电路理论基础

时间：星期三上午8:00至9:40，星期五上午8:00至9:40

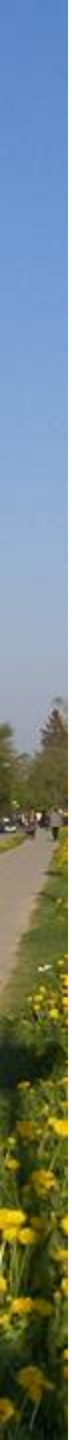
地点：南校园1506

任课教师：粟涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4



基本定律

- 欧姆定律
- 电路结构
- 基尔霍夫定律
- 串联与并联
- Y - △ 变换

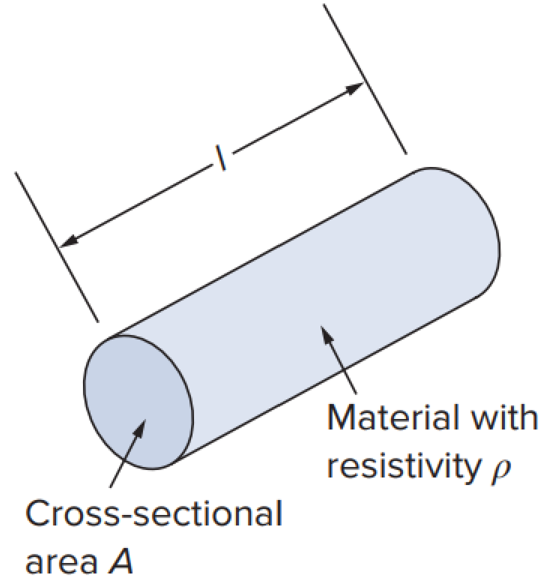
欧姆定律

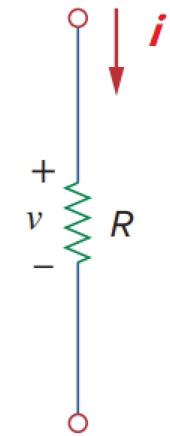
欧姆定律

- 材料通常由阻止电荷流动的特性，（想象一下摩檫力），这种阻碍电流的能力称为电阻。
  - 英文：resistance;
  - 符号：R;
  - 单位：Ω。

电阻与材料的关系

$$R = \rho \times \frac{l}{A}$$





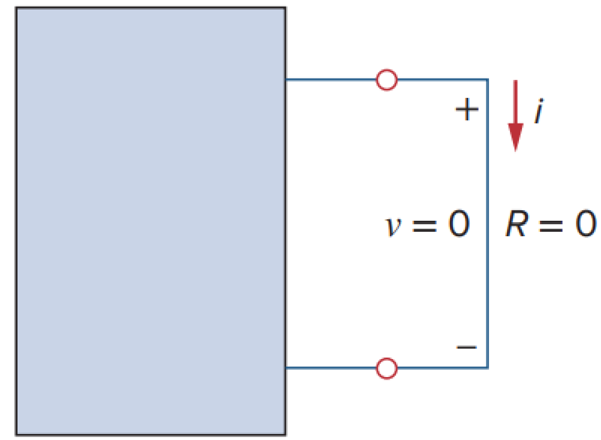
- 欧姆定律：电阻两端的电压与流过该电阻的电流成正比。这个比例常数定义为电阻（R），它的单位为欧姆（Ω）。

$$R = \pm\frac{v}{i}$$

$$1\,\Omega = \frac{1\,V}{1\,A}$$

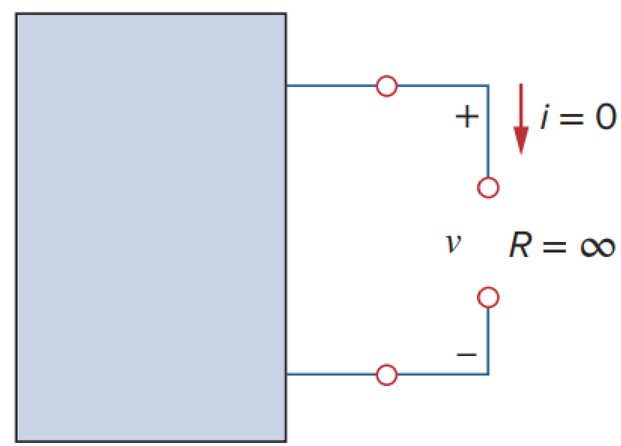
电阻的两种极端情况

- 电阻的值范围是从零到无穷大（∞）。
- 电阻为0的情况称为短路电路
  - 英文：short circuit，s.c.;
  - 无论电流多少，电压都为0。



$$v = iR = 0$$

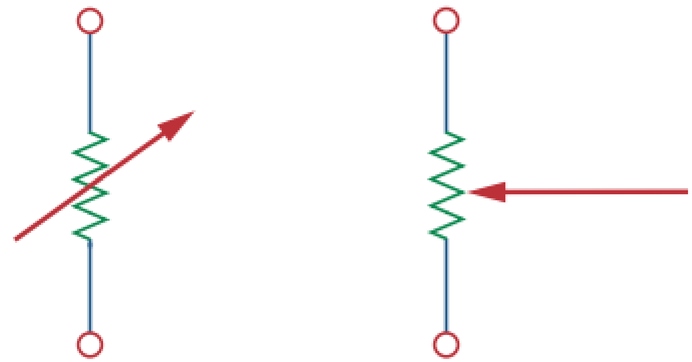
- 电阻为∞的情况称为开路电路
  - 英文：open circuit，o.c.;
  - 无论电压多少，电流都为0。



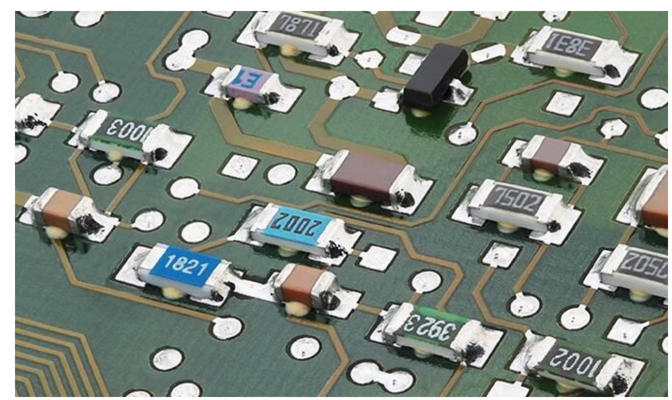
$$i = \frac{v}{R} = 0$$

电阻与电阻器

- 电阻可以时固定的，也可以是可变的。
  - 左图是通用可变电阻符号；
  - 右图是电位器。
    - 滑动端和固定端间电阻可变。



- 实现电阻的器件就是电阻器。
  - 电阻是一种特性，指电压和电流成正比。
  - 电阻器是一个物理器件，它具有电阻的特性。



电导

- 电导的英文是 conductance，符号是 G，它是电阻的倒数，计算式为：

电阻 $R=\dfrac{v}{i}$ ➡ $G=\dfrac{i}{v}=\dfrac{1}{R}$ 电导

- 电导是元件传导电流的能力，它的单位是西门子

$$1\ \mathrm{S}=1\ \Omega^{-1}=1\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}}$$

- 描述一个元件，可以用电阻，也可以用电导，两者是等价的。

电阻的功率

- 电阻消耗的功率可以用电阻 R 来表示
  - 给定电压 v
    - 计算电流
    - 计算功率

$$i = \frac{v}{R} \quad\Big|\quad P = v \times i \quad\Big|\quad P = \frac{v^2}{R}$$

