

电路理论基础

时间：星期三上午8:00至10:40，星期五上午8:00至10:40

地点：南校园1506

任课教师：栗涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4

分析方法

- 节点分析法
- 含电压源的节点分析法
- 网孔分析法
- 含电流源的网孔分析法
- 节点分析法与网孔分析法

节点分析法

介绍

- 节点分析法是使用节点电压作为电路变量进行电路分析的一般方法。

— 节点分析法的目的是求出电路的电压分布。

- 求解节点电压的可按照如下流程。

— 假设电路包含 n 个节点

第 1 步

选择一个节点作为参考节点，其余 $(n-1)$ 个节点的电压分别为： V_1 、 V_2 、 V_3 、...、 V_{n-1} 。它们都是相对参考点的电压。



第 2 步

对 $(n-1)$ 个非参考节点应用KCL列写方程组。根据欧姆定律表达支路电流。非参考节点的个数等于独立方程的个数。

第 3 步

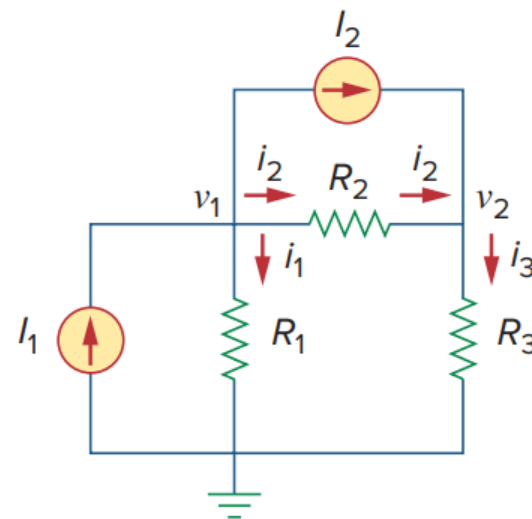
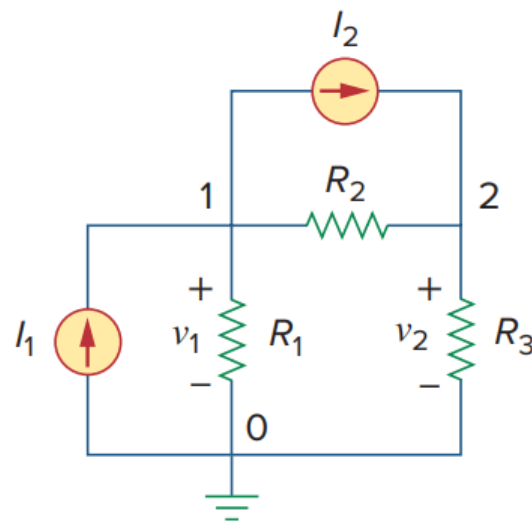
求解联立线性方程组，从而得到未知的节点电压。

Solve

$$6x + 2 = -22$$

操作过程-1

- 针对左图电路进行节点分析
 - 考虑电路不包含电压源的情形。
- 第一步：选择节点 0 为参考
 - 把节点 0 接地；
 - $v_1 = v(1) - v(0)$, $v_2 = v(2) - v(0)$ 。
- 第二步：建立KCL方程组
 - 使用电压和电阻，计算支路电流。
- 第三步：解出方程组
 - 得到 v_1 和 v_2 的值。

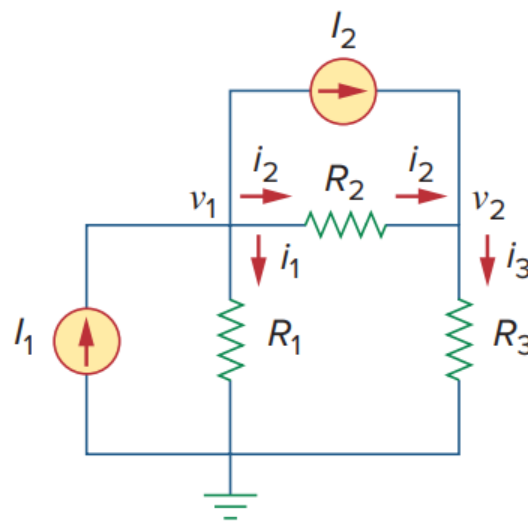


操作过程-2

- 第二步：建立KCL方程组
 - 使用电压和电阻，计算支路电流。

$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2$$

$$I_2 + i_2 = i_3$$



- 第三步：解出方程组
 - 得到 v_1 和 v_2 的值。

$$I_1 = I_2 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2}$$

$$I_2 + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{v_2}{R_3}$$



消元法

可以使用消元法对求解下面的方程组。

$$I_1 - I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_1 - \frac{1}{R_2} v_2$$

$$I_2 = \frac{1}{R_2} v_1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_2$$

