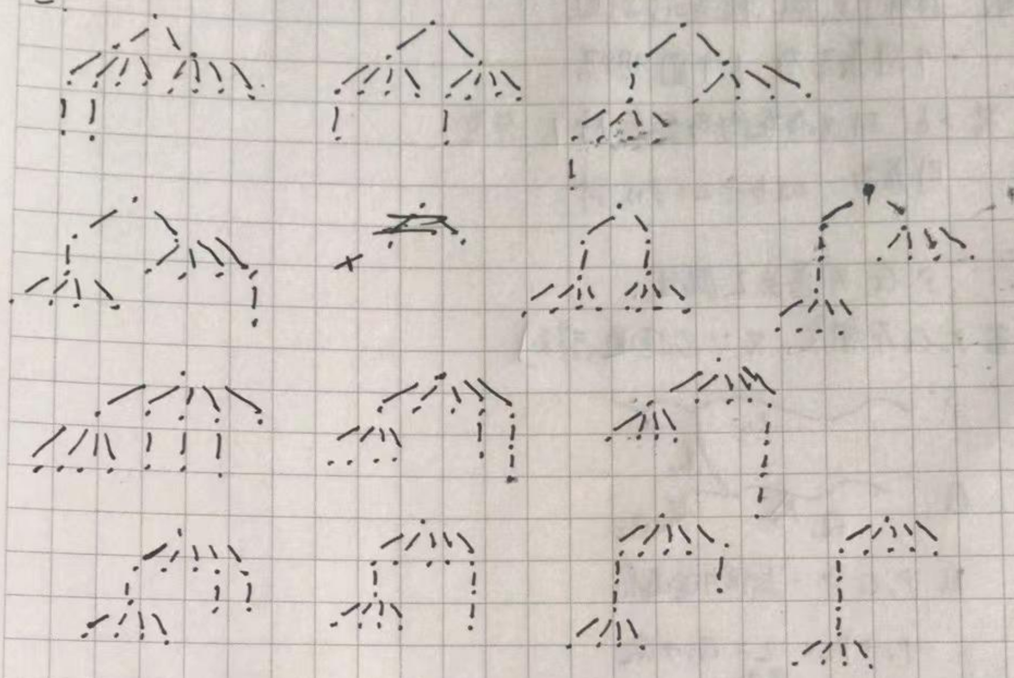
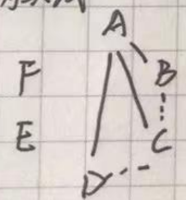
21307347 陈欣宇

一.



二. 设六人为 ABCDEF 六点，实线表示认识，虚线不认识、

对于与A相连的5条线，总存在一种线 ≥ 3 条，则可设 AB AC AD 为实线



对于 B.C.D 三点，由于 AB. AC. AD 为实线

若 BC. CD 为实线则构成实线三角形，三人互相认识、

若 BC. CD 为虚线，则无论 BD 为实线或虚线都会构成三角，三人互相认识或不认识。

综上可得 任意六人必有三人互相认识或不认识、

三. 设 $\delta \geq k$. $P = v_1 v_2 \cdots v_{l+1}$ 为最长路.

若长 $l < k$. 由于 $\delta \geq k$. ~~v_1中~~ 与 v_1 邻接存在 $v_2 \sim v_{l+1}$ 外的点 v

则 P 可拓展为 $v_0 v_1 v_2 \cdots v_{l+1}$. 与最长路矛盾

故 $l \geq k$ ，则存在长度至少是 δ 的路

四. 对每个点做半径为0.5的圆,

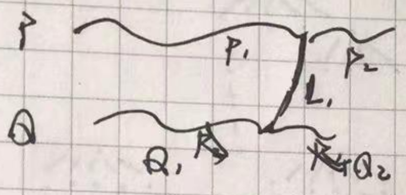
一个圆最多有6个圆相切,

若>6. 则必存在两两距离小于1. 矛盾

则最多 $n\times 6\div 2=3n$ 对

五、 P、Q为最长之路径,

若P、Q不相交, 又∵G连通, 得到



以P,Q中一点作为连通点,

$P_1+P_2=L=Q_1+Q_2$

若Q_1或Q_2大于等于P_2, 则有 $P_1+L_1+Q_1$ 或 $P_1+L_1+Q_2>L$. 矛盾

Q_1、Q_2小于P_2, 则有Q_1或Q_2大于P_1　同理矛盾

~~$P_2=Q_1$或$P_2=Q_2$ 则有 P_1+L_1+~~

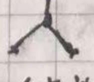
综上 P、Q相交

~~六~~八. 设 6度结点小于5且5度结点小于6

∵9个点, 则有4个6度, 5个5度

$4\times 6+5\times 5=49$ 不为偶数. 矛盾

则 G中至少5个6度或至少有6个5度结点

九. $n=3$. 易得  有公共端点。

对于$n=k$,有n条线段公共端点. 即 

$n=k+1$时. 对于插入的1条线段只有连在公共端点,才能满足任意3条有公共端点情况.

此时对n条线段同样有公共端点, 得证.