

电路理论基础

时间：星期三上午8:00至9:40，星期五上午8:00至9:40

地点：南校园1506

任课教师：栗涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4

电容器与电感器

- 电容器
- 电容器的串联并联
- 电感器
- 电感器的串联并联

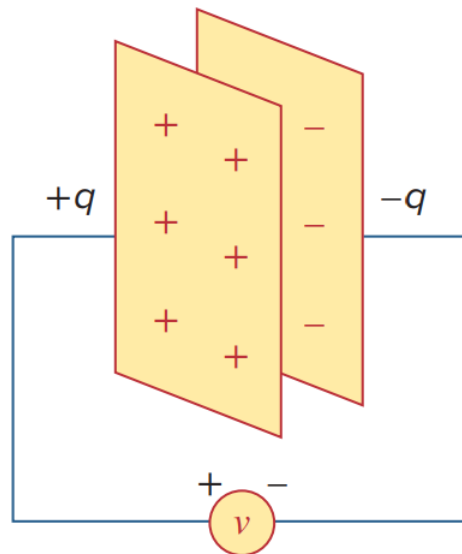
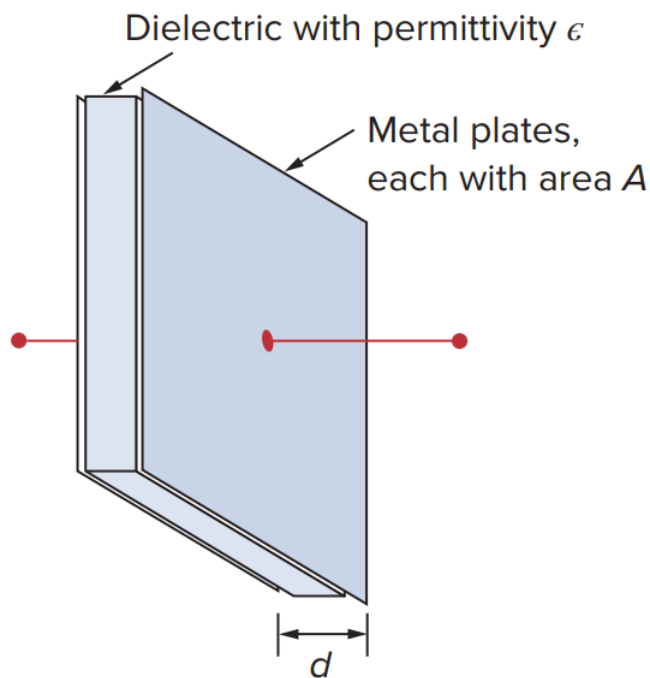
电容

介绍

- 前面几章讨论的都是以电阻为元件的电路。电阻会消耗能量。
- 接下来，我们讨论另外两种元件：电容和电感。电容和电感不会消耗能量。它们可以存储能量。它们是储能元件。
- 电容是一种通过电场存储电能的无源元件。它还经常用于频率选择。

平板电容

- 一种常见的电容是平板电容。它包含两个导电板，中间由电介质隔开。



$$C = \frac{q}{v}$$

电容的单位是法拉第，Faraday, F。

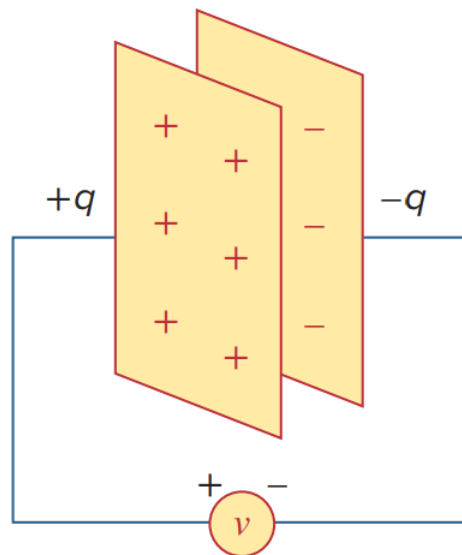
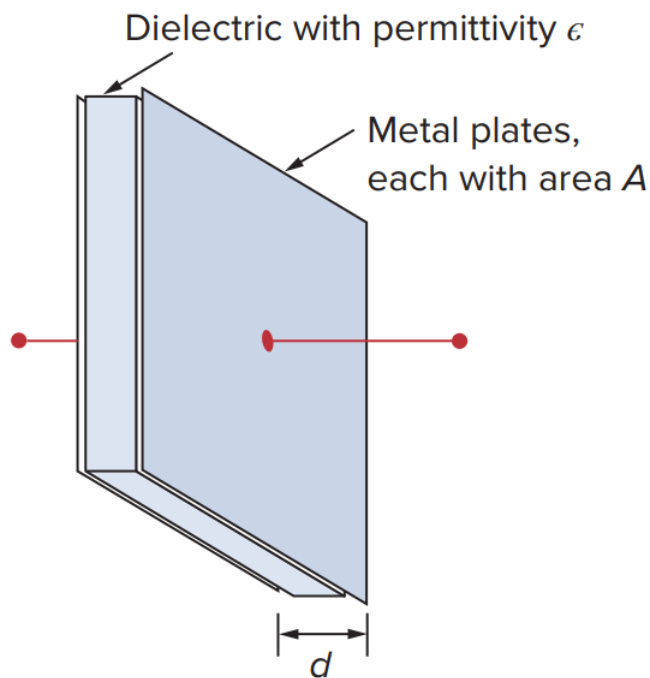
$$q = Cv$$

