UTPL
La Universidad Católica de Loja

Modalidad Abierta y a Distancia

Sistemas de Conocimientos de Ecuaciones y Desiguadades y su Didáctica

Guía didáctica

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

UTPL

Departamento de Ciencias de la Educación

Sección departamental Pedagogía de Ciencias Experimentales

Sistemas de Conocimiento de Ecuaciones y Desigualdades y su Didáctica

Guía didáctica

Autor:

Armijos Ordóñez Jorge Washington

EDUC_1130

Sistemas de Conocimiento de Ecuaciones y Desigualdades y su Didáctica
Guía didáctica
Armijos Ordoñez Jorge Washington

Universidad Técnica Particular de Loja

Diagramación y diseño digital:
Ediloja Cía. Ltda.
Telefax: 593-7-2611418.
San Cayetano Alto s/n.
www.ediloja.com.ec
edilojainfo@ediloja.com.ec
Loja-Ecuador

ISBN digital - 978-9942-25-797-0

30 de abril, 2020

Índice

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

1. Datos de información

1.1. Presentación de la asignatura

1.2. Competencias genéricas de la UTPL

- Texto Vivencia de los valores universales del humanismo de Cristo.
- Pensamiento crítico y reflexivo.
- Compromiso e implicación social.
- Comportamiento ético.
- Orientación a la innovación y a la investigación.
- Comunicación oral y escrita.

1.3. Competencias específicas de la carrera

- Integra conocimientos pedagógicos, didácticos y curriculares a través del uso de herramientas tecnológicas pertinentes que permitan interdisciplinariamente la actualización de modelos y metodologías de aprendizaje e incorporación de saberes en matemáticas y física, basados en el desarrollo del pensamiento crítico, reflexivo, creativo, experiencial y pertinentes en relación con el desarrollo de la persona y su contexto.

- Implementa la comunicación dialógica como estrategia para la formación de la persona orientada a la consolidación de capacidades para la convivencia armónica en la sociedad, la participación ciudadana, el reconocimiento de la interculturalidad y la diversidad, y la creación de ambientes educativos inclusivos en el ámbito de las matemáticas y la física, a partir de la generación, organización y aplicación crítica y creativa del conocimiento abierto e integrado en relación a las características y requerimientos de desarrollo de los contextos.

- Organiza modelos curriculares y la gestión del aprendizaje relacionados con las matemáticas y la física, centrados en la experiencia de la persona que aprende, en interacción con los contextos institucionales, comunitarios y familiares, orientados al diseño de procesos de enseñanza- aprendizaje y de evaluación que integren la práctica de investigación acción hacia producción e innovación, la interculturalidad, la inclusión, la democracia, la flexibilidad metodológica para el aprendizaje personalizado, las interacciones virtuales, presenciales y las tutoriales.

- Potencia la formación integral de la persona desde los principios del humanismo de Cristo y del Buen Vivir, basado en el desarrollo de su proyecto de vida y profesional que amplíen perspectivas, visiones y horizontes de futuro en los contextos.

1.4. Problemática que aborda la asignatura

Escasa capacitación y/o formación en temas pedagógicos y didácticos, así como el dominio disciplinar, limitando una correcta interacción en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

2. Metodología de aprendizaje

Estimado/a profesional en formación:

Antes de iniciar con el desarrollo de la asignatura de: “Sistemas de conocimientos de ecuaciones y desigualdades y su didáctica”, es necesario que tenga en cuenta las siguientes orientaciones generales para el estudio:

Planificación en el estudio:

- Organice sus actividades laborales y familiares para que disponga de un espacio y tiempo diario al estudio de esta asignatura.

- La asignatura de “Sistemas de conocimiento de ecuaciones y desigualdades y su didáctica” tiene una duración de 144 horas distribuidas en16 semanas, 8 semanas en cada bimestre y comprende en total 4 unidades de trabajo.
- Podría dedicar la primera semana para familiarizarse con el entorno virtual de aprendizaje y dos o tres semanas para desarrollar cada unidad. Por lo tanto, conviene distribuir el tiempo que puede llevarle leer, comprender cada tema y desarrollar las actividades recomendadas en cada unidad.
- Se sugiere una dedicación de por lo menos dos horas diarias de trabajo a fin de cumplir a satisfacción con todas las actividades propuestas. La distribución del tiempo que le sugerimos podría ayudarle a organizar mejor las tareas de estudio; pero, es usted quien tiene el control sobre cuándo, cuánto y cómo aprender.
- Revise la planificación para el trabajo del estudiante, en el plan docente, encontrará una panorámica total de lo que usted va a desarrollar durante el primer y segundo bimestre.
- No olvide revisar el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) constantemente, porque cada semana el docente-tutor a través de anuncios académicos le asesorará, con la finalidad de orientar y facilitar su aprendizaje.

Los materiales educativos con los que se cuenta para esta asignatura son:

- Guía didáctica: Presenta con claridad los procedimientos que debe seguir para el desarrollo de sus actividades, la misma se convertirá en mediadora de su aprendizaje, por ello, es indispensable revisarla de forma integral.

- Texto Básico: Contiene los contenidos a estudiar de cada una las cuatro unidades ejemplos, ejercicios resueltos y ejercicios propuestos.
- Conexión a Internet: Para revisar y/o descargar los materiales (artículos, videos, etc.) que profundizan el estudio de las temáticas que se abordan.
- Plan docente que contiene las actividades de aprendizaje recomendadas a lo largo del documento, para la comprensión de los fundamentos teóricos.
- Productos acreditables que debe organizarlos según lo solicitado, esto le permitirá consolidar su portafolio docente y sistematizar adecuadamente su práctica educativa.
- Fuentes informativas confiables, de bases de datos responsables, con fines teóricos fundamentados. Además, recurra a los recursos educativos abiertos (REA) que su tutor en el EVA, no se recomienda fuentes abiertas sin ningún respaldo.
- Disponga de un cuaderno para anotaciones, lápiz, borrador, resaltador, es importante obtener el material necesario antes de empezar el trabajo para evitar distracciones innecesarias.

Para estudiar

- Recurra a la lectura comprensiva, para obtener mayor provecho del estudio sugerido en esta asignatura
- Plantee preguntas para organizar búsquedas, no lea solamente con el fin de memorizar, una buena manera es formulándose preguntas y aproximando respuestas.
- Revise detenidamente los temas y subtemas propuestos en la guía didáctica, estos conocimientos son esenciales.

- Desarrolle satisfactoriamente las preguntas y ejercicios propuestos en las actividades de aprendizajes recomendadas.
- Identifique en cada unidad las actividades que se solicitan y desarrolle de forma sistemática.
- Comparta sus experiencias pedagógicas, inquietudes, expectativas recomendaciones a la hora de acercarse a la institución educativa.
- Comparta sus construcciones con su tutor y compañeros, es muy importante ya que permite asegurarnos de la validez y pertinencia de las actividades que vamos desarrollando.

Metodología para el desarrollo de las actividades de aprendizaje

La metodología a utilizarse estará centrada en el aprendizaje, investigación y reflexión que seguirán los estudiantes para llegar a proponer una solución a un problema planteado, esto es el aprendizaje basado en problemas ABP, donde el protagonista del aprendizaje es el propio estudiante, que asume con responsabilidad su formación profesional, siendo él, la parte más activa en el proceso. Prieto (2006) defendiendo el enfoque del aprendizaje activo señala que "el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, pueden mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos" (p. 9) así, en un contexto real de su profesión, promueve el pensamiento crítico y la toma de decisiones.

"Poner en práctica esta metodología no supone sólo el ejercicio de indagación por parte de los alumnos, sino convertirlo en datos e información útil. Las grandes ventajas observadas con el uso de esta metodología son:

- El desarrollo del pensamiento crítico y competencias creativas.
- La mejora de las habilidades de resolución de problemas.
- El aumento de la motivación del alumno.
- La mejor capacidad de transferir conocimientos a nuevas situaciones.
- Trabajo en equipo.
- Habilidades de comunicación.
- Desarrollo de actitudes y valores: precisión, revisión, tolerancia…"(Realinfluencers, 2019, p.1)

Formas de comunicación e interacción.

- Comuníquese por correo o telefónicamente con su tutor para resolver cualquier inquietud en el desarrollo de sus actividades para el aprendizaje, revise el horario de tutoría que consta en el EVA.

- Participe de las actividades sincrónicas y asíncronas planificadas por cada bimestre, e interactúe permanentemente con su docente-tutor y/o compañeros/as, a fin de enriquecer sus experiencias de aprendizaje.

- Sistematice la información obtenida de cada una de las actividades de aprendizaje propuestas en cada bimestre las mismas que conllevan al desarrollo de la tarea académica.

Si usted cumple con las recomendaciones aquí planteadas con seguridad tendrá muchos éxitos en el desarrollo de su Prácticum 3, le alentamos a seguir con el mismo entusiasmo con el que inició su carrera.

3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje

Primer bimestre

Resultado de aprendizaje 1	Determina los principios y leyes de las igualdades para modelar y resolver problemas del entorno utilizando sistemas de ecuaciones.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Semana 1

Estimados estudiantes:

Bienvenidos al curso de Sistemas de conocimiento de ecuaciones y desigualdades y su didáctica, iniciamos recordando y profundizando nuestros conocimientos sobre ecuaciones.

Con estos conocimientos, la comprensión de la pedagogía y aplicación de la didáctica estaremos en condiciones de generar aprendizajes significativos en nuestros estudiantes, quienes podrán resolver situaciones de la vida real aplicando ecuaciones en la modelización.

Unidad 1. Ecuaciones

1.1. ¿Qué es una ecuación?

“Una ecuación es un enunciado que dos expresiones matemáticas sean iguales. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 45).

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

¿Será ecuación la siguiente igualdad?

$4 + 3 = 7$

Entendemos que la mayoría de las ecuaciones están conformadas por variables (incógnitas) con valor desconocido y constantes (números) conocidos.

¿Será ecuación la siguiente igualdad?

$x + 3 = 7$

¿Cuál de las dos es ecuación? Investigue y explique ¿por qué?

1.1.1. ¿Qué es resolver una ecuación?

Es encontrar el valor o valores de las incógnitas que transforman la ecuación en una identidad.

Ejemplo 1

$x + 3 = 7$

$x = 7 - 3$

$x = 4$

1.1.2. ¿Qué son las soluciones o raíces de una ecuación?

Son los valores de la incógnita que hacen que la ecuación sea verdadera.

En el ejemplo 1 la solución o raíz es 4.

Verifiquemos sustituyendo x = 4 en la ecuación original

$x + 3 = 7$

$4 + 3 = 7$

$7 = 7$

Comprobamos que es verdad.

1.1.3. ¿Cuáles son las ecuaciones equivalentes?

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. Para obtener ecuaciones equivalentes, se puede aplicar una de las dos propiedades de la igualdad.

Propiedad 1. Sumar o restar a los dos miembros de la igualdad una misma expresión.

En símbolos:

$$A = B \Leftrightarrow A + C = B + C$$

$$A = B \Leftrightarrow A - C = B - C$$

Propiedad 2. Multiplicar o dividir a los dos miembros de la igualdad una misma expresión diferente de cero.

En símbolos:

$$A = B \Leftrightarrow A(C) = B(C) \quad (C \neq 0)$$

$$A = B \Leftrightarrow \frac{A}{C} = \frac{B}{C} \quad (C \neq 0)$$

1.1.4. ¿Cuáles son las ecuaciones lineales?

"Una ecuación lineal en una variable es una ecuación equivalente a una de la forma: $ax + b = 0$, en donde a y b son números reales y *x* es la variable". (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 46)

También se las conoce como ecuaciones de primer grado.

1.1.5. ¿Cómo reconocemos las ecuaciones lineales y las no lineales?

Reconozcamos las ecuaciones lineales y no lineales analizando los siguientes ejemplos.

Tabla 1. Tipos de ecuaciones

Ecuación	Tipo de ecuación	¿Por qué?
$2x + 4 = 4$	Lineal	El exponente de la variable es 1.
$3x^3 = \frac{3}{4}x + 4$	No lineal	El exponente de la variable es 3.
$5x = \frac{5}{2}x - 6$	Lineal	El exponente de la variable es 1.
$\sqrt{x} - 8 = 0$	No lineal	El exponente de la variable es 1/2.
$x - 7 = \frac{x}{5}$	Lineal	El exponente de la variable es 1.
$3x + \frac{2}{x} = 8$	No lineal	El exponente de la variable es 2.

1.1.6. ¿Cómo resolvemos las ecuaciones lineales?

Analicemos la resolución paso a paso la ecuación $\mathbf{4x - 2 = 2x + 3}$

$4x - 2 = 2x + 3$	Ecuación dada
$4x - 2 + 2 = (2x + 3) + 2$	Sumamos 2 a los dos lados
$4x = 2x + 5$	Simplificamos
$4x - 2x = (2x + 5) - 2x$	Restamos 2x a los dados
$2x = 5$	Simplificamos
$(2x)\frac{1}{2} = (5)\frac{1}{2}$	Multiplicamos por $\frac{1}{2}$ a los dos lados
$x = \frac{5}{2}$	Solución

Verifiquemos

$4x - 2 = 2x + 3$

$4\left(\frac{5}{2}\right) - 2 = 2\left(\frac{5}{2}\right) + 3$

$10 - 2 = 5 + 3$

$8 = 8$

> Recuerde que al resolver una ecuación se debe realizar la misma operación en ambos lados.

1.1.7. ¿En qué podemos aplicar este proceso?

Entre otras aplicaciones la más importante está en las ciencias como: fisica, química, economía y otras, donde tenemos fórmulas con varias variables y debemos expresar una variable en términos de otras.

Ejemplo 2

De la fórmula del tubo de Venturi $P_1 + \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2$ despejemos V_1

$P_1 + \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2$	Ecuación dada
$P_1 + \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 - P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2 - P_1$	Restamos P_1 a los dos lados
$\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2$	Simplificamos
$\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = \frac{2P_2 + \rho_2 V_2^2}{2}$	Sumamos el lado derecho
$\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 \left(\frac{2}{\rho_1}\right) = \left(\frac{2P_2 + \rho_2 V_2^2}{2}\right)\left(\frac{2}{\rho_1}\right)$	Simplificamos

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

$V_1^2 = \frac{2P_2+\rho_2 V_2^2}{\rho_1}$	Multiplicamos por el recíproco $\left(\frac{2}{\rho_1}\right)$ a los dos lados
$\sqrt{V_1^2} = \sqrt{\frac{2P_2+\rho_2 V_2^2}{\rho_1}}$	Extraemos la raíz cuadrada a los dos lados
$V_1 = \sqrt{\frac{2P_2+\rho_2 V_2^2}{\rho_1}}$	Solución

Ejemplo 3

Tenemos un lote de terreno rectangular de 116 metros de perímetro. Sabemos que un lado tiene 18 metros más que el otro, Determine la ecuación para calcular el valor de cada lado.

$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = P$

$x + x + 18 + x + x + 18 = 116m$

$4x + 36 = 116m$

$4x + 36 - 36 = 116 - 36$

$4x = 80$

$\frac{4x}{4} = \frac{80}{4}$

$x = 20\ m$

$l_1 = 20\ m$

$l_2 = x + 18\ m$

$l_2 = 20\ m + 18\ m$

$l_2 = 38\ m$

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Es importante que ponga atención en las notas al margen del texto básico.

Recursos de aprendizaje

Para afianzar sus conocimientos para resolver ecuaciones lineales, le invito a que:

- Lea comprensivamente el texto Básico de Stewart, Redlin, y Watson, (2017). Precálculo. Matemáticas para el cálculo, páginas 45-47.
- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el video de divertimáticas: Resolver ecuaciones lineales en 3 sencillos pasos.

Retroalimentación

Para resolver ecuaciones lineales en tres pasos:

1. Se pasan los términos literales a un miembro y las constantes al otro.
2. Reducir términos semejantes.
3. Despejar la variable.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique los ejercicios del 1 al 44, páginas 55-56 del texto básico.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Semana 2

Ecuaciones cuadráticas

1.2. ¿Cuáles son las ecuaciones cuadráticas?

"Una ecuación cuadrática es una ecuación de la forma $ax^2 + bx + x = 0$ donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$" (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 287)

1.2.1. ¿Cómo se resuelven las ecuaciones cuadráticas?

Para resolver ciertas ecuaciones cuadráticas utilizamos la descomposición en factores e igualamos a 0.

Analicemos algunos casos.

Ejemplo 4

Dada la ecuación cuadrática $x^2 - x - 6 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$	Ecuación dada
$(x-3)(x+2) = 0$	Factorizamos
$(x-3) = 0 \qquad (x+2) = 0$	Cada factor igualamos a 0
$(x-3) = 0$	En el primer factor
$x - 3 + 3 = 0 + 3$	Sumamos 3 a los dos lados y simplificamos
$x = 3$	Solución

$x+2=0$	En el segundo factor
$x+2-2=0-2$	Restamos 2 a los dos lados y simplificamos
$x=-2$	Solución

$x_1=3$

$x_2=-2$

Las soluciones de la ecuación son 3 y -2.

Ejemplo 5

Dada la ecuación cuadrática $20x^2-27x-14=0$

$20x^2-27x-14=0$	Ecuación dada
$20(20x^2-27x-14)=0$	Multiplicamos por 20
$(20x)^2-20(27x)-280=0$	Factorizamos
$(20x-35)(20x+8)=0$	
$5(4x-7)4(5x+2)=0$	
$\frac{20(4x-7)(5x+2)}{20}=0$	Dividimos para 20
$(4x-7)(5x+2)=0$	
$(4x-7)=0 \qquad (5x+2)=0$	
$(4x-7)=0$	
$4x-7+7=0+7$	Sumamos 7 a los dos lados y

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

$4x = 7$ simplificamos

$\frac{4x}{4} = \frac{7}{4}$ Dividimos para 4

$x = \frac{7}{4}$

$5x + 2 = 0$

$5x + 2 - 2 = 0 - 2$

$5x = -2$

$\frac{5x}{5} = \frac{-2}{5}$

$x = -\frac{2}{5}$

$x_1 = \frac{7}{4}$

$x_2 = -\frac{2}{5}$ Solución

Las soluciones de la ecuación son $\frac{7}{4}$ y $-\frac{2}{5}$

1.2.2. ¿Cómo se resuelve una ecuación cuadrática sencilla?

Para estos casos analicemos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 6

Dada la ecuación cuadrática $x^2 = 8$

$x^2 = 8$ Ecuación dada

$\sqrt{x^2} = \sqrt{8}$ Tomamos la raíz en los dos lados

$x = \pm\sqrt{8}$ Solución

$x = \pm 2\sqrt{2}$

$x_1 = 2\sqrt{2}$ Solución 1

$x_2 = -2\sqrt{2}$ Solución 2

Las soluciones de la ecuación son $2\sqrt{2}$ y $-2\sqrt{2}$

Ejemplo 7

Dada la ecuación cuadrática $(x-3)^2 = 9$

$(x-3)^2 = 9$	Ecuación dada
$\sqrt{(x-3)^2} = \sqrt{6}$	Tomamos la raíz en los dos lados
$(x-3) = \pm\sqrt{6}$	
$(x-3) = \sqrt{6}$	En el primer factor
$x-3+3 = \sqrt{6}+3$	Sumamos 3 a los dos lados y simplificamos
$x = 3+\sqrt{6}$	Solución
$(x-3) = -\sqrt{6}$	En el segundo factor
$x-3+3 = -\sqrt{6}+3$	Sumamos 3 a los dos lados y simplificamos
$x = 3-\sqrt{6}$	
$x_1 = 3+\sqrt{6}$	Solución 1
$x_2 = 3-\sqrt{6}$	Solución 2

Las soluciones de la ecuación son $3+\sqrt{6}$ y $3-\sqrt{6}$

1.2.3. ¿Cómo se resuelve una ecuación cuadrática incompleta?

Este tipo de ecuaciones se resuelven completando el trinomio cuadrado, analicemos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 8:

Dada la ecuación cuadrática $x^2-12x=0$

$x^2-12x=0$	Ecuación dada
$x^2-12x+\left(\frac{12}{2}\right)^2=0+\left(\frac{12}{2}\right)^2$	Completamos el cuadrado
$x^2-12x+36=36$	Factorizamos
$(x-6)^2=36$	
$\sqrt{(x-6)^2}=\sqrt{36}$	Introducimos en un radical ambos lados
$x-6=\pm 6$	
$x-6=6$	En el primer factor
$x-6+6=6+6$	Sumamos 6 a los dos lados y simplificamos
$x=12$	Solución
$x-6=-6$	En el segundo factor
$x-6+6=-6+6$	Sumamos 6 a los dos lados y simplificamos

$x = 0$	Solución
$x_1 = 12$	Solución 1
$x_2 = 0$	Solución 2

Las soluciones de la ecuación son $\mathbf{12}\ y\ \mathbf{0}$

1.2.4. ¿Cómo se resuelve una ecuación que contiene un radical?

