

(1)      (2)      (3)

**1) KB = { $p \rightarrow q, \neg q, \neg r$ }. Chứng minh:  $\neg(p \vee r)$**

– **Chứng minh bằng suy diễn + tương đương logic:**

- Áp dụng luật Modus Tollens cho (1), (2) ta có:  
 $\neg p$                       (4)
- Sau đó áp dụng And-Introduction cho (3), (4) ta được:  
 $\neg p \wedge \neg r$       (5)
- Áp dụng tương đương De Morgan cho (5) ta được:  
 $\neg(p \vee r)$

– **CM bằng Vương Hạo:**

**B1:**  $p \rightarrow q, \neg q, \neg r \rightarrow \neg(p \vee r)$  tương đương với

$\neg p \vee q, \neg q, \neg r \rightarrow \neg(p \vee r)$

**B2:** Chuyển về các GT (giả thuyết), KL (kết luận) có dạng phủ định:

$\neg p \vee q, (p \vee r) \rightarrow q, r$

**B3:** Thay  $\wedge$  trong GT,  $\vee$  trong KL bởi dấu phẩy (,) -- không có

**B4:** Tách  $\vee$  trong GT thành các dòng con:

- $\neg p, p \vee r \rightarrow q, r$ ; mệnh đề này được tách thành 2 dòng con tiếp theo:  
 $\neg p, p \rightarrow q, r$                       tương đương với       **$p \rightarrow p, q, r$**  (được chứng minh)  
 $\neg p, r \rightarrow q, r$                       tương đương với       **$r \rightarrow p, q, r$**  (được chứng minh)
- $q, p \vee r \rightarrow q, r$ ; mệnh đề này được tách thành 2 dòng con tiếp theo:  
 **$q, p \rightarrow q, r$**  (được chứng minh)  
 **$q, r \rightarrow q, r$**  (được chứng minh)

Vì cả 4 dòng con đều có chung một biến mệnh đề ở cả 2 phía nên vấn đề được chứng minh.

– **CM bằng Hợp giải (resolution):**

KB: { $\neg p \vee q, \neg q, \neg r$ }.

Thêm phủ định biểu thức cần chứng minh vào KB:

KB: { $\neg p \vee q, \neg q, \neg r, p \vee r$ }

**B1:** Biến hợp giải **p**, hợp giải 2 mệnh đề  $\neg p \vee q$  và  $p \vee r$  được  **$q \vee r$** .

KB: { $q \vee r, \neg q, \neg r$ }

**B2:** Chưa có 2 mệnh đề đối ngẫu, nên chọn biến hợp giải tiếp theo là **q**, hợp giải 2 mệnh đề  **$q \vee r$**  và  **$\neg q$**  ta được **r**

**KB:** {  $r, \neg r$  } có 2 mệnh đề **r** và  **$\neg r$**  đối ngẫu nhau nên biểu thức ban đầu được chứng minh.

(1)

**2) KB = { $p \wedge (\neg p \vee q)$ }. Chứng minh:  $q$**

– **Chứng minh bằng suy diễn + tương đương logic:**

- Áp dụng And-Elimination cho (1) ta được:

$$\neg p \vee q \quad (2)$$

$$p \quad (3)$$

- Áp dụng Disjunctive Syllogism cho (2), (3) ta được:

$$q, \quad (\text{because } \frac{\neg p \vee q, \neg(\neg p)}{\therefore q})$$

– **CM bằng Vương Hạo:**

**B1:** Giả thuyết và kết luận:

$$p \wedge (\neg p \vee q) \rightarrow q$$

**B2:** Chuyển về các GT (giả thuyết), KL (kết luận) có dạng phủ định:

(không có)

**B3:** Thay  $\wedge$  trong GT,  $\vee$  trong KL bởi dấu phẩy (,)

$$p, \neg p \vee q \rightarrow q$$

**B4:** Tách  $\vee$  trong GT thành các dòng con:

$$p, \neg p \rightarrow q \quad \text{tương đương với} \quad p \rightarrow p, q \quad (\text{được chứng minh})$$

$$p, q \rightarrow q \quad (\text{được chứng minh})$$

Vì cả 2 dòng con đều có chung một biến mệnh đề ở cả 2 phía nên vấn đề được chứng minh.