  - 给定电流 i
    - 计算电压
    - 计算功率

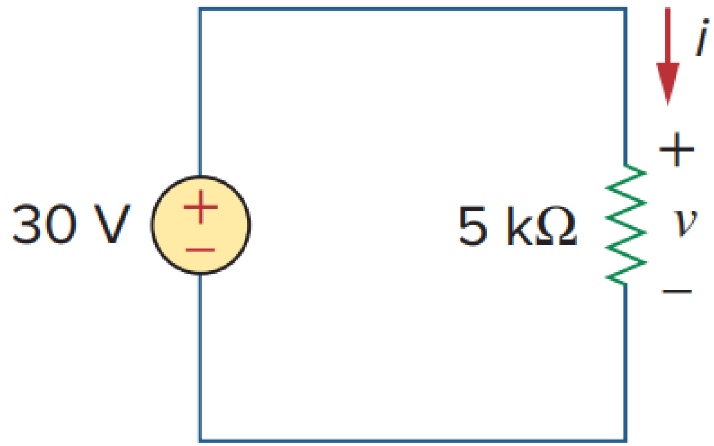
$$v = i \times R \quad\Big|\quad P = v \times i \quad\Big|\quad P = i^2 R$$

- 电阻消耗的功率还可以用等效的电导 G 来表示
  - 只需要将 R 用 1/G 替换掉，就可

$$P = Gv^2 \qquad\qquad P = \frac{i^2}{G}$$

例题

- 问：电路图如下所示，试计算电流、电导和功率。



- 解答：

$$i = \frac{30\ \mathrm{V}}{5\ \mathrm{k\Omega}} \qquad G = \frac{6\ \mathrm{mA}}{30\ \mathrm{V}} \qquad p = 30\ \mathrm{V} \times 6\ \mathrm{mA}$$

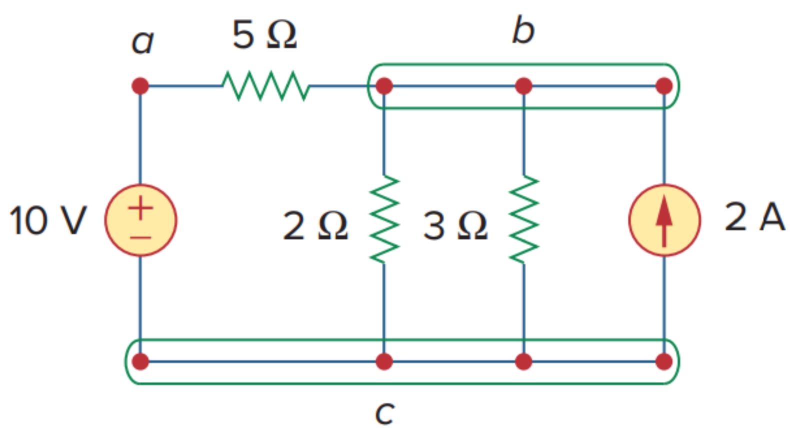
$$i = 6\ \mathrm{mA} \qquad G = 0.2\ \mathrm{mS} \qquad p = 180\ \mathrm{mW}$$

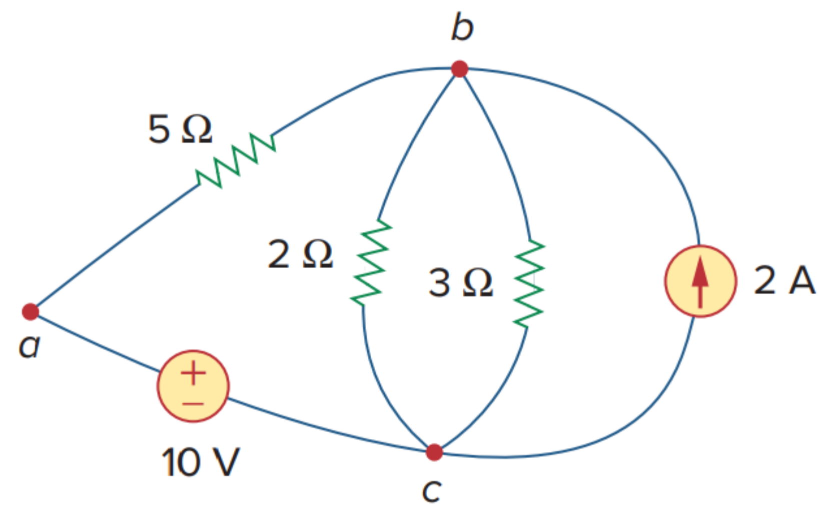
电流　　电导　　功率

电路结构

网络中的概念

- 电路是由各种元件互连而成，形成一种拓扑结构。
  - 用拓扑的概念来描述电路。



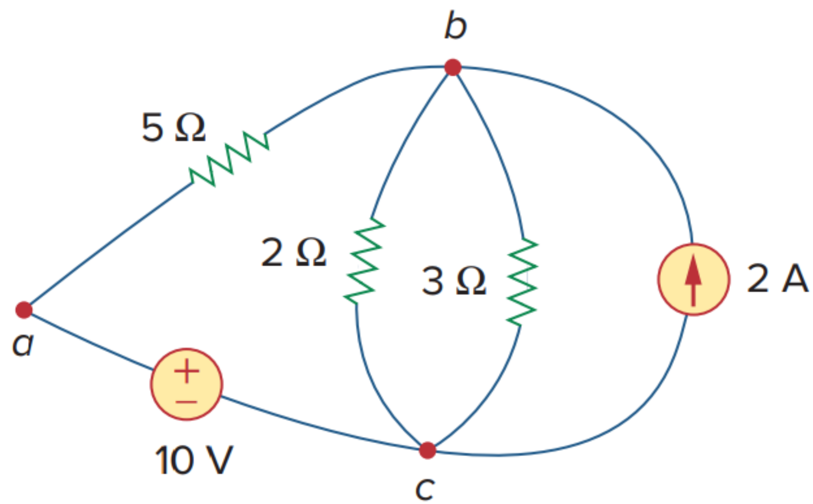


- 网络是若干元件或器件的相互连接。
  - 电路则是具有 一条或者多条 闭合路径 的 网络。
  - 支路表示网络中的单个元件，如电压源、电阻等。
  - 节点是指两条或者多条支路的连接点。

回路

- 回路是指电路中的任一闭合路径。
  - 在电路中，从一个节点出发，
  - 无重复的经过一组节点，
  - 之后再回到起始节点，
  - 所构成的一条闭合路径就称为回路。

右下网络表示的电路中，a→b→c→a就是一个回路。



独立回路：a-b-2Ω-c-a；
独立回路：b-3Ω-c-2A-b；
独立回路：b-2Ω-c-3Ω；

上述三个独立回路，构成一个独立回路组合。

- 如果一条回路至少包含一条不属于其他任何独立回路的支路，则称该回路为独立回路。

网络拓扑结构的基本定理

- 一个这样的网络，
  - 包括 b 条支路
  - 包括 n 个节点
  - 包括 l 个独立回路

拓扑网络基本定理

$$b = l + n - 1$$

- 电路与拓扑结构中的两个定义

串联

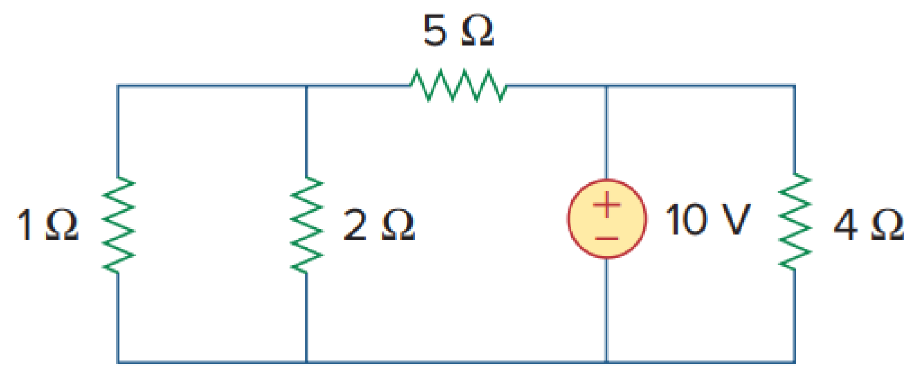
如果两个或多个元件
- 共享唯一一个节点，
- 并且传递同一电流，
- 则称这种连接方式为串联。