$$v = \frac{q}{C}$$

- 两个平板上有电荷 q ，一个板 $+q$ ，另一个板 $-q$ 。
— 电荷在两个板间产生电压 v 。
- 电容值就是导电板所带电荷与导电板间电压的比值。

平板电容的电容值

- 平板电容电容值与板面积 (A) 成正比，与距离 (d) 成反比，与电介常数 (ϵ) 成正比。



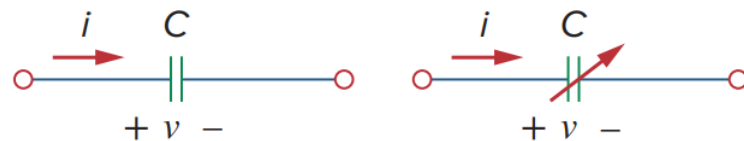
$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$q = Cv$$

- 相同电压时，拉近两个平板，电荷量会变大。
- 相同电荷量，拉近两个平板，则电压变小。

电容器

- 实现电容的方式有多种。
 - 比如有固定电容和可变电容。



- 电容器的种类有很多，适用不同的应用场景。

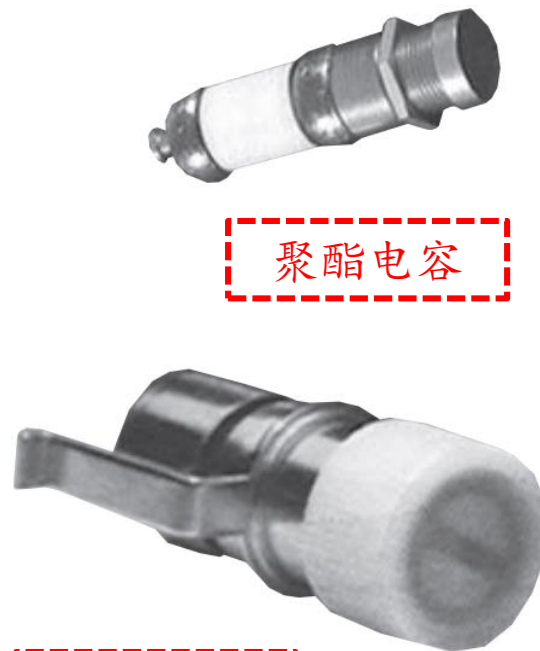
聚酯电容

陶瓷电容

电解电容

聚酯电容

微调电容



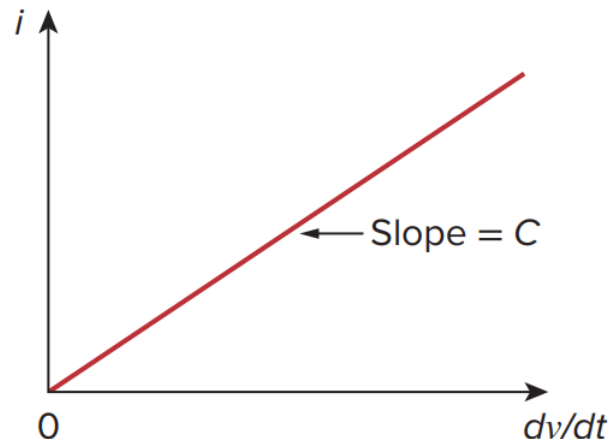
电容的伏安特性

- 电阻的伏安特性（电压电流关系）是正比关系。

$$i = \frac{v}{R}$$

$$v = Ri$$

$$i = Gv$$



- 电容的电压与电量成正比。

$$q = Cv$$



$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$



$$i = C \frac{dv}{dt}$$

- 由此可见，电容的电流与电压导数成正比。

- 也可以说，它描述了一种充电效应：

— 电流 克服 电容 造成 电压的变化。

$$\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C}$$

电容的储能

- 电容上的电压可以通过积分获得

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad \longrightarrow \quad v = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) \times d\tau \quad \longrightarrow \quad v = v_0 + C \int_0^t i(\tau) \times d\tau$$

