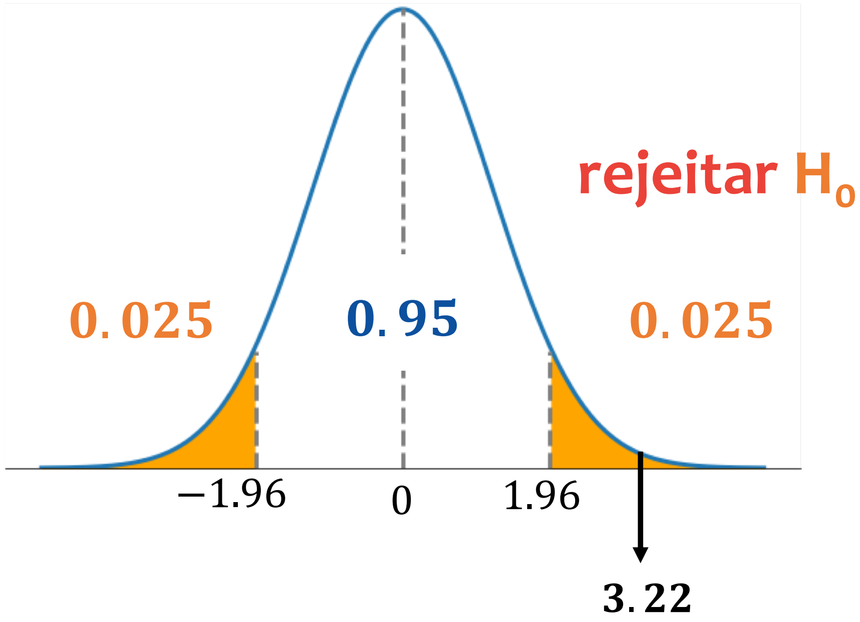
Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

$H_0: \mu = 350\text{ml}$

$H_a: \mu \neq 350\text{ml}$

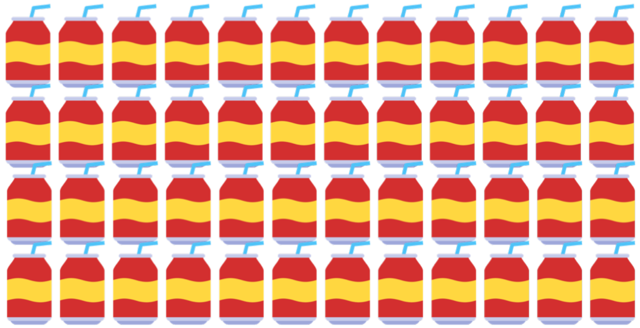
Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**



Como o **volume médio** dos refrigerantes da **amostra** é **significativamente diferente** de **350ml**, com α=0.05, **rejeitamos H_0** com 95% de confiança.

Concluímos que há problemas no maquinário da fábrica (com 95% de confiança).

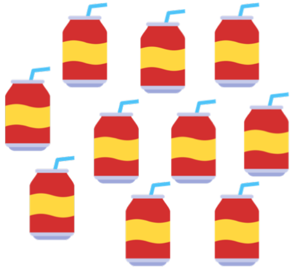
Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**



volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

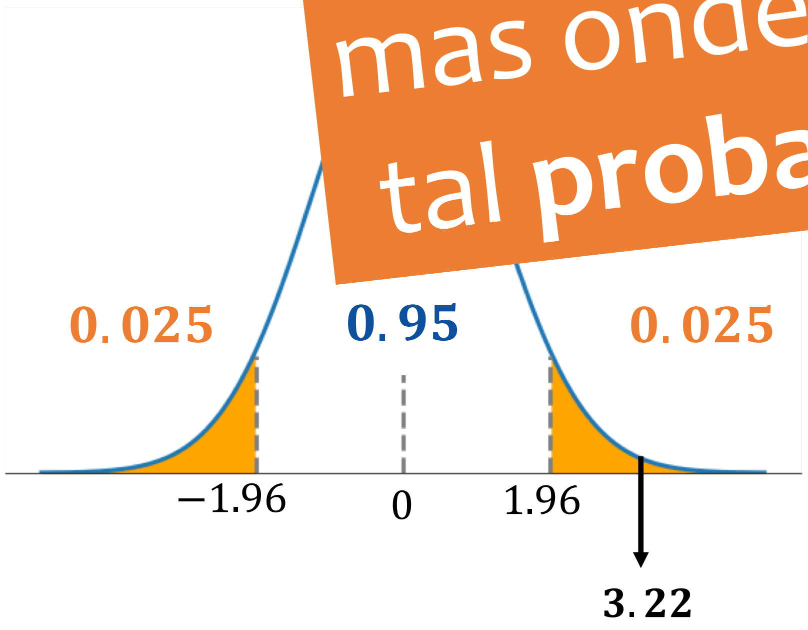
nível de significância de 5%

H$_0$: $\mu = 350$ml

H$_a$: $\mu \neq 350$ml

Obter uma **amostra** com **volume médio de 352.56 ml** é **significativamente improvável** de acontecer a partir de uma **população com volume médio de 350 ml????**

“Ok, muito bonito, mas onde entra essa tal probabilidade?”



Como o **volume médio** dos refrigerantes da **amostra** é **significativamente diferente** de **350ml**, com α=0.05, **rejeitamos H$_0$** com 95% de confiança.

Concluímos que há problemas no maquinário da fábrica (com 95% de confiança).

p-value

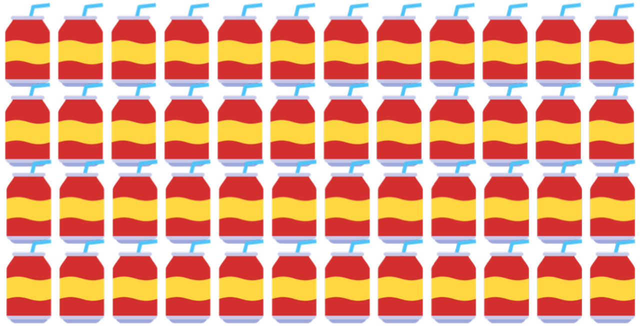
- É a **probabilidade** de se obter uma **estatística amostral**, assumindo que a **hipótese nula (H_0)** é verdadeira.

p-value

- É a **probabilidade** de se obter uma **estatística amostral**, assumindo que a **hipótese nula (H_0)** é verdadeira.

Assumindo que o volume dos refrigerantes tem **distribuição normal**, e que a **média** do volume é **350ml (hipótese nula)**, qual **a probabilidade (p-value)** de obtermos uma **amostra** de **50 latas** com **média de 352.56ml????**

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml

desvio padrão: $s = 5.64$ ml

nível de significância de 5%

$\mathrm{H_0}: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

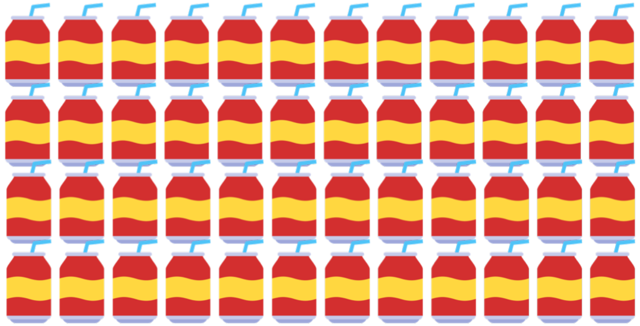
$\mathrm{H_a}: \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

p-value

- É a **probabilidade** de se obter uma **estatística amostral**, assumindo que a **hipótese nula (H_0)** é verdadeira.
- Quanto **mais baixo** for o **p-value**, **maiores** são as evidências contra a **hipótese nula**.
- O **p-value** é comparado ao **nível de significância (α)** do teste para se tomar uma decisão.
    - Se **p-value** ≤ 0.05, **rejeitamos H_0**.
    - Caso contrário, **mantemos H_0**.