并联

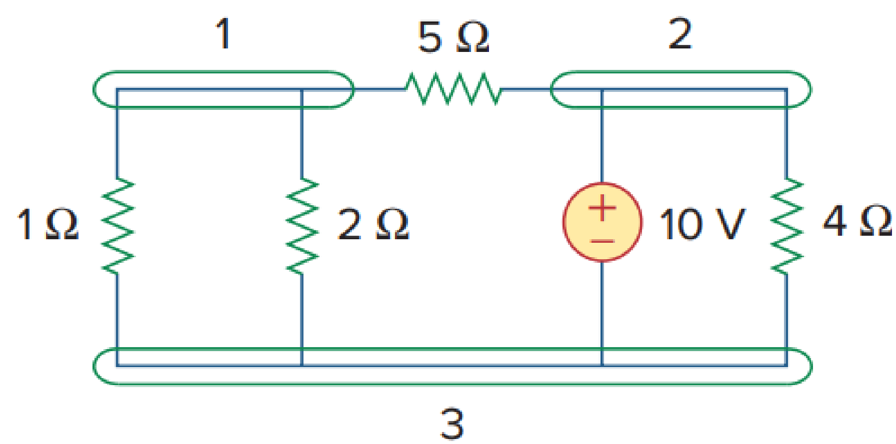
如果两个或多个元件
- 连接到相同的两个节点上，
- 并且它们的两端是同一电压，
- 则称这种连接方式为并联。

例题

- 问：下图所示电路有多少条支路，多少个节点？确定串联和并联的元件。



- 解答：
  - 支路就是元件，
    - 有5条支路。
  - 节点就是连线，
    - 有3个节点。
  - 并联
    - 电阻 1 Ω 与电阻 2 Ω；
    - 电阻 4 Ω 与电压源 10 V。
  - 串联
    - 电阻 5 Ω 与 电阻 1Ω//2Ω 。



基尔霍夫定律

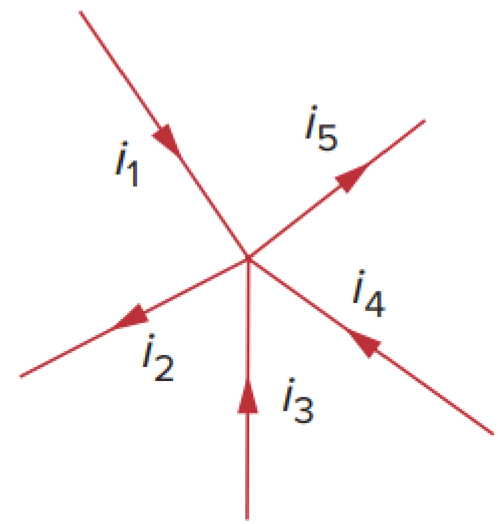
基尔霍夫电流定律

- 基尔霍夫电流定律，符号KCL，是这么回事：
  - 流入任一节点（或者闭合界面）的电流代数和为零。
  - 用数学表达式描述为：
    - 符号 N 为该节点相连的支路数；
    - 符号 i_n 为第 n 条支路流入的电流。

$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0$$

- 举例，右图节点有5条支路，则

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

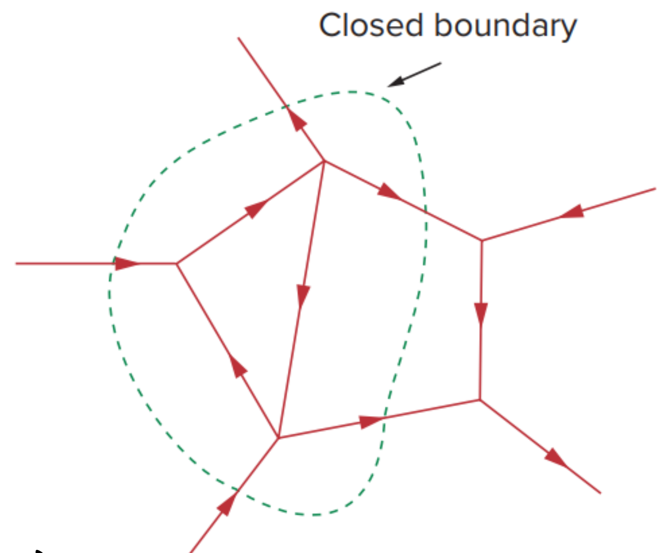


- 如何证明KCL？
  - 使用反证法：假如电流之和不为0，则节点电荷不守恒，
  - 而节点的电荷是一定要守恒的，所以电流之和只能为0。

关于KCL的补充说明

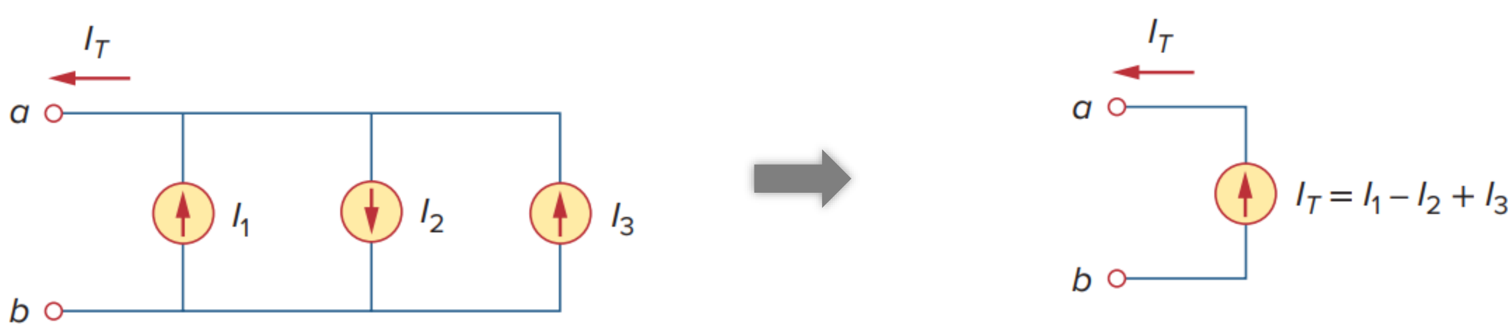
- KCL的另一种表达方式是
  - 所有流入节点的电流之和等于所有流出节点的电流之和。

