

# 电路理论基础

时间：星期三上午8:00至10:40，星期五上午8:00至10:40

地点：南校园1506

任课教师：栗涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4

# 二端口网络

- 线性网络
- 阻抗参数
- 导纳参数
- 混合参数（了解）
- 传输参数（了解）
- 二端口网络的互联

# 线性网络

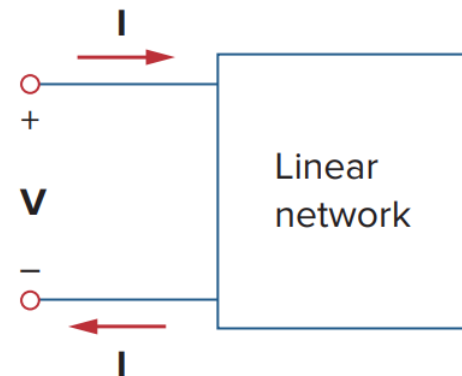
# 介绍

- 电流流入或流出电路网络所通过的一对端子

- 称为一个端口。

- 电压：一个端子是正极，另一个为负极。

- 电流参考方向：从电压正极流入网络。



- 单端口网络

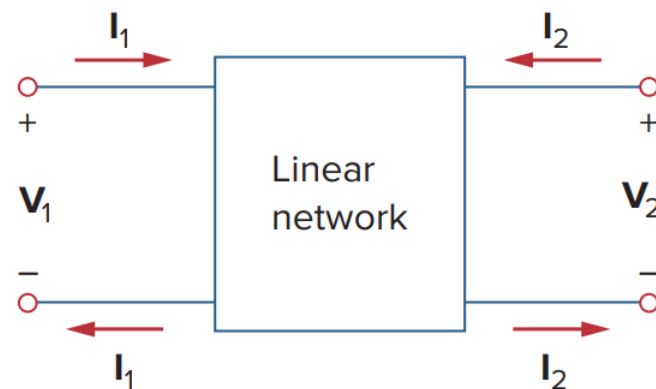
- 例如：一个电阻、一个电容或一个电感。

- 它们只有两个端子（两个电极）。

- 双端口网络

- 具有输入和输出两个不同端口。

- 比如晶体管（G、S、D三电极）。



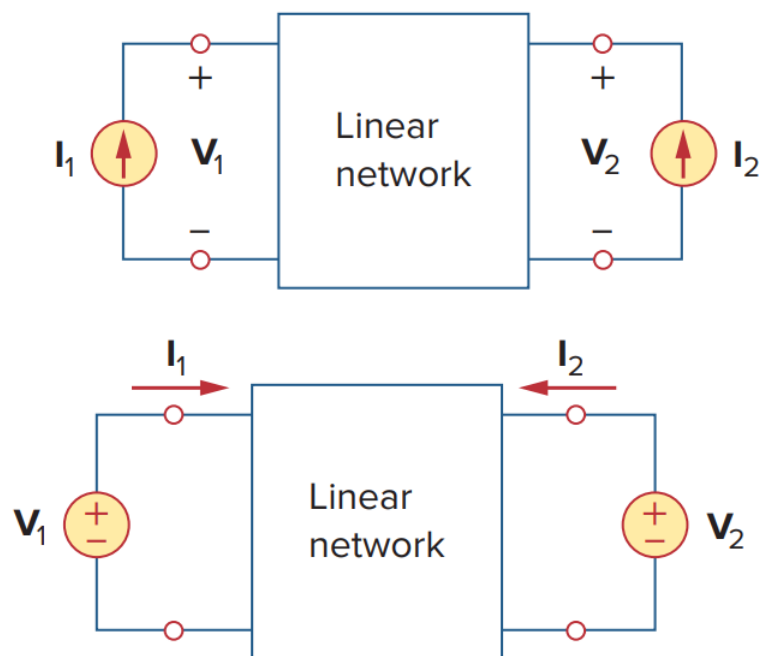
# 组成和用处

- 双端口网络通常具有复杂的电路结构。
- 可以用网络参数表征电路的端口特性。
- 常见的网络参数有阻抗参数、导纳参数和混合参数。
- 有了电路的端口特性，就可以不再考虑电路的内部结构。可用于更大电路的设计。
- 仅提供端口特性网络参数，可以隐藏内部结构信息。

# 阻抗参数

# 介绍

- 电阻是一个单端口器件。使用欧姆定律，只需要一个参数就可以描述一个电阻的电压电流关系。
- 对于一个双端口网络，需要多个参数来描述它电压与电流关系。



$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

## 理解

上面计算式的含义是：给定两个端口的电流，求得端口的电压。

一个端口的电压由两个组成：一个来自于自己的端口电流，另一个来自于对面端口的电流。

# 阻抗矩阵

- 改写上面的计算式，可以形成一个矩阵计算。
  - 其中  $z$  的部分就是阻抗矩阵。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad [V] = [Z][I]$$

