

# ラムダ項

川井新

2019 年 6 月 27 日

**Definition 1.** ラムダ項のフォーマルな定義は以下で与えられる:

1. 変数  $x, y, z, \dots$  はラムダ項である。
2.  $M$  と  $N$  がラムダ項なら、 $(MN)$  はラムダ項である。
3.  $M$  がラムダ項で  $x$  が変数なら、 $(\lambda x.M)$  はラムダ項である。
4. 以上でわかるものだけがラムダ項である。

この定義では、(1) でもっとも簡単なラムダ項を与え (2) - (3) でこれらから新しいラムダ項を作り出す規則を与えている。このような定義を帰納的定義という。

ある表現のなかに同じ記号が複数回現れるとき、その現れる場所を含めて指定し区別したいことがある。場所を含めた指定を、出現 (occurrence) という。たとえば、 $x(\lambda x.(\lambda y.(xz)))$  には変数  $x$  の出現は 3 回あり、 $z$  の出現は 1 回である。

ラムダ項  $Q$  のなかのラムダ項  $\lambda x.M$  の出現で、この  $M$  の出現を  $\lambda x$  の作用域 (scope) という。

ラムダ項  $Q$  のなかの変数  $x$  の出現が束縛された (bound) 出現であるとは、その出現が  $\lambda x$  の作用域か  $\lambda x$  のなかにあること。束縛されていない変数の出現を自由な (free) 出現という。

すべての変数の出現が束縛されているラムダ項を閉項 (closed term) という。