$$\sum_{in} i_n = \sum_{out} i_n$$



- KCL也适合任一闭合界面的情况
  - 右图中，流入闭合曲面的电流，
  - 等于流出该闭合曲面的电流。

- 串联电流要小心，并联电流可合并。



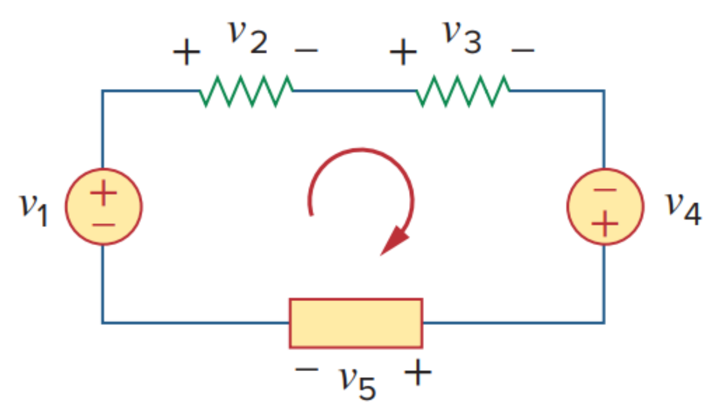
基尔霍夫电压定律

- 基尔霍夫电压定律，符号KVL，是这么回事：
  - 任何闭合路径（回路）上的全部电压的代数和为零。
  - 用数学表达式描述为：
    - 符号 M 为该回路的支路数；
    - 符号 i_m 为第 m 条支路的电压。

