电路理论基础

时间：星期三上午8:00至10:40，星期五上午8:00至10:40

地点：南校园1506

任课教师：粟涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4

正弦稳态分析

- 节点分析法
- 网孔分析法
- 叠加定理
- 电源变换
- 戴维南等效
- 诺顿等效

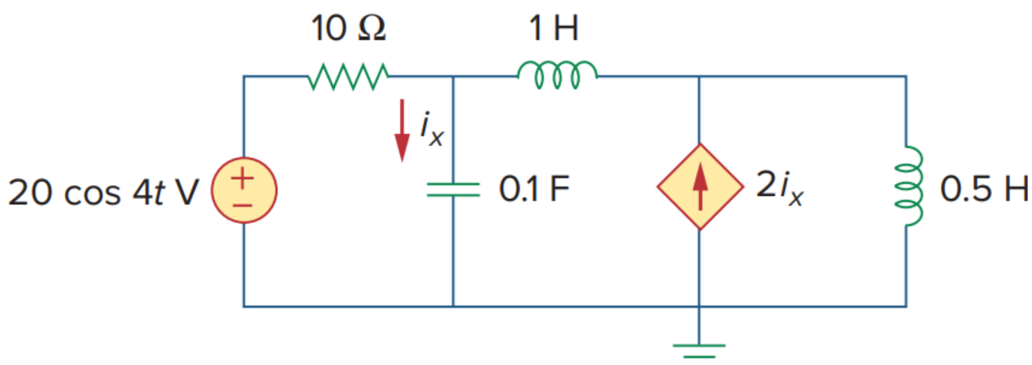
节点分析法

介绍

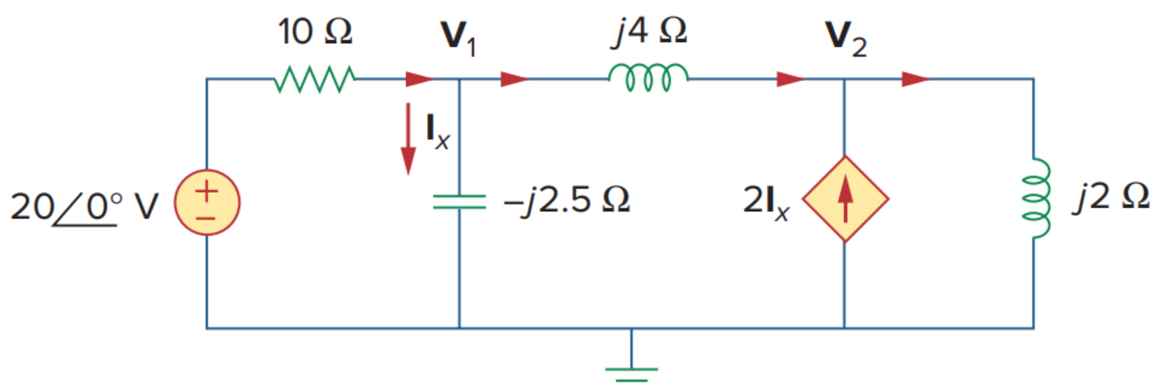
- 所谓正弦稳态就是在正弦激励下电路结束了过渡期，进入了稳定状态。此时电路的电流电压都是与激励同频的正弦信号。
- 本章的正弦稳态分析包含了节点分析法、网孔分析法、戴维南等效电路等等。
- 这些方法的规则描述在前面的章节已做介绍。
- 下面描述它们在具体问题中的应用。

例题-1

- 问题：利用节点分析法求解下面电路的 i_x。

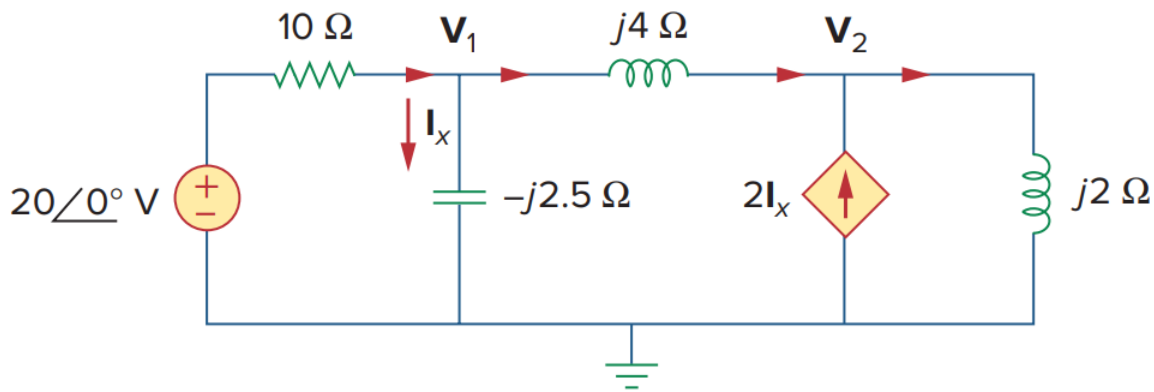


- 解答：
  - 先将电路中的电源和元件都用相量或者复数表示。



例题-1

- 问题：利用节点分析法求解下面电路的 i_x。



- 解答：
  - 建立KCL方程组

$$\frac{20 - V_1}{10} = \frac{V_1}{-j2.5} + \frac{V_1 - V_2}{j4} \Rightarrow 20 - V_1 = j4V_1 - j2.5(V_1 - V_2)$$

$$\frac{V_1 - V_2}{j4} + 2 \times \frac{V_1}{-j2.5} = \frac{V_2}{j2} \Rightarrow (V_1 - V_2) - \frac{8}{2.5}V_1 = 2V_2$$

例题-1

- 解答：由上页

$$20 - V_1 = j4V_1 - j2.5(V_1 - V_2)$$

$$(V_1 - V_2) - \frac{8}{2.5}V_1 = 2V_2$$

$$20 = (1 + j1.5)V_1 + j2.5V_2$$

$$0 = \frac{5.5}{2.5}V_1 + 3V_2$$

– 使用矩阵形式 $\begin{bmatrix} 1 + j1.5 & j2.5 \\ 11 & 15 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 + j1.5 & j2.5 \\ 11 & 15 \end{vmatrix} = 15 + j22.5 - j27.5 = 15 - j5 = 15.81e^{-j18.43^o}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & j2.5 \\ 0 & 15 \end{vmatrix} = 300 - 0 = 300$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 + j1.5 & 20 \\ 11 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 220 = -220$$

