

D1MAT - Lista de Exercícios 03: Derivadas parciais

Diego Machado de Assis

May 14, 2021

1. Uma empresa fabrica caixas de papelão de três tamanhos: pequena, média e grande. O custo é \$2,50 para fabricar uma caixa pequena, \$4,00 para uma caixa média e \$4,50 para uma caixa grande. Os custos fixos são de \$8.000.
- a) Expresse o custo da fabricação de x caixas pequenas, y caixas médias e z caixas grandes como uma função de três variáveis: $C = f(x, y, z)$.

$$C = f(x, y, z) = 2,5x + 4y + 4,5z + 8000$$

- b) Encontre $f(3000, 5000, 4000)$ e interprete-a.

$$f(3000, 5000, 4000) = 2,5(3000) + 4(5000) + 4,5(4000) + 8000 = 53500$$

O custo para se fabricar 3 mil caixas pequenas, 5 mil caixas médias e 4 mil caixas grandes é de \$53.500,00

- c) Qual o domínio de f ?

Como os valores de x , y e z representam grandezas inteiras não negativas (número de caixas fabricadas), podemos dizer que o domínio da função f será de números naturais x , y e z . Matematicamente, podemos escrever:

$$D_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{N}^3\}$$

2. Seja $f(x, y) = y^5 - 3xy$. Determine f_x e f_y .

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(y^5 - 3xy) = -3y$$

$$f_y = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(y^5 - 3xy) = 5y^4 - 3x$$

3. Considere $f(x, y, z) = xz - 5x^2y^3z^4$. Determine $f_x, f_y, f_z, f_{xx}, f_{xy}, f_{xz}$

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(xz - 5x^2y^3z^4) = z - 10xy^3z^4$$

$$f_y = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(xz - 5x^2y^3z^4) = -15x^2y^2z^4$$

$$f_z = \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(xz - 5x^2y^3z^4) = x - 20x^2y^3z^3$$

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x}(z - 10xy^3z^4) = -10y^3z^4$$

$$f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y}(z - 10xy^3z^4) = -30xy^2z^4$$

$$f_{xz} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial z}(z - 10xy^3z^4) = 1 - 40xy^3z^3$$