- 往电容输送电荷，需要做功，瞬时功率为

$$p = vi = Cv \frac{dv}{dt}$$

- 将电容的电压充到 v ，需要做功，即电容储能。

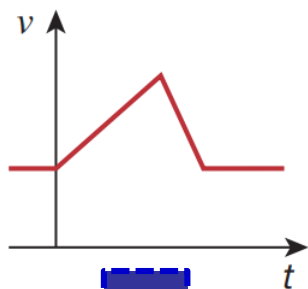
$$w = \int_{-\infty}^t Cu \frac{du}{d\tau} \times d\tau = \int_0^v C u du \quad \longrightarrow \quad w = \frac{1}{2} C v^2 \quad \longrightarrow \quad w = \frac{q^2}{2C}$$

电容的几点特性

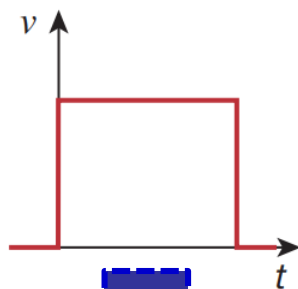
- 第一：当电容上的电压不随时间改变时，
 - 通过电容的电流为0。
 - 也就是说，对于直流电，电容等同于开路。
- 第二：电容上的电压不会产生突变。
- 第三：理想的电容（器）不消耗能量，
 - 电功被存储。
- 第四：实际的电容（器）会有点漏电，
 - 等效有个并联电阻。



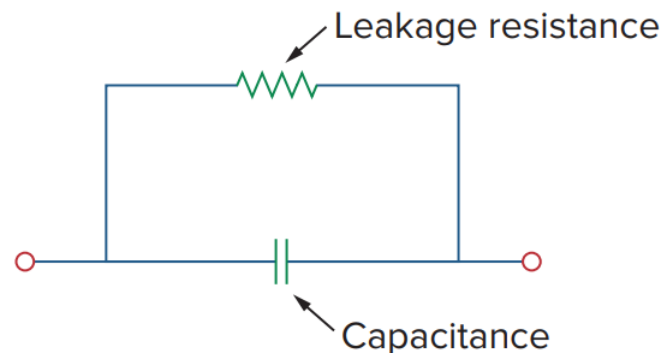
$$\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C}$$



对



错



例题-1

- 问题：一个 3 pF 的电容器两端加上 20 V 的电压后
 - a) 可以存储多少电荷？
 - b) 可以存储的能量有多少？
- 求解：
 - 电荷就是电容乘以电压：

$$q = Cv = 3 \times 10^{-12} \times 20 = 6 \times 10^{-11} \text{ (C)}$$

- 储能就是电量乘以电压，然后除以2：

$$w = \frac{1}{2} qv = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-11} \times 20 = 6 \times 10^{-10} \text{ (J)}$$

例题-2

- 问题：作用在一个 $5\ \mu\text{F}$ 的电容的电压为
 - $v(t) = 10 \times \cos(6000t)\ \text{V}$,
 - 计算通过该电容的电流。

- 解答：
 - 电流正比与电压的导数，套用公式

$$i = C \frac{dv}{dt} = 5 \times 10^{-6} \times \frac{d}{dt} [10 \cos(6000t)]$$

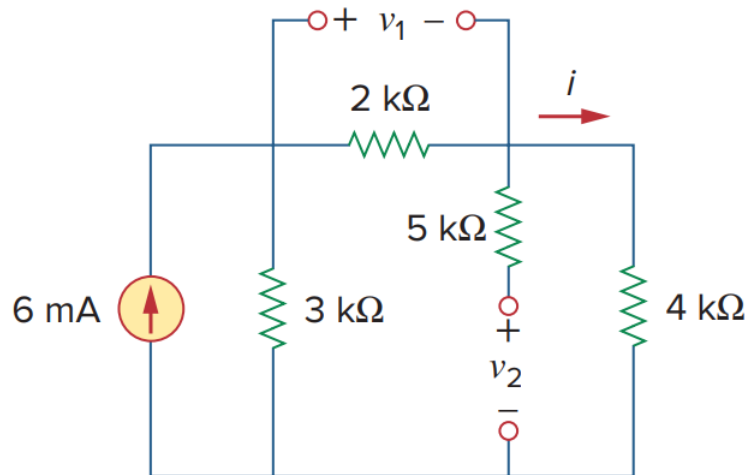
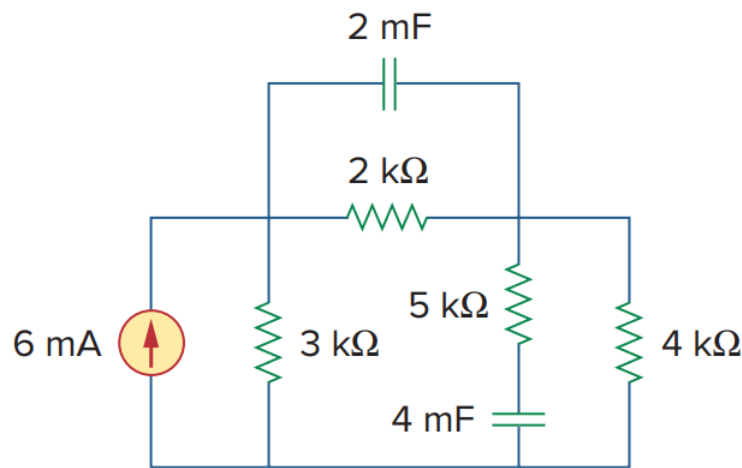
$$i = -5 \times 10^{-6} \times 6000 \times 10 \times \sin(6000t)$$