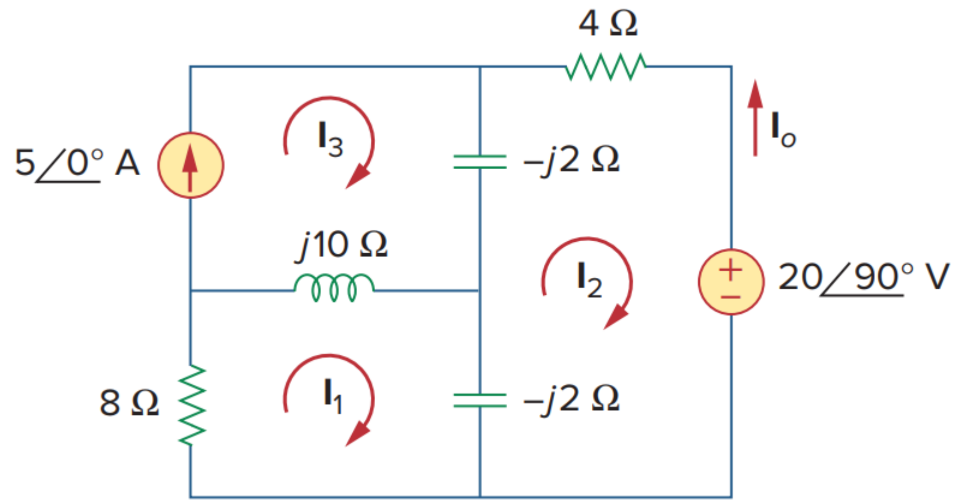
$$V_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 18.97e^{j18.43^o}$$

$$I_x = \frac{V_1}{-j2.5} = 7.69e^{j108.43^o}$$

网孔分析法

例题

- 问题：利用网孔分析法确定下面电路中的电流I_o。



- 解答：
  - 三个独立环路，
  - 三个网孔电流
  - 使用 KVL 进行计算

方式一：
元件贡献

$$8I_1 + j10(I_1 - I_3) - j2(I_1 - I_2) = 0$$

$$4I_2 + 20e^{j90^o} - j2(I_2 - I_1) - j2(I_2 - I_3) = 0$$

方式二：
电流贡献

$$(8 + j10 - j2)I_1 - (-j2)I_2 - j10I_3 = 0$$

$$j20 - (-j2)I_1 + (-j2 - j2 + 4)I_2 - (-j2)I_3 = 0$$

例题

- 解答：采用方式二，化简

$$(8+j8)I_1 + j2I_2 - j10I_3 = 0$$

$$j2I_1 + (4-j4)I_2 + j2I_3 = -j20$$

$$(8+j8)I_1 + j2I_2 = j50$$

$$j2I_1 + (4-j4)I_2 = -j30$$

– 矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 8+j8 & j2 \\ j2 & 4-j4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j50 \\ -j30 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 8+j8 & j2 \\ j2 & 4-j4 \end{vmatrix} = (8+j8)(4-j4) - (j2)(j2) = 64+4 = 68$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 8+j8 & j50 \\ j2 & -j30 \end{vmatrix} = -j240 + 240 + 100 = 340 - j240 = 416.17e^{-j35.22^o}$$

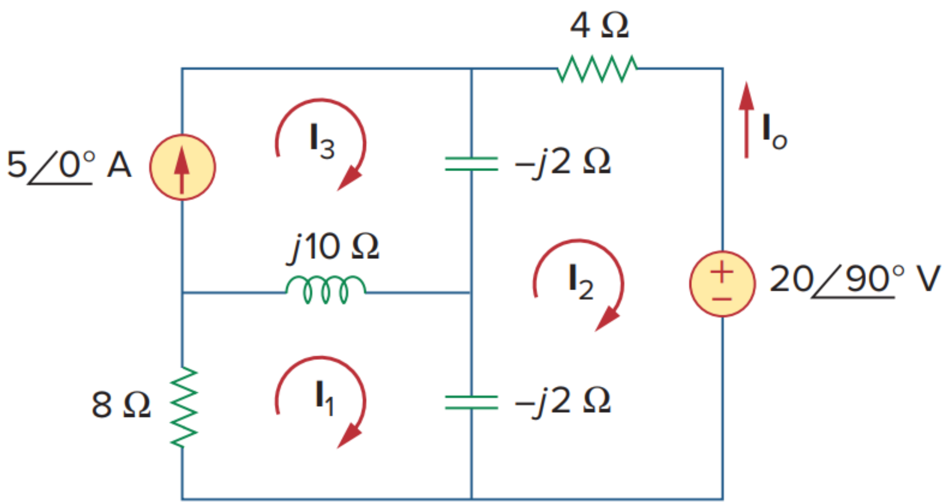
– 解出矩阵

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 6.12e^{-j35.22^o} \qquad I_o = -I_2 = 6.12e^{j144.88^o}$$