Assumindo que o volume dos refrigerantes tem **distribuição normal**, e que a **média** do volume é **350ml (hipótese nula)**, qual **a probabilidade (p-value)** de obtermos uma **amostra** de **50 latas** com **média de 352.56ml????**

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

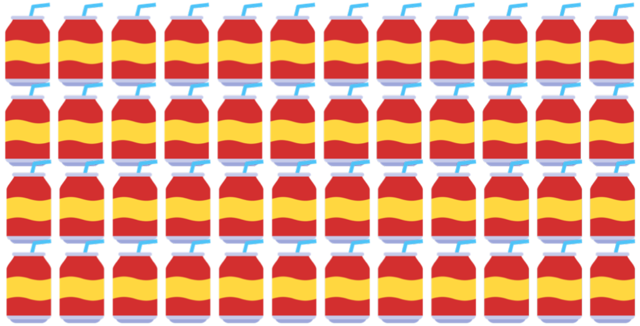
volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

H_0: $\mu = 350\text{ml}$

H_a: $\mu \neq 350\text{ml}$

p-value

Produção de Refrigerantes de **350 ml**



Volume médio da produção: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

Amostragem

Amostra de **50 latas**

volume médio: $\bar{x} = 352.56$ ml
desvio padrão: $s = 5.64$ ml
nível de significância de 5%

$\mathrm{H_0}: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{350ml}$

$\mathrm{H_a}: \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{350ml}$

Assumindo que o volume dos refrigerantes tem **distribuição normal**, e que a **média** do volume é **350ml** **(hipótese nula)**, qual **a probabilidade (p-value)** de obtermos uma **amostra** de **50 latas** com **média de 352.56ml????**

- Se **p-value** ≤ $\mathbf{0.05}$, **rejeitamos** $\mathbf{H_0}$.
- Caso contrário, **mantemos** $\mathbf{H_0}$.

CUIDADO!!!

O **p-value** **NÃO É** a probabilidade de **rejeitar** a **hipótese nula (H_0)**.

CUIDADO!!!

O **p-value** **NÃO É** a probabilidade de **rejeitar** a **hipótese nula (H_0)**.

O **p-value** nos diz o quão **"consistente"** nossa **amostra** está em relação a **H_0**, baseado em um **nível de significância.**

Se nossa **amostra** é **"inconsistente"** com **H_0**, o **p-value** **não** determina qual das seguintes possibilidades é **mais provável**:

- **H_0** é **falso**.
- **H_0** é verdadeiro e nossa amostra é um caso incomum.

CUIDADO!!!

O **p-value** **NÃO É** a probabilidade de **rejeitar** a **hipótese nula (H_0)**.

O **p-value** nos diz o quão **“consistente”** nossa **amostra** está em relação a H_0, baseado em um **nível de significância.**

Se nossa **amostra** é **“inconsistente”** com H_0, o **p-value** **não** determina qual das seguintes possibilidades é **mais provável**:

- H_0 é **falso**.
- H_0 é verdadeiro e nossa amostra é um caso incomum.

Subjetivo: qual seria um **nível de significância** **adequado**?

CUIDADO!!!

O **p-value** **NÃO É** a probabilidade de **rejeitar** a **hipótese nula (H_0)**.

O **p-value** nos diz o quão **“consistente”** nossa **amostra** está em relação a H_0, baseado em um **nível de significância.**

Se nossa **amostra** é **“inconsistente”** com H_0, o **p-value** **não** determina qual das seguintes possibilidades é **mais provável**:

- H_0 é **falso**.
- H_0 é verdadeiro e nossa amostra é um caso incomum.

Subjetivo: qual seria um **nível de significância** **adequado**?

FiveThirtyEight

Politics Sports **Science** Podcasts Video

MAR. 7, 2016, AT 10:23 AM

Statisticians Found One Thing They Can Agree On: It's Time To Stop Misusing P-Values