$$\sum_{m=1}^{M} v_m = 0$$

- 右图中 5 条支路构成一个回路
  - 沿顺时针方向环绕回路，降为正

$$-v_1 + v_2 + v_3 - v_4 + v_5 = 0$$

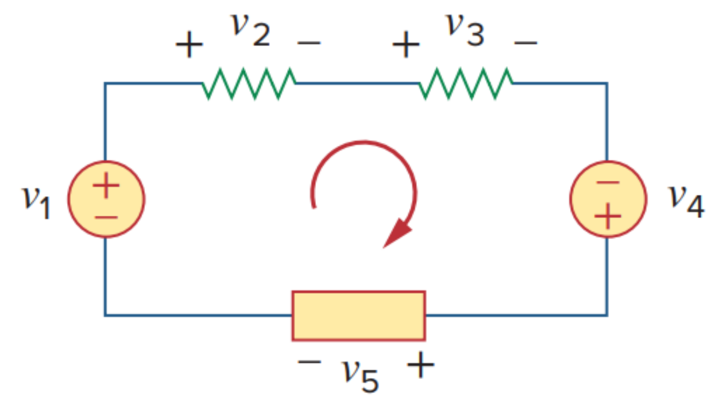


- 如何证明KVL？
  - 使用反证法：假如电压之和不为0，则节点电势不唯一，
  - 而节点的电势是唯一确定的，所以电压之和只能为0。

关于KVL的补充说明

- KVL的另一种表达方式是
  - 回路中，所有电压降之和
  - 等于所有电压升之和。

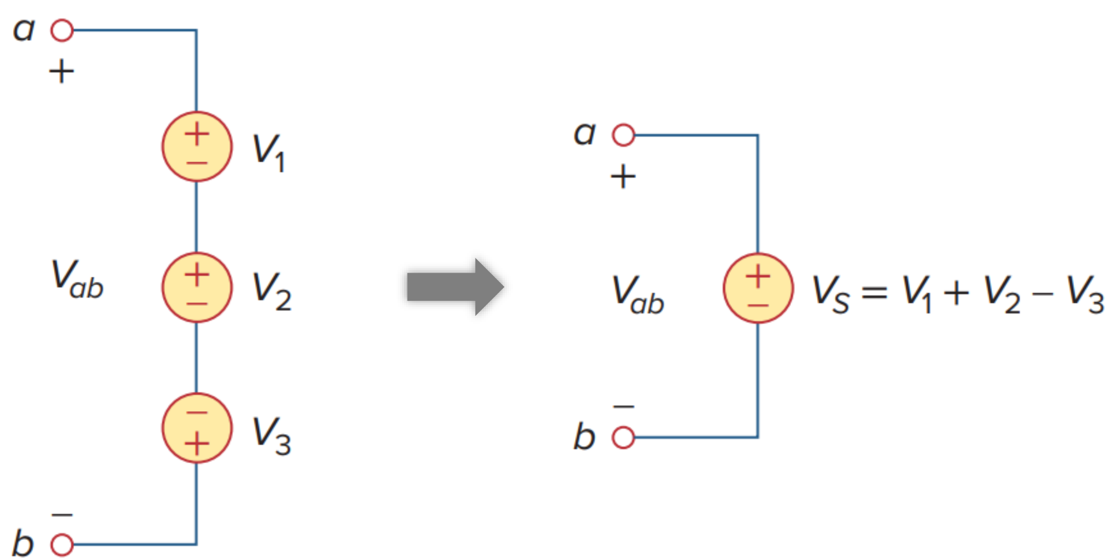
$$v_2 + v_3 + v_5 = v_1 + v_4$$



- 可顺时针环绕，也可逆时针环绕，但不能顺逆混合。

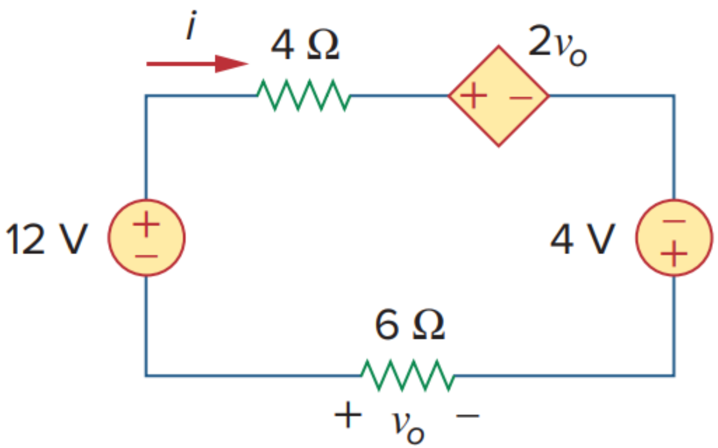
- 并联电压要小心，
  - 不同电压，歧义

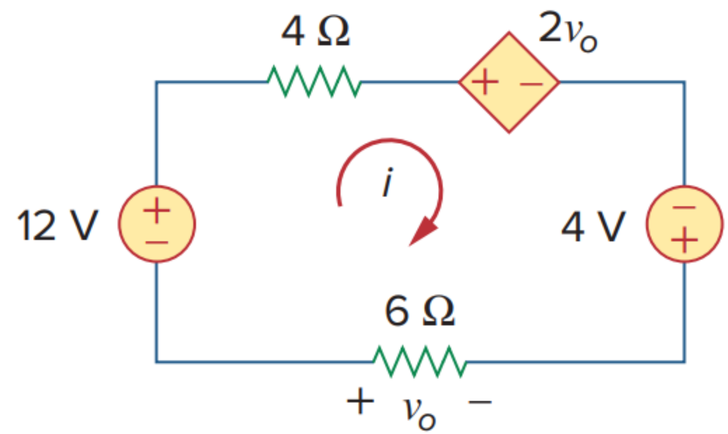
- 串联电压可合并。



例题一

- 问：计算下图电路中的 v_o 和 i 。





- 解答：
  - 这个电路只有一个回路，
  - 每个节点只有两条支路，
  - 因此整个回路的电流处处相同。
  - 顺时针环绕回路，使用KVL：

$$-12 + 4i + 2v_0 - 4 - v_0 = 0$$

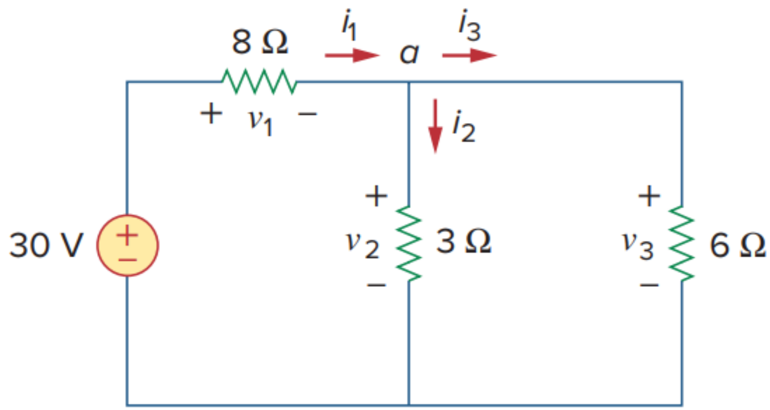
$$v_0 = -6i$$

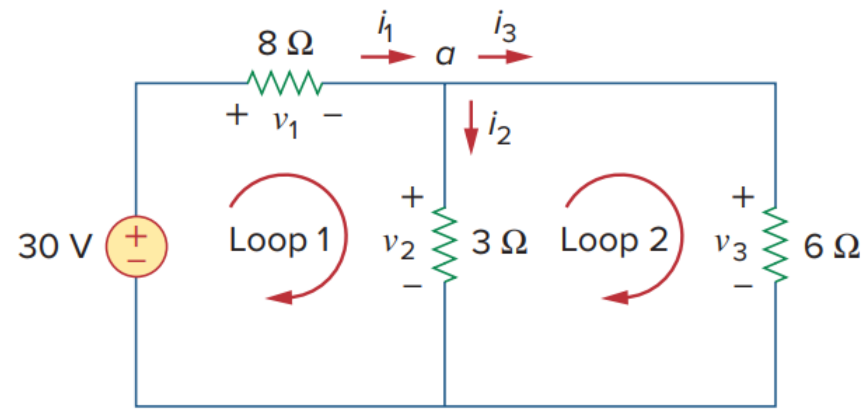
$$-12 + 4i - 12i - 4 + 6i = 0$$

$$2i = 16$$

例题二

- 问：计算下图电路中的 v_o 和 i 。





- 解答：
  - 这个电路有两个回路；
    - 得到两个KVL方程。
  - 有a这样一个交叉节点；
    - 得到一个KCL方程。
  - 电流和电压不独立。

$$-30 + v_1 + v_2 = 0$$
$$-v_2 + v_3 = 0$$
$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$-30 + 8i_1 + 3i_2 = 0$$
$$-3i_2 + 6i_3 = 0$$
$$i_1 = i_2 + i_3$$

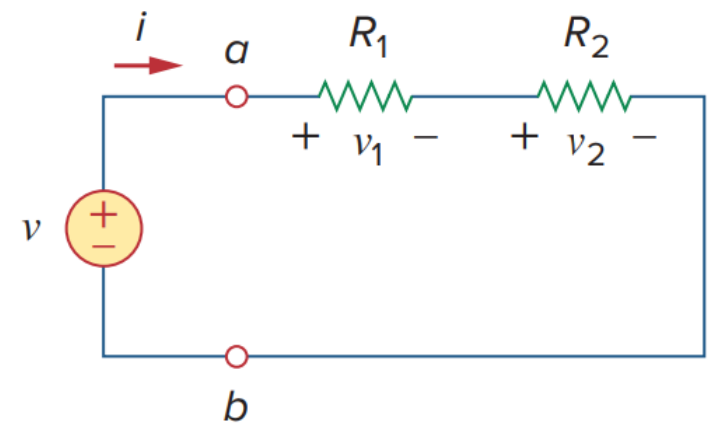
$$i_2 = 2i_3$$
$$i_1 = 3i_3$$
$$-30 + 24i_3 + 6i_3 = 0$$

$$i_3 = 1\ (\mathrm{A})$$
$$i_2 = 2\ (\mathrm{A})$$
$$i_1 = 3\ (\mathrm{A})$$

串联与并联

串联电路

- 如右下图所示，两个电阻串联在一起，流过它们的电流是同一电流。



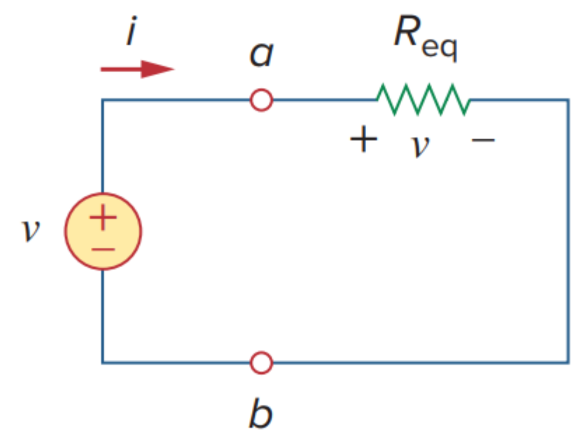
$$-v + v_1 + v_2 = 0$$

$$-v + iR_1 + iR_2 = 0$$

$$v = i(R_1 + R_2)$$

- 上述电阻组合可用一等效电阻代替。

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \qquad v = iR_{eq}$$



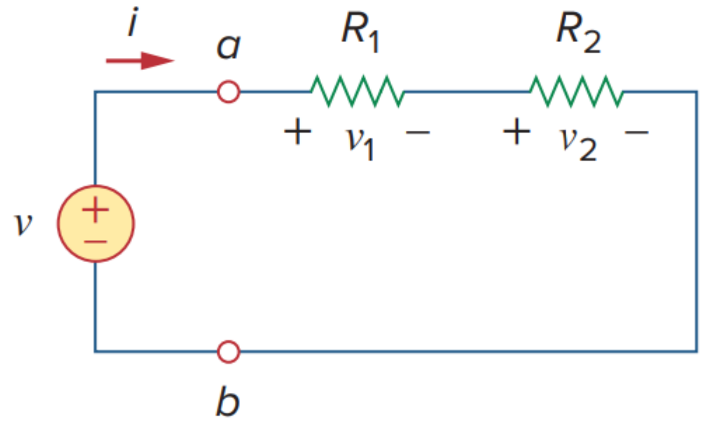
- 当有 N 个电阻串联时：

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

串联分压

- 使用电路串联可以构建一个分压电路
  - 右图中，电源电压为 v，
    - 电阻 R_2 两端的电压为：

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v = \frac{R_2}{R_{eq}} \times v$$



    - 这样电阻 R_1 和 R_2 构成了一个分压电路。
  - 假如是一个 N 个电阻串，
    - 则第 n 个电阻上的分压为

$$v_n = \frac{R_n}{R_{eq}} \times v$$

- 注意：电压源和分压电路**不**是完全一样的。

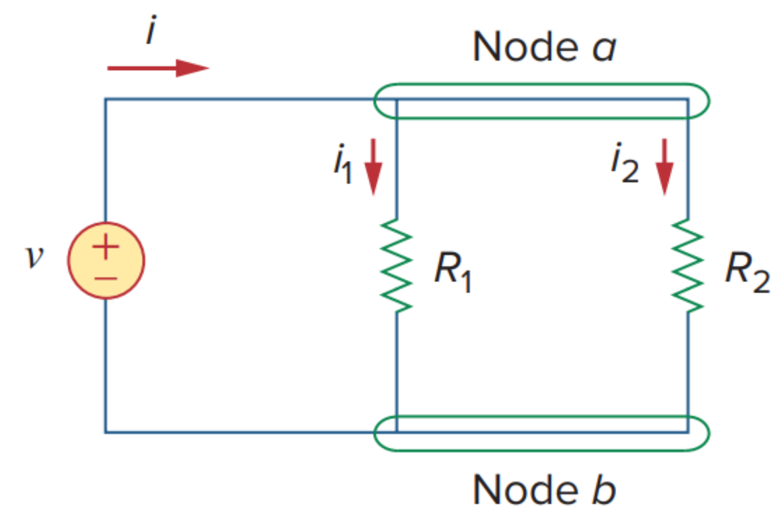
并联电路

- 如右下图所示，两个电阻并联连接，它们的两端具有相同的电压。

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$i - \frac{v}{R_1} - \frac{v}{R_2} = 0$$

$$i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2}$$



- 上述电阻组合可用一等效电阻代替。

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad i = \frac{v}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