叠加定理

介绍

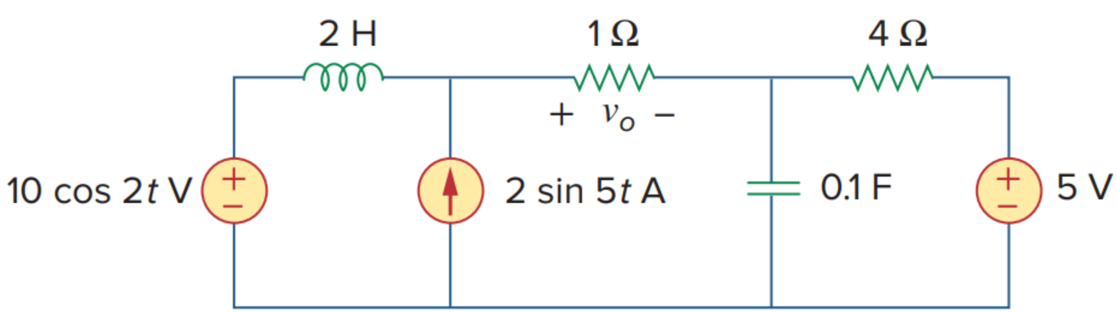
- 下面的电路中，电源的频率是一样的



使用方法

分别计算只有一个源时关注电压电流的值，然后在相域中把它们加起来。

- 下面的电路中，电源的频率是不一样的

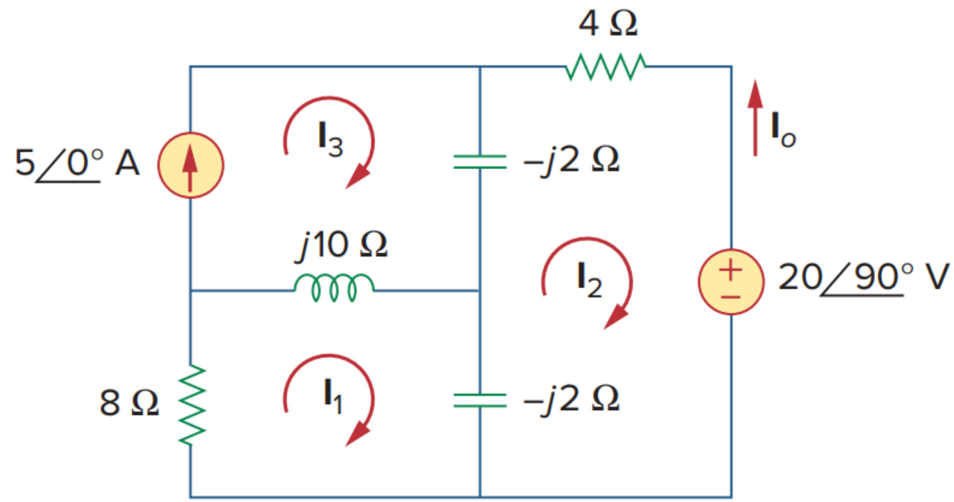


使用方法

分别计算只有一个源时关注电压电流的值，然后转换到时域，在时域中把它们加起来。

例题-1

- 问题：利用叠加法确定下面电路中的电流I_o。
- 解答：
  - 三个独立环路，
  - 三个网孔电流
  - 使用 KVL 进行计算



总计算式

$$(8+j10-j2)I_1-(-j2)I_2-(j10)\times(5)=0$$

$$j20-(-j2)I_1+(-j2-j2+4)I_2-(-j2)\times(5)=0$$

  - 先考虑：有 5A 那个源，没有 20V 那个源；
  - 再考虑：没有 5A 那个源，有 20V 那个源。

例题-1

- 问题：利用叠加法确定下面电路中的电流I_o。
  - 先考虑：有 5A 那个源，没有 20V 那个源；

$$(8+j10-j2)I_1-(-j2)I_2-(j10)\times(5)=0$$

$$-(-j2)I_1+(-j2-j2+4)I_2-(-j2)\times(5)=0$$

  - 再考虑：没有 5A 那个源，有 20V 那个源；

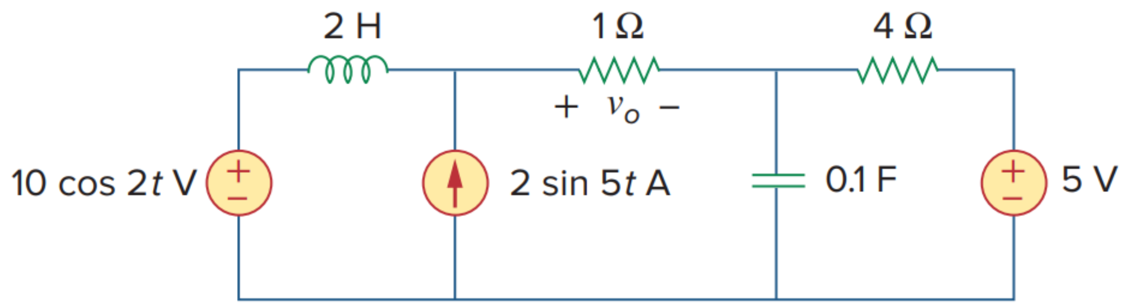
$$(8+j10-j2)I_1-(-j2)I_2=0$$

$$j20-(-j2)I_1+(-j2-j2+4)I_2=0$$

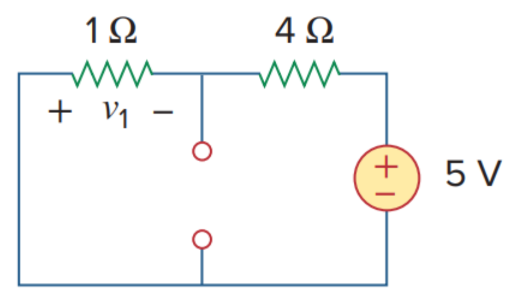
  - 相对于直接求解，使用叠加定理没有好处，反而麻烦。

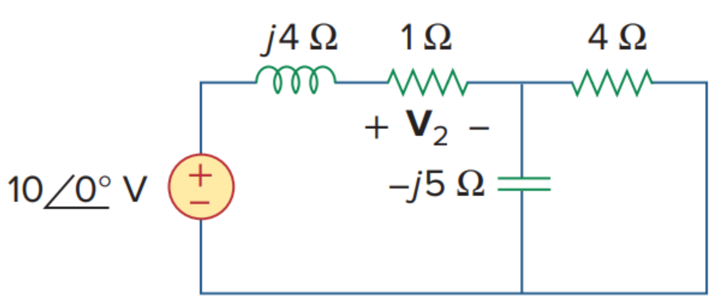
例题-2

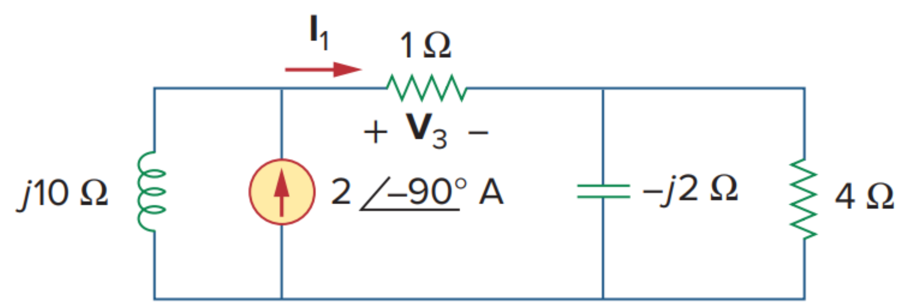