Para comprender de mejor manera cómo se resuelve una ecuación que contiene radical, analicemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 9

Dada la ecuación cuadrática $\sqrt{x} - 3 = 5$

$\sqrt{x} - 3 = 5$	Ecuación dada
$\sqrt{x} - 3 + 3 = 5 + 3$	Sumamos 3 a los dos lados y simplificamos
$\sqrt{x} = 8$	
$\left(\sqrt{x}\right)^2 = (8)^2$	Elevamos al cuadrado a los dos lados y simplificamos
$x = 64$	Solución

La solución de la ecuación es 64.

1.2.5. ¿Cómo se resuelve una ecuación de cuarto grado de tipo cuadrático?

Para resolver este tipo de ecuación hacemos que $u = x^2$ entonces obtenemos una nueva ecuación cuadrática con la nueva variable u.

Ejemplo 10:

Dada la ecuación cuadrática $x^4 - x^2 - 240 = 0$

$x^4 - x^2 - 16 = 0$	Ecuación dada
$(x^2)^2 - x^2 - 16 = 0$	Escribamos x^4 como $(x^2)^2$
$u^2 - u - 16 = 0$	Sea $u = x^2$ y sustituimos
$a = 1$	
$b = -1$	
$c = -16$	
$u = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	Utilicemos la fórmula general
$u = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$	
$u = \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$	Solución
$u = x^2$	Sustituimos u por x^2
$x^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$	
$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}}$	Introducimos en un radical ambos lados
$x = \pm\sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}}$	Solución
$x_1 = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{65}}{2}}$	

$$x_2 = \sqrt{\frac{-1-\sqrt{65}}{2}}$$

$$x_3 = -\sqrt{\frac{-1+\sqrt{65}}{2}}$$

$$x_4 = -\sqrt{\frac{-1-\sqrt{65}}{2}}$$

Las soluciones de la ecuación son $\sqrt{\frac{-1+\sqrt{65}}{2}}$, $\sqrt{\frac{-1-\sqrt{65}}{2}}$, $-\sqrt{\frac{-1+\sqrt{65}}{2}}$ y $-\sqrt{\frac{-1-\sqrt{65}}{2}}$

1.2.6. ¿Cómo se utiliza la fórmula cuadrática?

Se conoce como la fórmula general o fórmula cuadrática a la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

donde a, b y c son los coeficientes de la ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$

Analicemos su aplicación con el siguiente ejemplo:

Ejemplo 11:

Dada la ecuación cuadrática $x^2 + 2x - 1 = 0$

El trinomio cuadrado no es perfecto, y no hay dos números enteros que sumados den 2 y multiplicados den -1, por lo que vamos a sustituir los coeficientes en la fórmula general y después realizamos los cálculos pertinentes.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

$x^2 + 2x - 1 = 0$	Ecuación dada
$a = 1$	
$b = 2$	Identificamos los coeficientes
$c = -1$	
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	Fórmula general
$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$	
$x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$	
$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$	
$x = -\frac{2}{2} \pm \frac{2\sqrt{2}}{2}$	
$x = -1 \pm \sqrt{2}$	Solución
$x_1 = -1 + \sqrt{2}$	
$x_2 = -1 - \sqrt{2}$	

Las soluciones de la ecuación son $-1 + \sqrt{2}$ y $-1 - \sqrt{2}$

1.2.7. ¿Para qué se utiliza el discriminante?

"El discriminante de la ecuación general $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ es:

$$D = b^2 - 4ac$$

Si $D > 0$, entonces la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

Si $D = 0$, entonces la ecuación tiene exactamente una solución real.

Si $D < 0$, entonces la ecuación no tiene solución real". (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 51)

Analicemos su utilización con los siguientes ejemplos

Ejemplo 12

Dada la ecuación cuadrática $6x^2 + 8x - 1 = 0$

Analicemos su utilización con los siguientes ejemplos.

$6x^2 + 8x - 1 = 0$ Ecuación dada

$a = 6$

$b = 8$

$c = -1$

Al sustituir estos valores en el discriminante, obtenemos:

$D = b^2 - 4ac$

$D = 8^2 - 4(6)(-1)$

$D = 64 + 24$

$D = 88$

Como $88 > 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

Verifiquemos utilizando la gráfica para encontrar las soluciones de la ecuación.

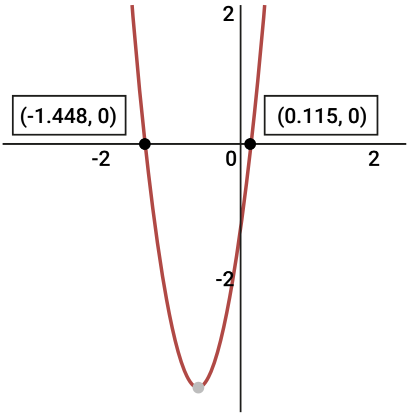
1.2.8. ¿Cómo se resuelven ecuaciones cuadráticas utilizando el método grafico?

Para encontrar las soluciones de la ecuación cuadrática en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, básicamente es encontrar las intersecciones con el eje x.

Ejemplo 13

Dada la ecuación cuadrática $6x^2 + 8x - 1 = 0$

Realizamos la gráfica de la ecuación $6x^2 + 8x - 1 = 0$



Observamos cómo la gráfica cruza el eje x en dos puntos, que son las dos soluciones que tienen un valor de y de 0.

Ejemplo 14

Dada la ecuación cuadrática $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$4x^2 - 12x + 9 = 0$ Ecuación dada

$a = 4$

$b = -12$

$c = 9$

Al sustituir estos valores en el discriminante, obtenemos:

$D = b^2 - 4ac$ Discriminante

$D = (-12)^2 - 4(4)(9)$

$D = 144 - 144$

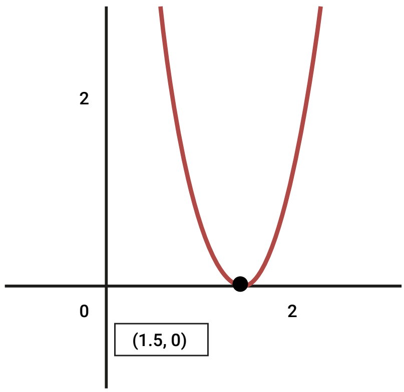
$D = 0$

Como $0 = 0$ la ecuación tiene una sola solución real.

Ejemplo 15

Dada la ecuación cuadrática $4x^2 - 12x + 9 = 0$

Realizamos la gráfica de la ecuación



Observamos en la gráfica que la parábola cruza el eje x en un solo punto, que es la solución que tienen un valor de y de 0.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Ejemplo 16

Dada la ecuación cuadrática $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = 0$

$\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = 0$ Ecuación dada

$a = \frac{1}{2}$

$b = 2$

$c = 4$

Al sustituir estos valores en el discriminante, obtenemos:

$D = b^2 - 4ac$

$D = (2)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(4)$

$D = 4 - 8$

$D = -4$

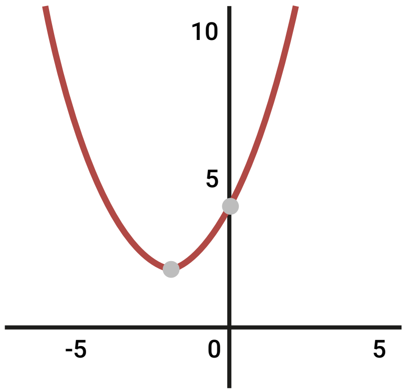
Como $\mathbf{-4 < 0}$ la ecuación no tiene soluciones.

Verifiquemos utilizando la gráfica para encontrar las soluciones de la ecuación.

Ejemplo 17

Dada la ecuación cuadrática $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = 0$

Realizamos la gráfica de la ecuación $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = 0$



Observamos cómo la gráfica no cruza el eje x en ningún punto, por lo que, no tiene solución.

1.2.9. ¿Cómo se resuelven ecuaciones que contienen expresiones fraccionarias?

Para comprender de mejor manera resolvamos el siguiente ejemplo

Ejemplo 18

Dada la ecuación $\frac{x^2}{x-4} - \frac{16}{x^2-7x+12} - \frac{x^2}{x-3} = 0$

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{16}{x^2-7x+12} - \frac{x^2}{x-3} = 0$$

$$\left(\frac{x^2}{x-4} - \frac{16}{x^2-7x+12} - \frac{x^2}{x-3}\right)(x^2-7x+12) = 0$$

$$x^2(x-3) - 16 - x^2(x-4) = 0$$

$$x^3 - 3x^2 - 16 - x^3 + 4x^2 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$

$x = \pm 4$

Verifiquemos para $x = 4$

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{16}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x^2}{x-3} = 0$$
$$\frac{4^2}{4-4} - \frac{16}{4^2 - 7(4) + 12} - \frac{4^2}{4-3} = 0$$
$$\frac{16}{0} - \frac{16}{0} - \frac{16}{1} = 0$$

Verifiquemos para $x = -4$

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{16}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x^2}{x-3} = 0$$
$$\frac{(-4)^2}{-4-4} - \frac{16}{(-4)^2 - 7(-4) + 12} - \frac{(-4)^2}{-4-3} = 0$$
$$\frac{16}{-8} - \frac{16}{56} - \frac{16}{-7} = 0$$
$$\frac{-112 - 16 + 128}{56} = 0$$
$$\frac{0}{56} = 0$$
$$0 = 0$$

Siendo que la ecuación está definida para $x = -4$

1.2.10. ¿Cómo se resuelven ecuaciones que contienen radicales (exponentes fraccionarios)?

Para resolver una ecuación con radicales o lo que es lo mismo con exponentes fraccionarios.

- Se aísla un radical en uno de los lados de la igualdad y en el otro lado el resto de términos, aunque tengan radicales.
- Se eleva al exponente inverso y se resuelve la ecuación obtenida.

Para una mejor comprensión resolvamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 19

Dada la ecuación $\sqrt{2x-3}-x=-1$

$$\sqrt{2x-3}-x=-1$$

$$\sqrt{2x-3}-x+x=-1+x$$

$$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2=(x-1)^2$$

$$2x-3=x^2-2x+1$$

$$x^2-2x-2x+1+3=0$$

$$x^2-4x+4=0$$

$$a=1$$

$$b=-4$$

$$c=4$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x=\frac{4\pm0}{2}$$

$x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

Verifiquemos para $x = 2$

$\sqrt{2x - 3} - x = -1$

$\sqrt{2(2) - 3} - 2 = -1$

$\sqrt{1} - 2 = -1$

$-1 = -1$

La solución de la ecuación es 2

Ejemplo 20

Dada la ecuación $x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}}$

$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}}$

$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 10x^{-\frac{3}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}} - 10x^{-\frac{3}{2}}$

$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} - 10x^{-\frac{3}{2}} = 0$

$x^2x^{-\frac{3}{2}} + 3x^1x^{-\frac{1}{2}} - 10x^{-\frac{3}{2}} = 0$

$x^{-\frac{3}{2}}(x^2 + 3x - 10) = 0$

$x^{-\frac{3}{2}}(x + 5)(x - 2) = 0$

$x^{-\frac{3}{2}} = 0 \quad (x + 5) = 0 \quad (x - 2) = 0$

$$x^{-\frac{3}{2}} = 0$$

$$\left(x^{-\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}} = 0$$

$$x = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$$x + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$x = -5$$

$$x - 2 = 0$$

$$x - 2 + 2 = 0 + 2$$

$$x = 2$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -5$$

$$x_3 = 2$$

Verifiquemos para $x = 0$

$$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}}$$

$$0^{\frac{1}{2}} + 3(0^{-\frac{1}{2}}) = 10(0^{-\frac{3}{2}})$$

$$0 = 0$$

Verifiquemos para $x = -5$

$$x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{3}{2}}$$

$$-5^{\frac{1}{2}}+3(-5^{-\frac{1}{2}})=10(-5^{-\frac{3}{2}})$$

$$-\frac{8\sqrt{5}}{5}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$4 \neq 1$

Verifiquemos para $x=2$

$$x^{\frac{1}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}=10x^{-\frac{3}{2}}$$

$$2^{\frac{1}{2}}+3\left(2^{-\frac{1}{2}}\right)=10\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

La solución de la ecuación es 2

1.2.11. ¿Cómo se resuelven ecuaciones con valor absoluto?

Para una mejor comprensión resolvamos el siguiente ejemplo

Ejemplo 21

Dada la ecuación $|3x+5|=1$

$$|3x+5|=1$$

$$3x+5=1$$

$$3x+5-5=1-5$$

$$3x=-4$$

$$x=-\frac{4}{3}$$

$3x + 5 = -1$

$3x + 5 - 5 = -1 - 5$

$3x = -6$

$x = -2$

Las soluciones de la ecuación son $-\frac{4}{3}$ y -2

Estimados estudiantes

Los procesos desarrollados en esta guía o en el texto básico no son para memorizar, son otra manera de resolver ecuaciones, usted tiene la libertad de desarrollar el método que sea más eficaz, y se espera que desarrollen en sus alumnos la capacidad de razonar y encontrar el método más eficiente. En la actualidad, contamos con calculadoras de ecuaciones, páginas de internet como symbolab y programas informáticos como Excel entre otros, que nos facilitan la solución de ecuaciones.

Recursos de aprendizaje

Para afianzar sus conocimientos para resolver ecuaciones cuadráticas, con un radical, de cuarto grado tipo cuadrático, con la fórmula cuadrática, discriminante, método gráfico, con exponentes fraccionarios, radicales y con valor absoluto le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 48-55.
- Habilite los hipervínculos y mire atentamente los videos de:
  - Tu profe en línea. ¿Cómo resolver ecuaciones cuadráticas?
  - Julioprofe. Ecuaciones con radicales-ejercicio 1.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

- Universidad Técnica Particular de Loja. Ecuaciones fraccionarias y con radicales.
- Jorge Cogollo. Ecuaciones con valor absoluto - Ejercicios resueltos

Retroalimentación

Para resolver ecuaciones cuadráticas igualamos a cero, factorizamos y despejamos la variable.

Para solucionar ecuaciones con radicales dejamos en un solo lado el término con radical al otro lado los otros términos, elevamos al exponente igual al radical simplificamos y despejamos la variable.

Para resolver ecuaciones fraccionarias multiplicamos en cruz y resolvemos con cualquier método estudiado.

Para resolver ecuaciones con valor absoluto quitamos el valor absoluto e igualamos a los dos valores positivo y negativo y resolvemos obteniendo dos soluciones.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Explique y resuelva los ejercicios del 45 al 126, páginas 56-57 del texto básico.

Antes de desarrollar la primera actividad calificada le invito a revisar el:

1.2.12. ¿Cuál es el método de cuatro pasos de Pólya para resolver problemas matemáticos?

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta.

Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio.

Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño, puede ser un problema encontrar cuánto es 3+2. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: "dividir ".

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas.

Pasos para resolver problemas:

Paso 1: Entender el Problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?

- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Configurar un Plan

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable.
3. Buscar un Patrón.
4. Hacer una lista.
5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama
8. Usar razonamiento directo.
9. Usar razonamiento indirecto.
10. Usar las propiedades de los números.
11. Resolver un problema equivalente.
12. Trabajar hacia atrás.
13. Usar casos.
14. Resolver una ecuación.
15. Buscar una fórmula.
16. Usar un modelo.
17. Usar análisis dimensional.
18. Identificar sub-metas.
19. Usar coordenadas.
20. Usar simetría.

Paso 3: Ejecutar el Plan

- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás

- ¿Es tu solución correcta?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. (Chacel, 2018, p.1-2)

Estimado estudiante:

En la actualidad, el desarrollo tecnológico, científico y cultural se afianza en el aprendizaje autónomo como una estrategia didáctica y pedagógica que, responde de manera poderosa a las exigencias de formación profesional de adultos, jóvenes y niños.

En este contexto, le invito a comprender conceptos, conocer procesos y resolver ejercicios y problemas necesarios hasta el

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

dominio eficaz de sus habilidades, destrezas y competencias, científicas y didácticas para el aprendizaje y enseñanza de la matemática.

Actividad de aprendizaje calificada 1

En su diario de notas resuelva los problemas del 127 al 141de las páginas 57-58 del texto básico. (15 problemas)

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema. (Paso 1 de Polya)
- Es importante realizar un gráfico que facilite la interpretación y comprensión del problema, configurar un plan (Paso 2 de Polya)
- Resuelva el problema considerando los procesos matemáticos pertinentes, ejecute el plan (Paso 3 de Polya)
- Verifique la valides de los resultados (Paso 4 de Polya)

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Semana 3

Modelado de ecuaciones

1.3. ¿Qué es un modelo matemático?

El modelo matemático es una ecuación que describe un objeto proceso del mundo real.

El modelado es el proceso de determinar estas ecuaciones. Una vez que se ha encontrado el modelo o ecuación se utiliza entonces para obtener información acerca de aquello que se está modelando. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 65)

1.3.1. ¿Cómo se construyen los modelos matemáticos?

Para modelar nos apoyaremos en los siguientes pasos:

1. **Identifique la variable**. Identifique la cantidad que el problema le pide determinar, en general esta cantidad se puede determinar con una cuidadosa lectura de la pregunta que se formula al final del problema. Después introduzca la notación para la variable (llámele x o alguna otra letra de las últimas del abecedario).

2. **Transforme palabras en expresiones algebraicas**. De nuevo lea cada oración del problema y exprese, en términos de la variable que haya definido en el paso 1, todas las cantidades mencionadas en el problema. Para organizar esta información a veces es útil trazar un diagrama o hacer una tabla.

3. **Formule el modelo**. Encuentre en el problema el dato de importancia decisiva que dé una relación entre las expresiones que haya citado en el paso 2. Formule una ecuación (o modelo) que exprese esta relación.

4. **Resolver la ecuación y verificar su respuesta**. Resuelva la ecuación, verifique su respuesta y exprésela como una oración que responda la pregunta planteada en el problema. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 65)

Para comprender de mejor manera modelicemos el siguiente problema

Ejemplo 22

Una cooperativa de taxis cobra 20 dólares al día más 10 centavos por kilómetro recorrido. Juan alquila un taxi para visitar a sus padres en la provincia, se demora tres días y le cobran 200 dólares ¿Cuántos kilómetros recorrió?

1. **Identifique la variable**

¿Cuántos kilómetros recorrió?

2. **Transforme palabras en expresiones algebraicas**

En palabras	**En expresiones algebraicas**
¿Cuántos kilómetros recorrió?	x
10 centavos por kilómetro recorrido	0.10 x
20 dólares al día	20

3. **Formule el modelo**

Costo por kilómetro recorrido + Costo por alquiler por día = Costo total

0.010x + 20 = 200

4. Resuelva la ecuación y verifique su respuesta

$$0.10x + 20 = 200$$

$$0.10x + 20 - 20 = 200 - 20$$

$$0.10x = 180$$

$$\frac{0.10x}{0.10} = \frac{180}{0.10}$$

$$x = 1800\ km$$

Verificamos la respuesta

$$0.10x + 20 = 200$$

$$0.10(180) + 20 = 200$$

$$180 + 20 = 200$$

$$200 = 200$$

La distancia recorrida es de 1800km, que por cierto es bastante para tres días.

Ejemplo 23

Un profesor de matemáticas recibe 80 000 dólares por su jubilación y decide invertir en dos certificados de depósito. Uno de los certificados le pagan el 6% y el otro el 5% de interés anual simple. Si el interés total de que recibe el profesor por año es de 1 000 dólares ¿Cuánto dinero invirtió en cada certificado?

1. Identifique la variable

Cantidad de dinero que invirtió al 6%

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

2. **Transforme palabras en expresiones algebraicas**.

En palabras	**En expresiones algebraicas**
Cantidad de dinero que invirtió en al 6%	x
Cantidad de dinero que invirtió en al 5%	80 000 - x
Interés ganado al 6%	0.06 x
Interés ganado al 5%	0.05 (80 000 –x)

3. **Formule el modelo**

Interés ganado al 6% + Interés ganado al 5% = Interés total

0.06 x + 0.05 (80 000 – x) = 1000

4. **Resolver la ecuación y verificar su respuesta**

$0.06x + 0.05(80\ 000 - x) = 4\ 200$

$0.06x + 4\ 000 - 0.05x = 4\ 200$

$0.01x + 4\ 000 = 4\ 200$

$0.01x = 200$

$x = 20\ 000$ dólares en el certificado al **6%**

Entonces en el otro certificado sería:

$80000 - x$

$80000 - 20000$

60000 dólares al 5%

Verificamos la respuesta

$0.06x + 0.05(80000 - x) = 4200$

$0.06(20\ 000) + 0.05(60\ 000\ ) = 4\ 200$

$1\ 200 + 3\ 000 = 4\ 200$

$4\ 200 = 4\ 200$

La cantidad invertida al 6% es de 20 000 dólares y al 5 % es de 60 000 dólares, determinándose que no hizo una buena inversión.

Ejemplo 24

Una pared sin pintar de 3 metros de alto por 4 metros de ancho y una franja de ancho uniforme pintada de verde alrededor de los cuatro lados. El perímetro de la pared es 1.5 veces el perímetro del área pintada. ¿Cuál es el ancho de la franja verde?

1. **Identifique la variable**

Ancho de la franja verde.

2. **Transforme palabras en expresiones algebraicas**.