使用电导的概念

$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

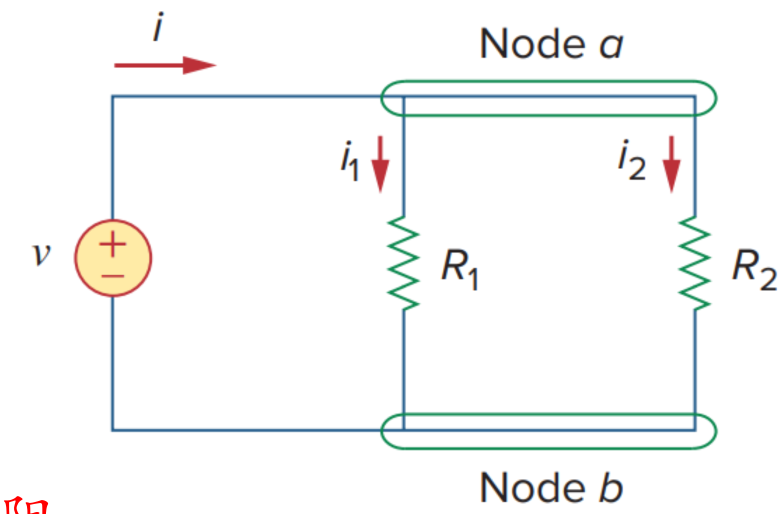
- 当有 N 个电阻串联时：$G_{eq} = \sum_{n=1}^{N} G_n$

并联分流

- 右图中，假设总电路是定值

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{iR_{eq}}{R_1} = i \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

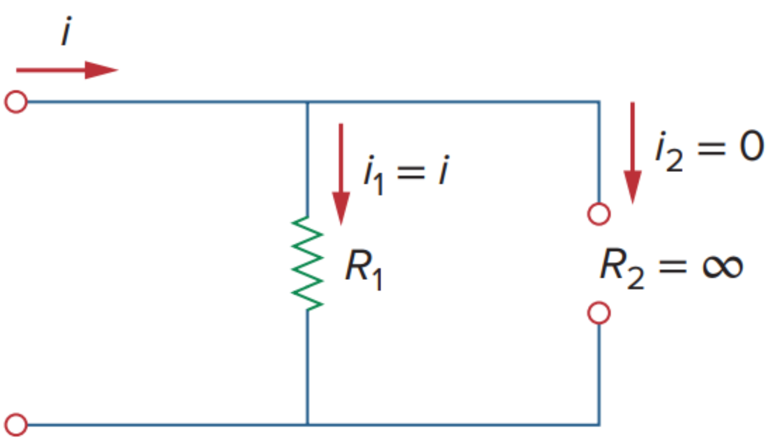
$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{iR_{eq}}{R_2} = i \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