操作过程-3

• 矩阵形式求解

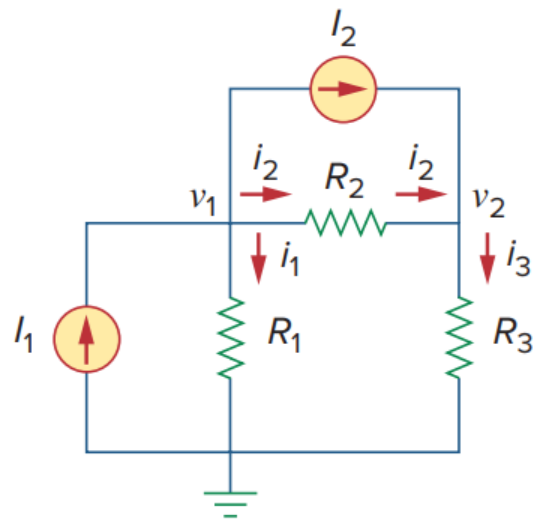
$$I_1 - I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} \right) v_1 - \frac{1}{R_2} v_2$$

$$I_2 = \frac{1}{R_2} v_1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} \right) v_2$$



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$



克莱姆法则

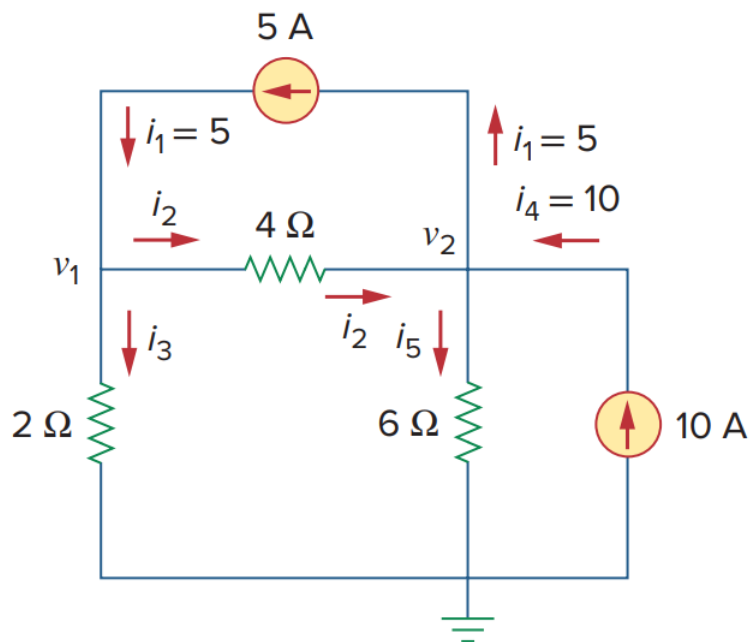
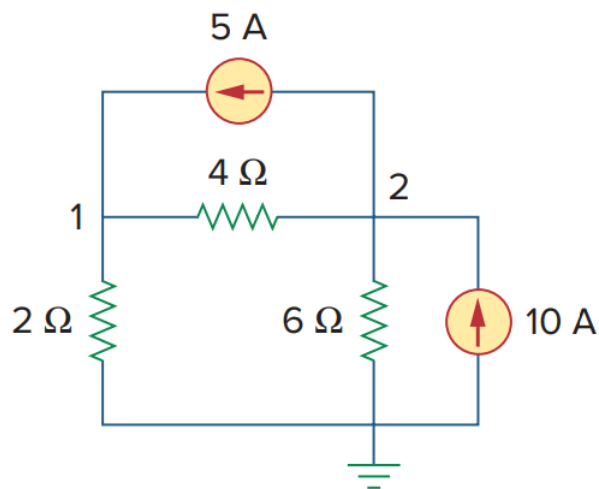
使用系数行列式的值求解未知量。

$$v_k = \frac{\Delta_k}{\Delta} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$$