- 问题：利用叠加法确定下面电路中的电压 v_o。



- 解答：
  - 分别求解三个电源单独存在的情况。
  - 因为三个源的频率不一样，
    - 所以每个元件对应的阻抗不一样。

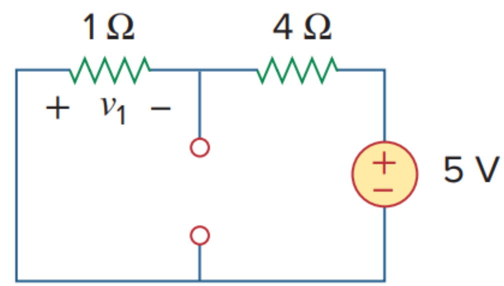




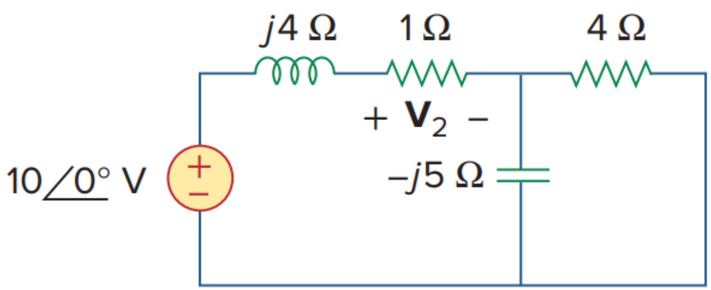


例题-2

- 解答：

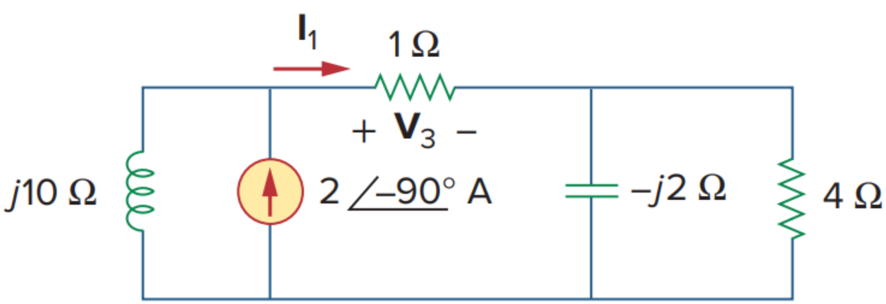


$$v_1 = \frac{1}{4+1} \times (-5) = -1$$



$$4 \parallel (-j5) = \frac{100 - j80}{41}$$

$$V_2 = \frac{1}{j4 + 1 + \dfrac{100 - j80}{41}} \times 10 = 2.498 e^{-j30.79^o}$$



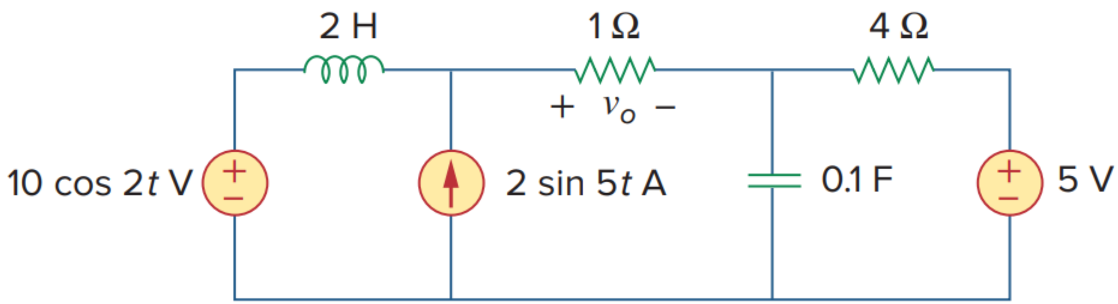
$$4 \parallel (-j2) = \frac{4 - j2}{5}$$

$$1 + \frac{4 - j2}{5} = \frac{9 - j2}{5}$$

$$V_3 = \frac{j10}{j10 + \dfrac{9 - j2}{5}} \times (-j2) \times 1 = 2.328 e^{-j80^o}$$

例题-2

- 问题：利用叠加法确定下面电路中的电压 v_o。



- 解答：
  - 相域的电压

$v_1 = -1$　　$V_2 = 2.498e^{-j30.79^o}$　　$V_3 = 2.328e^{-j80^o}$

  - 转换为时域的电压

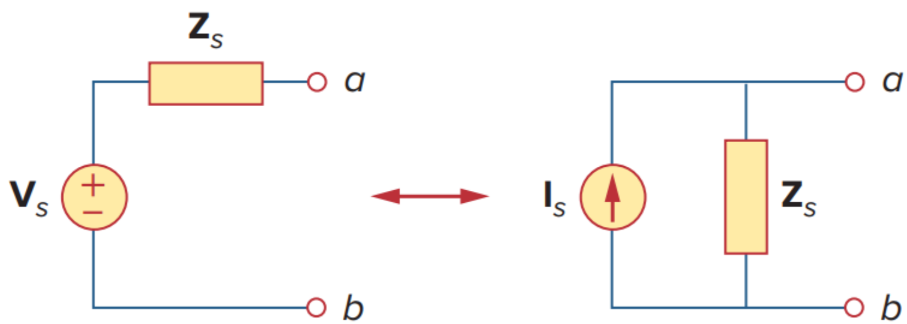
$v_1 = -1$　　$v_2 = 2.498\cos(2t - 30.79^o)$　　$v_3 = 2.328\cos(5t - 80^o)$

