D1MAT - Lista de Exercícios 05: Gradiente

Diego Machado de Assis

May 30, 2021

1. Determine a derivada direcional de $f(x, y) = x^3y^4 - x^4y^3$ no ponto $(1, 1)$ e na direção do ângulo $\theta = \frac{\pi}{6}$

Solução

Seja o vetor unitário $\vec{u}$ na direção do ângulo θ, então $\vec{u} = \langle cos\theta, sen\theta \rangle$. Dessa forma:

$$D_u f(x, y) = f_x(x, y)cos\theta + f_y(x, y)sen\theta$$

$$f_x(x, y) = 3x^2y^4 - 4x^3y^3$$
$$f_y(x, y) = 4x^3y^3 - 3x^4y^2$$

Portanto, temos que:

$$D_u f(x, y) = (3x^2y^4 - 4x^3y^3)cos\frac{\pi}{6} + (4x^3y^3 - 3x^4y^2)sen\frac{\pi}{6}$$
$$D_u f(1, 1) = (3(1)^2(1)^4 - 4(1)^3(1)^3)\frac{\sqrt{3}}{2} + (4(1)^3(1)^3 - 3(1)^4(1)^2)\frac{1}{2}$$
$$D_u f(1, 1) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

Resposta: $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

---

2. Calcule o gradiente das funções:

a) $f(x, y, z) = xy + xz + yz$

$$\nabla f = \langle f_x, f_y, f_z \rangle$$
$$\nabla f = \langle y + z, x + z, x + y \rangle$$

b) $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 4z^2$

$$\nabla f = \langle f_x, f_y, f_z \rangle$$
$$\nabla f = \langle 2x, 4y, 8z \rangle$$

c) $f(x,y) = 3xy^3 - 2y$

$$\nabla f = \langle f_x, f_y \rangle$$
$$\nabla f = \langle 3y^3, 9xy^2 - 2 \rangle$$