理解

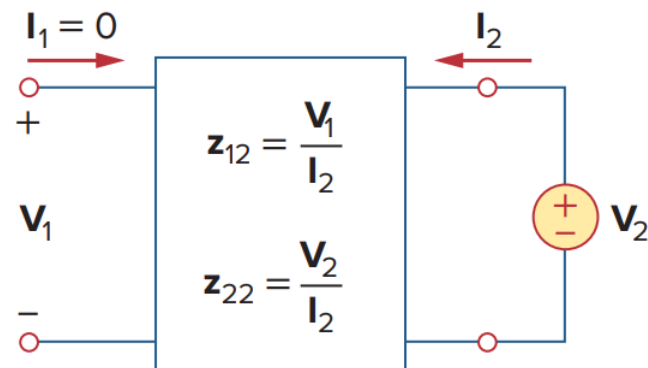
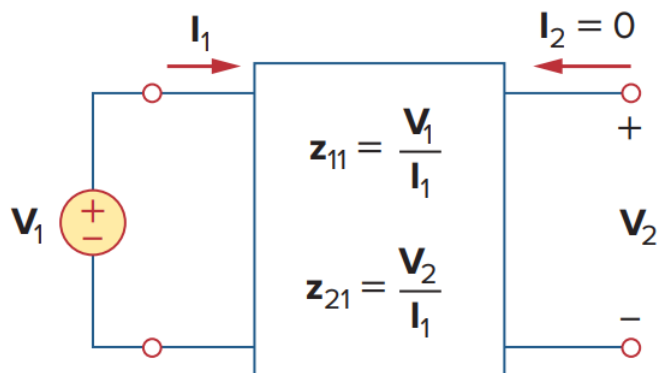
结果 = 系统 作用于 激励  
 $V = Z I$

- 矩阵元素的定义
  - $Z_{11}$ : 开路输入阻抗，策动点阻抗，驱动点阻抗
  - $Z_{22}$ : 开路输入阻抗，策动点阻抗，驱动点阻抗
  - $Z_{12}$ : 端1至端2的开路转移阻抗，转移阻抗，跨阻
  - $Z_{21}$ : 端2至端1的开路转移阻抗，转移阻抗，跨阻



# 矩阵元素的计算

- 计算一个端口的矩阵元素时，要让另一个端口开路。



$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

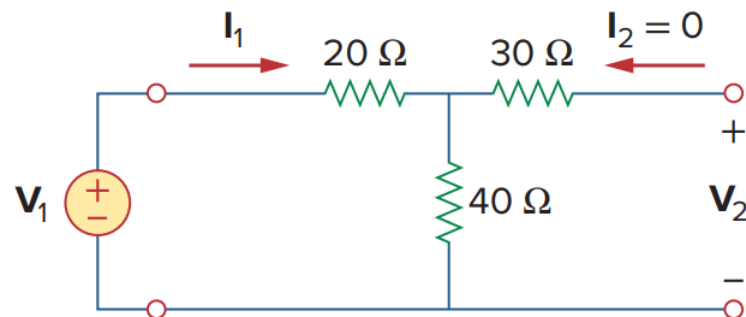
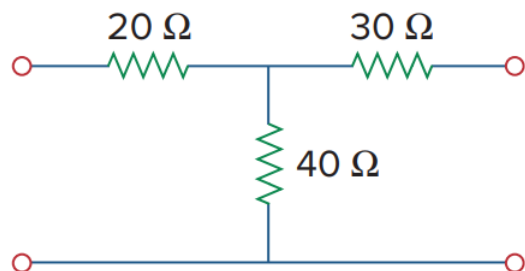
— 电流为 0 表示开路。

— 顺序一：给定电压算电流，然后算电压电流比值；

— 顺序二：给定电流算电压，然后算电压电流比值。

# 例题一

- 问题：求解下面电路的阻抗参数



$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

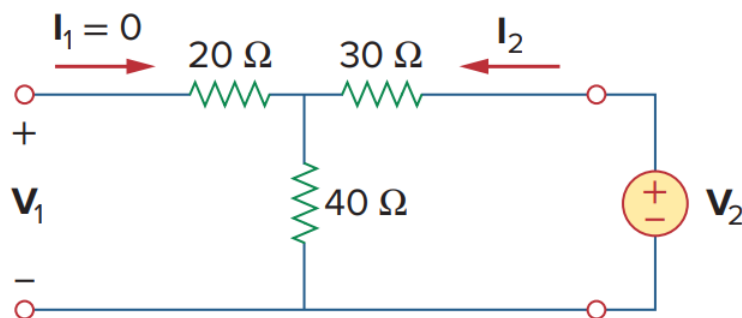
$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{11} = 60 \Omega$$

$$z_{21} = 40 \Omega$$

- 解答：

- 使用电压作为激励计算电流；
- 然后对面端口进行开路处理。



$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

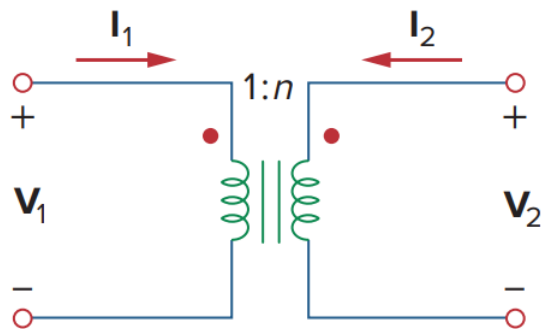
$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$z_{12} = 40 \Omega$$

$$z_{22} = 70 \Omega$$

## 例题二

- 问题：求解下面理想变压器的阻抗参数



$$V_1 = \frac{1}{n} V_2$$

$$I_1 = n I_2$$

- 解答：

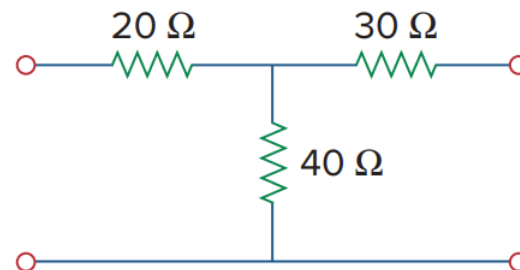
- 这个电路有它的特殊之处；
- 当端口 1 的电流为 1 A 时，端口 2 的电压取决于外负载；
- 因此，无法计算电压与电流的比值；
- 结论：它没有阻抗矩阵。
- 思考：如何修改它，让它有阻抗矩阵？