En palabras	**En expresiones algebraicas**
Ancho de la franja verde	x
Perímetro de la pared sin pintar	2(4) + 2(3) = 14
Ancho de la pared	4 + 2x
Alto de la pared	3+2x
Perímetro de la pared	2(4 + 2x) + 2(3 + 2x)

3. Formule el modelo

Perímetro de la pared = 1.5 Perímetro de la pared sin pintar

2(4 + 2x) + 2(3 +2x) = 1.5 (14)

4. Resolver la ecuación y verificar su respuesta

$$2(4+2x)+2(3+2x)=1.5(14)$$

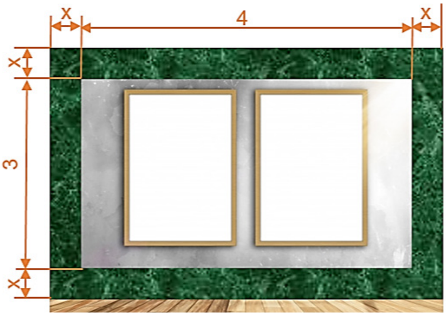
$$8+4x+6+4x=21$$

$$8x+14=21$$

$$8x+14-14=21-14$$

$$8x=7$$

$$\frac{8x}{8}=\frac{7}{8}$$



$x=\mathbf{0.875m}$ esto es 87,5 centímetros de ancho tiene la franja verde.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera el modelado matemático con ecuaciones le invito a:

- Leer el texto básico, páginas 65-74.
- Habilite los hipervínculos y mire atentamente los videos de UTEC contenidos: Modelado con ecuaciones - Parte I.

Retroalimentación:

Para modelar problemas con ecuaciones podemos seguir la siguiente guía:

1. Leer con detenimiento el enunciado.
2. Identificar los datos y las incógnitas.
3. Traducir al lenguaje algebraico.
4. Formular la ecuación.
5. Resolver la ecuación.
6. Verificar la solución

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique los ejercicios del 1 al 20, página 75 del texto Básico.

Estimados estudiantes

Hasta aquí, hemos revisado cómo desarrollar el modelo matemático considerando que es una ecuación que describe un objeto proceso del mundo real. Una vez encontrado el modelo o ecuación se utiliza para obtener información acerca de aquello que se está modelando.

Ahora le corresponde a usted, sobre la base de su trabajo autónomo, comprender la teoría, conocer procesos para resolver ejercicios y problemas, con lo cual usted tendrá los conocimientos indispensables para enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Por ello le invito a desarrollar la segunda actividad de aprendizaje calificada.

Actividad de aprendizaje calificada 2

En su diario de notas resuelva los problemas impares del 21 al 91de las páginas 75-81 del texto básico. (35 problemas)

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática

  1. Identifique la variable.
  2. Transforme palabras en expresiones algebraicas.
  3. Formule el modelo.
  4. Resuelva la ecuación y verificar su respuesta

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Hemos concluido la primera unidad.

Autoevaluemos nuestros conocimientos logrados hasta aquí.

Desarrolle la actividad interactiva 1:

Autoevaluación 1

Estimados estudiantes lean comprensivamente, razonen, resuelvan y seleccione la respuesta correcta.

1. ¿Cuál es la solución de la ecuación $5x - 6 = 14$?

    a. 3
    b. 4
    c. 5

2. ¿Cuál es la solución de la ecuación $2x + 3 = 7 - 3x$?

    a. $\frac{2}{5}$
    b. $\frac{3}{5}$
    c. $\frac{4}{5}$

3. Al despejar R en la ecuación $PV = nRT$ es

    a. $\frac{PV}{nT}$
    b. $\frac{PT}{nV}$
    c. $\frac{Tn}{PV}$

4. Al despejar x en la ecuación $a - 2[b - 3(c - x)] = 6$ es

    a. $\frac{1}{6}(a - 2b) + c - 1$
    b. $\frac{1}{3}(a - 2b) + c - 1$
    c. $\frac{1}{2}(a - 2b) + c - 1$

5. ¿Los valores de x dada la ecuación $x^2 + x - 12 = 0$ son?

   a. $3, 4$
   b. $-3, 4$
   c. $3, -4$

6. ¿Las soluciones de x dada la ecuación $4x^2 - 4x - 15 = 0$ son?

   a. $\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
   b. $-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
   c. $-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$

7. ¿Las soluciones de x dada la ecuación $x^2 + 2x - 5 = 0$ son?

   a. $1 + \sqrt{6}, 1 - \sqrt{6}$
   b. $-1 + \sqrt{6}, -1 - \sqrt{6}$
   c. $-1 - \sqrt{6}, -1 - \sqrt{6}$

8. ¿El número de soluciones de la ecuación $x^2 - 6x + 1 = 0$ es?

   a. Ninguna
   b. Una
   c. Dos

9. ¿Las soluciones de x dada la ecuación $\frac{x^2}{x+100} = 50$ son?

   a. $100,\ 50$
   b. $100, -50$
   c. $-100, -50$

10. ¿Las soluciones de x dada la ecuación $\sqrt{8x-1}=3$ son?

a. $\frac{3}{4}$

b. $\frac{5}{4}$

c. $\frac{7}{4}$

Estimados estudiantes

Los felicito por el cumplimiento de las actividades de aprendizaje recomendadas y calificadas, espero que hayan obtenido excelentes resultados. Es momento de participar en la primera actividad de aprendizaje evaluada.

Ir al solucionario

Semana 4

Estimados estudiantes:

¡Bienvenidos a la segunda unidad!. Profundicemos nuestros conocimientos sobre: Sistemas de ecuaciones lineales.

Unidad 2. Sistemas de ecuaciones lineales

2.1. ¿Qué es un Sistema de ecuaciones?

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones con las mismas incógnitas.

2.1.1. ¿Qué es un Sistema de ecuaciones lineales?

Es aquel en el cual cada ecuación es lineal. Una solución de un sistema es una asignación de valores para las incógnitas que cumple cada una de las ecuaciones.

2.1.2. ¿Cómo se resuelve un sistema de ecuaciones lineales?

Resolver un sistema significa encontrar todas las soluciones del sistema y existen varios métodos, así:

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

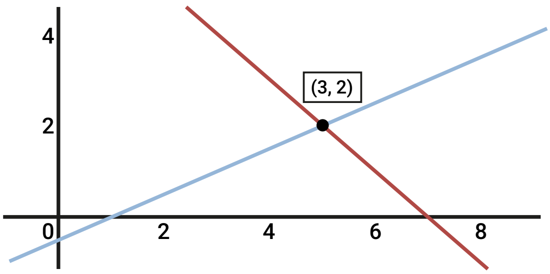
2.1.3. Método gráfico

Para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones graficamos las ecuaciones y las coordenadas del punto de intersección son las soluciones.

Ejemplo 25

Dado el sistema $\begin{cases} x + y = 7 & \textit{Ecuación 1} \\ x - 2y = 1 & \textit{Ecuación 2} \end{cases}$

Graficamos el sistema



Al observar la gráfica verificamos que la solución del sistema de ecuaciones es $x = 5$ y $y = 2$.

2.1.4. Método de sustitución

Para resolver un sistema de ecuaciones con este método seguimos tres pasos:

1. **Despejamos** una incógnita en términos de la otra incógnita en una ecuación del sistema.
2. **Sustituimos** la expresión despejada en la otra ecuación y despejamos la incógnita que queda.
3. **Sustituimos** en la expresión encontrada el valor de la incógnita encontrada.

Verifiquemos las soluciones encontradas en el ejemplo 25

Ejemplo 26:

Dado el sistema $\begin{cases} x + y = 7 & Ecuación 1 \\ x - 2y = 1 & Ecuación\ 2 \end{cases}$

De la ecuación 1 despejamos y

$x + y = 7$

$y = 7 - x \qquad 3$

En la ecuación 2 sustituimos la ecuación despejada 3

$x - 2y = 1$

$x - 2(\boldsymbol{7 - x}) = 1$

$x - 14 + 2x = 1$

$3x = 15$

$x = 5$

El valor de x encontrado sustituimos en la ecuación **3**

$y = 7 - x$

$x = 7 - 5$

$x = 2$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 5$ y $y = 2$

2.1.5. Método por eliminación

Para resolver un sistema de ecuaciones con este método seguimos tres pasos:

1. **Ajustamos** los coeficientes multiplicamos una o más de las ecuaciones del sistema por números apropiados con el propósito de igualar el coeficiente de una incógnita y sea opuesta a la otra ecuación.

2. **Sumamos** las dos ecuaciones y eliminamos la incógnita que tiene los coeficientes iguales y despejamos la otra incógnita.

3. **Sustituimos** en una de las ecuaciones originales el valor encontrado y despejamos la incógnita que queda.

Verifiquemos las soluciones encontradas en el ejemplo 25.

Ejemplo 27

Dado el sistema $\begin{cases} x + y = 7(2) \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

$2x - 2y = 14$

$$\begin{array}{rl} x - 2y = & 1 \\ \hline 3x \quad\quad = & 15 \end{array}$$

$x = 5$

$x + y = 7$

$5 + y = 7$

$y = 7 - 5$

$y = 2$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 5$ y $y = 2$

2.1.6. ¿Cómo se determina el número de soluciones de un sistema de ecuaciones lineal?

Para un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, exactamente una de las siguientes afirmaciones es verdadera:

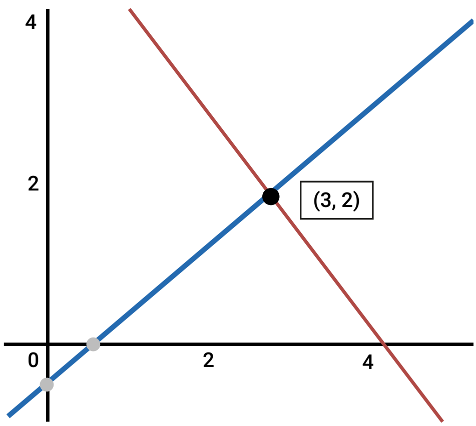
1. El sistema tiene exactamente una sola solución.
2. El sistema no tiene solución.
3. El sistema tiene infinitas soluciones. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 683)

Verifiquemos cuando un sistema de ecuaciones tiene una única solución, resolviendo el siguiente ejemplo.

Ejemplo 28

Dado el sistema $\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$

Lo resolvemos aplicando el método gráfico



Observamos en la gráfica que las rectas se cortan en un solo punto, entonces tiene una solución.

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 3$ y $y = 2$

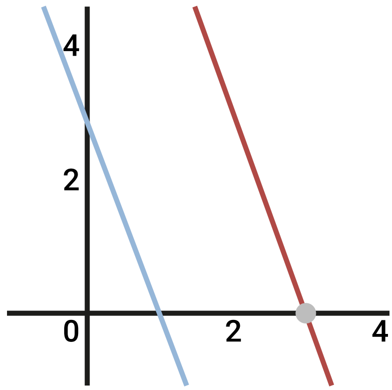
Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Ahora comprobemos cuando un sistema de ecuaciones no tiene solución, resolviendo el siguiente ejemplo.

Ejemplo 29

Dado el sistema $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$

Lo resolvemos aplicando el método gráfico



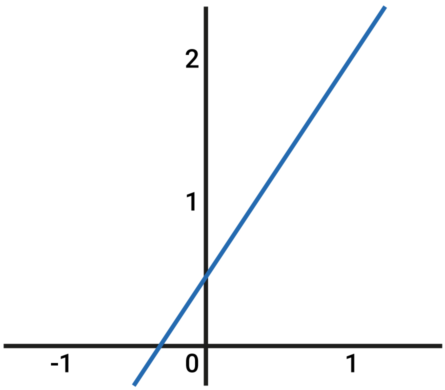
Observamos en la gráfica que las rectas no se cortan, es decir son paralelas, entonces el sistema no tiene solución.

Ahora comprobemos cuando un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones, resolviendo el siguiente ejemplo.

Ejemplo 30:

Dado el sistema $\begin{cases} -6x + 4y = 2 \\ \ \ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

Lo resolvemos aplicando el método gráfico:



Observamos la gráfica y verificamos que las rectas coinciden, es decir las dos ecuaciones son de la misma recta, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

Verifiquemos aplicando el método de eliminación.

Dado el sistema $\begin{cases} -6x + 4y = 2 \\ \;\;3x - 2y = -1(-2) \end{cases}$

$$\begin{array}{l} -6x + 4y = 2 \\ \underline{-6x + 4y = 2} \end{array}$$

Observamos que las dos ecuaciones originales del sistema son formas diferentes de expresar la ecuación de la misma recta.

Las soluciones del sistema son cualquiera de los puntos en esta recta.

2.2. ¿Cómo se realiza el modelado con sistemas de ecuaciones lineales?

Para modelizar con sistemas de ecuaciones lineales es importante cumplir con los siguientes pasos:

1. **Identificar las incógnitas:** Indique las cantidades que el problema pide encontrar, estas en general se determinan mediante cuidadosa lectura de la pregunta planteada al final del problema. Introduzca notación para las incógnitas, llámelas X y Y.

2. **Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas:** Lea otra vez el problema y exprese todas las cantidades mencionadas en el problema en términos de las incógnitas que haya definido en el paso 1.

3. **Establecer un sistema de ecuaciones:** Encuentre los datos importantes del problema que den las relaciones entre las expresiones que haya encontrado en el paso 2. Establezca un sistema de ecuaciones (o un modelo) que exprese estas relaciones.

4. **Resolver el sistema e interpretar los resultados:** Resuelva el sistema que haya encontrado en el paso 3, verifique sus soluciones y dé su respuesta final como una frase que conteste la pregunta planteada en el problema. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 685)

Para comprender de mejor manera modelicemos el siguiente problema:

Ejemplo 31:

Un hombre tiene 14 monedas en su bolsillo, todas las cuales son de 10 y de 25 centavos. Si el valor total de su cambio es $ 2,75, ¿Cuántas monedas de 10 centavos y cuántas de 25 centavos tiene?

1. Identificar las incógnitas

¿Cuántas monedas de 10 centavos y cuántas de 25 centavos tiene?

Monedas de 10 centavos x

Monedas de 25 centavos y

2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas

Monedas de 10 centavos $0.10x$

Monedas de 25 centavos 0.25y

3. Establecer un sistema de ecuaciones

Primera ecuación: La suma de las monedas es 14

$x + y = 14$

Segunda ecuación: Si el valor total de su cambio es $ 2,75.

$0.10x + 0.25y = 2.75$

El sistema de ecuaciones es:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 0.10x + 0.25y = 2.75 \end{cases}$$

4. Resolver el sistema e interpretar los resultados, aplicando el método de sustitución.

Aplicando el método de sustitución

$$\begin{cases} x + y = 14 & \langle Ecuación\ 1\rangle \\ 0.10x + 0.25y = 2.75 & \langle Ecuación\ 2\rangle \end{cases}$$

$x + y = 14$

$y = 14 - x \quad \langle Ecuación\ 3\rangle$

Sustituimos la ecuación 2 en la ecuación 3

$0.10x + 0.25y = 2.75 \quad \langle Ecuación\ 2\rangle$

$0.10x + 0.25(14 - x) = 2.75$

$-0.15x = -0.75$

$x = 5$

Sustituimos el valor de x en la ecuación 1

$y = 14 - x \quad \langle Ecuación\ 1\rangle$

$y = 14 - 5$

$y = 9$

El hombre tiene 5 monedas de 10 centavos y 9 monedas de 25 centavos.

Verifiquemos

$0.10x + 0.25y = 2.75$

$0.10(5) + 0.25(9) = 2.75$

$2.75 = 2.75$

El modelo del problema es correcto.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera los sistemas ecuaciones lineales le invito a:

- Leer el texto básico, páginas 680-687.

- Habilite los hipervínculos y mire atentamente el video de:
    - Matemáticas profe Alex. Sistemas de ecuaciones |Solución Método Gráfico|
    - Matemáticas profe Alex. Sistemas de ecuaciones |Solución Método sustitución|
    - Matemáticas profe Alex. Sistemas de ecuaciones |Solución Método reducción-eliminación|
    - ArmandonovoaUPC. Problema de modelización.

Retroalimentación

Para resolver un sistema de ecuaciones por el método gráfico, para ello:

1. Elaboramos una tabla de valores reemplazando valores en sencillos en cada ecuación.
2. Trazamos el plano cartesiano
3. Ubicamos los pares ordenados de la primera tabla y graficamos la primera ecuación
4. Ubicamos los pares ordenados de la segunda tabla y graficamos la segunda ecuación
5. La solución del sistema es el punto de intersección entre las dos rectas.

Para resolver un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, para ello:

1. Despeja una letra en una ecuación.
2. Reemplazar en la otra ecuación.
3. Resolver.
4. Verificar.

Para resolver un sistema de ecuaciones por el método de eliminación, para ello:

1. Multiplicar la o las ecuaciones.
2. Sumar las ecuaciones y quedará una sola ecuación.
3. Resolver la ecuación.
4. Verificar.

Para resolver problemas de modelado con sistemas de ecuaciones, para ello:

1. Entender el problema.
2. Definir las variables.
3. Plantear el modelo matemático.
4. Resolver.
5. Analizar si las soluciones son parte del problema.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique y los ejercicios del 1 al 58, página 688-689 del texto básico.

Actividad de aprendizaje calificada 3

En su diario de notas resuelva los problemas del 59 al 76 de las páginas 689-690 del texto básico. (17 problemas)

Estrategias metodológicas

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales

1. Identificar las incógnitas
2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas
3. Establecer un sistema de ecuaciones
4. Resolver el sistema e interpretar los resultados

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien ¡Sigue adelante!**

Semana 5

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre Sistemas de ecuaciones con varias incógnitas.

Sistema de ecuaciones con varias incógnitas

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

2.3. ¿Qué es un sistema de ecuaciones con varias incógnitas?

Una ecuación lineal con $\mathbf{N}$ variables es una ecuación que se puede poner en la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = c$$

donde $a_1, a_2, \dots, a_n$ y c son números reales, y $x_1, x_2, \dots, x_n$ son las incógnitas.

Si solo tenemos tres o cuatro incógnitas, en general utilizamos x, y, z y w en lugar de x_1, x_2, x_3 y x_4.

Estas ecuaciones se llaman lineales porque si tenemos sólo dos variables, la ecuación es $a_1x + a_2y = c$ que es la ecuación de una recta. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 690)

2.3.1. ¿Cómo se resuelve un sistema de ecuaciones con varias incógnitas?

Para comprender de mejor manera el proceso de solución de un sistema de ecuaciones lineales con varias incógnitas resolvamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 32

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 & \langle Ecuación\ 1\rangle \\ 5x + 3y + 4z = 2 & \langle Ecuación\ 2\rangle \\ x + y - z = 1 & \langle Ecuación\ 3\rangle \end{cases}$$

Aplicamos el método de eliminación

Tomamos las ecuaciones (3) y (1) y eliminamos la variable x

$$\begin{cases} x + y - z = 1(-3) & \langle Ecuación\ 3 \rangle \\ 3x + 2y + z = 1 & \langle Ecuación\ 1 \rangle \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 3y + 3z = -3 \\ \underline{\ \ 3x + 2y + z = 1} \end{cases}$$

$$-y + 4z = -2 \quad \langle Ecuación\ 4 \rangle$$

Tomamos las ecuaciones (3) y (2) y eliminamos la misma variable x

$$\begin{cases} x + y - z = 1(-5) & \langle Ecuación\ 3 \rangle \\ 5x + 3y + 4z = 1 & \langle Ecuación\ 2 \rangle \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x - 5y + 5z = -5 \\ \underline{\ \ 5x + 3y + 4z = 2} \end{cases}$$

$$-2y + 9z = -3 \quad \langle Ecuación\ 5 \rangle$$

Ahora resolvemos el sistema con las ecuaciones (4) y (5)
eliminamos la variable y y encontramos el valor de z

$$\begin{cases} -y + 4z = -2 & \langle Ecuación\ 4 \rangle \\ -2y + 9z = -3 & \langle Ecuación\ 5 \rangle \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y + 4z = -2(-2) \\ -2y + 9z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ \ 2y - 8z = 4 \\ \underline{-2y + 9z = -3} \end{cases}$$

$$z = 1$$

Sustituimos el valor de z en la ecuación 4 y encontramos el valor de y

$$-y + 4z = -2 \quad \langle Ecuación\ 4 \rangle$$

$$-y + 4(1) = -2$$

$$y = 6$$

Los valores de y y z sustituimos en la ecuación 1 y encontramos el valor de x

$x + y - z = 1 \quad \langle Ecuación\ 1 \rangle$

$x + 6 - 1 = 1$

$x = -4$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = -4, y = 6$ y $z = 1$

2.3.2. ¿Cómo se resuelve un sistema triangular mediante la sustitución hacia atrás?

Es fácil resolver un sistema que está en forma triangular si se usa la sustitución hacia atrás.

Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones que está en forma triangular aplicando el método de sustitución hacia atrás.

Ejemplo 33

$$\begin{cases} x + y + z = 3 & \langle 1 \rangle \\ y + 2z = -1 & \langle 2 \rangle \\ z = -1 & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

Desde la ecuación $\langle 3 \rangle$ sustituimos hacia atrás en la ecuación $\langle 2 \rangle$

$y + 2z = -1 \quad \langle 2 \rangle$

$y + 2(-1) = -1$

$y = 1$

Ahora sustituimos en la ecuación $\langle 1 \rangle$ los valores de $y = 1, z = -1$

$x + y + z = 3 \quad \langle 1 \rangle$

$x + 1 - 1 = 3$

$x = 3$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 3, y = 1$ y $z = -1$. También podemos escribir la terna ordenada $(3, 1, -1)$.