  - 合并分项电压　$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t)$

电源变换

介绍

- 相域中的电源变化包括
  - 将与阻抗串联的电压源转换为阻抗并联的电流源；
  - 将与阻抗并联的电流源转换为阻抗串联的电压源。

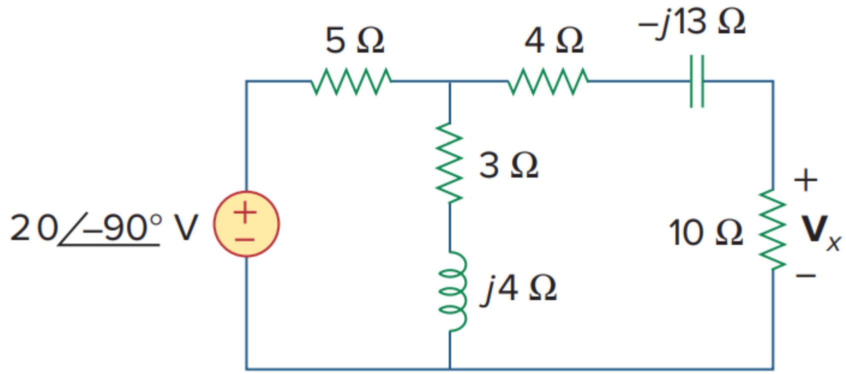


- 上面的电路转换对应的参数计算式

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{Z}_s \mathbf{I}_s \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}_s}$$