# 网络的互易

# 介绍

- 先看一个例子

$$[Z] = \begin{bmatrix} 60 & 40 \\ 40 & 70 \end{bmatrix}$$



- 上面电路的特点是：

$$z_{12} = 40 \, \Omega = z_{21}$$

$$\left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = 40 \, \Omega = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

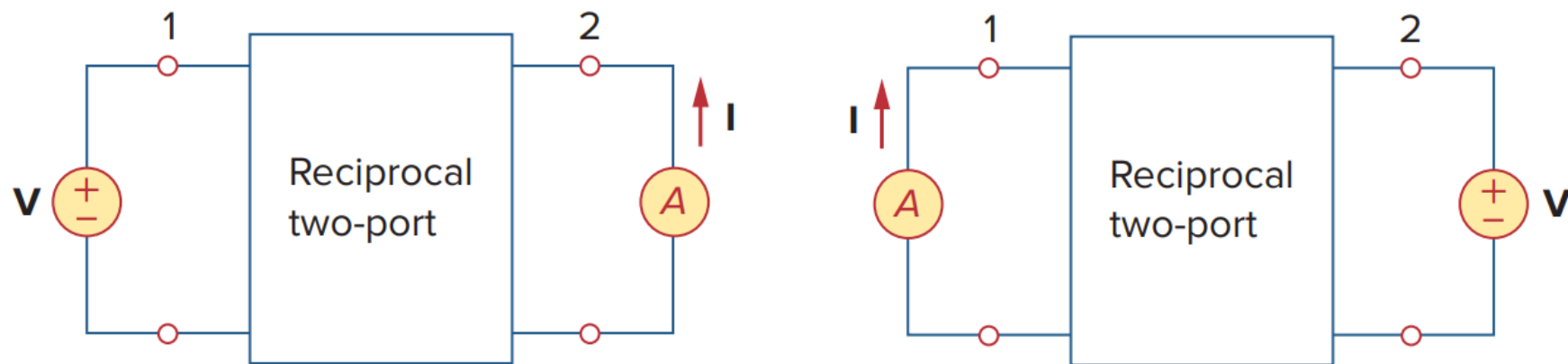
- 物理含义：

- 端口 1 对端口 2 的影响，
- 等于
- 端口 2 对端口 1 的影响。



# 互易性

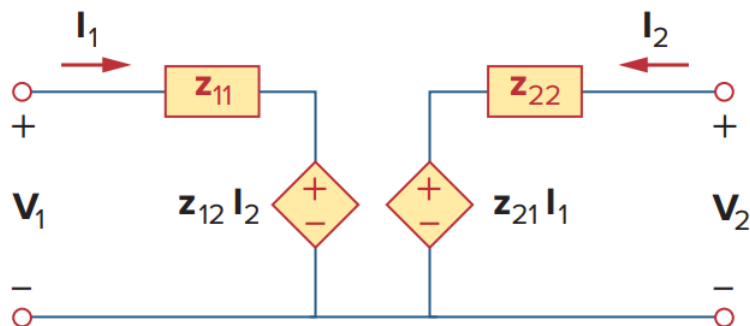
- 当二端口网络为线性网络且不包含受控源时，如果转移阻抗是相等的，则称该二端口网络为互易网络。
- 对于互易网络，如果激励点和响应点相互交换，其转移阻抗（跨阻）保持不变。