2.3.3. ¿Cómo se cambia un sistema lineal de ecuaciones a un sistema equivalente (sistema triangular) Método de Gauss?

Lo importante es cambiar un sistema de ecuaciones lineales a un sistema en forma triangular que tiene las mismas soluciones que el sistema original.

Para cambiar un sistema de ecuaciones lineales a un sistema equivalente usamos el método por eliminación. Esto significa que debemos aplicar las siguientes operaciones:

1. Sumamos un múltiplo diferente de cero de una ecuación a otra.
2. Multiplicamos una ecuación por una constante diferente de cero.
3. Intercambiamos las posiciones de dos ecuaciones. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 691)

Para comprender de mejor manera resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones:

Ejemplo 34

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ -x + y + 2z = 0 & \langle 2 \rangle \\ x - 2y - z = -1 & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

Tomamos las ecuaciones $\langle 1 \rangle$ y $\langle 2 \rangle$ eliminamos la variable x

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ \underline{-x + y + 2z = 0}(3) & \langle 2 \rangle \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ \underline{-3x + 3y + 6z = 0} & \langle 2 \rangle \end{cases}$$

$$4y + 7z = 4 \quad \langle 4 \rangle$$

Esto nos da un nuevo sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ 4y + 7z = 4 & \langle 4 \rangle \\ x - 2y - z = -1 & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

Tomamos las ecuaciones $\langle 1 \rangle$ y $\langle 3 \rangle$ eliminamos la variable x

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ \underline{-3x + 3y - 2z = 0} & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

$$4y - z = 4 \quad \langle 5 \rangle$$

Tomamos las ecuaciones $\langle 4 \rangle$ y $\langle 5 \rangle$ eliminamos la variable y

$$\begin{cases} 4y + 7z = 4 & \langle 1 \rangle \\ \underline{4y - z = 4(-1)} & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y + 7z = 4 \\ \underline{-4y + z = -4} \end{cases}$$

$$8z = 0$$

$$z = 0 \quad \langle 6 \rangle$$

Esto nos da un nuevo sistema de ecuaciones triangular equivalente al original

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 & \langle 1 \rangle \\ \quad 4y + 7z = 4 & \langle 4 \rangle \\ \qquad\quad z = 0 & \langle 6 \rangle \end{cases}$$

Aplicamos el método de sustitución hacia atrás

En la ecuación $\langle 4 \rangle$ sustituimos el valor encontrado de $z = 0$

$4y + 7z = 4$

$4y + 7(0) = 4$

$y = 1$

En la ecuación $\langle 1 \rangle$ sustituimos los valores encontrados de $y = 1, z = 0$

$3x + y + z = 4$

$3x + 1 + 0 = 4$

$3x = 3$

$x = 1$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 1, y = 1$ y $z = 0$

2.3.4. ¿Cómo se determina el número de soluciones de un sistema de ecuaciones lineal con varias incógnitas?

El número de soluciones se determina identificando que uno de los siguientes enunciados es verdadero.

1. El sistema tie ne exactamente una solución.
2. El sistema no tiene solución.
3. El sistema tiene infinitas soluciones.

Se dice que un sistema de ecuaciones que no tiene soluciones es inconsistente y un sistema que tiene infinitas soluciones es dependiente. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 693)

2.3.5. ¿Cómo se desarrolla el modelado de un sistema de ecuaciones lineales con varias incógnitas?

Los sistemas lineales se utilizan para modelar situaciones que implican varias cantidades incógnitas.

Para comprender de mejor manera resolvamos el siguiente ejemplo

Ejemplo 35

Un comerciante vende quesos de tres tipos: curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son 12 \$/kg, 10 \$/kg y 9 \$/kg respectivamente. Se sabe que el total de kilos vendidos son 44, que el importe total de la venta son 436 dólares y que el número de kilos vendidos del queso semicurado es el doble que del curado. ¿Cuántos kilos de cada clase vendió el comerciante?

$x =$ Kilos de queso curado vendido. (12 \$/kg)

$y =$ Kilos de queso semicurado vendido. (10 \$/kg)

$z =$ Kilos de queso tierno vendido. (9 \$/kg).

Transformemos en ecuaciones cada una de las variables identificadas

La primera ecuación

$x + y + z = 44$

La segunda ecuación

$12x + 10y + 9z = 436$

La tercera ecuación

$y = 2x$

La tercera ecuación

y=2x

Tenemos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + \quad y + \quad z = 44 & \langle 1 \rangle \\ 12x + 10y + 9z = 436 & \langle 2 \rangle \\ \qquad\qquad y = 2x & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

Aplicamos el método de sustitución de la ecuación $\langle 3 \rangle$ en la ecuación $\langle 1 \rangle$

$x + y + z = 44$

$x + 2x + z = 44$

$3x + z = 44 \qquad\qquad \langle 4 \rangle$

Aplicamos el método de sustitución de la ecuación $\langle 3 \rangle$ en la ecuación $\langle 2 \rangle$

$12x + 10y + 9z = 436$

$12x + 10(2x) + 9z = 436$

$32x + 9z = 436 \qquad \langle 5 \rangle$

Nos queda el sistema de ecuaciones de 2 x 2

$$\begin{cases} 3x + z = 44 & \langle 4 \rangle \\ 32x + 9z = 436 & \langle 5 \rangle \end{cases}$$

De la ecuación $\langle 4 \rangle$ despejamos z

$3x + z = 44$

$z = 44 - 3x \ \langle 6 \rangle$

Sustituimos la ecuación $\langle 6 \rangle$ en la ecuación $\langle 5 \rangle$

$32x + 9z = 436$

$32x + 9(44 - 3x) = 436$

$32x + 396 - 27x = 436$

$5x = 40$

$x = 8$

Sustituyendo hacia atrás en la ecuación $\langle 6 \rangle$ el valor de $x = 8$

$z = 44 - 3x \ \langle 6 \rangle$

$z = 44 - 3(8)$

$z = 20$

Sustituyendo hacia atrás en la ecuación $\langle 1 \rangle$ el valor de $x = 8$ y $z = 20$

$x + y + z = 44$

$8 + y + 20 = 44$

$y = 16$

El comerciante vende 8 kilogramos de queso curado, 16 kilogramos de queso semicurado y 20 kilogramos de queso tierno.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera "Sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas", le invito a:

- Leer el texto básico, páginas 690-696.
- Habilite los hipervínculos y mire atentamente los videos de:
    - Enciclotareas. Sistema de tres Ecuaciones Lineales con tres incógnitas - método de sustitución

Retroalimentación

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas, puede seguir los siguientes pasos:

- Paso 1. Despejamos una de las variables
- Paso 2. Sustituimos la variable en las ecuaciones restantes.
- Paso 3. Despejar cualquiera de las variables de las dos ecuaciones encontradas.
- Paso 4. Reemplazar la variable encontrada en la ecuación restante de la encontrada.
- Paso 5. Reemplazar en la anterior el valor de x.
- Paso 6. Reemplazar en la ecuación (a) para encontrar a "y"

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique y los ejercicios del 1 al 38, página 696-697 del texto básico.

Actividad de aprendizaje calificada 4

En su diario de notas resuelva los problemas del 39 al 49 de las páginas 697-698 del texto básico. (11 problemas)

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales

  1. Identificar las incógnitas
  2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas
  3. Establecer un sistema de ecuaciones
  4. Resolver el sistema e interpretar los resultados

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estas haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Los felicito por el cumplimiento de las actividades de aprendizaje recomendadas y calificadas, espero que hayan obtenido excelentes resultados. Es momento de participar en la segunda actividad de aprendizajes evaluada.

Semana 6

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre Matrices y Sistemas de ecuaciones lineales.

Matrices y Sistemas de ecuaciones lineales

2.4. ¿A qué llamamos matrices?

Una matriz es un conjunto rectangular de números, se utilizan para organizar información en categorías que corresponden a las filas y columnas de la matriz.

Ejemplo 36

Si deseamos estudiar la independencia entre el tiempo de residencia de inmigrantes en nuestro país y su percepción de integración esta información la presentamos en una matriz.

		Grado de integración		
		Bajo	Alto	**Total**
Tiempo de residencia	Más tiempo	40	90	**130**
	Menos tiempo	90	10	**100**
	Totales	**130**	**100**	**230**

Esta es una forma compacta de decir que hay 40 inmigrantes que han estado más tiempo con bajo grado de integración, y se puede interpretar toda la información.

En este sentido podemos representar un sistema de ecuaciones en una matriz.

Ejemplo 37

Sistema lineal

$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 \\ -x + y + 2z = 0 \\ x - 2y - z = -1 \end{cases}$$

Matriz aumentada

$$\begin{array}{cc} \xrightarrow{\text{Filas}} & \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} & \Big\downarrow \text{Columnas} \end{array}$$

La matriz aumentada contiene la misma información que el sistema, pero en una forma más sencilla. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 700)

2.4.1. ¿Cómo se utilizan las operaciones elementales de una matriz para resolver un sistema lineal?

Las operaciones elementales de renglones:

1. Sumamos un múltiplo de un renglón a otro.
2. Multiplicamos un renglón por una constante diferente de cero.
3. Intercambiamos dos renglones (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 700)

Para comprender de mejor manera resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 38:

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ x-y+z=-1 \end{cases}$

Obtenemos la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 & 9 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 & 9 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right] \underset{\xrightarrow{f_3-f_1}}{\xrightarrow{f_2-2f_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -6 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \end{array}\right]$$

Obteniendo el sistema equivalente

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ \quad y-6z=7 \\ \quad -2y \quad =-2 \end{cases}$$

Aplicamos la sustitución hacia atrás despejamos y de la ecuación 3

$-2y = -2$

$y = 1$

En la ecuación 2 sustituimos el valor de $y = 1$

$y - 6z = 7$

$(1) - 6z = 7$

$z = -1$

En la ecuación 1 sustituimos los valores de $y = 1$ y $z = -1$

$x + y + z = 1$

$x + 1 + (-1) = 1$

$x = 1$

La solución del sistema de ecuaciones es $x = 1, y = 1$ y $z = -1$

2.4.2. ¿En qué consiste el método de eliminación de Gauss?

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales mediante su matriz aumentada, utilizamos operaciones elementales de filas para llegar a una matriz de cierta forma.

Una matriz de forma escalonada por filas si satisface las siguientes condiciones:

1. El primer número diferente de cero de cada fila (leyendo de izquierda a derecha es 1. Este se llama entrada inicial.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

2. La entrada inicial de cada fila está a la derecha de la entrada inicial de la fila situada inmediatamente arriba de esta.

3. Todas las filas formadas enteramente de ceros están en la parte inferior. Una matriz en forma escalonada por filas reducidas si está en la forma escalonada por renglones y si también satisface la siguiente condición.

4. Todo número arriba debajo de cada entrada inicial es un 0. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 702)

Ahora veamos una sistemática de poner una matriz en forma escalonada por filas usando operaciones elementales de filas.

- Empiece por obtener 1 en la esquina superior izquierda
- Luego ceros debajo del 1 al sumar múltiplos apropiados de la primera fila a las filas debajo de este.
- Obtenga un 1 inicial, en la siguiente fila y luego obtenga ceros debajo de ese 1.
- En cada etapa asegúrense de que toda entrada inicial está a la derecha de la entrada inicial en la fila arriba de esta; reacomode las filas si es necesario.
- Continúe este proceso hasta llegar a una matriz escalonada por filas

Observemos como es el proceso gráficamente

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 1 & \end{bmatrix}$$

Una vez que una matriz aumentada está en forma escalona por renglones podemos resolver el sistema lineal correspondiente usando la sustitución hacia atrás.

2.4.3. ¿Cómo se resuelve un sistema de ecuaciones lineal utilizando la eliminación Gaussiana?

Aplicamos los siguientes pasos:

1. **Matriz aumentada.** Escriba la matriz aumentada del sistema.

2. **Forma escalonada por filas.** Use operaciones elementales de filas para cambiar la matriz aumentada a forma escalonada por filas.

3. **Sustitución hacia atrás.** Escribimos el nuevo sistema de ecuaciones que corresponde a la forma escalonada por filas de la matriz aumentada y resolvemos por medio de la sustitución hacia atrás.

Ejemplo 39:

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x + 3y + z = 2 \\ x \qquad\quad + z = 3 \end{cases}$

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Obtenemos la matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 2 \\ 3 & 3 & 1 & \vdots & 2 \\ 1 & 0 & 1 & \vdots & 3 \end{bmatrix}$$

Realizamos las operaciones

La segunda fila restamos la primera fila por -3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 2 \\ 3 & 3 & 1 & \vdots & 2 \\ 1 & 0 & 1 & \vdots & 3 \end{bmatrix} \underset{\xrightarrow{f_3 - f_1}}{\xrightarrow{f_2 - 3f_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & -4 \\ 0 & -1 & 2 & \vdots & -2 \end{bmatrix}$$

Intercambiamos la segunda fila por la tercera:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 2 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & -4 \\ 0 & -1 & 2 & \vdots & -2 \end{bmatrix} \underset{\xrightarrow{f_3 \leftrightarrow f_2}}{\xrightarrow{f_2 \leftrightarrow f_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & \vdots & 2 \\ 0 & -1 & 2 & \vdots & -2 \\ 0 & 0 & 4 & \vdots & -4 \end{bmatrix}$$

Con esta matriz tenemos un sistema de ecuaciones equivalente

$$\begin{cases} x + \ y - z \ = 2 \\ -y + 2z = -2 \\ \qquad 4z = -4 \end{cases}$$

Aplicamos la sustitución hacia atrás despejando z la ecuación 3

$$4z = -4$$

$$z = -1$$

En la segunda ecuación sustituimos el valor encontrado $z = -1$

$$-y + 2z = -2$$

$$-y + 2(-1) = -2$$

$$y = 0$$

En la segunda ecuación sustituimos los valores encontrados y= 0 y $z = -1$

$x + y - z = 2$

$x + 0 - (-1) = 2$

$x = 1$

La solución del sistema de ecuaciones es $\boldsymbol{x = 1, y = 0}$ **y** $\boldsymbol{z = -1}$

> Importante
>
> Las calculadoras graficadoras tienen una instrucción "row-echelon form" (forma escalonada por filas) que transforma una matriz a otra en forma escalonada por filas.

2.4.4. ¿Cómo se resuelve un sistema de ecuaciones lineales utilizando la eliminación de Gauss-Jordan?

Si ponemos la matriz aumentada de un sistema lineal en forma escalonada por filas reducida entonces no necesitamos la sustitución hacia atrás para resolver el sistema.

Para poner una matriz en forma escalonada por filas reducida utilizamos los siguientes pasos:

- Utilizamos operaciones elementales de filas para poner la matriz en forma escalonada por filas.
- Obtenemos ceros arriba de cada entrada inicial al sumar múltiplos de la fila que contenga esa entrada a las filas arriba de ella.
- Empezamos con la última entrada inicial y trabajamos hacia arriba.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Para una mejor comprensión resolvamos el siguiente sistema:

Ejemplo 40:

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 5x + 2y \quad = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ 2x + 3y - z = 3 \end{cases}$

Obtenemos la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones

Multiplicamos la primera fila por 1/5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow{\frac{1}{5}f_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Sumamos a la segunda y tercera fila la primera multiplicada por -2:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{array}\right] \begin{array}{c} \xrightarrow{2f_1+f_2} \\ \xrightarrow{2f_1+f_3} \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1/5 & -1 & 0 \\ 0 & 11/5 & -1 & 11/5 \end{array}\right]$$

Multiplicamos las filas segunda y tercera por 5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1/5 & -1 & 0 \\ 0 & 11/5 & -1 & 11/5 \end{array}\right] \begin{array}{c} \xrightarrow{5f_2} \\ \xrightarrow{5f_3} \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1 & -5 & -4 \\ 0 & 11 & -5 & 11 \end{array}\right]$$

Sumamos a la segunda fila la tercera multiplicada por -1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1 & -5 & -4 \\ 0 & 11 & -5 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow{f_2+(-1)f_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & -10 & 0 & -15 \\ 0 & 11 & -5 & 11 \end{array}\right]$$

Multiplicamos la segunda fila por -1/10 y la tercera por 1/11:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & -10 & 0 & -15 \\ 0 & 11 & -5 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow[\xrightarrow{1/11 f_3}]{(-1/10)f_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & -5/11 & 1 \end{array}\right]$$

Sumamos a la primera fila la segunda multiplicada por -2/5 y a la tercera, la segunda por -1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/5 & 0 & 2/5 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & -5/11 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[\xrightarrow{f_3+(-1)f_2}]{f_1+(-2/5)f_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1/5 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \\ 0 & 0 & -5/11 & -1/2 \end{array}\right]$$

Multiplicamos la tercera fila por -11/5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1/5 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \\ 0 & 0 & -5/11 & -1/2 \end{array}\right] \xrightarrow{(-11/5)f_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1/5 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 11/10 \end{array}\right]$$

Esta última matriz tiene forma escalonada reducida (es la matriz identidad). Realmente, ya tenemos la solución del sistema, así que es un sistema compatible determinado.

La solución del sistema de ecuaciones es $x = -\frac{1}{5}, y = \frac{3}{2}$ y $z = \frac{11}{10}$

2.4.5. ¿Cómo se reconoce si un sistema de ecuaciones lineal es inconsistente o dependiente?

La forma escalonada por filas permite reconocer si un sistema no tiene solución, un solución o infinitas soluciones, entonces, exactamente una de las siguientes conclusiones es verdadera.

1. **No hay solución**. Si la forma escalonada por filas contiene una fila que representa ecuación 0 = c dónde c es un número diferente de cero, entonces e sistema no tiene solución. Un sistema que no tiene solución se denomina inconsistente.

2. **Una solución**. Si cada una de las incógnitas en la forma escalonada por filas es una incógnita inicial, entonces el sistema tiene exactamente una solución que encontramos utilizando la sustitución hacia atrás o la eliminación de Clauss-Jordan.

3. **Infinitas soluciones.** Si las incógnitas en la forma escalonada por filas no son todas incógnitas iniciales y si el sistema no es inconsistente, entonces tiene infinitas soluciones. En este caso el sistema se conoce como dependiente

2.4.6. ¿Cómo se realiza el modelado con sistemas de ecuaciones lineales?

Las ecuaciones lineales, que a veces contienen cientos o hasta miles de incógnitas se presentan con frecuencia en las aplicaciones de álgebra para ciencias y otros campos.

Por ahora, consideraremos un ejemplo que tiene solo tres incógnitas.

Ejemplo 41:

Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta es de 50 euros y el de un edredón es de 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones han comprado el hotel?

Sea

x = Número de almohadas

y = Cantidad mantas

z = Cantidad de libras edredones

Transformemos en ecuaciones cada una de las variables identificadas

La primera ecuación

$x + y + z = 200$

La segunda ecuación

$16x + 50y + 80z = 7500$

La tercera ecuación

$x = y + z$

$x - y - z = 0$

Tenemos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 16x + 50y + 80z = 7500 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

Obtenemos la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 16 & 50 & 80 & 7500 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones

La fila 2 se obtiene multiplicando por -16 la fila 1 y sumamos a la fila 2

La fila 3 se obtiene multiplicando por -2 la fila 1 y sumamos a la fila 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 16 & 50 & 80 & 7500 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow[\xrightarrow{-1f_1+f_3}]{16f_1+f_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 34 & 64 & 4300 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right]$$

La segunda fila dividimos para 34

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 34 & 64 & 4300 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right] \xrightarrow{f_2/34} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 32/17 & 2150/17 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right]$$

La fila 1 se obtiene multiplicando la fila 2 por -1 y sumamos la fila 1

La fila 3 se obtiene multiplicando la fila 2 por 2 y sumamos la fila 3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 32/17 & 2150/17 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right] \xrightarrow[\xrightarrow{2f_2+f_3}]{-1f_2+f_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -15/17 & 1250/17 \\ 0 & 1 & 32/17 & 2150/17 \\ 0 & 0 & 30/17 & 900/17 \end{array}\right]$$

La fila 3 se obtiene dividiendo para 30/17

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -15/17 & 1250/17 \\ 0 & 1 & 32/17 & 2150/17 \\ 0 & 0 & 30/17 & 900/17 \end{array}\right] \xrightarrow{f_3/30/17} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -15/17 & 1250/17 \\ 0 & 1 & 32/17 & 2150/17 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right]$$

La fila 1 se obtiene multiplicando la fila 3 por 15/17 y sumando la fila 1

La fila 2 se obtiene multiplicando la fila 3 por -32/17 y sumando la fila 2

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -{}^{15}/_{17} & {}^{1250}/_{17} \\ 0 & 1 & {}^{32}/_{17} & {}^{2150}/_{17} \\ 0 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right] \xrightarrow[f_3(-{}^{32}/_{17})+f_2]{f_3({}^{15}/_{17}+f_1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 70 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 70 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right]$$

El hotel adquirió 100 almohadas, 70 mantas y 30 libras de edredones

Recursos de aprendizaje

Para una mejor comprensión del tema: Matrices y Sistemas de ecuaciones lineales le invito a:

- Leer el texto básico, páginas 699-709.
- Habilite los hipervínculos y mire atentamente los videos de:
  - Civil engineering tutoriales. Eliminación gaussiana paso a paso-Sistema de ecuaciones (3x3) (Parte 1)
  - Juan Manuel Bailón Pradera. Problemas con enunciado-Método de Gauss

Retroalimentación

Para resolver sistemas de ecuaciones por eliminación Gaussiana:

1. Verificamos que todas las variables de las ecuaciones tengan el mismo orden.

2. Plateamos el sistema de ecuaciones en una matriz aumentada.

3. Usamos operaciones elementales de filas para cambiar la matriz aumentada a forma escalonada por filas.

4. Escribimos el nuevo sistema de ecuaciones que corresponde a la forma escalonada por filas de la matriz aumentada y resolvemos por medio de la sustitución hacia atrás.