- 计算出电流：

$$i = -0.3 \times \sin(6000t)\ (\text{A})$$

例题-3

- 问题：计算下面电路中每个电容在直流电源下存储的能量。



- 解答：
 - 直流时，电容等同开路；
 - 建立等效电路，算出电容电压；
 - 然后算出电容的储能。

$$i = 6 \times \frac{3}{3 + 2 + 4} = 2 \text{ (mA)}$$

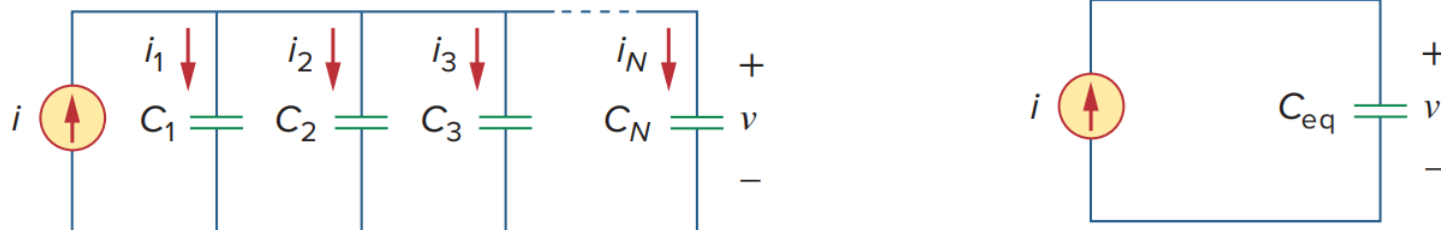
$$v_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ (V)}$$

$$v_2 = 2 \times 4 = 8 \text{ (V)}$$

电容的串并联

电容的并联

- 并联电容的特征是它们两端的电压相同



- 观察上面的电容并联组合中的电流

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_N$$

- 由电压和电流的关系

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} + \cdots + C_N \frac{dv}{dt}$$

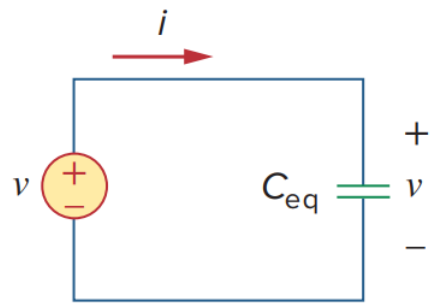
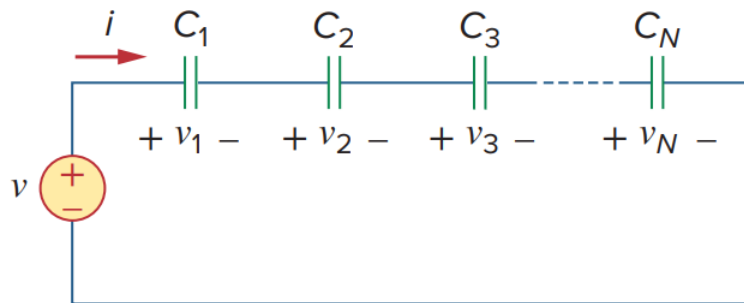
$$i = C_{eq} \frac{dv}{dt}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_N$$

N个并联电容的
等效电容是各
个电容的和。

电容的串联

- 串联电容的特征是经过它们的电流相同



- 观察上面的电容串联组合中的电压

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N$$

- 由电压和电流的关系

$$v = \int_{-\infty}^t \frac{i}{C_1} d\tau + \int_{-\infty}^t \frac{i}{C_2} d\tau + \int_{-\infty}^t \frac{i}{C_3} d\tau + \dots + \int_{-\infty}^t \frac{i}{C_N} d\tau$$

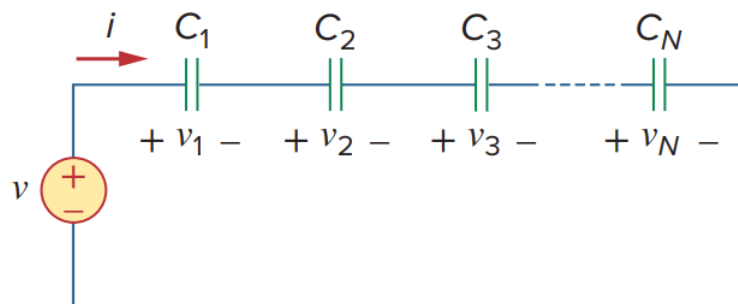
$$v = \int_{-\infty}^t \frac{i}{C_{eq}} d\tau \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