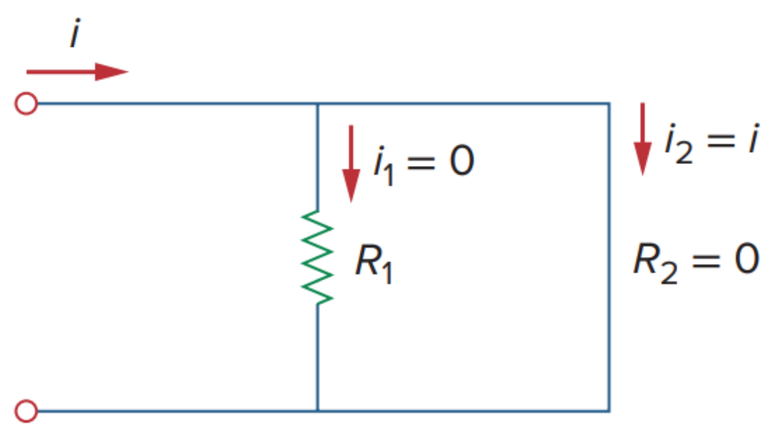


– 本电阻电流正比于“隔壁”电阻。

$$i_2 = \frac{iR_{eq}}{R_2} = i \times \frac{G_2}{G_{eq}}$$

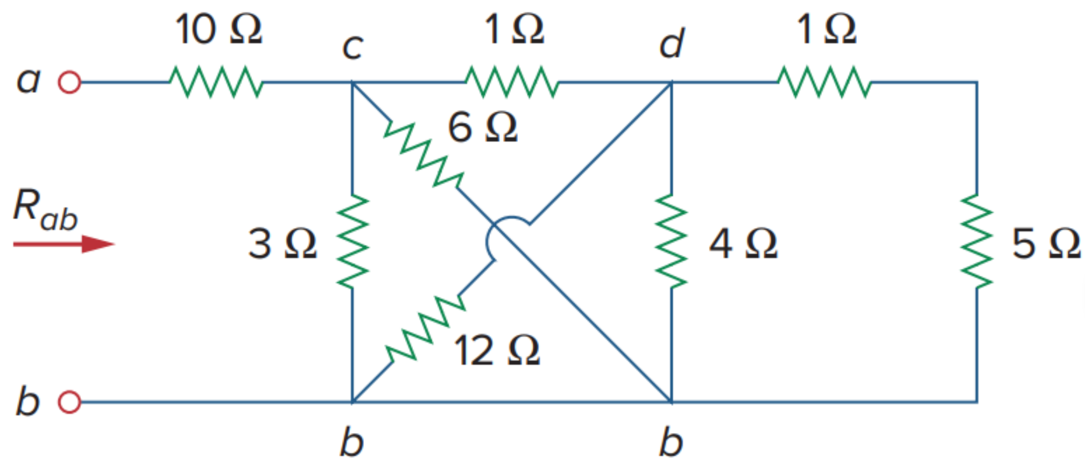
- 两种特殊情况：开路和短路。





例题

- 计算右下图所示电路的等效电阻 R_{ab}。

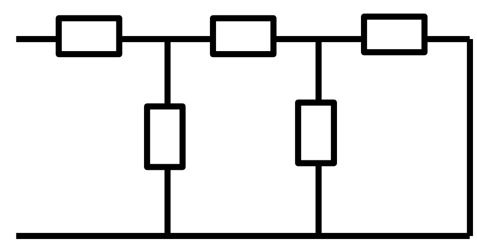


- 解答：
  - 电路结构比较复杂；
  - 需要通过逐步的局部合并，进行化简；

$$3\ \Omega \parallel 6\ \Omega = 2\ \Omega$$

$$12\ \Omega \parallel 4\ \Omega = 3\ \Omega$$

$$1\ \Omega + 5\ \Omega = \frac{5}{6}\ \Omega$$

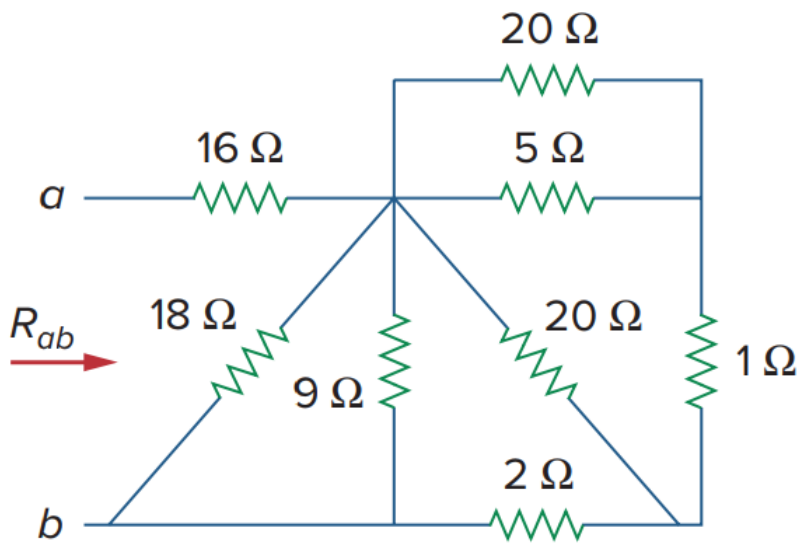


  - 最终得到一个等效电阻。

$$R_{ab} = 10\ \Omega + 1.2\ \Omega = 11.2\ \Omega$$

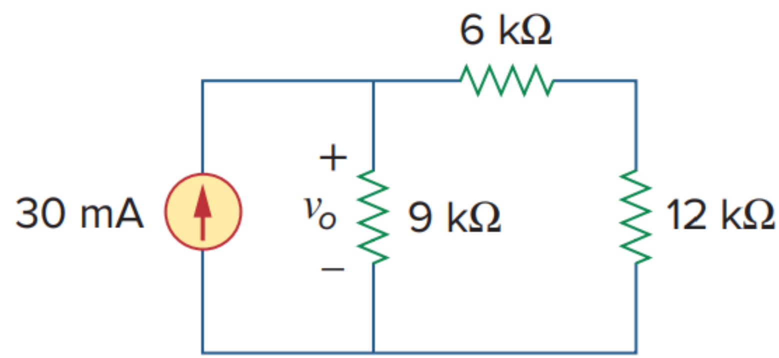
练习

- 求解下图中电路的等效电阻



例题

- 计算右下图的电压 v_0，电流源提供的功率，和每个电阻消耗的功率。

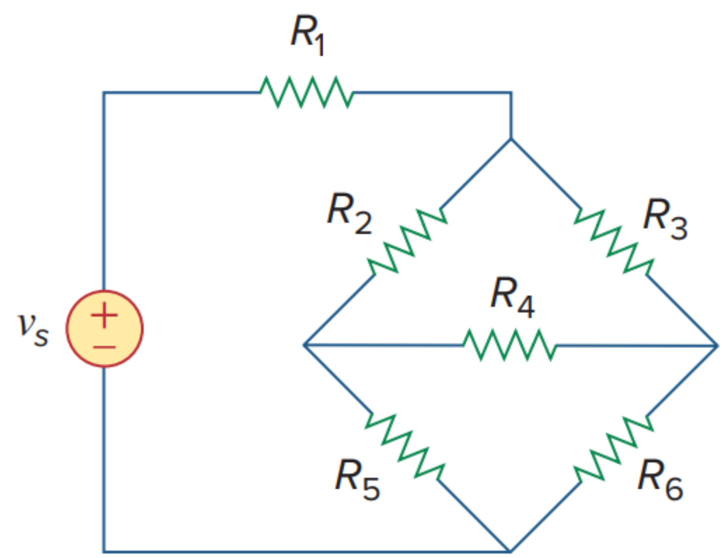


- 解答：
  - 使用电导的概念进行求解；

Y - △ 变换

非串非并电路

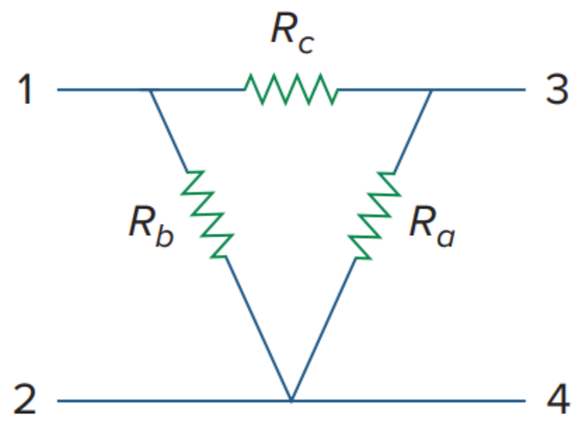
- 在电路中，经常会出现既非串联又非并联的结构。
- 右边画出了一个电桥电路
  - 电阻 R_2 和 R_3 不是并联；
  - 电阻 R_3 和 R_6 不是串联；
  - 很难对电路进行简化；
  - 结构特点：出现了横枝 R_4 。