Para la modelización de un problema de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas siga los siguientes pasos:

1. Leer y comprender el problema
2. Identificar las variables
3. Obtenerlas ecuaciones
4. Ordenar las ecuaciones
5. Aplicamos el método de Gauss

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique y los ejercicios del 1 al 68, página 709-711 del texto básico.

Actividad de aprendizaje calificada 5

En su diario de notas resuelva los problemas del 69 al 74 de la página 711 del texto básico. (6 problemas)

Estrategias metodológicas:

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.
- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales.
    1. Identificar las incógnitas.
    2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas.
    3. Establecer un sistema de ecuaciones.
    4. Resolver el sistema e interpretar los resultados.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estas haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Hemos concluido la segunda unidad.

Autoevaluemos nuestros conocimientos logrados hasta aquí.

Desarrolle la actividad interactiva 2:

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

Autoevaluación 2

1. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x + 3y = 18 \end{cases}$ son?**

   a. x=1, y = 4
   b. x=2, y=3
   c. x=3, y=2

2. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ -6x + 5y = 28 \end{cases}$ son?**

   a. x=-3, y=2
   b. x=-4, y=3
   c. x=-5, y=4

3. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ -6x + 5y = 28 \end{cases}$ son?**

   a. x=-3, y=1
   b. x=-2, y=2
   c. x=-1, y=3

4. **¿Cuántas soluciones tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$?**

   a. No tiene solución
   b. Una solución
   c. Infinitas soluciones

5. **¿Cuántas soluciones tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + \quad 4y = 8 \\ 3x + 12y = 2 \end{cases}$?**

a. No tiene solución
b. Una solución
c. Infinitas soluciones

6. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ son?**

a. x=1, y=0
b. x=2, y=1
c. x=3, y=2

7. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2371x - 6552y = 13591 \\ 9815x + 992y = 618555 \end{cases}$ son?**

a. x=61, y=20
b. x=62, y=21
c. x=63, y=22

8. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x - 3y + z = 0 \\ y + 4z = 10 \\ z = 3 \end{cases}$ son?**

a. x=-3, y=-2, z=3
b. x=-4, y=-3, z=4
c. x=-5, y=-4, z=5

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

9. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones** $\begin{cases} x-2y+3z=10 \\ 2y-z=2 \\ 3z=12 \end{cases}$ **son?**

a. x=2, y=3, z=2
b. x=3, y=2, z=3
c. x=4, y=3, z=4

10. **¿Las soluciones del sistema de ecuaciones** $\begin{cases} x-y+z=0 \\ y+2z=-2 \\ x+y-z=2 \end{cases}$ **son?**

a. x=0, y=1, z=0
b. x=1, y=0, z=-1
c. x=0, y=-1, z=1

Ir al solucionario

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Semana 7

Actividad 1. Revise las autoevaluaciones desarrolladas en el primer bimestre.

Actividad 2. Revise las evaluaciones parciales desarrolladas en el primer bimestre.

Actividad 3. Revise los temas donde tenga alguna dificultad y participe de las evaluaciones del bimestre.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estas haciendo muy bien ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Esta actividad debe cumplir, únicamente, aquel estudiante que no participó de la actividad síncrona.

Semana 8

Actividad 1. Estudie los contenidos del primer bimestre y participe de la evaluación presencial.

Para ello revise:

- Su diario de notas
- Actividades de aprendizaje recomendadas
- Actividades de aprendizaje calificadas
- Actividades de aprendizaje interactivas
- Evaluaciones parciales.

Actividad 2. Participe de la evaluación presencial.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estas haciendo muy bien ¡Sigue adelante!**

Segundo bimestre

Resultado de aprendizaje 2

Determina los principios y leyes de las desigualdades para modelar y resolver problemas empleando los sistemas de inecuaciones.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Semana 9

Estimados estudiantes:

Bienvenidos al Segundo Bimestre del curso de sistemas de conocimientos de ecuaciones y desigualdades y su didáctica, damos inicio ahondando nuestros conocimientos sobre sistemas de ecuaciones no lineales, desigualdades, sistemas con desigualdades, modelación con desigualdades y sistemas de desigualdades para resolver problemas del entorno.

Con estos conocimientos, la comprensión de la pedagogía y aplicación de la didáctica estaremos en condiciones de generar aprendizajes significativos en nuestros estudiantes, quienes podrán resolver situaciones de la vida real aplicando la modelización.

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre Sistemas de ecuaciones no lineales.

Sistema de ecuaciones no lineales

2.5. ¿A qué llamamos un sistema de ecuaciones no lineal?

Un sistema de ecuaciones no lineales es aquel que no todas las ecuaciones son lineales.

2.6. ¿Cómo se resuelve un sistema de ecuaciones no lineal?

Se aplican los mismos métodos estudiados para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Método de sustitución

Reforcemos nuestros conocimientos resolviendo el siguiente sistema

Ejemplo 42:

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y = x^2 & \langle 1 \rangle \\ y = x + 12 & \langle 2 \rangle \end{cases}$

Sustituimos la ecuación $\langle 1 \rangle$ en la ecuación $\langle 2 \rangle$

$$y = x^2$$

$$x + 12 = x^2$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$(x-4)(x+3)=0$

$x-4=0 \qquad x+3=0$

$x-4=0$

$x=4$

$x+3=0$

$x=-3$

En la ecuación (2) sustituimos los valores encontrados de $x=4$ y $x=-3$

$y=x+12$

$y=4+12$

$y=16$

$y=x+12$

$y=-3+12$

$y=9$

La solución del sistema de ecuaciones es $(4,16)$ y $(3,\ 9)$

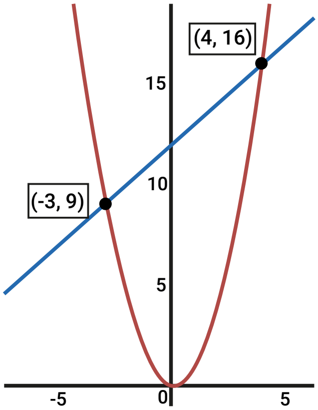
Método gráfico

Con el sistema del ejemplo anterior aplicamos el método gráfico.

Ejemplo 43

Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y=x^2 \\ y=x+12 \end{cases}$

Grafiquemos



Observamos que la gráfica de la primera ecuación es una parábola y la gráfica de la segunda ecuación es una línea se cruzan en los dos puntos $(4,16)$ y $(3,\ 9)$.

Método de eliminación

Para recordar y reforzar nuestros conocimientos resolvamos el siguiente sistema

Ejemplo 44:

$$\begin{cases} x^2 - 2y = 1 \\ x^2 + 5y = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2y = 1(-1) \\ x^2 + 5y = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2y = -1 \\ \underline{\quad x^2 + 5y = 29} \end{cases}$$

$$7y = 28$$

$$y = \frac{28}{7}$$

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

$y = 4$

$x^2 - 2y = 1$

$x^2 - 2(4) = 1$

$x^2 = 9$

$x = \sqrt{9}$

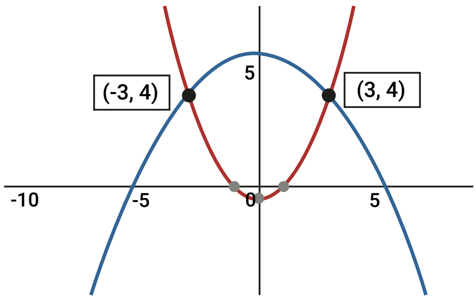
$x_1 = 3$

$x_2 = -3$

La solución del sistema de ecuaciones es $(3,4)$ y $(-3,\ 4)$

Ejemplo 45

Verifiquemos gráficamente el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 12 \end{cases}$



Observamos que las gráficas son dos parábolas que se cruzan en los dos puntos $(-3,4)$ y $(3,\ 4)$ que son la solución del sistema.

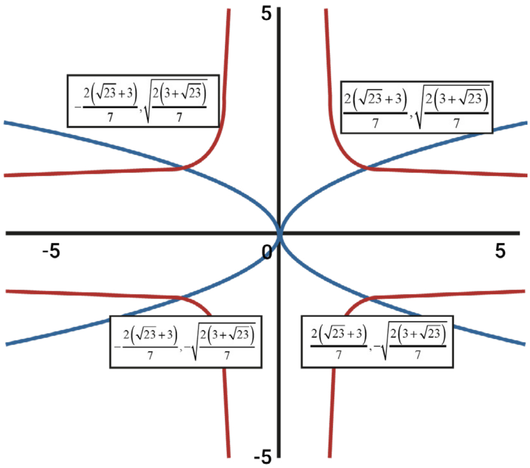
Método gráfico

El método gráfico es el más útil y rápido para resolver sistemas de ecuaciones no lineales.

Profundicemos nuestros conocimientos resolviendo gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones

Ejemplo 46:

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2}+\dfrac{6}{y^2}=\dfrac{7}{2} \\ \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^4}=0 \end{cases}$$



Las 4 soluciones del sistema son:

$$\left(\frac{2(\sqrt{23}+3)}{7},\sqrt{\frac{2(3+\sqrt{23})}{7}}\right)$$

$$\left(-\frac{2(\sqrt{23}+3)}{7},\sqrt{\frac{2(3+\sqrt{23})}{7}}\right)$$

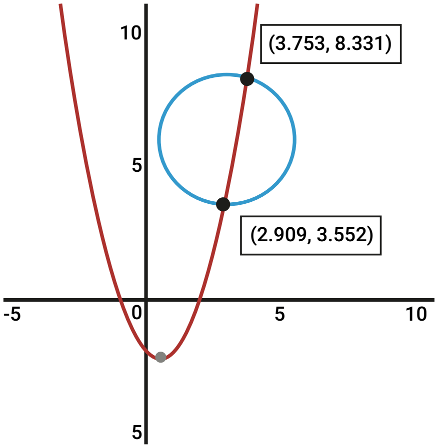
$$\left(-\frac{2(\sqrt{23}+3)}{7},-\sqrt{\frac{2(3+\sqrt{23})}{7}}\right)$$

$$\left(\frac{2(\sqrt{23}+3)}{7}, -\sqrt{\frac{2(3+\sqrt{23})}{7}}\right)$$

Ahora resolvamos gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

Ejemplo 47:

$$\begin{cases} y = x^2 - x - 2 \\ (x-3)^2 + (y-6)^2 = 6 \end{cases}$$



Las soluciones del sistema son: $(3.753, 8.331)$ y $(2.909, 3.552)$

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera los sistemas de ecuaciones no lineales le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 751-753
- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el video de:
    - Academia JAF. Sistemas de ecuaciones no lineales-Con una ecuación de segundo grado

Retroalimentación

La solución de sistemas de ecuaciones no lineales se resuelve igual que un sistema de ecuaciones lineales.

- Método de sustitución.
- Método de eliminación.
- Método gráfico.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique los ejercicios del 1 al 44, página 751-752 del texto básico.

Actividad de aprendizaje calificada 6

En su diario de notas resuelva los problemas del 45 al 51 de la página 755 del texto básico. (6 problemas)

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales

    1. Identificar las incógnitas
    2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas
    3. Establecer un sistema de ecuaciones no lineales
    4. Resolver el sistema e interpretar los resultados

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Recuerde que:

A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.

Lo estas haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!

Semana 10

Estimados estudiantes:

Bienvenidos a la tercera unidad, profundicemos nuestros conocimientos sobre desigualdades.

Unidad 3. Desigualdades

3.1. ¿A qué llamamos desigualdades?

Una desigualdad se ve muy semejante a una ecuación, excepto que en lugar del signo de igual hay uno de los símbolos, $\geq, \leq, >$ o $<$).

Ejemplo 48:

$5x + 4 = 6$ Ecuación

$5x + 4 \geq 6$ Inecuación

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

3.1.1. ¿Cómo se resuelve una desigualdad?

Para resolver una desigualdad que contenga una variable significa encontrar todos los valores de la variable que hagan verdadera la desigualdad. A diferencia de una ecuación, una desigualdad por lo general tiene infinidad de soluciones que forman un intervalo o una unión de intervalos en la recta real.

Resolvamos el siguiente ejercicio:

Ejemplo 49:

Resolvamos la ecuación $5x + 4 = 14$ y coloquemos la respuesta en la recta real

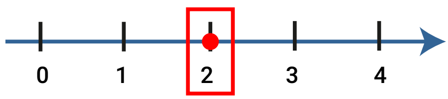
Solución

$5x + 4 = 14$

$5x = 10$

$x = 2$

Gráfico



La solución de la ecuación es igual a 2

Ejemplo 50

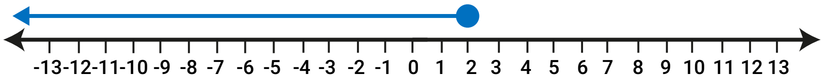
Resolvamos la inecuación $5x + 4 \leq 14$ y coloquemos las respuestas en la recta real:

$5x + 4 \leq 14$

$5x \leq 10$

$x \leq 2$

Gráfico de la recta real



Las soluciones de la desigualdad son todos los valores menores e iguales a 2, es decir, en el intervalo $(-\infty, 2]$.

Ejemplo 51:

Resolvamos la inecuación y coloquemos las respuestas en la recta real

$$\frac{2x-5}{3} < x+1$$

$$2x-5 < 3(x+1)$$

$$2x-5+5 < 3x+3+5$$

$$2x-3x < 3x-3x+8$$

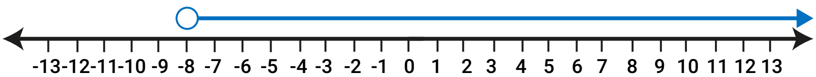
$$-x < 8$$

Recuerde que multiplicar por un número negativo implica invertir la dirección de la desigualdad.

$$-x(-1) < 8(-1)$$

$$x > -8$$

Gráfico de la recta real



Las soluciones de la desigualdad son todos los valores mayores a -8, es decir, en el intervalo $(-8, \infty)$.

3.1.2. ¿Cómo se resuelve un par de desigualdades simultáneas?

Para comprender con mayor facilidad resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 52:

Dada la desigualdad $12 > -3 - 3x \geq -9$

Primer caso

$12 > -3 - 3x$

$-3x - 3 < 12$

$-3x - 3 + 3 < 12 + 3$

Recuerde que multiplicar por un número negativo implica invertir la dirección de la desigualdad.

$-3x(-1) < 15(-1)$

$3x > -15$

$x > -\dfrac{15}{3}$

$x > -5$

Segundo caso

$-3 - 3x \geq -9$

$-3 + 3 - 3x \geq -9 + 3$

$-3x \geq -6$

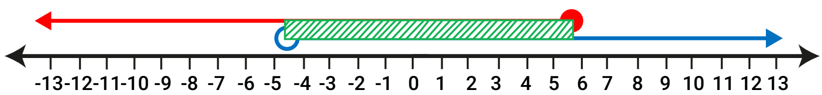
Recuerde que multiplicar por un número negativo implica invertir la dirección de la desigualdad.

$-3x(-1) \geq -6(-1)$

$3x \leq 6$

$x \leq 6$

Gráfico de la recta real



Las soluciones de las desigualdades simultáneas son todos los valores mayores a -5 y menores e iguales a 6, es decir, en el intervalo $(-5,6]$.

Estimados estudiantes

Los procesos desarrollados en esta guía o en el texto básico no son para memorizar, son otra manera de resolver desigualdades, usted tiene la libertad de desarrollar el método que sea más eficaz, y se espera que desarrollen en sus alumnos la capacidad de razonar y encontrar el método más eficiente.

En la actualidad, contamos con calculadoras de desigualdades, páginas de internet como symbolab y programas informáticos como Excel entre otros, que nos facilitan la solución de ecuaciones.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera como resolver desigualdades le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 81-83.

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el video de:
  - Match2me. Introducción a las desigualdades.

Retroalimentación

Para resolver una desigualdad significa encontrar todos los valores de la variable que hagan verdadera la desigualdad.

Por lo general, la desigualdad tiene infinidad de soluciones que forman un intervalo o una unión de intervalos en la recta real.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique y los ejercicios del 1 al 36, páginas 88-89 del texto Básico.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes

Los felicito por el cumplimiento de las actividades de aprendizaje recomendadas y calificadas, espero que hayan obtenido aprendizajes significativos. Es momento de participar en la primera actividad de aprendizajes evaluadas del segundo bimestre.

Semana 11

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre desigualdades no lineales.

3.2. Desigualdades no lineales

3.2.1. ¿Cómo se resuelve una desigualdad no lineal?

Para resolver desigualdades que contengan cuadrados y otras potencias de la variable usamos factorización junto con el principio siguiente.

El signo de un producto o cociente

- Si un producto o un cociente tienen un número par de factores negativos entonces su valor es positivo.
- Si un producto o un cociente tienen un número impar de factores negativos entonces su valor es negativo.

Guía para resolver desigualdades no lineales:

1. **Mueva todos los términos a un lado**. Si es necesario, vuelva a escribir la desigualdad de modo que todos los términos diferentes de cero aparezcan en un lado del signo de desigualdad. Si el lado diferente de cero de la desigualdad contiene cocientes, páselos a un común denominador.
2. **Factorice**. Factorice el lado diferente de cero de la desigualdad.

3. **Encuentre los intervalos**. Determine los valores para los cuales cada factor es cero. Estos números dividirán la recta real en intervalos. Haga una lista de los intervalos que están determinados por estos números.

4. **Resuelva**. Determine la solución de la desigualdad a partir de la última fila de la tabla de signos. Asegúrese de verificar si la desigualdad que satisfaga para algunos o todos los puntos extremos de los intervalos. (esto puede ocurrir si la desigualdad contiene (< o >) (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 83).

3.2.2. ¿Cómo se resuelve una desigualdad cuadrática?

Para comprender de mejor manera resolvamos el siguiente ejercicio.

Ejemplo 53:

$x^2 > 3(x+6)$

Dada la desigualdad $x^2 > 3(x+6)$

Utilizando la guía para resolver desigualdades cuadráticas.

$x^2 > 3(x+6)$	En el lado derecho multiplicamos
$x^2 > 3x+18$	
$x^2 - 3x - 18 > 0$	Pasamos todos los términos al lado izquierdo
$(x-6)(x+3) > 0$	Factorizamos
$x - 6 > 0$	Despejamos x en cada factor
$x > 6$	

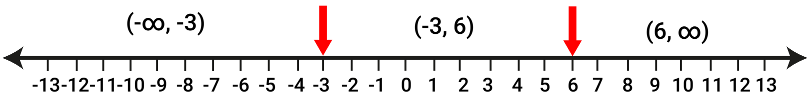
$x + 3 > 0$

$x > -3$

Estos números dividen la recta real en los intervalos

$(-\infty, -3), (-3{,}6)$ y $(6, \infty)$

Graficamos



Utilizamos los valores de prueba para determinar los signos.

Valor de prueba (-4)

$x - 6 > 0$

$-4 - 6 > 0$

$-10 > 0$

$x + 3 > 0$

$-4 + 3 > 0$

$-1 > 0$

Valor de prueba (2)

$x - 6 > 0$

$2 - 6 > 0$

$-4 > 0$

$x + 3 > 0$

$-2 + 3 > 0$

$1 > 0$

Valor de prueba (8)

$x - 6 > 0$

$8 - 6 > 0$

$2 > 0$

$x + 3 > 0$

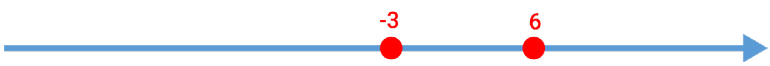
$8 + 3 > 0$

$11 > 0$

Tabla

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, 6)$	$(6, \infty)$
Signo de x - 6	-	-	+
Signo de x + 3	-	+	+
Signo de $(x - 6)(x + 3)$	+	-	+

Diagrama



Signo de x - 6	-	+	+
Signo de x + 3	-	-	+
Signo de $(x - 6)(x + 3)$	+	-	+

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

En la tabla y el diagrama observamos que $(x-6)(x+3)$ es negativo en el intervalo $(-3,6)$.

La solución de la desigualdad es $(-\infty,-3) \cup (6,\infty)$.

3.2.3. ¿Cómo se resuelve una desigualdad con factores repetidos?