N个串联电容的等效电容倒数是各个电容倒数的和。

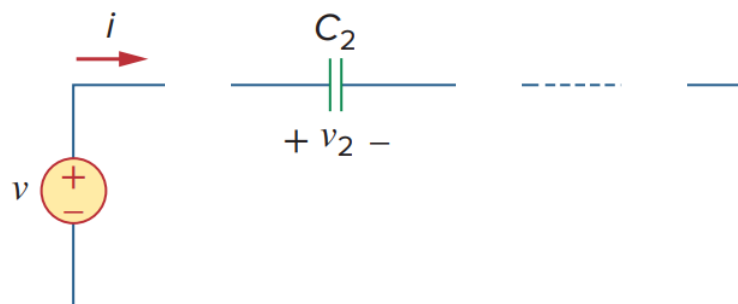
注意

- 如何理解对于直流电，电容等效于开路？

- 比如串联电路

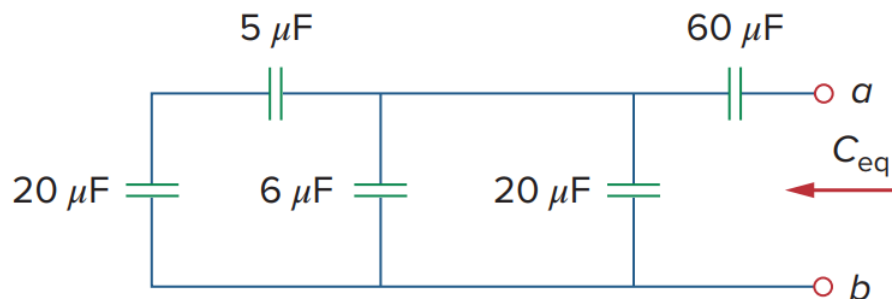


- 等效于？



例题

- 问题：计算下面电路 ab 之间的等效电容。



- 求解：

- 从 ab 端口开始，
- 从右往左扫描；
- 列出计算式。

$$C_{eq} = 60 \text{ S } [20 \text{ P } 6 \text{ P } (5 \text{ S } 20)]$$

$$C_{eq} = 60 \text{ S } \left[20 + 6 + \frac{5 \times 10}{5 + 20} \right]$$

$$C_{eq} = 60 \text{ S } 30$$

$$C_{eq} = 20 (\mu\text{F})$$

电感

介绍

- 电感是一种通过磁场存储能量的无源器件。
- 电感可以用来进行交流变压、频率选择。



环形电感



螺线管电感



色码电感

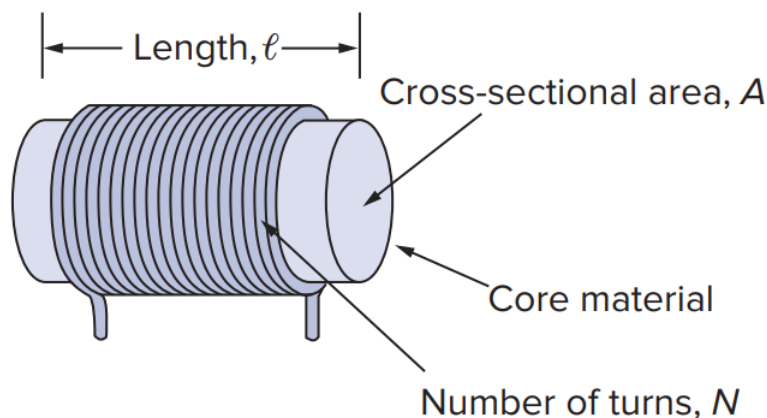
- 通常，电感器由导线绕成的线圈组成。
— 但，其实任何有电流通过的导线都有一点电感。