交换电压源和电流表的位置，电流表的读数不变

# 等效电路

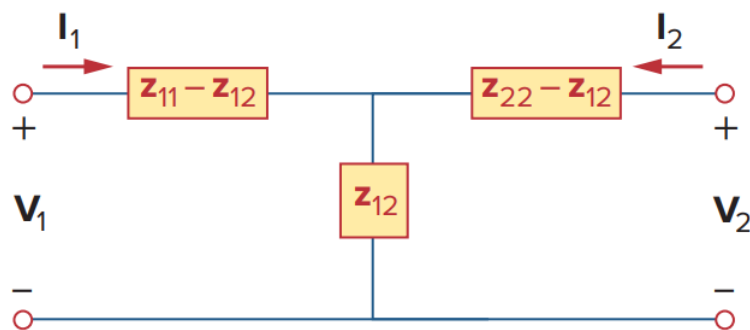
- 给定一个阻抗矩阵，无论电路是否互易，都可以等效为下面的电路形式。



$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

- 当电路互易 ( $z_{12} = z_{21}$ ) 时，可等效为如下形式。

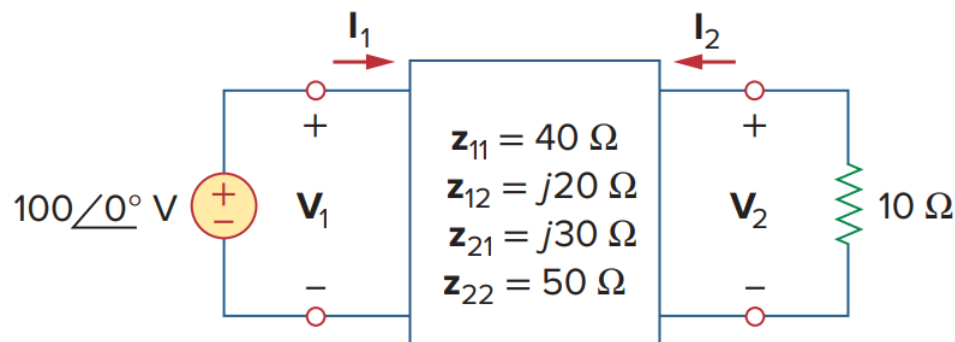


$$V_1 = (z_{11} - z_{12})I_1 + z_{12}(I_1 + I_2)$$

$$V_2 = (z_{22} - z_{12})I_1 + z_{12}(I_1 + I_2)$$

# 例题

- 下面的电路是不是互易电路？求两个端口电流。



- 解答：
  - 因为  $z_{12}$  和  $z_{21}$  不相等，
    - 所以电路不互易。

第一步

$$100 = 40I_1 + j20I_2$$

$$-10I_2 = j30I_1 + 50I_2$$

第二步

$$40I_1 + j20I_2 = 100$$

$$j30I_1 + 60I_2 = 0$$

第三步

$$\Delta = \begin{vmatrix} 40 & j20 \\ j30 & 60 \end{vmatrix} = 3000$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & j20 \\ 0 & 60 \end{vmatrix} = 6000$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 40 & 100 \\ j30 & 0 \end{vmatrix} = -j3000$$

第四步

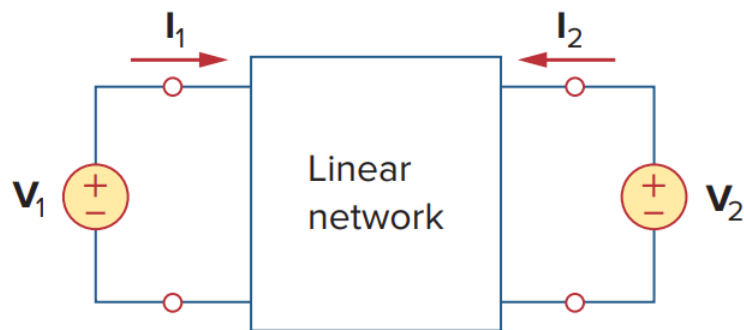
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 2 \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -j$$



# 导纳参数

# 介绍

- 激励为电压，得到电流，这种关系适合用导纳描述。



$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

- 计算导纳，需要让对面端口的电压为0。

— 也就是说，让对面端口短路。

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

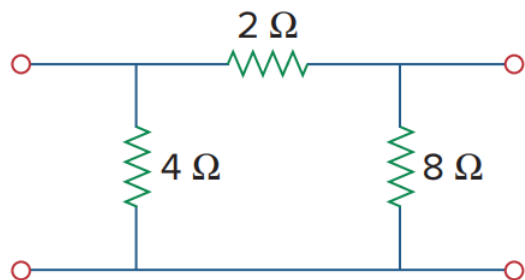
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

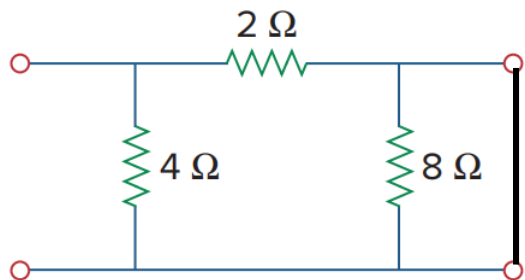
# 例题

- 问题：求下面  $\pi$  形网络的  $y$  参数。



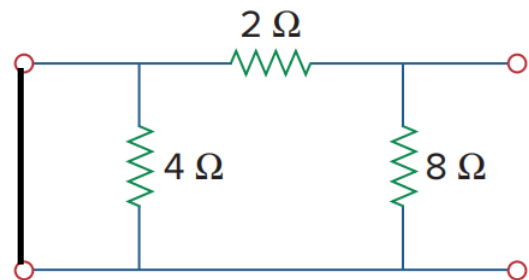
$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4\Omega} & -\frac{1}{2\Omega} \\ -\frac{1}{2\Omega} & \frac{5}{8\Omega} \end{bmatrix}$$