Para comprender de mejor manera este tema resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 54:

Dada la desigualdad $(x-4)(x+2)^2 > 0$

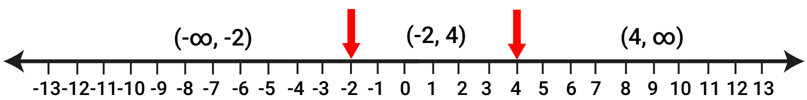
Como ya están todos los términos al lado izquierdo y está factorizado, ahora vamos a encontrar los intervalos.

Los factores son cero cuando $x = 4$ y $x = -2$

Estos números dividen la recta real en los intervalos

$(-\infty,-2), (-2,4)$ y $(4,\infty)$

Graficamos



Utilizamos los valores de prueba para determinar los signos

Valor de prueba (-4)

$x - 4 > 0$

$-4 - 4 > 0$

$-8 > 0$

$(x + 2)^2 > 0$

$(-4 + 3)^2 > 0$

$1 > 0$

Valor de prueba (2)

$x - 4 > 0$

$\boxed{2 - 4 > 0}$

$-2 > 0$

$(x + 2)^2 > 0$

$(2 + 2)^2 > 0$

$16 > 0$

Valor de prueba (8)

$x - 4 > 0$

$8 - 4 > 0$

$4 > 0$

$(x + 2)^2 > 0$

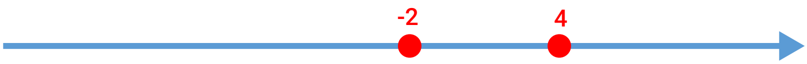
$(8 + 2)^2 > 0$

$100 > 0$

Tabla

Intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2,4)$	$(4,\infty)$
Signo de $x-4$	-	-	+
Signo de $(x+2)^2$	+	+	+
Signo de $(x-4)(x+2)^2$	-	-	+

Diagrama



Signo de x - 6	-	-	+
Signo de x + 3	+	+	+
Signo de (x - 6) (x + 3)	-	-	+

En la tabla y el diagrama observamos que $(x-4)(x+2)^2$ es negativo en los intervalos $(-\infty,-2)$ y $(-2,4)$.

La solución de la desigualdad es $(x>4)$ en forma de intervalo es $(4,\infty)$.

3.2.4. ¿Cómo se resuelve una desigualdad con un cociente?

Para comprender de mejor manera este tema resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 55:

Dada la desigualdad $\frac{2x+6}{x-2}<0$

Como ya están todos los términos al lado izquierdo

$$\frac{2x+6}{x-2}<0$$

Factorizamos

$$\frac{2(x+3)}{x-2} < 0$$

Ahora vamos a encontrar los intervalos.

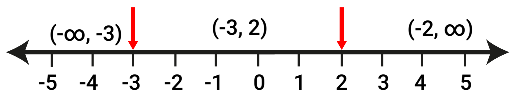
$x + 3 < 0$ y $x - 2 < 0$

Los factores son cero cuando $x = -3$ y $x = 2$

Estos números dividen la recta real en los intervalos

$(-\infty, -3), (-3, 2)$ y $(2, \infty)$

Graficamos



Utilizamos los valores de prueba para determinar los signos

Valor de prueba (-4)

$x + 3 < 0$

$(-4) + 3 < 0$

$-1 < 0$

$x - 2 < 0$

$-4 - 2 < 0$

$-6 < 0$

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

Valor de prueba (1)

$x + 3 < 0$

$(1) + 3 < 0$

$4 < 0$

$x - 2 < 0$

$1 - 2 < 0$

$-1 < 0$

Valor de prueba (2)

$x + 3 < 0$

$2 + 3 < 0$

$5 < 0$

$x - 2 < 0$

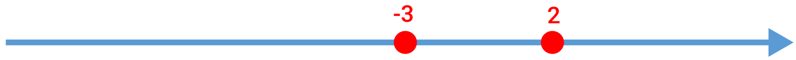
$2 - 2 < 0$

$0 < 0$

Tabla

Intervalo	$(-\infty, -3)$	$(-3, -2)$	$(-2, \infty)$
Signo de (x + 3)	-	+	+
Signo de (x - 2)	-	-	+
Signo de (x + 3) (x - 2)	**+**	**-**	**+**

Diagrama

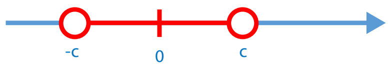


Signo de (x + 3)	-	+	+
Signo de (x - 2)	-	-	+
Signo de (x + 3) (x - 2)	**+**	**-**	**+**

La solución de la desigualdad es $(-3 > x < 4)$ en forma de intervalo es $(-3,2)$

3.2.5. ¿Cómo se resuelven desigualdades con valor absoluto?

Para resolver las desigualdades con valor absoluto aplicamos las siguientes propiedades.

Desigualdad		Forma equivalente	Gráfica
1.	$\lvert x\rvert < c$	$-c < x < c$	
2.	$\lvert x\rvert \leq c$	$-c \leq x \leq c$	
3.	$\lvert x\rvert > c$	$x < -c \quad o \quad c < x$	
4.	$\lvert x\rvert \geq c$	$x \leq c \quad o \quad c \leq x$	

Para comprender de mejor manera este tema resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 56:

Dada la desigualdad $|3x + 2| < 4$

La desigualdad $|3x + 2| < 4$ es equivalente

$-4 < 3x + 2 < 4$ Propiedad 1

$-4 - 2 < 3x + 2 - 2 < 4 - 2$

$-6 < 3x < 2$

$-\frac{6}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{2}{3}$

$-2 < x < \frac{2}{3}$

La solución de la desigualdad es $\left(-2 < x < \frac{2}{3}\right)$ en forma de intervalo es $\left(-2, \frac{2}{3}\right)$

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera la resolución de desigualdades no lineales le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 83-87
- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el Prezi de Juan Pérez. Desigualdades no lineales.

Retroalimentación

Nos referimos a las desigualdades no lineales a las que contienen factores cuadráticos y racionales, para ello seguimos los siguientes pasos:

1. Dejamos todos los términos al lado izquierdo de la desigualdad.
2. Factorizamos.

3. Igualamos los factores a cero, para encontrar los intervalos (en la recta de los números reales).

4. Determinamos los intervalos válidos para la desigualdad utilizando valores de prueba.

5. Expresamos la respuesta por conjuntos solución.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

Resuelva y explique y los ejercicios del 37 al 90, página 89 del texto básico.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!

Semana 12

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre modelado con desigualdades.

3.3. Modelado con desigualdades

Modelar problemas prácticos conduce a desigualdades porque con frecuencia estamos interesados en determinar cuándo una cantidad es mayor (o menor) que otra.

3.3.1. ¿Cómo se realiza el modelado con desigualdades?

Para comprender de mejor manera este tema resolvamos el siguiente ejercicio

Ejemplo 57:

Las instrucciones en una bolsa de café indican que debe conservarse a una temperatura de 20°C a 30°C. ¿Qué intervalo de temperatura corresponde en una escala Fahrenheit?

Solución

Expresemos en expresión algebraica

$20 < C < 30$

Sabemos que

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$

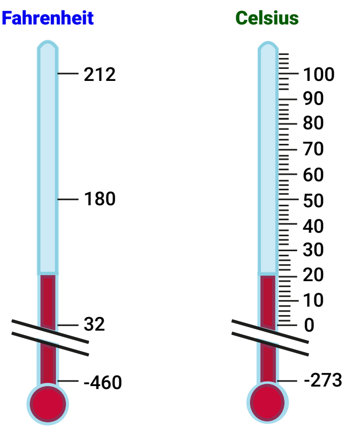
Aplicamos el método de sustitución

$20 < C < 30$

$20 < \frac{5}{9}(F - 32) < 30$

$20\left(\frac{9}{5}\right) < \frac{5}{9}(F - 32)\left(\frac{9}{5}\right) < 30\left(\frac{9}{5}\right)$

$36 < (F - 32) < 54$



$36 + 32 < F - 32 + 32 < 54 + 32$

$68 < F < 86$

El café debe conservarse a una temperatura de 68 a 86 °F.

Ejemplo 58:

La fuerza de tensión que soporta un nuevo plástico varía con la temperatura de acuerdo a la ecuación $T = 100 + 400T - 40T^2$ ¿Para qué intervalo de temperatura podremos hacer que la fuerza de tensión sea mayor de 740 N?

Solución

Expresemos en expresión algebraica

$T > 740$

Sabemos que

$T = 100 + 400T - 40T^2$

Aplicamos el método de sustitución

$T > 740$

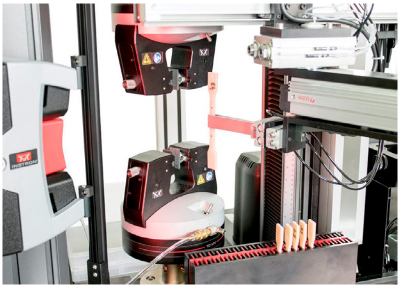
$100 + 400T - 40T^2 > 740$

$-40T^2 + 400T - 640 > 0(-1)$

$40T^2 - 400T + 640 < 0$

$T^2 - 10T + 16 < 0$

$(T - 8)(T - 2) < 0$



Máquina de prueba de tensión/ flexión para plástico.

El intervalo de temperatura para que la fuerza sea mayor a 740N debe estar entre 2 y 8 grados celsius.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera el modelado con desigualdades le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 87-88
- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el video de: Matematicatuya. Problemas de desigualdades. Metodología y ejemplo.

Retroalimentación

En el video de recomienda una sucesión de pasos para resolver problemas en que se consiguen las soluciones planteando y resolviendo una inecuación. Se dan recomendaciones y sugerencias. Finalmente, se resuelve un problema clásico de aplicación de desigualdades siguiendo los pasos establecidos.

Actividades de aprendizaje calificada 7

En su diario de notas resuelva los problemas del 109 al 125, de las páginas 90-91del texto básico (17 problemas).

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.
- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales.
    1. Identificar las incógnitas.

2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas.
3. Establecer las desigualdades.
4. Resolver las desigualdades e interpretar los resultados.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Los felicito por el cumplimiento de las actividades de aprendizaje recomendadas y calificadas, espero que hayan obtenido aprendizajes significativos.

Es momento de participar en la segunda actividad de aprendizajes evaluadas del segundo bimestre.

Semana 13

Estimados estudiantes

En esta semana profundicemos nuestros conocimientos sobre la resolución de desigualdades gráficamente.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

3.4. Resolver desigualdades gráficamente

3.4.1. ¿Cómo se resuelven las desigualdades gráficamente?

Para resolver gráficamente una desigualdad dibujamos la gráfica de la ecuación de dos variables obteniendo el lado distinto de cero de la desigualdad igual a una variable y.

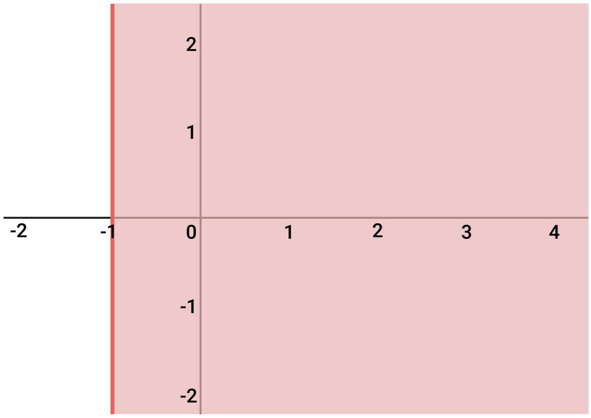
Las soluciones de la desigualdad dada son los valores de x para los cuales y es mayor o igual a 0. Es decir, las soluciones son los valores de x para los cuales la gráfica está arriba del eje x. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 120)

Para comprender de mejor manera resolvamos los siguientes ejercicios.

Ejemplo 59:

Dada la desigualdad $x \geq -1$

Resolvemos utilizando la calculadora gráficadora.

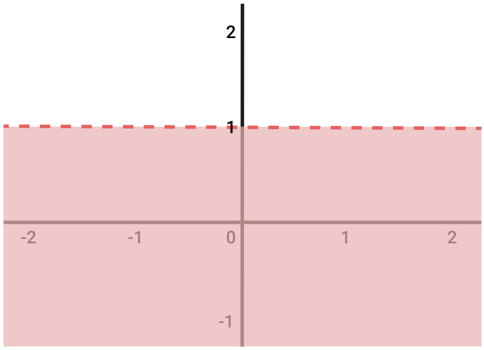


La solución de la desigualdad es $[-1, \infty)$.

Ejemplo 60:

Dada la desigualdad $y < 1$

Graficamos utilizando la calculadora gráficadora



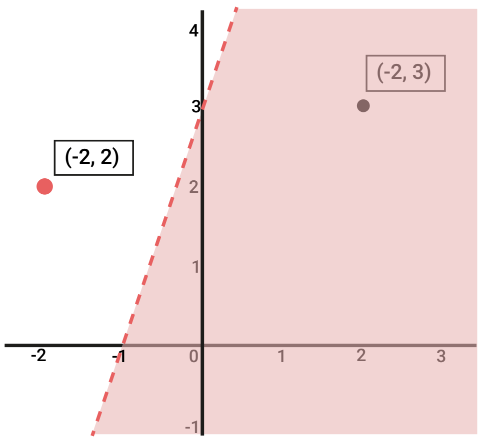
La solución de la desigualdad es $(1, -\infty)$.

3.4.2. ¿Cómo encontramos la solución de desigualdades lineales con dos variables gráficamente?

Ejemplo 61:

Dada la desigualdad $y < 3x + 3$

Graficamos utilizando la calculadora gráficadora



La línea límite es la recta $y < 3x + 3$, y está punteada porque nuestro término y es "mayor que," no "mayor o igual que."

Para identificar la región límite, la región donde la desigualdad es verdadera, probamos dos pares de coordenadas, uno en cada lado de la línea límite, $(2{,}3)$ y $(-2, 2)$.

Si sustituimos cada par ordenado $(2{,}3)$ y $(-2{,}2)$ en la desigualdad.

Par ordenado $(2{,}3)$

$y < 3x + 3$

$3 < 3(2) + 3$

$3 < 9$

Es una declaración válida, debemos sombrear el área hacia la derecha de la recta.

Par ordenado $(-2{,}2)$

$y < 3x + 3$

$2 < 3(-2) + 3$

$2 < -3$

Es una declaración falsa, no debemos sombrear el área hacia la izquierda de la recta, por lo que el punto (2, -2) no está dentro del conjunto solución.

La solución de la desigualdad es $x > \frac{y-3}{3}$

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera la solución de desigualdades gráficamente le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 120-122.
- Habilite el hipervínculo y mire atentamente el video de MateFacil. Desigualdad de primer grado, solución gráfica e intervalo. Ejercicio resuelto.

Retroalimentación

Para resolver gráficamente una desigualdad dibujamos la gráfica de la ecuación de dos variables obteniendo el lado distinto de cero de la desigualdad igual a una variable *y*.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique los ejercicios del 1 al 48, página 121-122 del texto básico.

Actividades de aprendizaje calificada 8

En su diario de notas resuelva los problemas 47 y 48 página 122 del texto básico (2 problemas).

Estrategias metodológicas

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales.

  1. Identificar las incógnitas.
  2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas.
  3. Establecer las desigualdades.
  4. Resolver las desigualdades e interpretar los resultados.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes:

Hemos concluido la tercera unidad.

Autoevaluemos nuestros conocimientos logrados hasta aquí.

Actividad interactiva 3

Autoevaluación 3

1. **La solución de la desigualdad $2x \leq 7$ es:**

   a. $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right]$
   b. $\left(-\infty, \frac{2}{7}\right]$
   c. $\left[\frac{2}{7}, \infty\right)$

2. **La solución de la desigualdad $3x + 11 < 5$ es:**

   a. $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right]$
   b. $\left(\infty, \frac{2}{7}\right]$
   c. $\left[\frac{2}{7}, \infty\right)$

3. **La solución de la desigualdad $\frac{2}{5}x + 1 < \frac{1}{5} - 2x$ es:**

   a. $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right)$
   b. $\left(\infty, \frac{1}{5}\right]$
   c. $\left(-\infty, -\frac{1}{5}\right)$

4. **La solución de la desigualdad $(x + 2)(x - 3) < 0$ es:**

   a. $(2, 3)$
   b. $(-2, -3]$
   c. $(-2, 3)$

5. **La solución de la desigualdad $x^2 \geq 9$ es:**

   a. $(-\infty, 3] \cup [-3, \infty)$
   b. $(\infty, 3] \cup [3, \infty)$
   c. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

6. **La solución de la desigualdad no lineal $\frac{x-3}{x+1} \geq 0$ es:**

   a. $(-\infty, -1) \cup [3, \infty)$
   b. $(\infty, 1) \cup [-3, \infty)$
   c. $(-\infty, 3] \cup [1, \infty)$

7. **La solución de la desigualdad no lineal $x^4 > x^2$ es:**

   a. $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$
   b. $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
   c. $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

8. **La solución de la desigualdad con valor absoluto $|5x| < 20$ es:**

   a. (-4,4)
   b. (-4,0)
   c. (-4,1)

9. **La solución de la desigualdad con valor absoluto $|3x + 2| < 4$ es:**

   a. $\left(2, \frac{2}{3}\right)$
   b. $\left(-2, \frac{2}{3}\right)$
   c. $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

10. **La solución de la desigualdad con valor absoluto $\frac{1}{2}|x| \geq 1$ es:**

a. $(-\infty, 0] \cup [0, \infty)$

b. $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

c. $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

Ir al solucionario

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Semana 14

Estimados estudiantes:

Bienvenidos a la cuarta unidad, profundicemos nuestros conocimientos sobre sistemas de desigualdades.

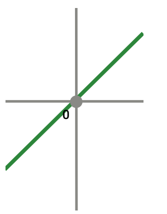
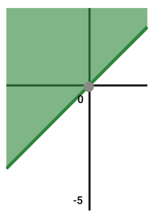
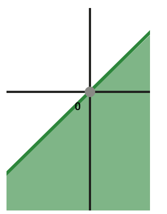
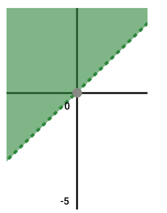
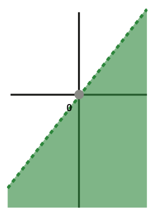
Unidad 4. Sistemas de desigualdades

4.1. ¿A qué llamamos sistemas de desigualdades?

Un sistema de dos o más desigualdades lineales puede dividir el plano en formas más complejas.

Para comprender de mejor manera este concepto analicemos utilizando el método gráfico.

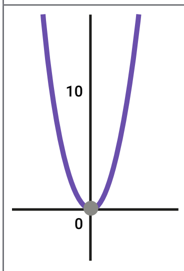
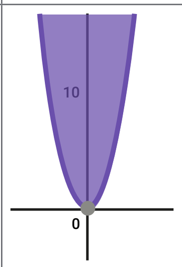
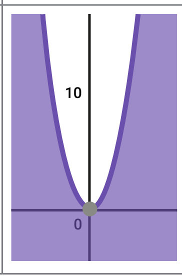
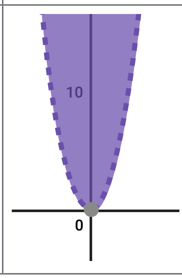
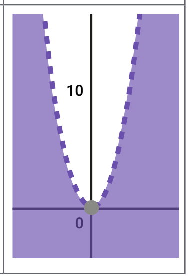
Gráficas de la desigualdad de una ecuación lineal

$y = x$	$y \geq x$	$y \leq x$	$y > x$	$y < x$
				

Analicemos:

- **En la primera** gráfica observamos que los puntos pertenecen a la línea de la igualdad de las variables.
- **En la segunda** observamos que están los puntos mayores e iguales a la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia arriba son mayores.
- **En la tercera** gráfica observamos que están los puntos menores e iguales a la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia abajo son menores.
- **En la cuarta** gráfica observamos que están los puntos mayores pero no se incluyen los puntos de la ecuación sabemos que en el eje de las y los valores hacia arriba son mayores.
- **En la quinta** gráfica observamos que están los puntos menores pero no se incluyen los puntos de la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia abajo son menores.

Gráficas de la desigualdad de una ecuación cuadrática.

$y = x^2$	$y \geq x^2$	$y \leq x^2$	$y > x^2$	$y < x^2$
				

Analicemos:

- **En la primera** gráfica observamos que los puntos pertenecen a la parábola de la ecuación.

- **En la segunda** observamos que están los puntos mayores e iguales a la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia arriba son mayores.
- **En la tercera** gráfica observamos que están los puntos menores e iguales a la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia abajo son menores.
- **En la cuarta** gráfica observamos que están los puntos mayores pero no se incluyen los puntos de la ecuación sabemos que en el eje de las y los valores hacia arriba son mayores.
- **En la quinta** gráfica observamos que están los puntos menores pero no se incluyen los puntos de la ecuación considerando que en el eje de las y los valores hacia abajo son menores.

La gráfica de una desigualdad en general consta de una región del plano cuyo límite es la gráfica de la ecuación obtenida al sustituir el signo de desigualdad ($\geq, \leq, >$ *o* $<$) por un signo igual.