电感的系数

- 当电流流过电感时，这个电感上的电压与其电流变化的速度成正比，其比例称为电感系数。

$$v = L \frac{di}{dt}$$

- 电感系数 L 的单位是亨利，符号 H，量纲是 $V \cdot s / A$ 。
- 圆柱线圈的电感系数与线圈绕数成正比。

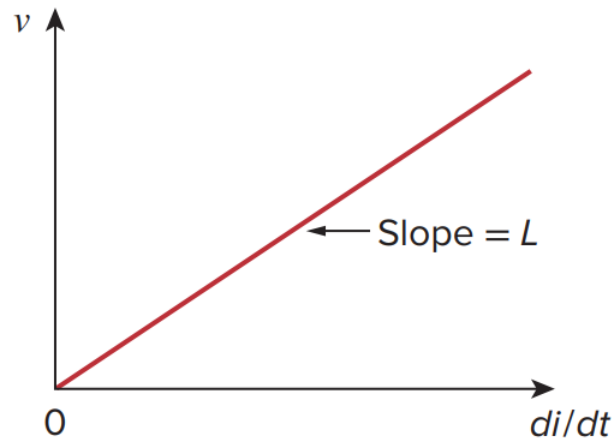
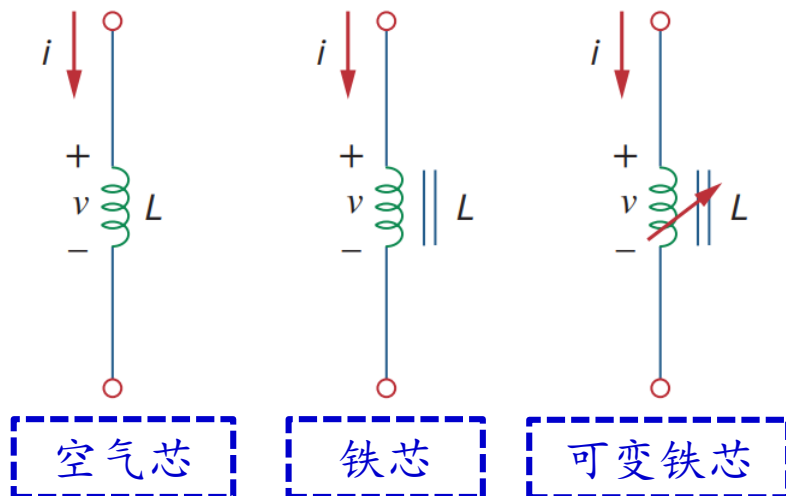


$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

符号 μ 是圆柱芯的磁导率。

电感的伏安特性

- 电路中表示电感的符号是一个螺旋线。



- 电感的电压与电流的导数成正比，一条直线。

$$di = \frac{1}{L} v dt \quad \longrightarrow \quad i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad \longrightarrow \quad i = i_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau$$

- 在电感上施加电压，可以使电流不断的“增长”。

电感的储能

- 在电压的驱动下，电荷流入电感，从而做功。电流越来越大，功率就越来越大。

$$p = vi = \left(L \frac{di}{dt} \right) i$$

- 电感的储能，是过去一段时间做功的累计。

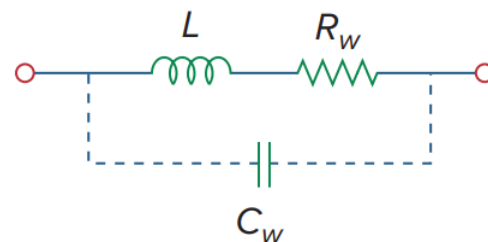
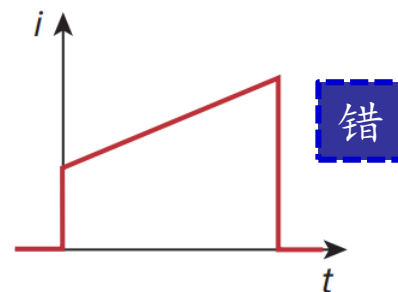
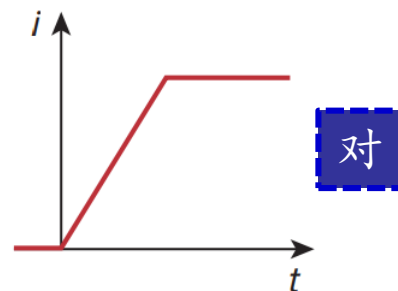
$$w = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t \left(L \frac{di}{dt} \right) i dt = \int_{i(-\infty)}^{i(t)} Lk dk$$

$$w = \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(-\infty)$$

- 因此，电感储能正比于电流平方： $w = \frac{1}{2} Li^2$

电感的几点特性

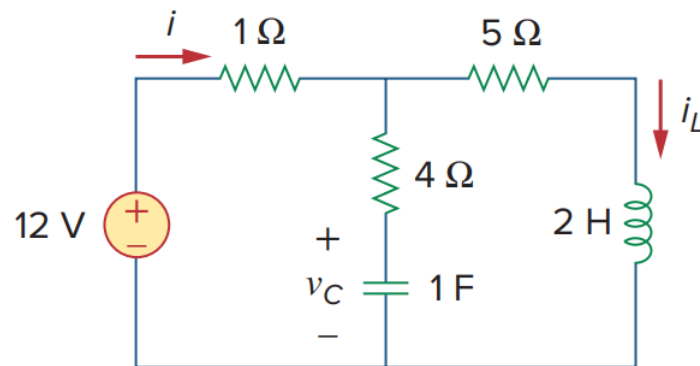
- 当电感上的电流恒定时，电感上的电压为 0。在直流电路中，电感相当于短路。
- 电感具有抵抗电流变化的能力。
 - 通过电感的电流不能发生瞬时的改变。
- 理想的电感不会消耗能量。
- 实际的电感（器）都是不理想的。
 - 它们具有一定的寄生参数。
 - 等效模型为：