nature

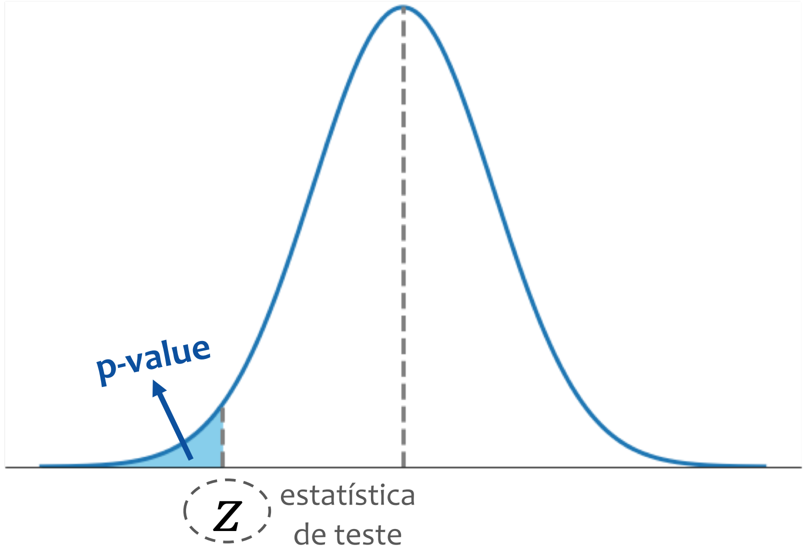
COMMENT | 20 March 2019

Scientists rise up against statistical significance

Calculando o p-value

Teste da Cauda Inferior

H_a: <

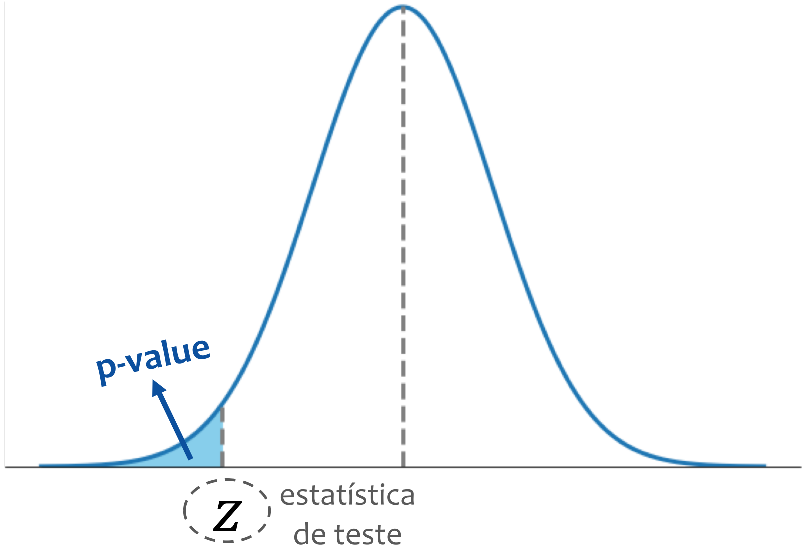


$$p\_value = P(Z < z)$$

Calculando o p-value

Teste da Cauda Inferior

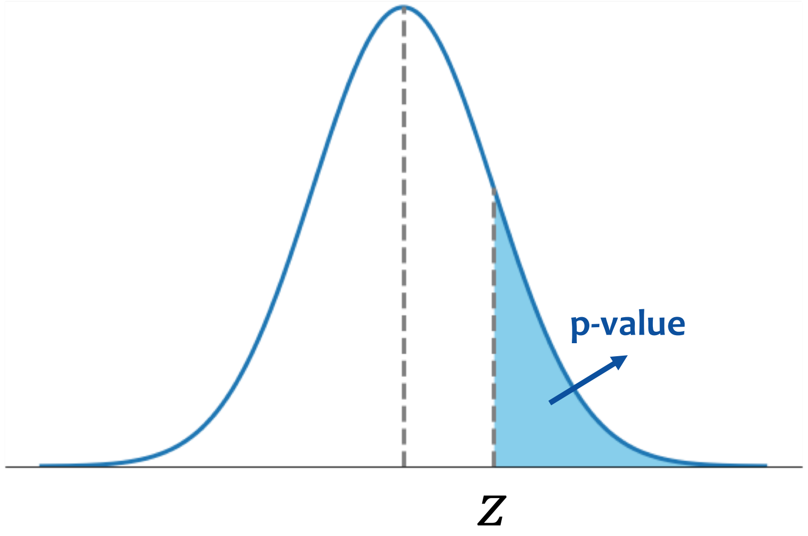
H_a: <



$$p\_value = P(Z < z)$$

Teste da Cauda Superior

H_a: >

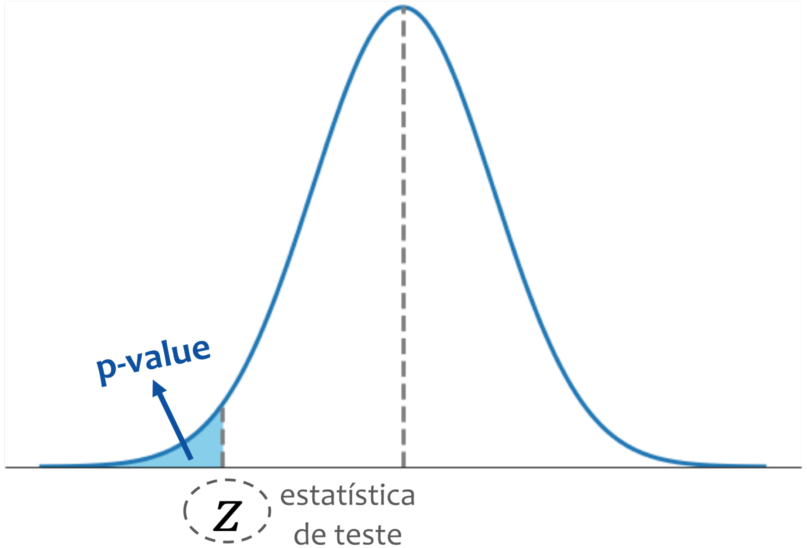


$$p\_value = P(Z > z)$$
$$= 1 - P(Z < z)$$
$$= P(Z < -z)$$

Calculando o p-value

Teste da Cauda Inferior

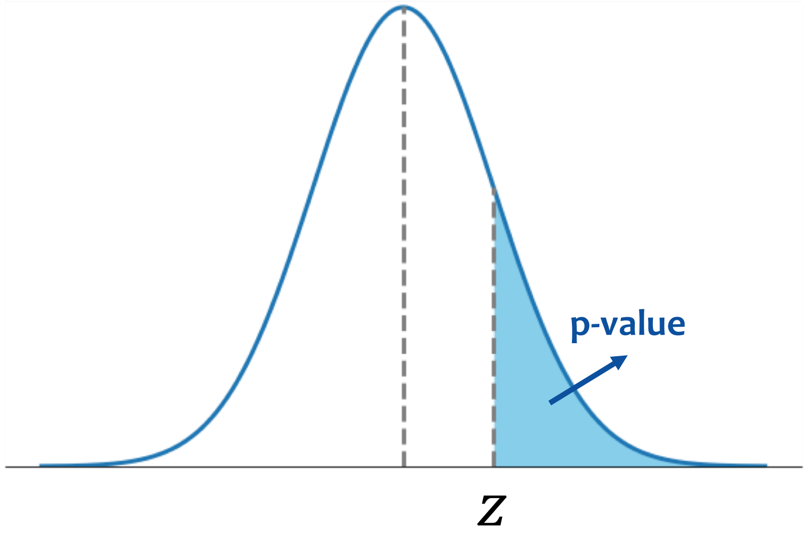
$H_a: <$



$$p\_value = P(Z < z)$$

Teste da Cauda Superior

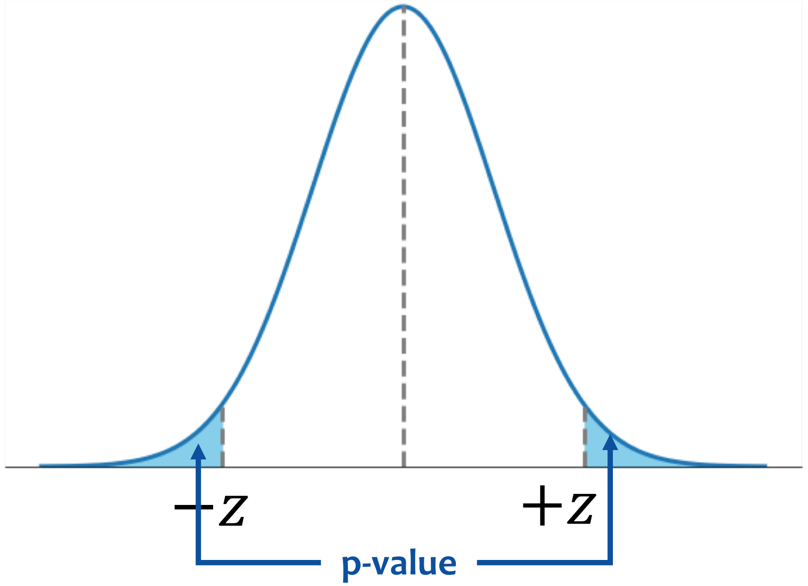