例题

- 问题：计算下图中所示电路中各节点的电压。



- 解答：

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$



$$5 \text{ A} = \frac{v_1 - v_2}{4 \Omega} + \frac{v_1}{2 \Omega}$$

$$\frac{v_1 - v_2}{4 \Omega} + 10 \text{ A} = 5 \text{ A} + \frac{v_2}{6 \Omega}$$

例题续

• 消元法求解

$$\begin{array}{ccc}
 3v_1 - v_2 = 20 & & 4v_2 = 80 \\
 -3v_1 + 5v_2 = 60 & \xrightarrow{\quad} & 12v_1 = 160 \\
 & & \xrightarrow{\quad} \begin{array}{l} v_2 = 20 \text{ (V)} \\ v_1 = \frac{40}{3} \text{ (V)} \end{array}
 \end{array}$$

• 克莱姆法求解

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \times 5 - (-1) \times (-3) = 12$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -1 \\ 60 & 5 \end{vmatrix} = 100 + 60 = 160$$

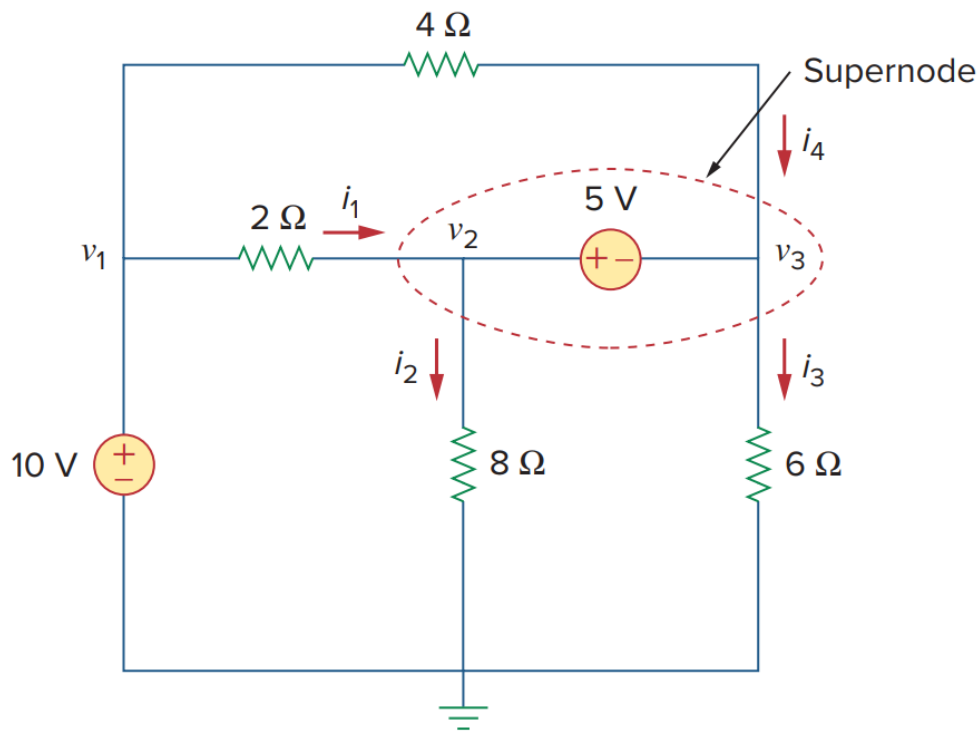
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 20 \\ -3 & 60 \end{vmatrix} = 180 + 60 = 240$$

$$\begin{array}{l} v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{40}{3} \text{ (V)} \\ v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{240}{12} = 20 \text{ (V)} \end{array}$$