例题

- 问题：下列电路，在直流电源下，计算

- 电流 i 电压 v_C 和电流 i_L ；
- 存储在电容和电感中的能量。



- 解答：

- 对于直流电，1 F 等同于开路，2 H 等同于短路；

$$i = i_L$$

$$12 = i + 5i$$

$$i = 2 \text{ (A)}$$

$$v_{4\Omega} = 0$$

$$v_C = 5i = 10 \text{ (V)}$$

$$i_L = 2 \text{ (A)}$$

- 计算能量，记住 $1/2$ 这个系数

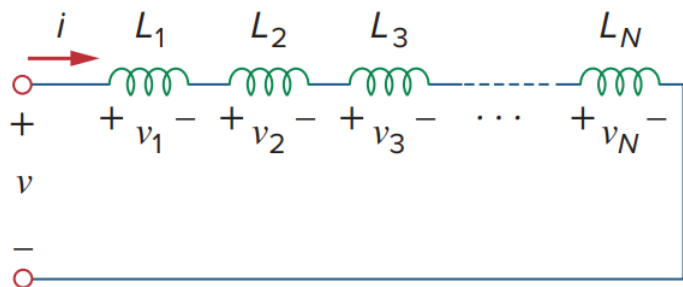
$$w = \frac{1}{2} C v_C^2 = 50 \text{ (J)}$$

$$w = \frac{1}{2} L i_L^2 = 4 \text{ (J)}$$

电感的串并联

电感的串联

- 串联电感的特征是流过各个电感的电流是同一个。



$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_N$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

- 观察上面的电压组合，使用电压电流关系，求出其电压与电流的关系。

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \cdots + L_N \frac{di}{dt}$$

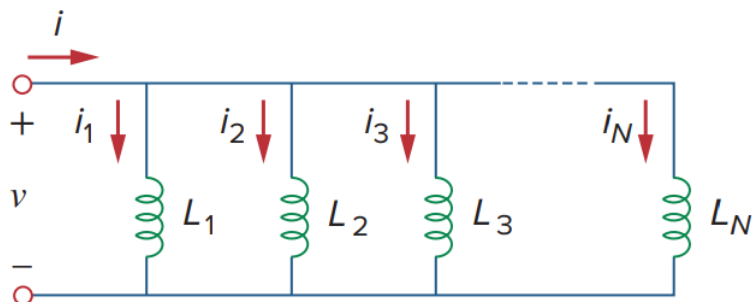
- 等效电感为：

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N$$

$$v = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

电感的并联

- 并联电感的特征是所有电感共享同一电压。



$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_N$$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t v d\tau + i_0$$

- 观察上面的电流组合，使用电压电流关系，求出其电压与电流的关系。

$$i = \left(\frac{1}{L_1} \int_0^t v d\tau + i_{10} \right) + \left(\frac{1}{L_2} \int_0^t v d\tau + i_{20} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{L_N} \int_0^t v d\tau + i_{N0} \right)$$

$$i = \frac{1}{L_1} \int_0^t v d\tau + \frac{1}{L_2} \int_0^t v d\tau + \cdots + \frac{1}{L_N} \int_0^t v d\tau + i_{10} + i_{20} + \cdots + i_{N0}$$

$$i = \frac{1}{L_{eq}} \int_0^t v d\tau + i_0$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

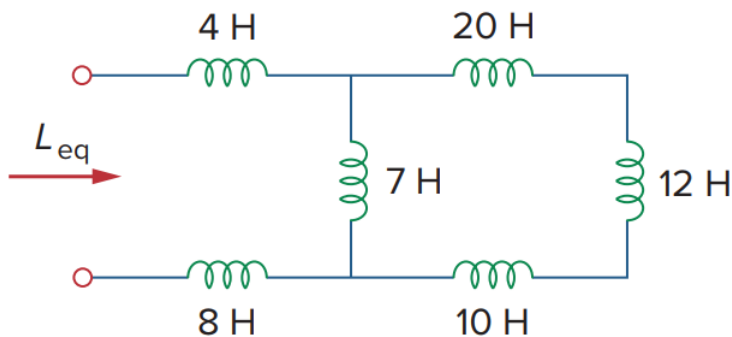
总结

- 三种元件的伏安特性对比如下

Relation	Resistor (R)	Capacitor (C)	Inductor (L)
v - i :	$v = iR$	$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$	$v = L \frac{di}{dt}$
i - v :	$i = v/R$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$
p or w :	$p = i^2 R = \frac{v^2}{R}$	$w = \frac{1}{2} C v^2$	$w = \frac{1}{2} L i^2$
Series:	$R_{eq} = R_1 + R_2$	$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	$L_{eq} = L_1 + L_2$
Parallel:	$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$C_{eq} = C_1 + C_2$	$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
At dc:	Same	Open circuit	Short circuit
Circuit variable that cannot change abruptly:	Not applicable	v	i