$H_a: >$



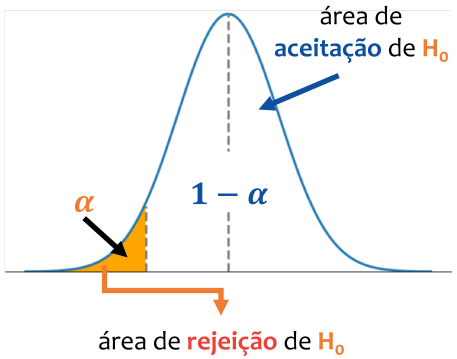
$$\begin{aligned} p\_value &= P(Z > z) \\ &= 1 - P(Z < z) \\ &= P(Z < -z) \end{aligned}$$

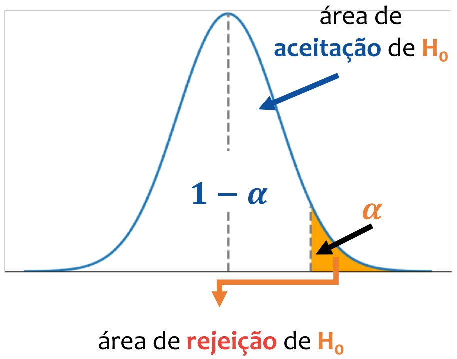
Teste Bicaudal

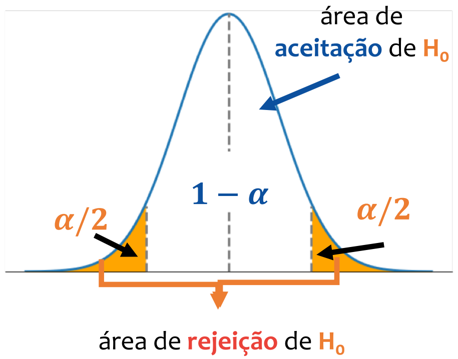
$H_a: \neq$



$$\begin{aligned} p\_value &= P(Z < -z) + P(Z > z) \\ &= P(Z < -z) + (1 - P(Z < z)) \\ &= 2 * P(Z < -z) \end{aligned}$$







	Teste da Cauda Inferior	Teste da Cauda Superior	Teste Bicaudal
Hipóteses	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu \neq \mu_0$
Estatísticas de Teste	$z = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$		$t = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$
z-statistic	rejeitar se $\boldsymbol{z \leq z_\alpha}$	rejeitar se $\boldsymbol{z \geq z_\alpha}$	rejeitar se: $\boldsymbol{z \leq z_\alpha}$ ou $\boldsymbol{z \geq z_\alpha}$
t-statistic	rejeitar se $\boldsymbol{t \leq t_{\alpha,v}}$	rejeitar se $\boldsymbol{t \geq t_{\alpha,v}}$	rejeitar se: $\boldsymbol{t \leq t_{\alpha,v}}$ ou $\boldsymbol{t \geq t_{\alpha,v}}$
p-value	rejeitar se $\boldsymbol{p\_value \leq \alpha}$		

D1EAD – Análise Estatística para Ciência de Dados 2021.1

Testes de Hipóteses

Prof. Ricardo Sovat
sovat@ifsp.edu.br
Prof. Samuel Martins (Samuka)
samuel.martins@ifsp.edu.br

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
São Paulo
Campus Campinas