含电压源的节点分析法

介绍

- 下图电路中有两个电压源



第一种情况

节点1和参考节点之间有一个10 V 的电压源。因此可以直接得到：

$$v_1 = 10 \text{ V}$$

第二种情况

节点2和节点3，都是非参考节点，它们之间有一个5 V 的电压源。这两个节点构成了一个广义节点或者超节点。电压不能立刻算出，电流也未知。

- 超节点：由两个非参考节点和其间电压源以及与之并联的元件所组成。可看成一个包围封闭曲面。

电路求解方法

- 关键思想：

- 将电路中的超节点视为一个节点，
 - 然后使用KCL。

$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

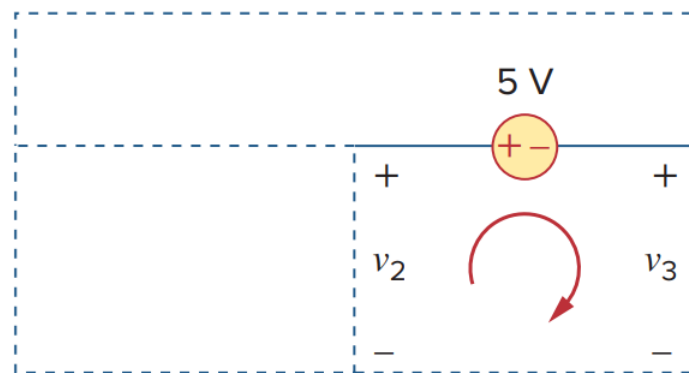
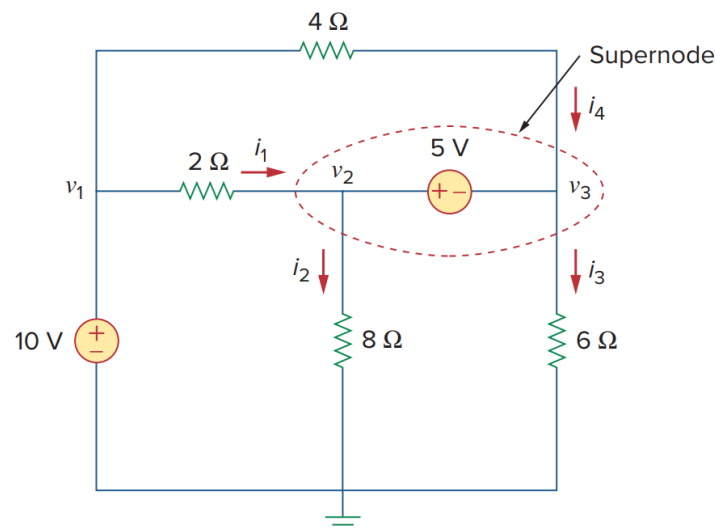
$$\frac{v_1 - v_2}{2\ \Omega} + \frac{v_1 - v_3}{4\ \Omega} = \frac{v_2}{8\ \Omega} + \frac{v_3}{6\ \Omega}$$

- 对超节点自己，则使用KVL。

$$-v_2 + 10\text{ V} + v_3 = 0$$

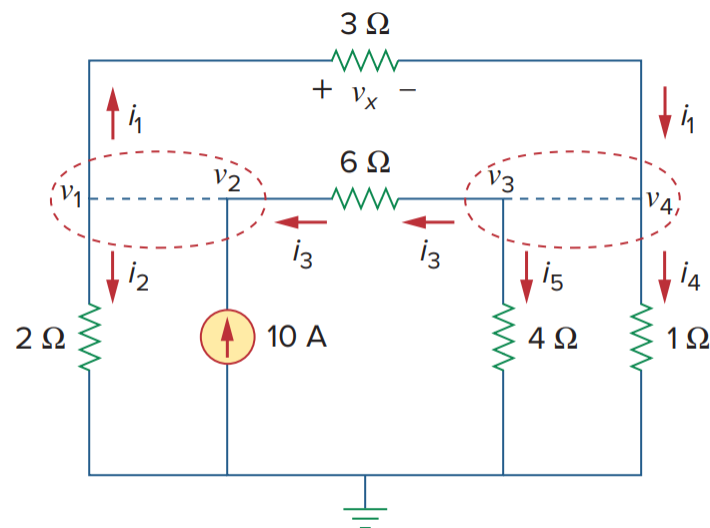
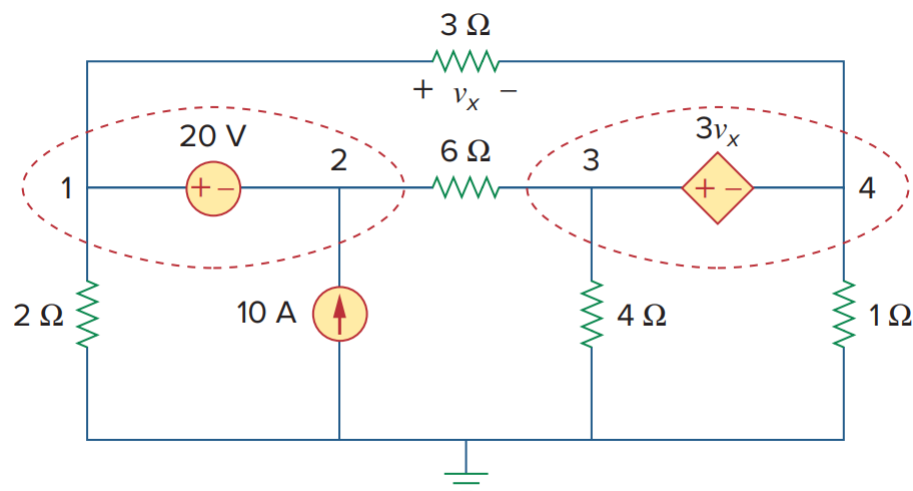
- 超节点的性质：