- 解答：



$$I_1 = \frac{V_1}{4\Omega \parallel 2\Omega}$$

$$I_2 = -\frac{V_1}{2\Omega}$$

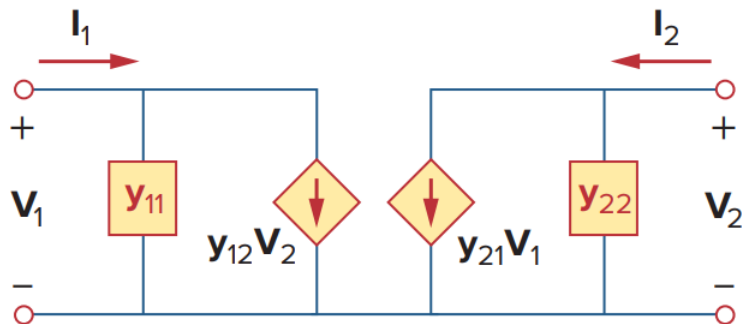


$$I_2 = \frac{V_2}{8\Omega \parallel 2\Omega}$$

$$I_1 = -\frac{V_2}{2\Omega}$$

# 等效电路

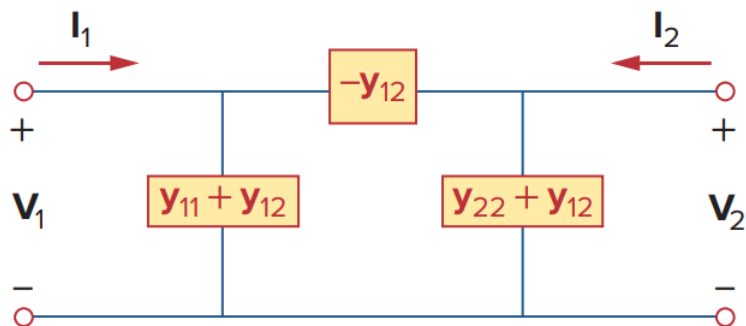
- 给定一个导纳矩阵，无论电路是否互易，都可以等效为下面的电路形式。



$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

- 当电路互易 ( $y_{12} = y_{21}$ ) 时，可等效为如下形式。



$$I_1 = (y_{11} + y_{12})V_1 - y_{12}(V_1 - V_2)$$

$$I_2 = (y_{22} + y_{12})V_2 - y_{12}(V_2 - V_1)$$

# 混合参数

# 介绍

- 前面介绍的阻抗矩阵和导纳矩阵都是将一种电学量变成另一种电学量。
- 混合参数矩阵将两种电学量混在一起。
  - 端口 1 的电压 和 端口 2 的电流
  - 端口 1 的电流 和 端口 2 的电压

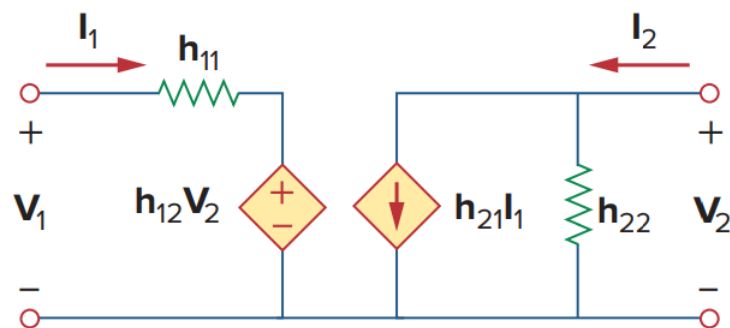
$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

- 混合参数矩阵的物理含义

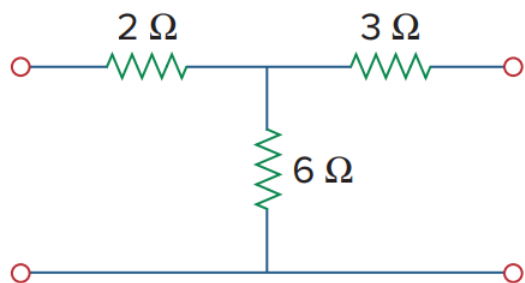
- 参数  $h_{11}$  是：短路输入阻抗；
- 参数  $h_{12}$  是：开路逆电压增益；
- 参数  $h_{21}$  是：短路正电流增益；
- 参数  $h_{22}$  是：开路输出导纳。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



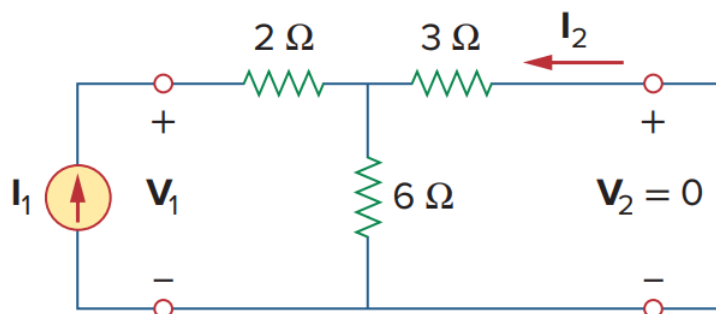
# 计算h矩阵

- 以下面的电路为例

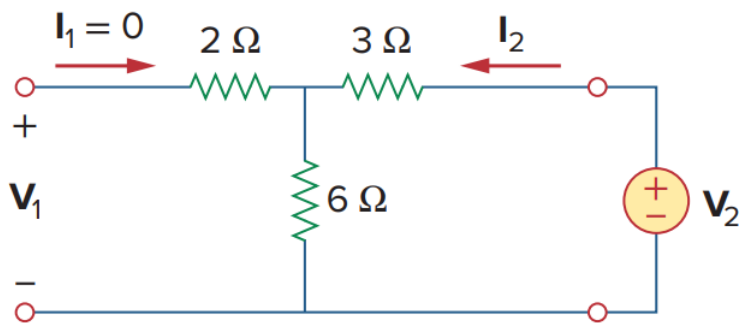


$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = 4\Omega + (4\Omega \parallel 2\Omega)$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = -\frac{6\Omega}{3\Omega + 6\Omega}$$



$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{6\Omega}{3\Omega + 6\Omega}$$