例题-1

- 问题：计算下图电路的等效电感。



- 解答：

- 电感串联时，电感系数可以直接相加
- 像对待电阻网络一样对待电感网络

$$L = (20 + 12 + 10) \parallel 7 + 4 + 8$$

$$L = 42 \parallel 7 + 4 + 8$$

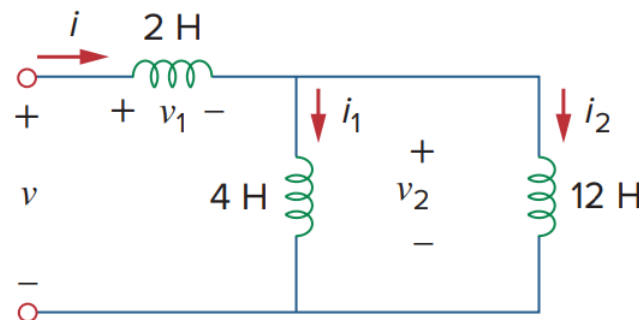
$$L = 18 \text{ (H)}$$

例题-2

- 问题：下图电路中的电流条件为：

$$i(t) = 4(2 - e^{-10t}) \text{ mA}$$

$$i_2(0) = -1 \text{ mA}$$



- 计算下列参数： $i_1(0)$ ； $v(t)$ ， $v_1(t)$ ， $v_2(t)$ ； $i_1(t)$ ， $i_2(t)$ 。

- 解答：使用肉眼看出总的等效电感是 5 H；

- 然后，求解各种电流与电压

$$i_1(0) = i(0) - i_2(0) = 5 \text{ (mA)} \quad v = L \frac{di}{dt} = 5 \times 40e^{-10t} = 200e^{-10t} \text{ (mV)}$$

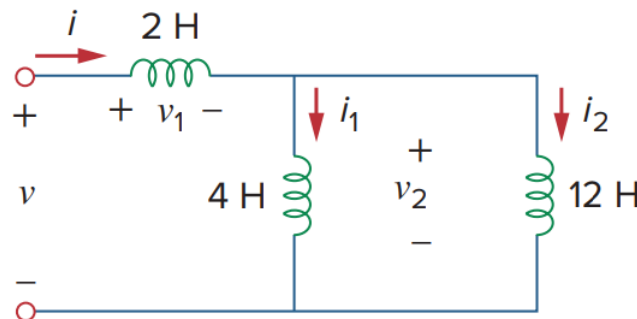
$$v_1 = \frac{2}{5} \times v = 80e^{-10t} \text{ (mV)} \quad v_2 = \frac{3}{5} \times v = 120e^{-10t} \text{ (mV)}$$

例题-2

- 问题：下图电路中的电流条件为：

$$i(t) = 4(2 - e^{-10t}) \text{ mA}$$

$$i_2(0) = -1 \text{ mA}$$



— 计算下列参数： $i_1(0)$ ； $v(t)$ ， $v_1(t)$ ， $v_2(t)$ ； $i_1(t)$ ， $i_2(t)$ 。

- 解答：使用肉眼看出总的等效电感是 5 H；

— 然后，求解各种电流与电压

$$i_1 = i_1(0) + \frac{1}{L_1} \int_0^t v_2(\tau) d\tau = 5 + \frac{1}{4} (-12e^{-10\tau}) \Big|_0^t = 8 - 3e^{-10\tau} \text{ (mA)}$$

$$i_2 = i_2(0) + \frac{1}{L_2} \int_0^t v_2(\tau) d\tau = -1 + \frac{1}{12} (-12e^{-10\tau}) \Big|_0^t = -e^{-10\tau} \text{ (mA)}$$

作业

- 画出本章思维导图
- 6.11
- 6.19
- 6.32
- 6.46
- 6.51
- 6.62

“电路理论基础”课程答疑

• 时间地点

– 2021年11月4日，星期四，下午14:30 - 18:00

– 南校园，第一教学楼，教室1602

• 参与人士

– 学生：21级计算机类（广州），不限教学班

– 老师：栗涛（电子与信息工程学院） sutao@mail.sysu.edu.cn



中山大学临时使用课室通知条（第一联:物业）



经教务部审核批准，同意电子与信息工程学院（微电子学院）临时使用以下课室，用于组织院系教学类活动，请管理员给予落实。谢谢！

日期	星期	节次或时间	课室	普通课室	多媒体课室	互动录播	联系人	联系电话
2021-11-04	四	五至八 14:20-18:00	第一教学楼 1602	√			栗涛	