- 电压源提供了一个电压约束方程；超节点本身没有电压。
- 超节点电路的求解要同时利用KCL和KVL。

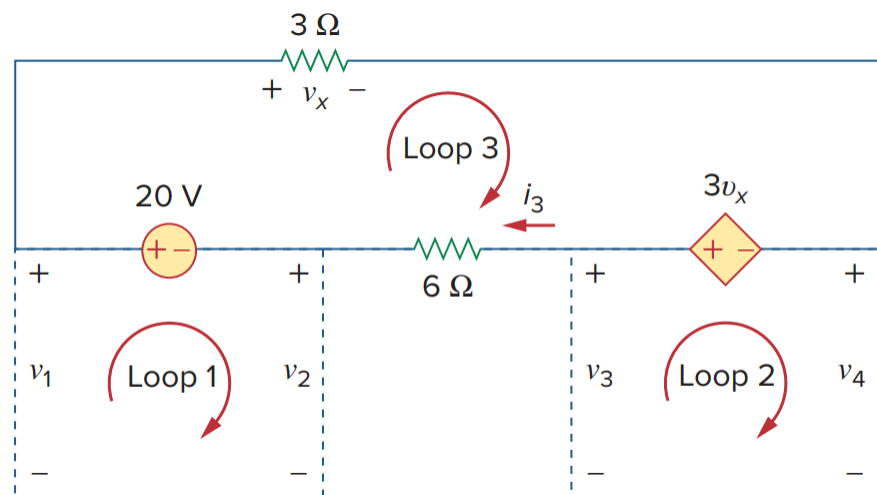


例题

- 问题：求下面电路中的节点电压。

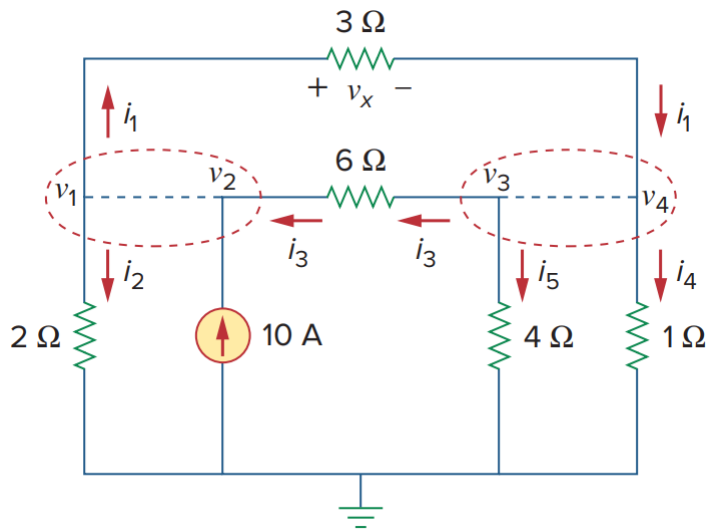


- 解答：
 - 节点1、2为一个超节点；
 - 节点3、4为另一超节点；
 - 使用KCL和KVL列方程。



例题续

• 解答：



$$i_3 + 10 \text{ A} = i_1 + i_2$$

$$i_1 = i_3 + i_4 + i_5$$

$$\frac{v_3 - v_2}{6 \Omega} + 10 \text{ A} = \frac{v_1 - v_4}{3 \Omega} + \frac{v_1}{2 \Omega}$$