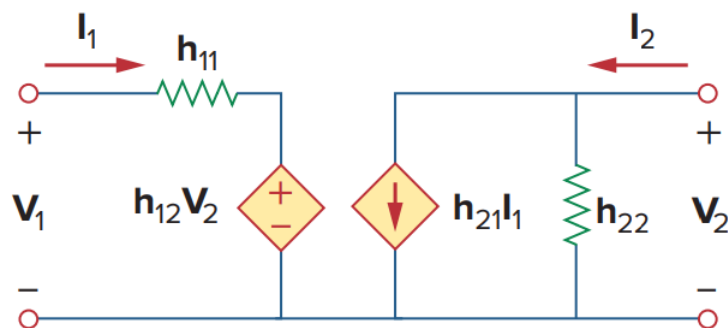


$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{3\Omega + 6\Omega}$$

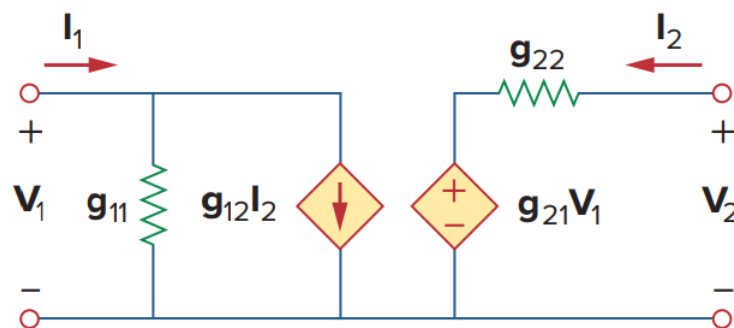
# 逆混合参数

- 所谓g参数，就是h参数的逆！

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

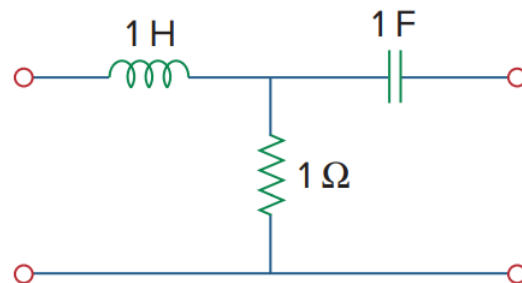


$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



- 混合参数矩阵的物理含义
  - 参数  $g_{11}$  是：开路输入导纳；
  - 参数  $g_{12}$  是：短路逆电流增益；
  - 参数  $g_{21}$  是：开路正电压增益；
  - 参数  $g_{22}$  是：短路输出阻抗。

例题：求频域中g参数

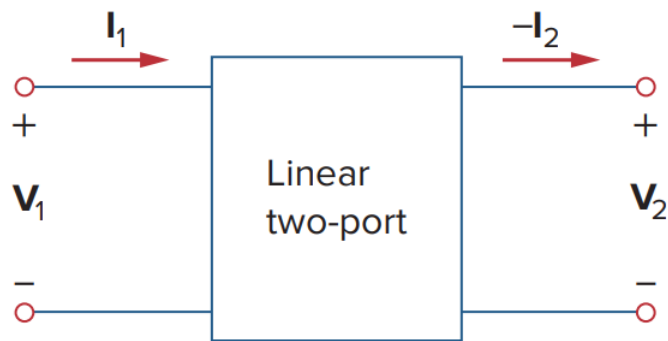




# 传输参数

# 介绍

- 传输参数，又称ABCD参数，描述的是从电压电流一个端口（1）传到另一个端口（2）的能力。



$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

- 传输参数矩阵的物理含义

- 参数  $A$  是：开路电压比；
- 参数  $B$  是：负短路转移阻抗；
- 参数  $C$  是：负开路转移导纳；
- 参数  $D$  是：负短路短路电流比。

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

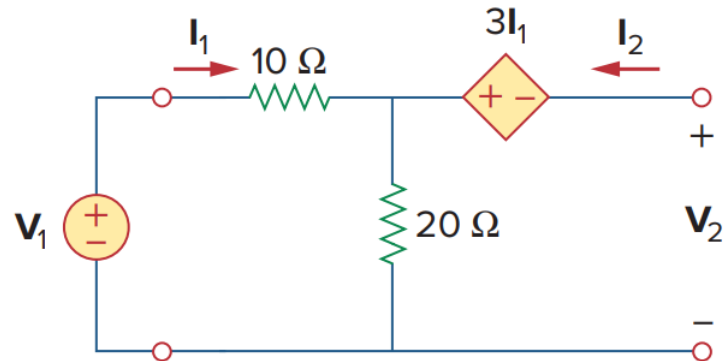
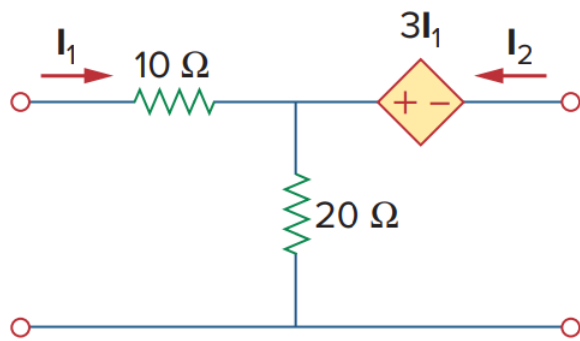
$$B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