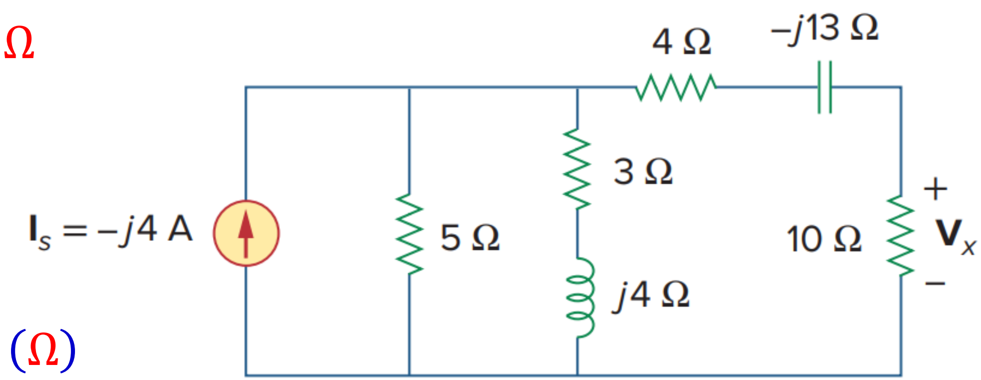
例题

- 问题：利用电源变换法计算下面电路中的电压 V_{ox}。



- 解答：
  - （1）电压源 20 V 与电阻 5 Ω，变换为电流源

$$I_s = \frac{V_s}{R_s} = -j4\ \text{A} \qquad Z_{s1} = 5\ \Omega$$

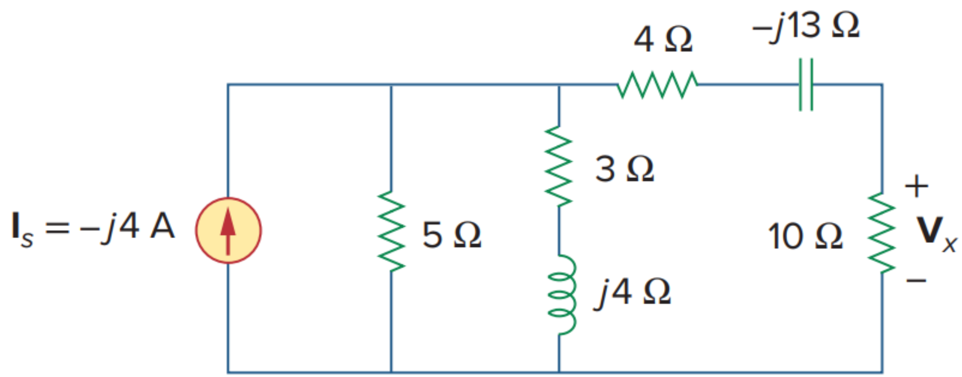


  - （2）合并两并联路径

$$Z_{S2} = \frac{5\times(3+j4)}{5+3+j4} = 2.5 + j1.25\ (\Omega)$$

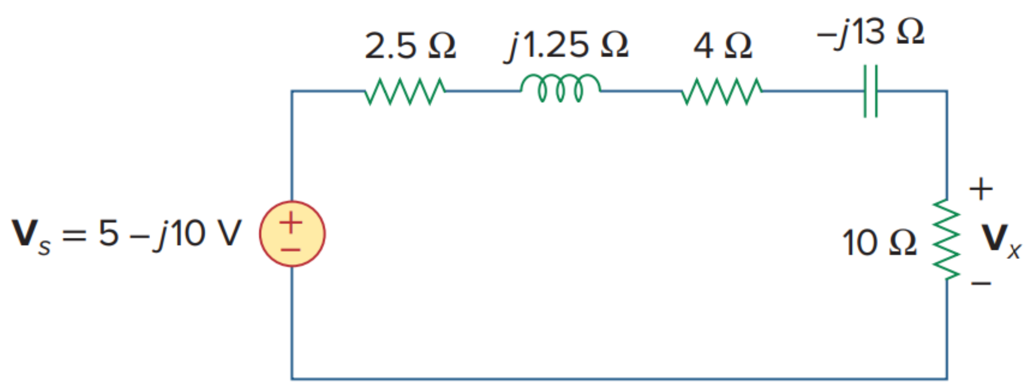
例题

- 问题：利用电源变换法计算下面电路中的电压 V_{ox} 。



- 解答：
  - （3）电流源 –j4 A 与电阻 2.5+j1.25 Ω，变换为电流源

$$V_{s2} = I_s \times Z_{s2} = 5 - j10\ \text{V}$$



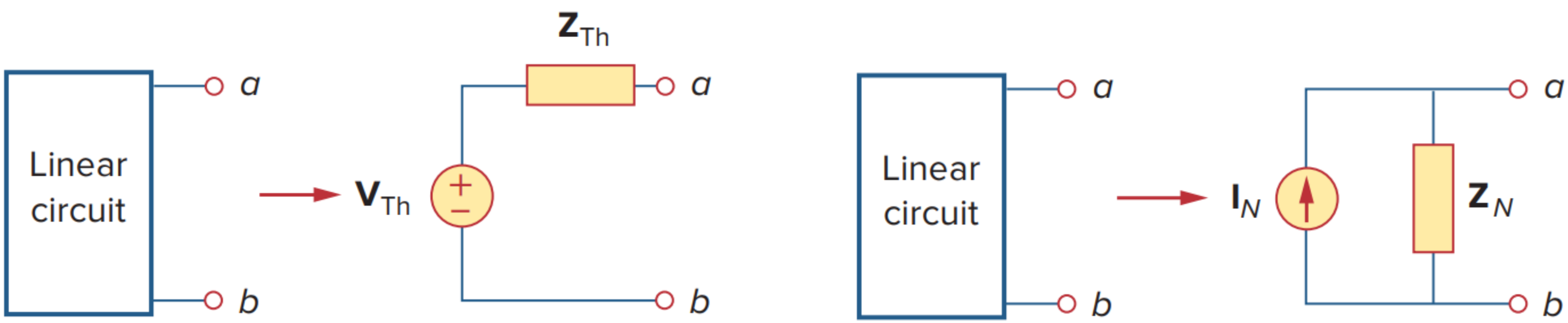
  - （4）计算输入阻抗

$$Z_{in} = 16.5 - j11.75\ \Omega$$

戴维南与诺顿等效电路

网络等效电路

- 在交流电路中，戴维南定理和诺顿定理仍然适用，并且计算方法与直流情况相同。

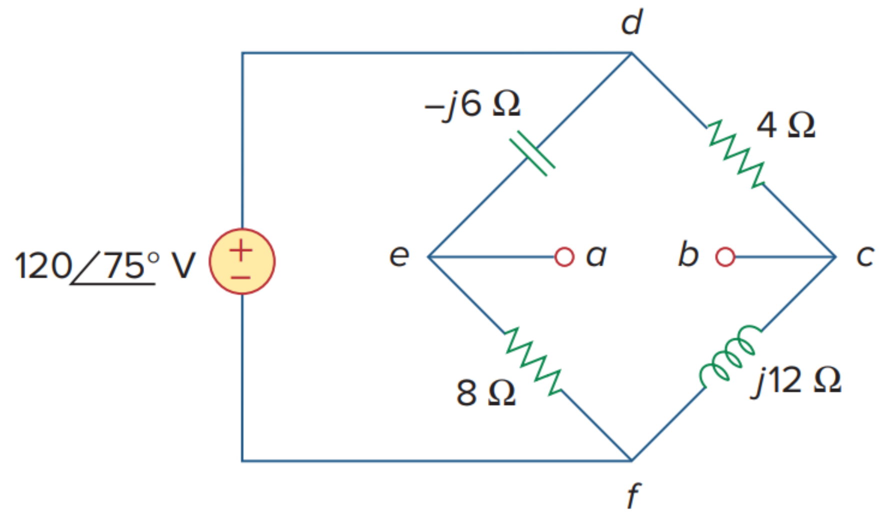


- 在频域中电路的参量都以相量形式表示。
- 对相量形式的电压电流和复数阻抗，可以直接使用用戴维南和诺顿定理。

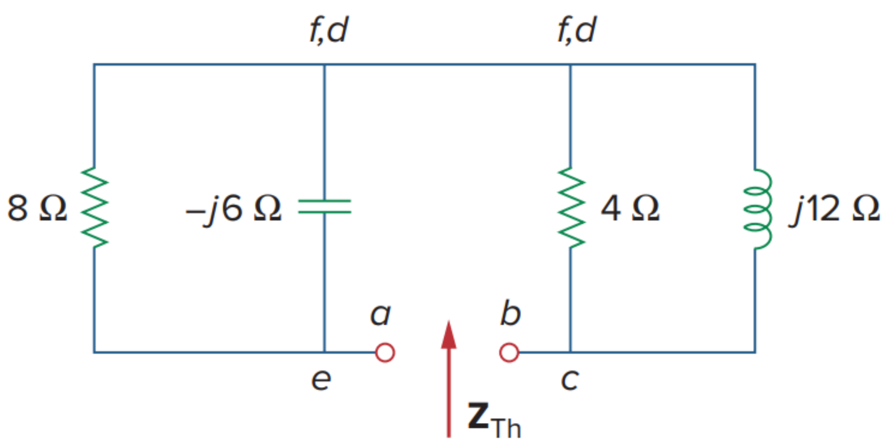
$$\mathbf{V}_{\text{Th}} = \mathbf{Z}_N \mathbf{I}_N \qquad \mathbf{Z}_{\text{Th}} = \mathbf{Z}_N$$

戴维南等效电路例题

- 问题：确定下面电路在端口a-b处的戴维南等效电路。



- 解答：
  - 求端口 a-b 输出阻抗；
  - 求端口 a-b 开路电压。



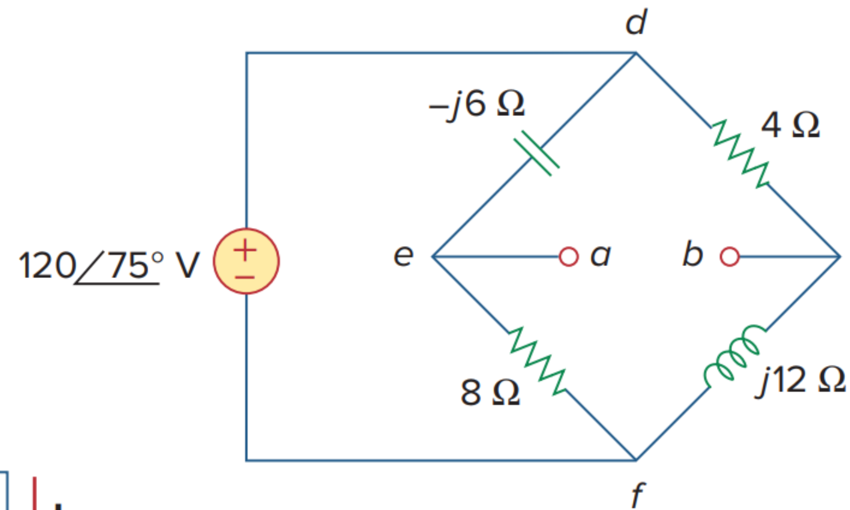
$$Z_{Left}=\frac{8\times(-j6)}{8-j6}=\frac{-j24}{4-j3}=\frac{72-j96}{25}$$

