No.

Date

21307347

陈欣宇

一、 将区域看成点，边则是两个区域相邻.

$\therefore$ 图为完全图，平面图.

$n \geq 3$时 有 $\frac{n(n-1)}{2} \leq 3n-6 \Rightarrow 3 \leq n \leq 4$.

$\therefore$ 地球最多分为4个区域.

二. 记图 $G=(n,m)$

$\therefore$ $2m = 5 \times 10 \Rightarrow m = 25$

$m > 3n-6 = 24$

$\therefore$ G不是平面图.

三. ① 反证：假设G不连通，设有G_1 G_2连通分支

设 $\chi(G_1) = \chi(G)$ $\chi(G_2) < \chi(G)$

则删去G_2中一点，G_1点色数不变

$\therefore$ $\chi(G) = \max\{\chi(G_1), \chi(G_2)\} = \chi(G) \neq \chi(G)-1$，矛盾.

$\therefore$ $\forall v \in V$: $\chi(G-v) = \chi(G)-1$，G连通

② 反证：设G不是完全图，

则存在两点 u, v 之间没边，u, v可同色，

删去 u, v.

$\chi(G-u-v) = \chi(G)-1 \neq \chi(G)-2$，矛盾，

$\therefore$ G是完全图.

No.

Date

四. ① 证: $\chi(G)\chi(\bar{G})\geq n$:

在G中, 至少有一个色组有 $\lceil\frac{n}{\chi(G)}\rceil$ 个

该色组在 $\bar{G}$ 中为完全图, ∴ $\chi(\bar{G})$ 至少 $\lceil\frac{n}{\chi(G)}\rceil$

∴ $\chi(G)\chi(\bar{G})\geq \chi(G)\cdot\lceil\frac{n}{\chi(G)}\rceil\geq n$

② 证: $\chi(G)+\chi(\bar{G})\leq n+1$

G中最大色组~~至多~~点数 $\leq n-\chi(G)+1$,

∴ $\chi(\bar{G})\leq n-\chi(G)+1$

有 $\chi(G)+\chi(\bar{G})\leq n+1$

五. G是5正则图, 则 顶点数为偶数.

反证: 设G为H图 则哈密顿回路长度为偶数.

2种颜色交替 至最后一边选第5种颜色,

与边色数为4 矛盾,

∴ G不是H图.