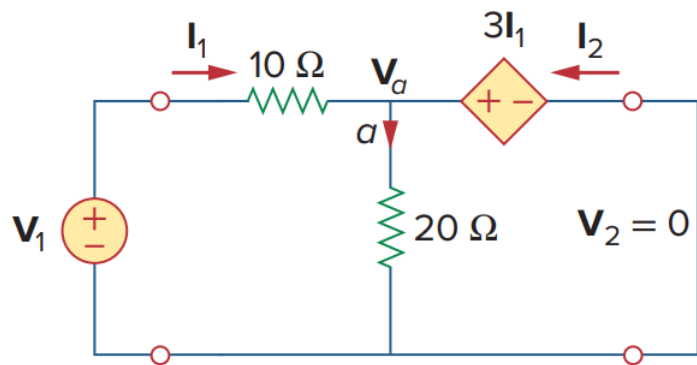
# 例题-1

- 问题：求下图所示二端口网络的传输参数



- 解答：

$$I_1 = \frac{V_1}{30} \quad V_2 + 3I_1 = 20I_1$$

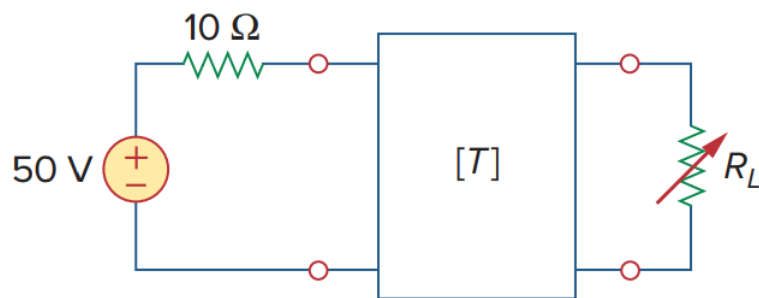


$$I_1 = \frac{V_1 - V_a}{10} \quad V_a = 3I_1$$

$$V_a = 20(I_1 + I_2)$$

## 例题-2

- 问题：给定下图中二端口网络的 ABCD 矩阵，为了实现最大功率传输，将一可变负载与输出端口相连，试求  $R_L$  和传输的最大的功率。



$$\begin{bmatrix} 4 & 20\ \Omega \\ 0.1\ \text{S} & 2 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 4V_2 - 20I_2$$

$$I_1 = 0.1V_2 - 2I_2$$

- 解答：本题就是一个阻抗匹配的问题。当网络的输出阻抗和负载相等时，可传功率达到最大。

求输出阻抗

$$0 - 10I_1 = 4V_2 - 20I_2$$

$$I_1 = 0.1V_2 - 2I_2$$

求输出开路电压

$$50 - 10I_1 = 4V_2 - 0$$

$$I_1 = 0.1V_2 - 0$$

# 反向传输参数

- 传输参数矩阵

- 将输入端 (1) 变量作为因变量;
- 将输入端 (2) 变量作为自变量。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

- 反向传输参数矩阵

- 将输入端 (1) 变量作为自变量;
- 将输入端 (2) 变量作为因变量。

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [t] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

- 互易电路的特性

$$AB - CD = ab - cd$$

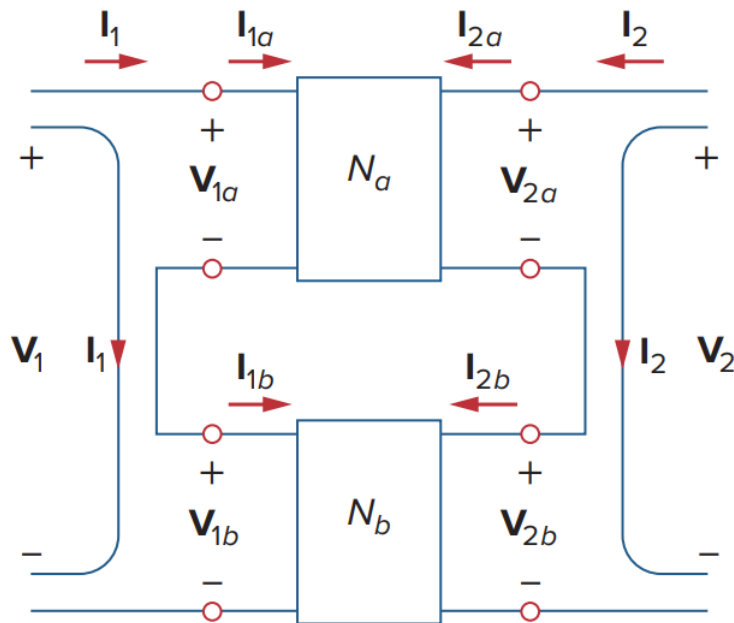
# 二端口网络的互联

# 介绍

- 电路的层次
  - 大型的电路可以划分为小的子电路。
  - 小的电路也可以组合形成大型的电路。
  - 用子电路的网络参数来计算大电路的网络参数。
- 子电路之间的连接
  - 并联、串联、级联
- 描述电路的参数
  - 阻抗矩阵、导纳矩阵、混合矩阵、传输矩阵