$$Z_{Right}=\frac{4\times(j12)}{4+j12}=\frac{j12}{1+j3}=\frac{18+j6}{5}$$

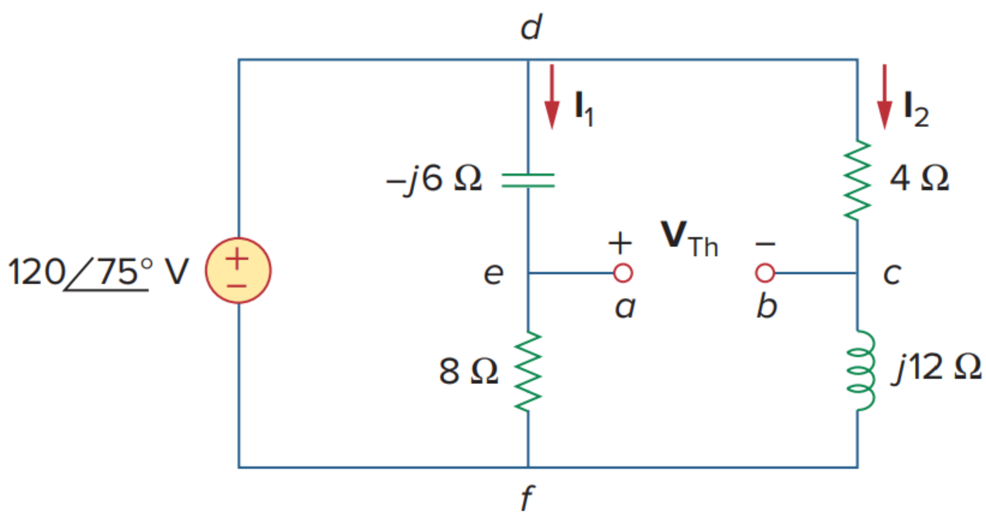
$$Z_{Th}=Z_{Left}+Z_{Right}=\frac{162-j66}{25}=6.48-j2.64\ (\Omega)$$

戴维南等效电路例题

- 问题：确定下面电路在端口a-b处的戴维南等效电路。



- 解答：
  - 求端口 a-b 输出阻抗；
  - 求端口 a-b 开路电压。



$$V_{ef} = \frac{8}{8-j6}V_s = \frac{4}{4-j3}V_s$$

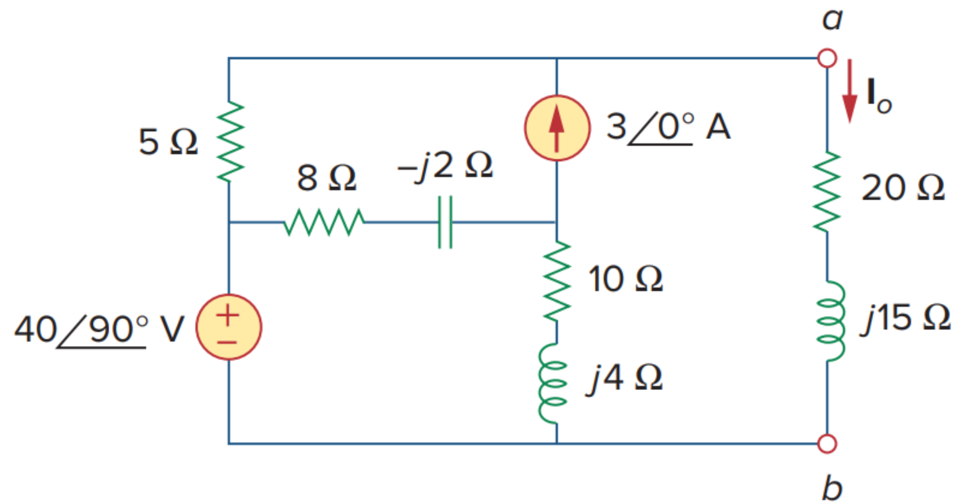
$$V_{cf} = \frac{j12}{4+j12}V_s = \frac{j3}{1+j3}V_s$$

$$V_{Th} = V_{ef} - V_{cf} = V_s \times \frac{-5}{13+j9}$$

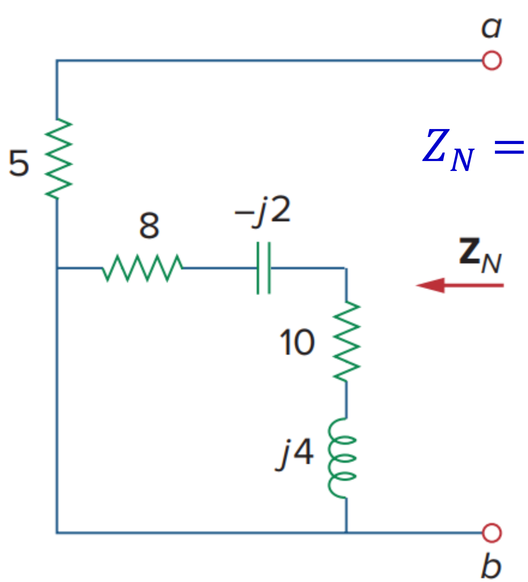
$$V_{Th} = V_s \times 0.3162e^{j145.3^o} = 37.94e^{j220.3^o}(\text{V})$$