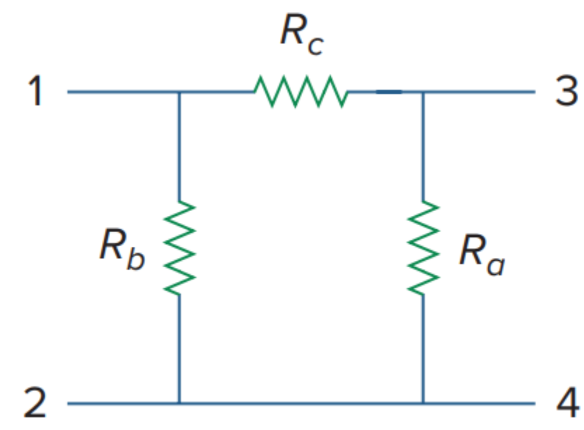


- 由 R_2、R_3 和 R_4 组成了一种三角形环路，△网络。
  - 可以用Y形等效电路来消除这种环路。

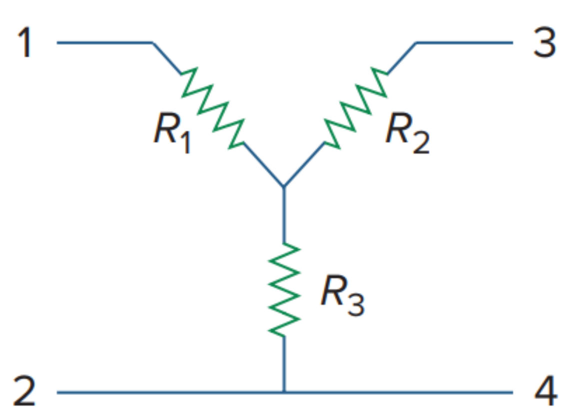
三端口网络

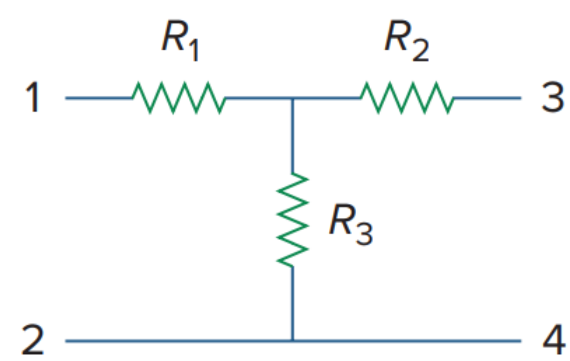
- △形网络和Π形网络





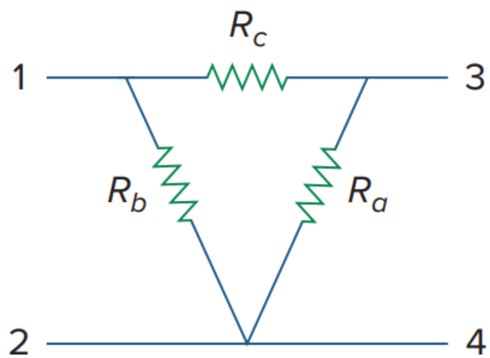
- Y形网络和T形网络

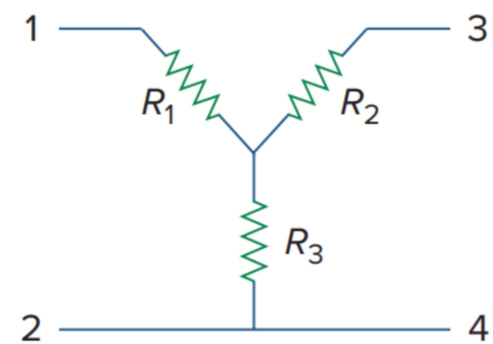




△-Y 变换

- 有时将 △ 结构变换为 Y 结构，可以简化整个电路的分析。





- 电路的等效变换要求从任何一对节点之间的电阻值保持不变。

$$R_{12}(Y) = R_{12}(\Delta) \qquad R_1 + R_3 = R_b \parallel (R_a + R_c)$$

$$R_{13}(Y) = R_{13}(\Delta) \qquad R_1 + R_2 = R_c \parallel (R_a + R_b)$$

$$R_{34}(Y) = R_{34}(\Delta) \qquad R_2 + R_3 = R_a \parallel (R_b + R_c)$$

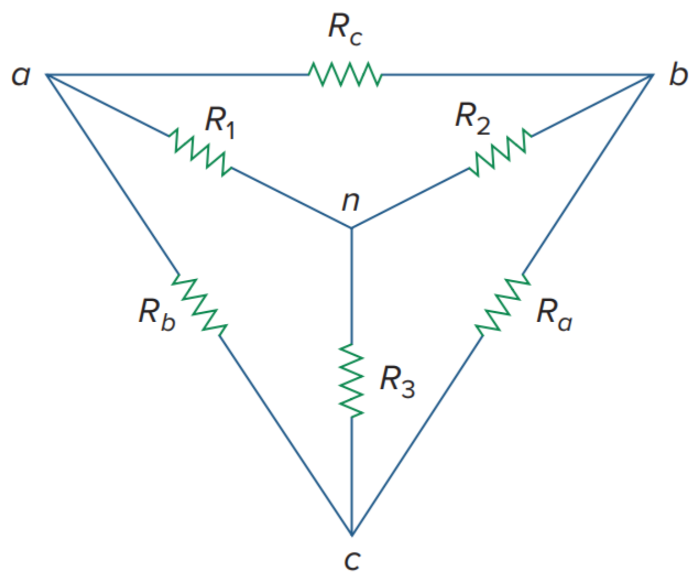
Y - △ 互换公式

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

△ → Y



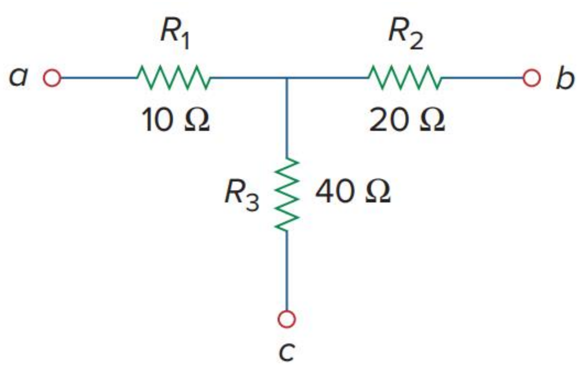
$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

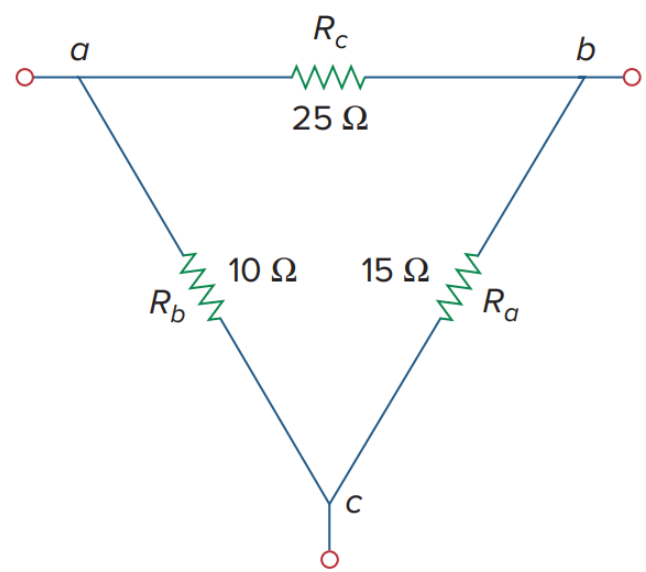
$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

Y → △

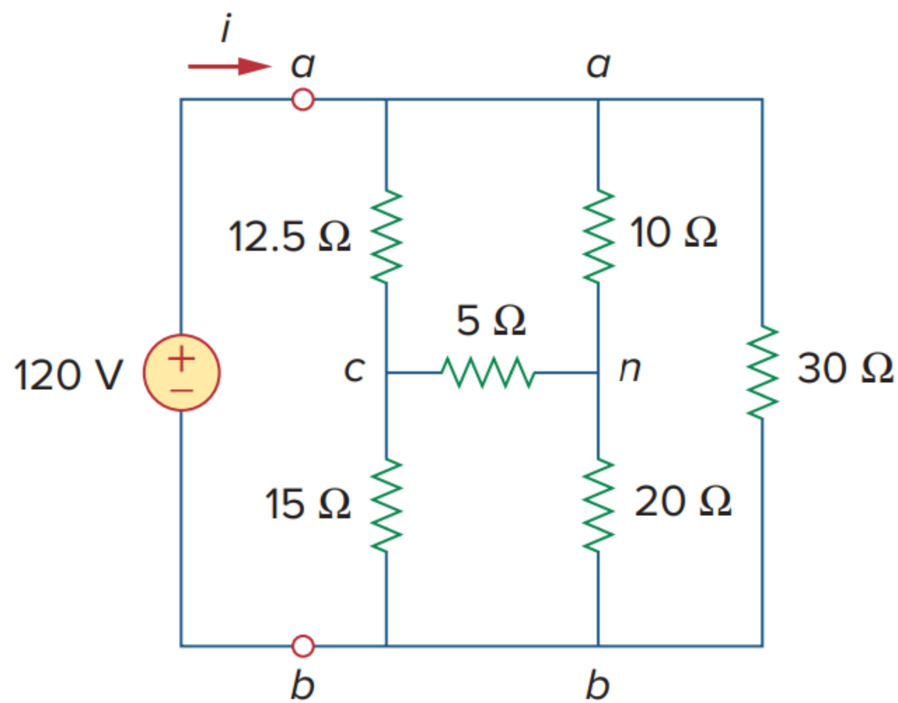
- 举两个例子：





应用

- 可以用Y - △ 互换来简化电路，比如下图



作业

- 画出本章思维导图
- 2.33
- 2.35
- 2.41
- 2.74
- 2.82（注意集成块的封装边不要当成导线）