Para determinar qué lado de la gráfica da el conjunto solución de la desigualdad necesitamos sólo verificar puntos de prueba.

4.2. ¿Cómo se grafica las desigualdades?

Para trazar la gráfica de una desigualdad ejecutamos los siguientes pasos:

1. **Trazar la gráfica de la ecuación** correspondiente a la desigualdad. Use una curva interrumpida para > o < y una curva continua para $\geq$ o $\leq$.
2. **Trazar la gráfica de la desigualdad**, **l**a gráfica de la desigualdad consiste en todos los puntos de un lado de la curva que se trazaron en el punto 1.

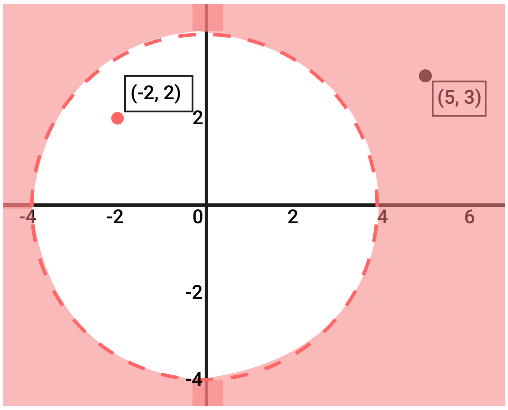
> Utilizamos los puntos de prueba en ambos lados de la curva para determinar si los puntos de ese lado satisfacen la desigualdad.
>
> Si el punto satisface la desigualdad, todos los puntos de ese lado de la curva satisfacen la desigualdad.
>
> En ese caso se sombrea ese lado de la curva para indicar que es parte de la gráfica.
>
> Si el punto de prueba no satisface la desigualdad, la región no es parte de la gráfica (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 756)

Para una mayor y mejor comprensión resolvamos la siguiente desigualdad:

Ejemplo 62:

Graficar la desigualdad $x^2 + y^2 > 16$

Grafiquemos la desigualdad $x^2 + y^2 > 16$ con el punto $(-2,2)$ en el interior y el punto $(5,3)$ en el exterior.



Verifiquemos si los puntos satisfacen la desigualdad

Punto de prueba	Desigualdad $x^2 + y^2 > 16$	Conclusión
$(-2,2)$	$(-2)^2 + (2)^2 > 16$ $4 + 4 > 16$ $8 > 16$	No es parte de la desigualdad
$(5,3)$	$(5)^2 + (3)^2 > 16$ $25 + 9 > 16$ $34 > 16$	Es parte de la desigualdad

La gráfica de la desigualdad $x^2 + y^2 > 16$ muestra la región sombreada la parte externa a la circunferencia de centro en el origen y de radio 4. Los puntos de la circunferencia no satisfacen la desigualdad porque es "mayor que" y el punto externo (5, 3) permite afirmar que todos los puntos exteriores a la circunferencia pertenecen a la desigualdad.

4.3. ¿Cómo se resuelve un sistema de desigualdades?

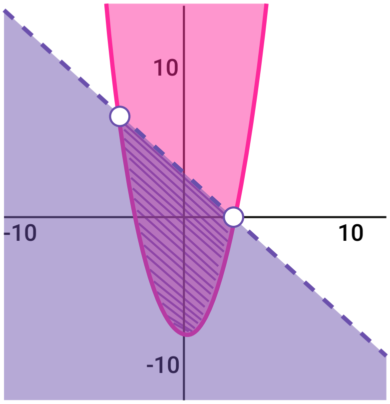
El conjunto solución de un sistema de desigualdades de dos incógnitas es el conjunto de todos los puntos del plano de coordenadas que satisface cada desigualdad del sistema. Gráficamente es la intersección de las soluciones de cada desigualdad del sistema.

Para una mayor comprensión resolvamos el siguiente sistema de desigualdades:

Ejemplo 63:

Graficar el sistema de desigualdades

$$\begin{cases} -x^2 + y \geq -8 \\ x + y < 3 \end{cases}$$



Encontremos los vértices del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} -x^2 + y = -8 & \langle 1 \rangle \\ x + y = 3 & \langle 2 \rangle \end{cases}$$

Despejamos y de la segunda ecuación $\langle 2 \rangle$

$$y = 3 - x \ \ \langle 3 \rangle$$

Sustituimos la ecuación $\langle 3 \rangle$ en la ecuación $\langle 1 \rangle$

$$-x^2 + y = -8$$

$$-x^2 + (3 - x) = -8$$

$$-x^2 + 3 - x = -8$$

$$-x^2 - x + 11 = 0$$

$$x^2 + x - 11 = 0$$

$$a = 1$$
$$b = 1$$
$$c = -11$$

$$x = \frac{(1) \mp \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-11)}}{2}$$

$$x = \frac{1 \mp \sqrt{45}}{2}$$

$$x_1 = -2.85$$

$$x_2 = 3.85$$

$$y = 3 - x$$

$$y = 3 - (-2.85)$$

$$y = 5.85$$

$$(-2{,}85; 5.85)$$

$$y = 3 - x$$

$$y = 3 - 3.85$$

$$y = 0.85$$

$$(3{,}85; 0.85)$$

Observando la gráfica verificamos que los vértices no pertenecen al conjunto solución porque no satisfacen la desigualdad $x + y = 3$ (por lo cual, están graficados como círculos abiertos en la figura). Naturalmente muestran dónde están las esquinas del conjunto solución.

4.4. ¿Cómo se resuelve un sistema de desigualdades lineales?

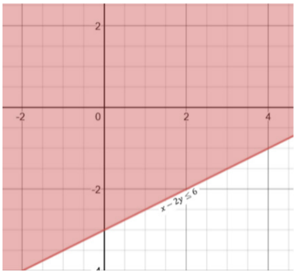
Recordemos que "una desigualdad lineal si se puede poner en una de las formas siguientes: $ax + by \geq c$, $ax + by \leq c$, $ax + by > c$ y $ax + by < c$" (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 759).

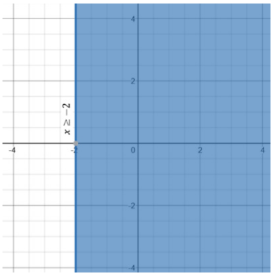
Para una mayor y mejor comprensión resolvamos el siguiente sistema de desigualdades:

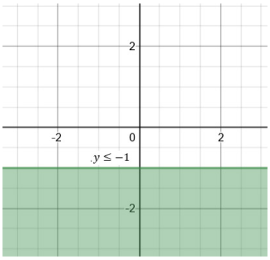
Ejemplo 64:

$$\begin{cases} x - 2y \leq 6 \\ x \geq -2 \\ y \leq -1 \end{cases}$$

Graficamos el sistema de desigualdades







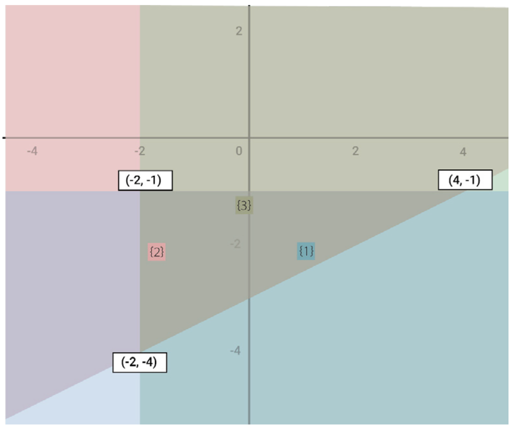
Verifiquemos si el punto $(0, -2)$ satisface las desigualdades

Desigualdades	Punto de prueba (0,-2)	Conclusión
$x - 2y \leq 6$	$x - 2y \leq 6$ $0 - 2(-2) \leq 6$ $4 \leq 6$	Satisface la desigualdad
$x \geq -2$	$x \geq -2$ $0 \geq -2$	Satisface la desigualdad
$y \leq -1$	$y \leq -1$ $-2 \leq -1$	Satisface la desigualdad

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

- El punto $(0,-2)$ está por arriba de la ecuación $x - 2y = 6$ muestra que esta región satisface la desigualdad.
- El punto $(0,-2)$ está a la derecha de la ecuación $x = -2$ muestra que esta región satisface la desigualdad.
- El punto $(0,-2)$ está por debajo de la ecuación $x = -1$ muestra que esta región satisface la desigualdad.

Tracemos la gráfica de la solución del sistema



La solución del sistema de desigualdades es la intersección de las tres gráficas.

Encontremos los vértices aplicando el método de sustitución.

$$\begin{cases} x - 2y = 6 & \langle 1 \rangle \\ x = -2 & \langle 2 \rangle \\ y = -1 & \langle 3 \rangle \end{cases}$$

Sustituimos la ecuación $\langle 3 \rangle$ en la ecuación $\langle 1 \rangle$

$x - 2y = 6$

$x - 2(-1) = 6$

$x + 2 = 6$

$x = 4$

Vértice 1 $(4, -1)$

Sustituimos la ecuación (2) en la ecuación (1)

$x - 2y = 6$

$-2 - 2y = 6$

$-2y = 8$

$y = -4$

Vértice 2 $(-2, -4)$

Con los valores de las ecuaciones 2 y 3 tenemos el Vértice 3 $(-2, -1)$.

4.5. ¿Cómo se modela con sistemas de desigualdades lineales?

Para modelizar problemas con sistemas de desigualdades lineales es importante tener en cuenta las restricciones de las variables.

- El gerente de una fábrica tiene sólo cierto número de trabajadores que pueden ser asignados para ejecutar trabajos en el piso de la fábrica.

- Un agricultor que determina que cosecha cultivar tiene sólo cierta cantidad de tierras que puede sembrar.

Estas restricciones o limitaciones se pueden expresar fácilmente como sistemas de desigualdades.

Cuando trabajamos con desigualdades aplicadas, por lo general, nos referimos al conjunto solución de un sistema como una región factible, porque los puntos del conjunto solución representan valores factibles para las cantidades que están bajo estudio. (Stewart, Redlin, y Watson, 2017, p. 762)

Para una mayor y mejor comprensión resolvamos el siguiente sistema de desigualdades:

Ejemplo 65.

Un comerciante vende dos mezclas diferentes de café. La mezcla estándar usa 4 onzas de granos de arábiga y 12 onzas de granos de robusta por paquete; la mezcla "De lujo" usa 10 onzas de arábigo y 6 onzas de robusta por paquete. El comerciante tiene disponible 80 lb de granos de arábiga y 90 libras de robusta. Encuentre un sistema de desigualdades que describa el posible número de paquetes estándar y "de lujo" que el comerciante pueda hacer. Trace la gráfica del conjunto solución.

Expresamos las restricciones como un sistema de desigualdades

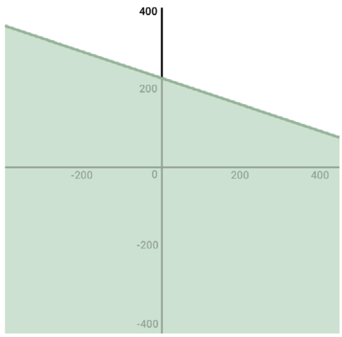
En palabras	Expresiones algebraicas
Arábiga	x
Robusta	y
Estándar	$4x+12y\leq 2720$
De lujo	$10x+6y\leq 2720$

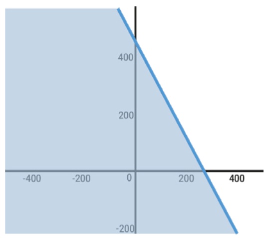
Tracemos las gráficas del sistema de desigualdades

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

$$\begin{cases} 4x + 12y \leq 2720 \\ 10x + 6y \leq 2720 \end{cases}$$

Graficamos el sistema de desigualdades





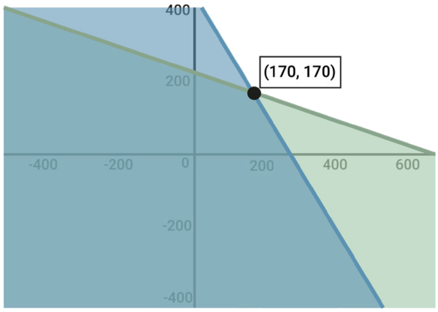
Verifiquemos si el punto $(0, -2)$ satisface las desigualdades

Desigualdades	Punto de prueba (0,)	Conclusión
$4x + 12y \leq 2720$	$4x + 12y \leq 2720$ $4(0) + 12(0) \leq 2720$ $0 \leq 2720$	Satisface la desigualdad
$10x + 6y \leq 2720$	$10x + 6y \leq 2720$ $10(0) + 6(0) \leq 2720$ $0 \leq 2720$	Satisface la desigualdad

- El punto $(0,0)$ está por debajo de la ecuación $4x + 12y \leq 2720$ muestra que esta región satisface la desigualdad.

- El punto $(0,0)$ está por debajo de la ecuación $10x + 6y \leq 2720$ muestra que esta región satisface la desigualdad.

Tracemos la gráfica de la solución del sistema



La solución del sistema de desigualdades es la intersección de las dos gráficas.

Encontremos los vértices aplicando el método de eliminación.

$$\begin{cases} 4x + 12y = 2720 \\ 10x + 6y = 2720 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \quad 4x + 12y = 2720 \\ \underline{10x + 6y = 2720(-2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \quad 4x + 12y = 2720 \\ \underline{-20x - 12y = -5440} \end{cases}$$

$$-16x = -2720$$

$$x = 170$$

$$4x + 12y = 2720$$

$$4(170) + 12y = 2720$$

$$y = 170$$

Con los valores encontrados tenemos el vértice en el punto (170,170).

El conjunto solución del sistema de desigualdades se muestra en la región de intersección bajo las dos rectas y se muestra en la gráfica.

Recursos de aprendizaje

Para comprender de mejor manera la solución de sistemas de desigualdades le invito a que:

- Lea el texto básico páginas 756-763.
- Habilite los hipervínculos y mire atentamente los videos de:
  - Unicoos. Sistema de inecuaciones con dos incógnitas.
  - Academia internet. Como resolver problemas de Inecuaciones.

Retroalimentación

El método más apropiado para resolver sistemas de desigualdades es el método gráfico, para ello ejecutamos los siguientes pasos:

1. Trazar la gráfica de la ecuación, correspondiente a la desigualdad. Use una curva interrumpida para > o < y una curva continua para ≥ o ≤.

2. Trazar la gráfica de la desigualdad. La gráfica de la desigualdad consiste en todos los puntos de un lado de la curva que se trazaron en el punto 1.

3. Utilizamos los puntos de prueba en ambos lados de la curva para determinar si los puntos de ese lado satisfacen la desigualdad.

4. Si el punto satisface la desigualdad, todos los puntos de ese lado de la curva satisfacen la desigualdad.

5. En ese caso se sombrea ese lado de la curva para indicar que es parte de la gráfica.

6. Si el punto de prueba no satisface la desigualdad, la región no es parte de la gráfica.

Cuando modelamos con desigualdades el conjunto solución de un sistema es una región factible, porque los puntos del conjunto solución representan valores factibles para las cantidades que están bajo estudio.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Para profundizar sus conocimientos:

- Resuelva y explique los ejercicios del 1 al 68, página 763-765 del texto básico.

Actividades de aprendizaje calificada 9

En su diario de notas resuelva los problemas del 69 al 74 de la página 765 del texto básico. (6 problemas)

Estrategias metodológicas:

- Los problemas están en el texto básico. Copie y pegue los enunciados en su diario de notas con el propósito de entender el problema.

- Siga los cuatro pasos de modelización matemática con sistemas de ecuaciones lineales.

1. Identificar las incógnitas.
2. Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas.
3. Establecer las desigualdades.
4. Resolver las desigualdades e interpretar los resultados.

> Recuerde que:
>
> A través del chat de tutoría y consultas puede aclarar sus dudas e inquietudes con su docente.
>
> **Lo estás haciendo muy bien. ¡Sigue adelante!**

Estimados estudiantes

Hemos concluido la cuarta unidad.

Autoevaluemos nuestros conocimientos logrados hasta aquí.

Actividad interactiva 4

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Autoevaluación 4

1. Cuál punto pertenece al sistema de desigualdades

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 5 \\ 2x + \ y \geq 3 \end{cases}$$

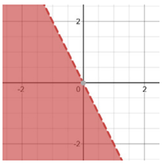
a. $(0,0)$
b. $(3,1)$
c. $(1,2)$

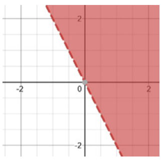
2. Cuál punto pertenece al sistema de desigualdades

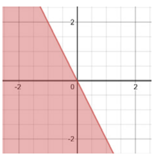
$$\begin{cases} \ x + 2y \geq 4 \\ 4x + 3y \geq 11 \end{cases}$$

a. $(1,1)$
b. $(5,1)$
c. $(3,0)$

3. La grafica de la desigualdad $y < -2x$ es:

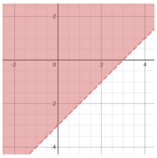
a. 

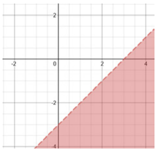
b. 

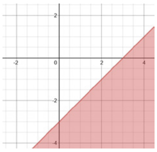
c. 

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

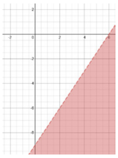
4. La grafica de la desigualdad $y < x - 3$ es:

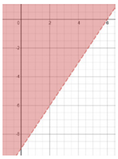
a. 

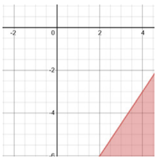
b. 

c. 

5. La grafica de la desigualdad $3x - 2y \geq 18$ es:

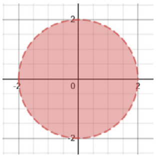
a. 

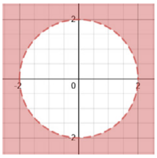
b. 

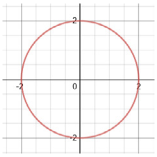
c. 

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

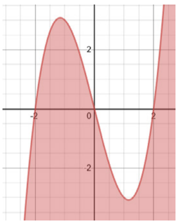
6. **La grafica de la desigualdad $x^2 + y^2 > 4$ es:**

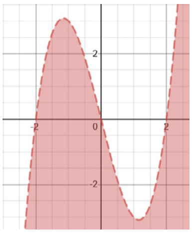
a. 

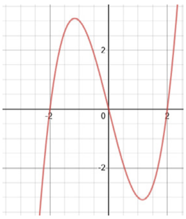
b. 

c. 

7. **La grafica de la desigualdad $y \leq x^3 - 4x$ es:**

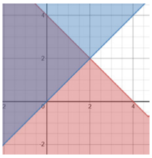
a. 

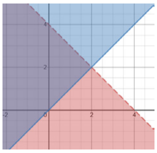
b. 

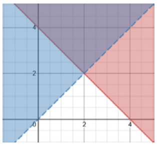
c. 

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

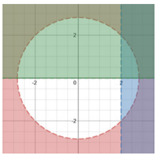
8. **La grafica del sistema de desigualdades** $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y \geq x \end{cases}$ **es:**

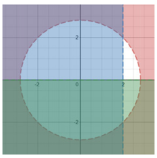
a. 

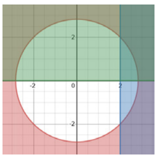
b. 

c. 

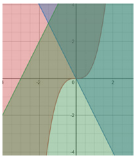
9. **La grafica del sistema de desigualdades** $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 8 \\ x \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ **es:**

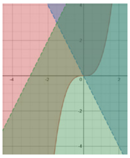
a. 

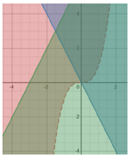
b. 

c. 

10. **La grafica del sistema de desigualdades** $\begin{cases} y \geq x^3 \\ 2x + y \geq 0 \\ y \leq 2x + 6 \end{cases}$ **es:**

a. 

b. 

c. 

Ir al solucionario

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Semana 15

Actividad 1. Revise las autoevaluaciones desarrolladas en el segundo bimestre.

Actividad 2. Revise las evaluaciones parciales desarrolladas en el segundo bimestre.

Actividad 3. Revise los temas donde tenga alguna dificultad y participe de las evaluaciones del bimestre.

> Estimados estudiantes:
>
> Esta actividad debe cumplir, únicamente, aquel estudiante que no participó de la actividad síncrona.

Semana 16

Actividad 1. Estudie los contenidos del primer bimestre y participe de la evaluación presencial.

Para ello revise:

- Su diario de notas.
- Actividades de aprendizaje recomendadas.
- Actividades de aprendizaje calificadas.
- Actividades de aprendizaje interactivas; y,
- Evaluaciones parciales.

Actividad 2. Participe de la evaluación presencial.