诺顿等效电路例题

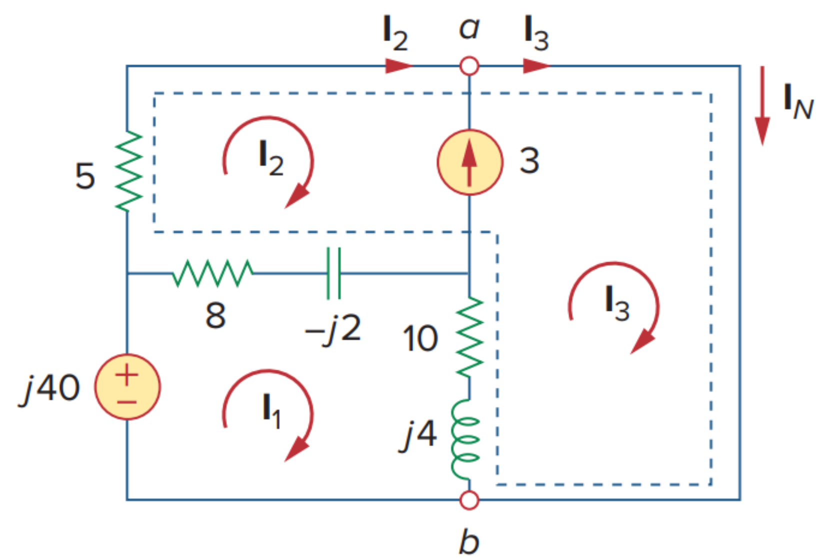
- 问题：利用诺顿定理计算所示电路中的电流 I_o。



- 解答：
  - 求端口 a-b 输出阻抗；
  - 求端口 a-b 短路电流。

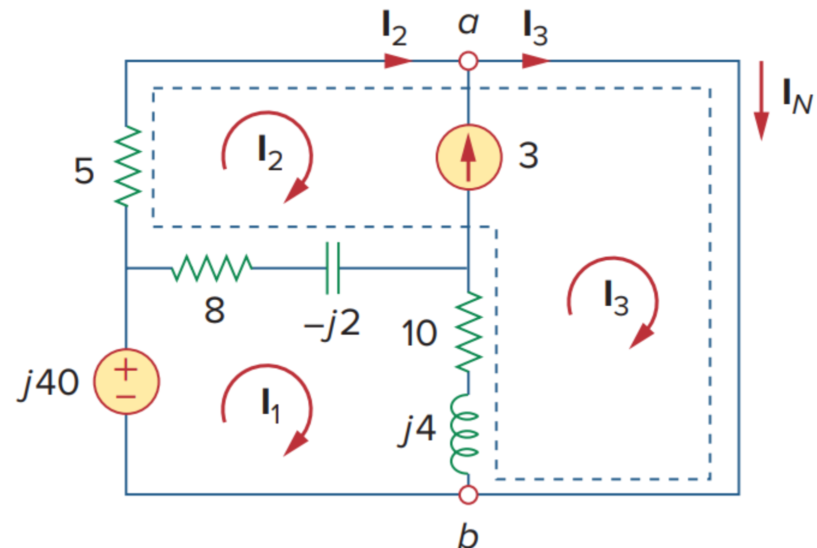


$Z_N = 5\ \Omega$



诺顿等效电路例题

- 问题：利用诺顿定理计算所示电路中的电流 I_o。



- 解答：
  - 求端口 a-b 输出阻抗；
  - 求端口 a-b 短路电流。

$$I_2 + 3 = I_3$$

$$-(8 - j2 + 10 + j4)I_1 + (5 + 8 - j2)I_2 + (10 + j4)I_3 = 0$$

$$(8 - j2 + 10 + j4)I_1 - (8 - j2)I_2 - (10 + j4)I_3 = j40$$

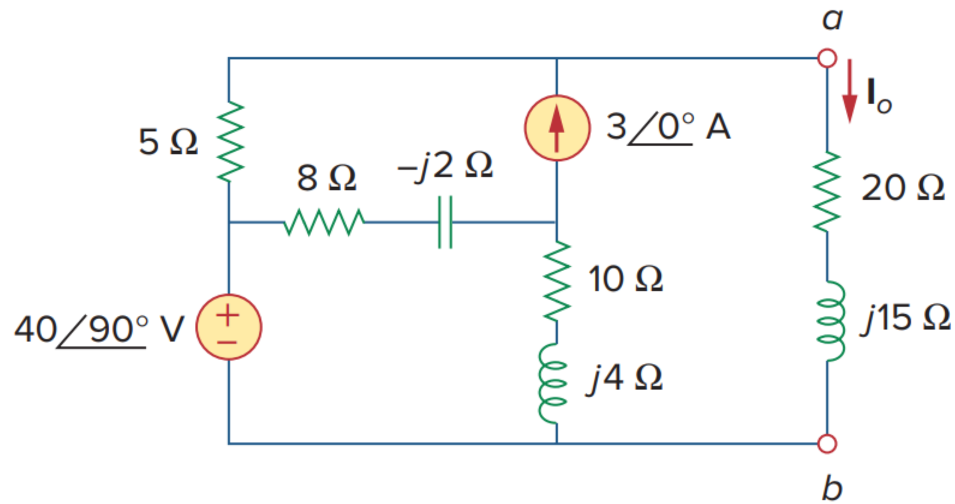
$$\left.\begin{aligned}-(18 + j2)I_1 + (13 - j2)I_2 + (10 + j4)I_3 = 0 \\ (18 + j2)I_1 - (8 - j2)I_2 - (10 + j4)I_3 = j40\end{aligned}\right\} \quad 5I_2 = j40 \Rightarrow I_2 = j8$$

$$I_3 = 3 + j8$$

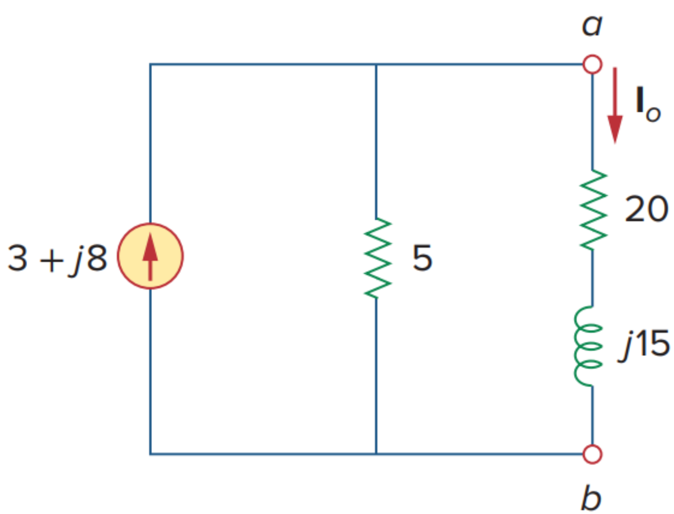
$$I_N = I_3 = 3 + j8\ (\mathrm{A})$$

诺顿等效电路例题

- 问题：利用诺顿定理计算所示电路中的电流 I_o。



- 解答：
  – 使用诺顿等效电路；
  – 求流过负载的电流。



$$I_o = \frac{5}{5+(20+j15)} \times (3+j8)$$

$$I_o = \frac{3+j8}{5+j3} = 1.465e^{j38.48^o}$$

作业

- 画出本章思维导图
- 10.3
- 10.32
- 10.46
- 10.58
- 10.66