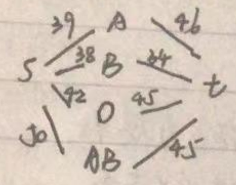
21307347

陈欣宇

hw2.

一.



· ∴ 最多可满足 39+34+42+45=160 人

· 割 (S,A)(B,t)(S,O)(AB,t) 容量为160

对于一种血型的需求和储备，若储备小于需求，则会造成该血型从受赠到满足病人数减少

二. 反证：

· 设割边 为分割图G为(S,T) 边(u,v)为割中最小边, $u\in S$ $v\in T$

若(u,v)不在G的最小生成树中，则存在 $w\in S$ 且(w,v)在生成树上.

(w,v)短于(u,v)，与最短割边矛盾

、最小生成树包含一个至少删一边的圈，若包含圈中最长边，则可删最长边补删过的边，得到生成树权更小，同最小生成树矛盾

三. G顶点度数为偶数，则存在欧拉回路

令回路相邻边黑白相交

又∵边数为偶数. 则起始边与终边不同色.

∴对于每个顶点，存在入和出一样个数的不同色边

满足条件

Date

~~四~~五. 连通偶图G分为 V_1 V_2 互补结点集

对 $xy\in E(G)$，设 $x\in V_1$ $y\in V_2$

对于 $v\in V(G)$ 若取 $v\in V_1$ 有v到x路长为偶数，

v到y路长为奇数。

∴ v到x和v到y最短路不可能一样长

六. 设Peterson 存在 哈密顿回路，包含10条边。

还有5条边连接回路中不相邻的点，且与每个点相连。

∵ Peterson 图不存在 3或4长度的回路。

则在H回路中 两个端点距离至少为4。使剩余边与之相连，

若距离都为5，则会存在4的回路。∴存在距离为4的点

设剩余边e一端点 v_1，与之距5的点 v_2，与之距4的点 v_3

~~存在~~ 可构成长为3或4的回路，矛盾

七. 边数 $\frac{n(n-1)}{2}=4k$

∵ 该图为欧拉图，有 ~~n-1为偶~~ n为奇数

对于 $\frac{n(n-1)}{8}=k$ 有 $(n-1) \bmod 8=0$ ∴ $n=1 \bmod 8$