– **CM bằng Hợp giải (resolution):**

KB: {  $p \wedge (\neg p \vee q)$  }. Thay thế  $\wedge$  bởi dấu phẩy,

$$\text{KB: } \{p, \neg p \vee q\}$$

Thêm phủ định biểu thức cần chứng minh vào KB:

$$\text{KB: } \{p, \neg p \vee q, \neg q\}$$

**B1:** Biến hợp giải  $p$ , hợp giải 2 mệnh đề  $p$  và  $\neg p \vee q$  ta được  $q$ .

KB:  $\{q, \neg q\}$  có 2 mệnh đề  $q$  và  $\neg q$  đối ngẫu nhau nên biểu thức ban đầu được chứng minh.

(1)

### 3) KB = $\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)\}$ . Chứng minh: $(q \vee r)$

– **Chứng minh bằng suy diễn + tương đương logic:**

- Áp dụng And-Elimination cho (1) ta được:

$$(p \vee q) \quad (2)$$

$$(\neg p \vee r) \quad (3)$$

- Áp dụng Luật hợp giải cho (2), (3) ta được:

$$(q \vee r), \text{ because } \frac{p \vee q, \neg p \vee r}{\therefore q \vee r}$$

– **CM bằng Vương Hạo:**

$$\mathbf{B1:} (p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \rightarrow q \vee r$$

**B2:** Chuyển về các GT (giả thuyết), KL (kết luận) có dạng phủ định:

(không có)

**B3:** Thay  $\wedge$  trong GT,  $\vee$  trong KL bởi dấu phẩy (,)

$$p \vee q, \neg p \vee r \rightarrow q, r$$

**B4:** Tách  $\vee$  trong GT thành các dòng con:

- $p, \neg p \vee r \rightarrow q, r$ ; mệnh đề này được tách thành 2 dòng con tiếp theo:  
 $p, \neg p \rightarrow q, r$  tương đương với  $p \rightarrow p, q, r$  (được chứng minh)  
 $p, r \rightarrow q, r$  (được chứng minh)
- $q, \neg p \vee r \rightarrow q, r$ ; mệnh đề này được tách thành 2 dòng con tiếp theo:  
 $q, \neg p \rightarrow q, r$  tương đương với  $q \rightarrow p, q, r$  (được chứng minh)  
 $q, r \rightarrow q, r$  (được chứng minh)

Vì cả 4 dòng con đều có chung một biến mệnh đề ở cả 2 phía nên vấn đề được chứng minh.

– **CM bằng Hợp giải (resolution):**

KB:  $\{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)\}$ . Thay thế  $\wedge$  bởi dấu phẩy,

KB:  $\{p \vee q, \neg p \vee r\}$

Phủ định biểu thức cần chứng minh:  $\neg(q \vee r)$  tương đương với:

$$\neg q \wedge \neg r$$

Thêm phủ định biểu thức cần chứng minh vào KB và thay thế  $\wedge$  bởi dấu phẩy

KB:  $\{p \vee q, \neg p \vee r, \neg q, \neg r\}$

**B1:** Biến hợp giải **q**, hợp giải 2 mệnh đề  $\neg q$  và  $p \vee q$  ta được **p**.

KB:  $\{p, \neg p \vee r, \neg r\}$

**B2:** Biến hợp giải **p**, hợp giải 2 mệnh đề **p** và  $\neg p \vee r$  ta được **r**

KB:  $\{r, \neg r\}$  có 2 mệnh đề **r** và  $\neg r$  đối ngẫu nhau nên biểu thức ban đầu được chứng minh.