# 串联

- 将两个网络串联是指：端口电压的叠加。串联结构如下图所示。



$$V_1 = V_{1a} + V_{1b}$$

$$V_2 = V_{2a} + V_{2b}$$

$$I_1 = I_{1a} = I_{1b}$$

$$I_2 = I_{2a} = I_{2b}$$

$$V_{1a} = z_{11a}I_{1a} - z_{12a}I_{2a}$$

$$V_{2a} = z_{21a}I_{1a} - z_{22a}I_{2a}$$

$$V_{1b} = z_{11b}I_{1b} - z_{12b}I_{2b}$$

$$V_{2b} = z_{21b}I_{1b} - z_{22b}I_{2b}$$

- 网络参数的计算

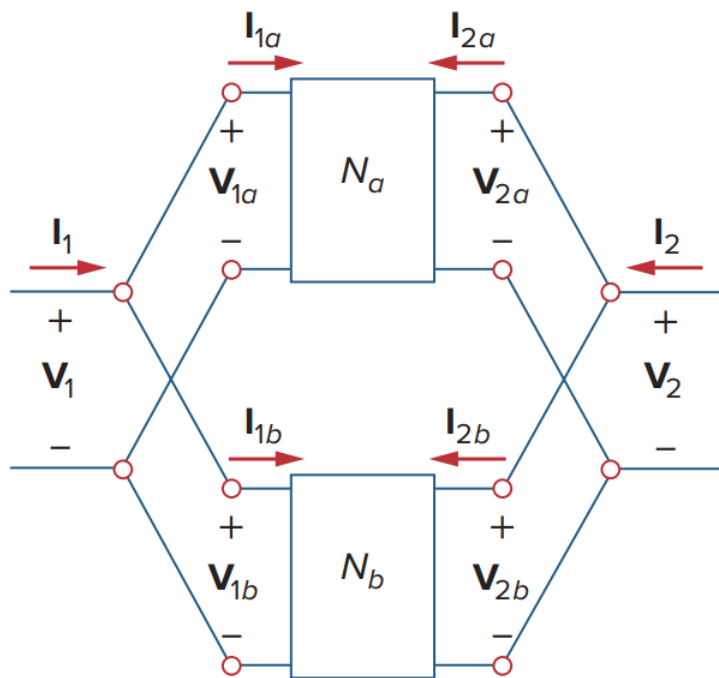
- 使用阻抗矩阵；
- 子电路阻抗相加。

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11a} + Z_{11b} & Z_{12a} + Z_{12b} \\ Z_{21a} + Z_{21b} & Z_{22a} + Z_{22b} \end{bmatrix}$$



# 并联

- 将两个网络并联是指：端口电流的叠加。并联结构如下图所示。



$$I_1 = I_{1a} + I_{1b}$$

$$I_2 = I_{2a} + I_{2b}$$

$$V_1 = V_{1a} = V_{1b}$$

$$V_2 = V_{2a} = V_{2b}$$

$$I_{1a} = y_{11a}V_{1a} - y_{12a}V_{2a}$$

$$I_{2a} = y_{21a}V_{1a} - y_{22a}V_{2a}$$

$$I_{1b} = y_{11b}V_{1b} - y_{12b}V_{2b}$$

$$I_{2b} = y_{21b}V_{1b} - y_{22b}V_{2b}$$

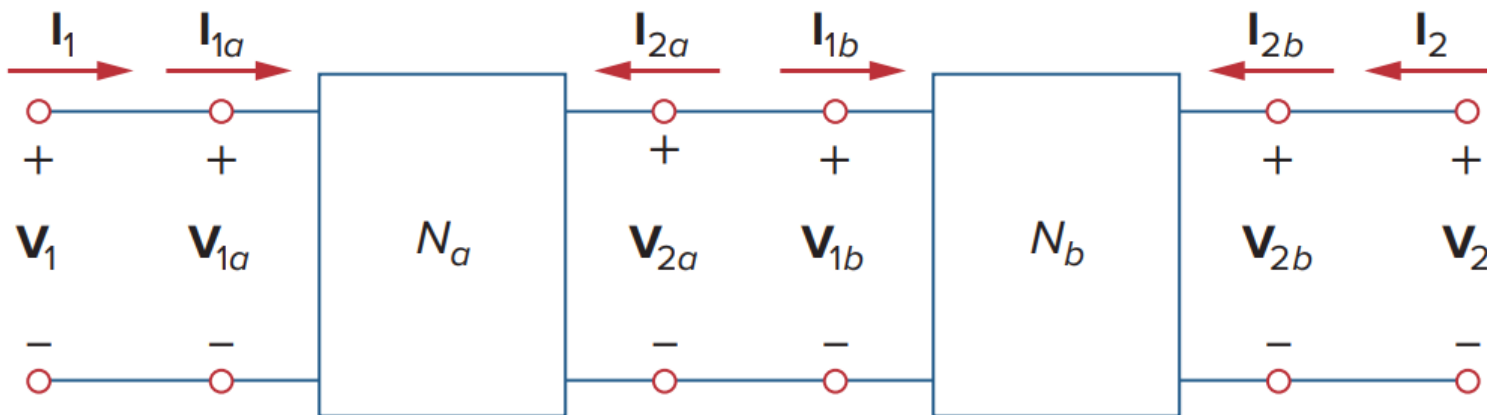
- 网络参数的计算

- 使用导纳矩阵;
- 子电路导纳相加。

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11a} + y_{11b} & y_{12a} + y_{12b} \\ y_{21a} + y_{21b} & y_{22a} + y_{22b} \end{bmatrix}$$

# 级联

- 将两个网络级联是指：网络1的输出端口接到网络2的输入端口。级联结构如下图所示。



$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

- 网络参数的计算

— 使用ABCD矩阵；

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix}$$

— 子电路ABCD矩阵相乘。

# 作业

---

- 画出本章思维导图
- 19.2
- 19.18
- 19.31
- 19.45
- 19.66