4. Solucionario

Autoevaluación 1		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
1.	b	Sumamos 6 y dividimos para 5 en ambos lados y obtenemos el valor de la variable x, así: $5x - 6 = 14$ $5x - 6 + 6 = 14 + 6$ $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$ $x = 4$ Revise las páginas 45-48 del texto básico
2.	c	Sumamos 3x, restamos 3 y dividimos para 5 en ambos lados y obtenemos el valor de la variable x, así: $2x + 3 = 7 - 3x$ $2x + 3x + 3 = 7 - 3x + 3x$ $5x + 3 = 7$ $5x + 3 - 3 = 7 - 3$ $5x = 4$ $\frac{5x}{5} = \frac{4}{5}$ $x = \frac{4}{5}$ Revise las páginas 45-48 del texto básico

Autoevaluación 1		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
3.	a	Dividimos para nTn ambos lados y obtenemos el valor de R, asi: $PV = nRT$ $\frac{PV}{nT} = \frac{nRT}{nT}$ $R = \frac{PV}{nT}$ Revise las páginas 45-48 del texto básico
4.	a	Resolvemos las operaciones desde adentro hacia afuera y despejamos x $a - 2[b - 3(c - x)] = 6$ $a - 2[b - 3c + 3x] = 6$ $a - 2b + 6c - 6x = 6$ $a - 2b + 6c - 6x - a + 2b - 6c = 6 - a + 2b - 6c$ $-6x = 6 - a + 2b - 6c$ $6x = a - 2b + 6c - 6$ $\frac{-6x}{6} = \frac{a - 2b + 6(c - 1)}{6}$ $x = \frac{1}{6}(a - 2b) + c - 1$ Revise las páginas 45-48 del texto básico
5.	c	Factorizamos, igualamos a 0 cada factor y obtenemos los valores de x, así $x^2 + x - 12 = 0$ $(x + 4)(x - 3) = 0$ $x + 4 = 0$ $x = -4$ $x - 3 = 0$ $x = 3$ Revise las páginas 49-53 del texto básico

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Autoevaluación 1		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
6.	a	Factorizamos, igualamos a 0 cada factor y obtenemos los valores de x, así $4x^2 - 4x - 15 = 0$ $a = 4$ $b = -4$ $c = -15$ $16x^2 + 4(4x) - 60 = 0$ $(4x + 10)(4x - 6) = 0$ $4x + 10 = 0$ $x = -\frac{5}{2}$ $4x - 6 = 0$ $x = \frac{3}{2}$ Revise las páginas 49-53 del texto básico
7.	b	$x^2 + 2x - 5 = 0$ $x^2 + 2x = 5$ $x^2 + 2x + 1 = 5 + 1$ $(x + 1)^2 = 6$ $\sqrt{(x + 1)^2} = \sqrt{6}$ $x + 1 = \sqrt{6}$ $x = -1 + \sqrt{6}$ $x = -1 - \sqrt{6}$ Revise las páginas 49-53 del texto básico

Autoevaluación 1		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
8.	c	Utilizando el discriminante determinamos el número de soluciones, así: $x^2 - 6x + 1 = 0$ $a = 1$ $b = -6$ $c = 1$ $D = b^2 - 4ac$ $D = (-6)^2 - 4(1)(1)$ $D = 36 - 4$ $D = 32$ Como 32 > 0 tiene dos soluciones Revise las páginas 52-53 del texto básico
9.	b	Resolvemos la ecuación y encontramos las soluciones, así: $\sqrt{8x-1} = 3$ $\left(\sqrt{8x-1}\right)^2 = 3^2$ Revise las páginas 54-55 del texto básico
10.	b	Resolvemos la ecuación y encontramos las soluciones, así: $\sqrt{8x-1} = 3$ $\left(\sqrt{8x-1}\right)^2 = 3^2$ $8x - 1 = 9$ $8x - 1 + 1 = 9 + 1$ $\frac{8x}{8} = \frac{10}{8}$ $x = \frac{5}{4}$ Revise las páginas 54-55 del texto básico

Ir a la autoevaluación

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Autoevaluación 2		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
1.	c	Aplicando el método de sustitución tenemos: $\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x + 3y = 18 \end{cases}$ $x - y = 1$ $-y = 1 - x$ $y = x - 1$ $4x + 3y = 18$ $4x + 3(x - 1) = 18$ $4x + 3x - 3 = 18$ $7x = 21$ $x = 3$ $y = x - 1$ $y = 3 - 1$ $y = 2$ Las soluciones del sistema son $x = 3, y = 2$ Revise las páginas 680-681 del texto básico

Índice

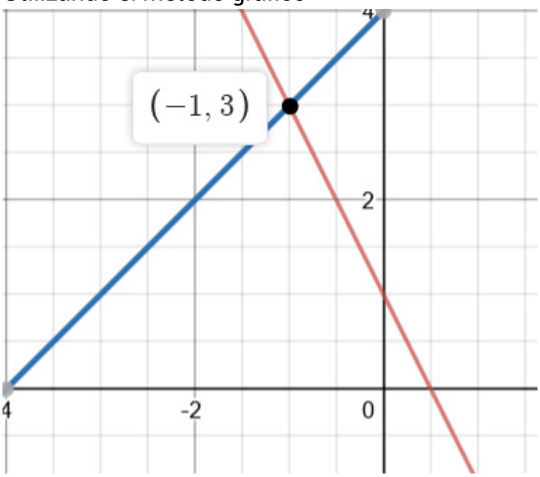
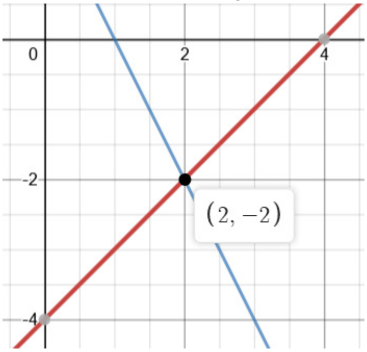
Primer bimestre

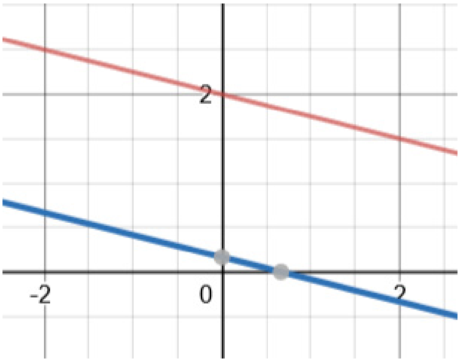
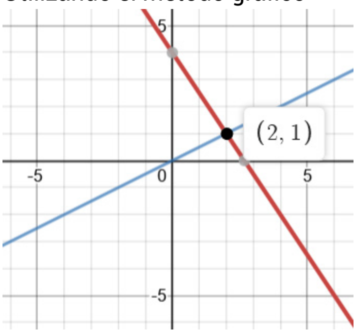
Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

Autoevaluación 2		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
2.	a	Aplicando el método de sustitución tenemos: $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ -6x + 5y = 28 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 2y = -13(2) \\ \quad -6x + 5y = 28 \end{cases}$ $6x - 4y = -26$ $\underline{-6x + 5y = \quad 28}$ $y = 2$ $3x - 2y = -13$ $3x - 2(2) = -13$ $3x = -9$ $x = -3$ Las soluciones del sistema son $x = -3, y = 2$ Revise las páginas 680-681 del texto básico.

Autoevaluación 2		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
3.	c	Utilizando el método grafico  verificamos que la solución del sistema es $x = -1, y = 3$ Revise las páginas 682-683 del texto básico.
4.	b	Utilizando el método grafico  Verificamos que el sistema tiene una solución. Revise las páginas 682-683 del texto básico.

Autoevaluación 2		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
5.	a	Utilizando el método grafico  Verificamos que el sistema no tiene solución. Revise las páginas 682-683 del texto básico.
6.	b	Utilizando el método grafico  Verificamos que las soluciones del sistema son $x = 2, y = 1$ Revise las páginas 682-683 del texto básico.

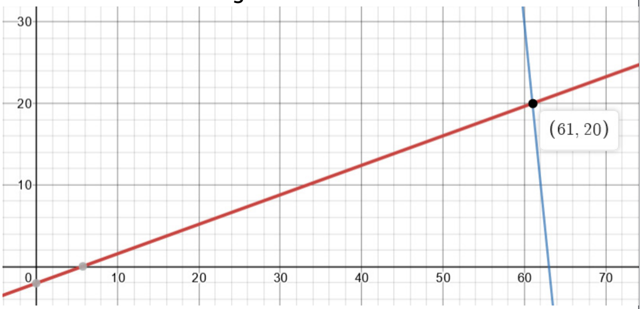
Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

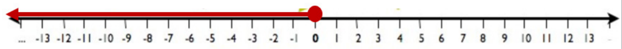
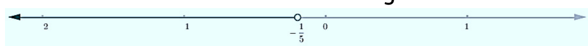
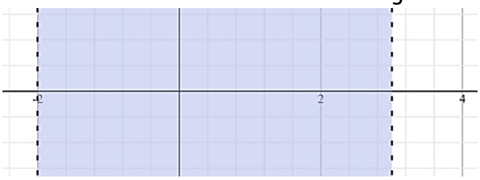
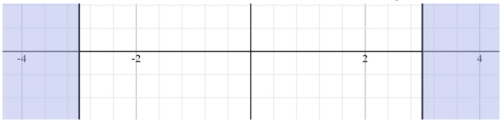
<table>
<tr><th colspan="3">Autoevaluación 2</th></tr>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th><th>Retroalimentación</th></tr>
<tr><td>7.</td><td>a</td><td>Utilizando el método grafico


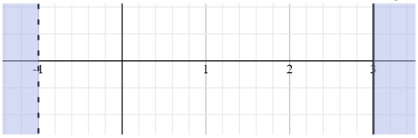
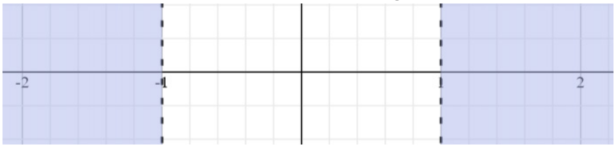
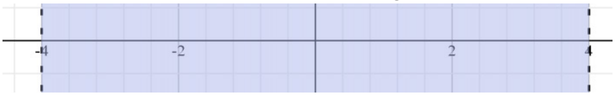
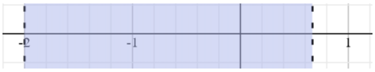
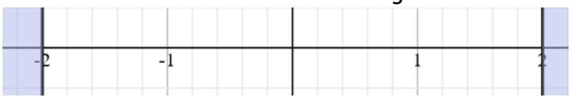
Verificamos que las soluciones del sistema son $x = 2, y = 1$
Revise las páginas 682-683 del texto básico.</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>a</td><td>Aplicando el método de Gauss, esto es la sustitución inversa
$\begin{cases} 3x - 3y + z = 0 \\ y + 4z = 10 \\ z = 3 \end{cases}$
$y + 4z = 10$
$y + 4(3) = 10$
$y = -2$
$3x - 3y + z = 0$
$3x - 3(-2) + 3 = 0$
$3x - 3(-2) + 3 = 0$
$x = -3$
verificamos que las soluciones del sistema son
$x = -3, y = -2, z = 3$
Revise las páginas 682-683 del texto básico.</td></tr>
</table>

Autoevaluación 2		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
9.	c	Aplicando el método de Gauss, esto es la sustitución inversa $\begin{cases} x-2y+3z=10 \\ \quad 2y-z=2 \\ \quad\quad 3z=12 \end{cases}$ $3z=12$ $z=4$ $2y-z=2$ $2y-4=2$ $y=3$ $x-2y+3z=10$ $x-2(3)+3(4)=10$ $x=4$ verificamos que las soluciones del sistema son $x=4, y=3, z=4$ Revise las páginas 682-683 del texto básico.
10.	b	Aplicando el método de Gauss –Jordan verificamos que las soluciones del sistema son $x=1, y=0, z=-1$ Revise las páginas 682-683 del texto básico

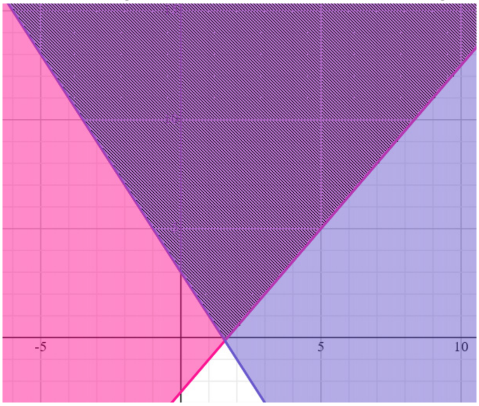
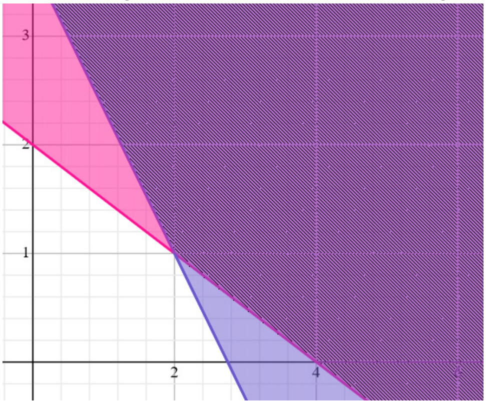
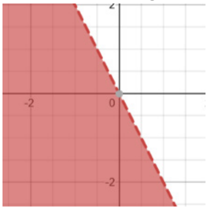
Ir a la autoevaluación

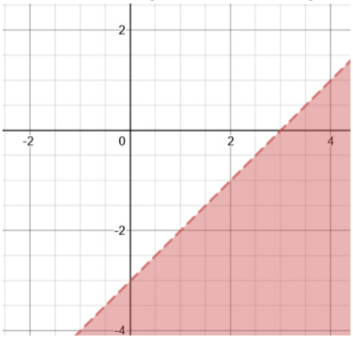
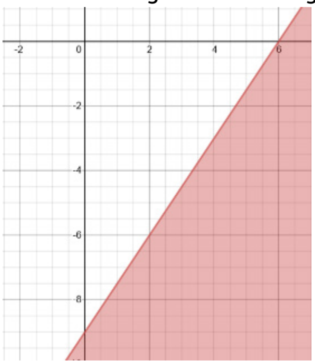
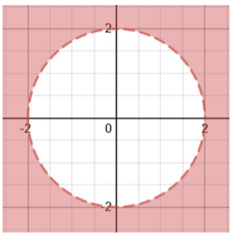
Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

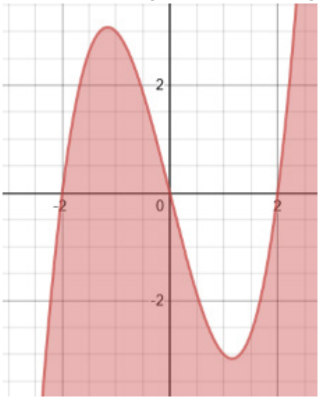
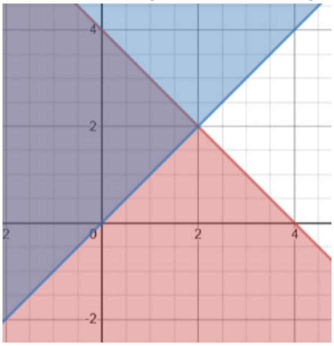
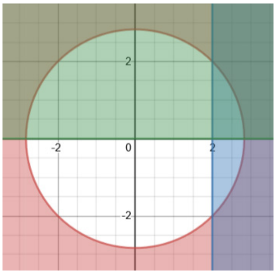
Autoevaluación 3		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
1.	a	Se verifica al despejar de la desigualdad $2x \leq 7$ $x \leq \frac{7}{2}$  La solución de la desigualdad es $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right]$ Revise las páginas 81-83 del texto básico.
2.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora  Revise las páginas 81-83 del texto básico.
3.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 81-83 del texto básico.
4.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-84 del texto básico.
5.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-84 del texto básico.

Autoevaluación 3		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
6.	a	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-85 del texto básico.
7.	b	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-85 del texto básico.
8.	a	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-86 del texto básico.
9.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-87 del texto básico.
10.	c	Se verifica utilizando la calculadora gráficadora.  Revise las páginas 83-87 del texto básico.

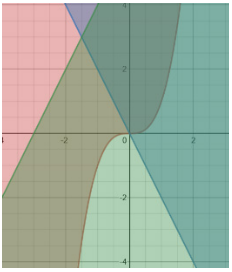
Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 4		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
1.	c	Se verifica graficando el sistema de desigualdades.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
2.	b	Se verifica graficando el sistema de desigualdades.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
3.	a	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.

Autoevaluación 4		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
4.	b	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
5.	c	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
6.	b	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.

Autoevaluación 4		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
7.	a	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
8.	a	Se verifica al graficar la desigualdad.  Revise las páginas 756-762 del texto básico.
9.	c	Se verifica aplicando el proceso del teorema del factor.  Revise las páginas 272-273 del texto básico.

Índice
Primer bimestre
Segundo bimestre
Solucionario
Referencias bibliográficas

Autoevaluación 4		
Pregunta	**Respuesta**	**Retroalimentación**
10.	a	Se verifica aplicando el proceso del teorema del factor.  Revise las páginas 272-273 del texto básico

Ir a la autoevaluación

Índice

Primer bimestre

Segundo bimestre

Solucionario

Referencias bibliográficas

5. Referencias bibliográficas

Academia internet. (15 de diciembre de 2014). Como resolver problemas de Inecuaciones. Como resolver problemas de Inecuaciones.

Academia JAF. (30 de noviembre de 2016). Sistemas de ecuaciones no lineales - Con una ecuación de segundo grado. Sistemas de ecuaciones no lineales - Con una ecuación de segundo grado - Matemáticas secundaria ESO.

ArmandonovoaUPC (11 de agosto de 2011). Problema de modelización. Problemas de Modelación.

Bailón Juan. (3 de noviembre de 2017). Problemas con enunciado-Método de Gauss. Problema con enunciado - Método de Gauss.

Blade, T., Fenson, J., Forres, J. y Waldman P, (2015). *Estudios matemáticos. Nivel medio*. Oxford University.

Chacel, R. (s.f.). *George Polya: estrategias para la solución de problemas.* Recuperado de: http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf.

Civil engineering tutoriales. (7 de junio de 2017). Eliminación gaussiana paso a paso-Sistema de ecuaciones (3x3) (Parte 1). ELIMINACIÓN GAUSSIANA paso a paso - Sistema de ecuaciones (3x3) (Parte 1).

Civil engineering tutoriales. (7 de junio de 2017). Eliminación gaussiana paso a paso-Sistema de ecuaciones (3x3) (Parte 2). ELIMINACIÓN GAUSSIANA paso a paso - Sistema de ecuaciones (3x3) (Parte 2).

Cogollo Jorge. (15 de diciembre 2013). Ecuaciones con valor absoluto - Ejercicios resueltos ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO - Ejercicios resueltos.

Divertimáticas. (18 de octubre de 2016). Resolver ecuaciones lineales en 3 Sencillos pasos. Resolver Ecuaciones Lineales en 3 Sencillos Pasos.

Enciclotareas. (27 de mayo de 2016). Sistema de tres Ecuaciones Lineales con tres incógnitas - método de sustitución. Sistema de tres Ecuaciones Lineales con tres incógnitas - MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.

Julioprofe. (18 de agosto de 2017). Ecuaciones con radicales-ejercicio 1. ECUACIONES CON RADICALES - Ejercicio 1.

Match2me. (5 de marzo de 2012). Introducción a las desigualdades. Introducción a las desigualdades.

MateFacil. (22 de noviembre de 2012) Desigualdad de primer grado, solución gráfica e intervalo. Ejercicio resuelto (Enlaces a un sitio externo.). 10. Desigualdad de primer grado, solución gráfica e intervalo EJERCICIO RESUELTO.

Matemáticas profe Alex (6 de mayo de 2018). Sistemas de ecuaciones |Solución Método Gráfico| Ejemplo 1. Sistemas de ecuaciones | Solución Método Gráfico | Ejemplo 1.

Matemáticas profe Alex (24 de mayo de 2018). Sistemas de ecuaciones |Solución Método de Sustitución| Ejemplo 1. Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 | Método de Sustitución | Ejemplo 1.

Matemáticas profe Alex (10 de mayo de 2018). Sistemas de ecuaciones |Solución Método de reducción-eliminación| Ejemplo 1. Sistemas de ecuaciones 2x2 | Método de Reducción - Eliminación | Ejemplo 1.

Matematicatuya. (s. f). Problemas de desigualdades. Metodología y ejemplo. Problemas de desigualdades. Metodología y ejemplo.

Pérez Juan. (15 de noviembre de 2018). Desigualdades no lineales. Recuperado de: https://prezi.com/wymutre4dyko/desigualdades-no-lineales/.

Stewart J., Redlin L. y Watson S. (2017). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Séptima edición. Cengage Learning. México. D.F.

Tu profe en línea. (29 de julio de 2016). ¿Cómo resolver ecuaciones cuadráticas? ¿COMO RESOLVER ECUACIONES CUADRÁTICAS?.

Unicoos. (15 de junio de 2011). Sistema de inecuaciones con dos incógnitas 01 SECUNDARIA (4ºeso). Sistema de inecuaciones con dos incognitas 01 SECUNDARIA (4ºESO).

UTEC contenidos (16 de diciembre de 2016). Modelado con ecuaciones - Parte I. Modelado con ecuaciones - Parte I

UTPL [(ÁREA ADMINISTRATIVA) (MATEMÁTICAS)]. (18 de abril de 2012). Ecuaciones fraccionarias y con radicales. UTPL ECUACIONES FRACCIONARIAS Y CON RADICALES [(ÁREA ADMINISTRATIVA)(MATEMÁTICAS)].