$$\frac{v_1 - v_4}{3 \Omega} = \frac{v_4}{1 \Omega} + \frac{v_3}{4 \Omega} + \frac{v_3 - v_2}{6 \Omega}$$

$$v_3 - v_2 + 60 \text{ V} = 2v_1 - 2v_4 + 3v_1$$

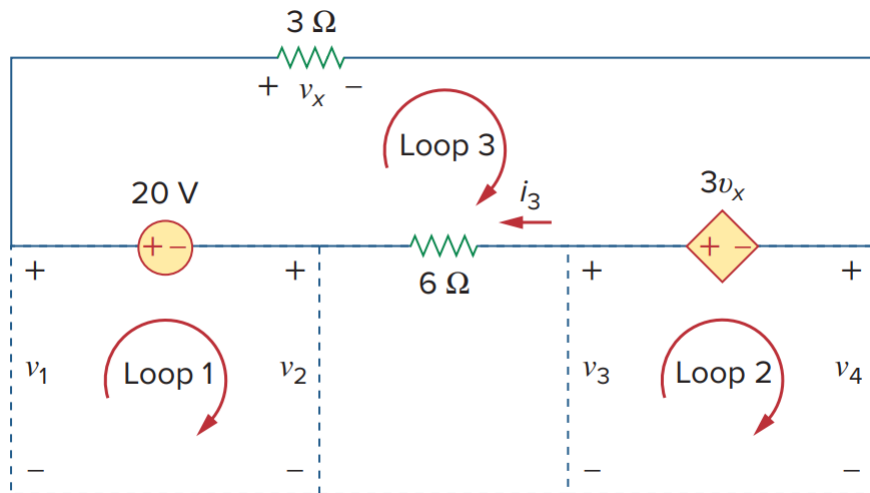
$$4v_1 - 4v_4 = 12v_4 + 3v_3 + 2v_3 - 2v_2$$

$$5v_1 + v_2 - v_3 - 2v_4 = 60 \text{ V}$$

$$4v_1 + 2v_2 - 5v_3 - 16v_4 = 0$$

例题续

- 解答：



$$-v_1 + 20 \text{ V} + v_2 = 0$$

$$-v_3 + 3(v_1 - v_4) + v_4 = 0$$

$$v_1 - v_2 = 20 \text{ V}$$

$$3v_1 - v_3 - 2v_4 = 0$$

- 用 v_2 表达 v_1 ,
- 然后与前页结果联立。

$$3v_2 - v_3 - 2v_4 = -60 \text{ V}$$

$$6v_2 - v_3 - 2v_4 = -40 \text{ V}$$

$$6v_2 - 5v_3 - 16v_4 = -80 \text{ V}$$

例题续

• 解答：

— 写成矩阵相乘的形式

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 6 & -1 & -2 \\ 6 & -5 & -16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60 \\ -40 \\ -80 \end{bmatrix}$$

— 其中， Δ 等于

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 6 & -1 & -2 \\ 6 & -5 & -16 \end{vmatrix} = -18$$

— 计算过程

$$\Delta =$$

$$+3 \times (-1) \times (-16) + (-1) \times (-2) \times 6 + (-2) \times (-5) \times 6$$

$$-(-2) \times (-1) \times 6 - 6 \times (-1) \times (-16) - 3 \times (-2) \times (-5)$$

$$= 48 + 12 + 60 - 12 - 96 - 30$$

$$= -18$$

例题续

• 解答：

— 求解其他的行列式的值

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -60 & -1 & -2 \\ -40 & -1 & -2 \\ -80 & -5 & -16 \end{vmatrix} = -120$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-120}{-18} = \frac{20}{3} = 6.667(\text{V})$$

$$\Delta_2 = -960 + (-160) + (-400) - (-160) - (-640) - (-600) = -120$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -60 & -2 \\ 6 & -40 & -2 \\ 6 & -80 & -16 \end{vmatrix} = -3120$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-3120}{-18} = -\frac{520}{3} = 173.3(\text{V})$$

$$\Delta_3 = 1920 + 720 + 960 - 480 - 5760 - 480 = -3120$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -60 \\ 6 & -1 & -40 \\ 6 & -5 & -80 \end{vmatrix} = 840$$

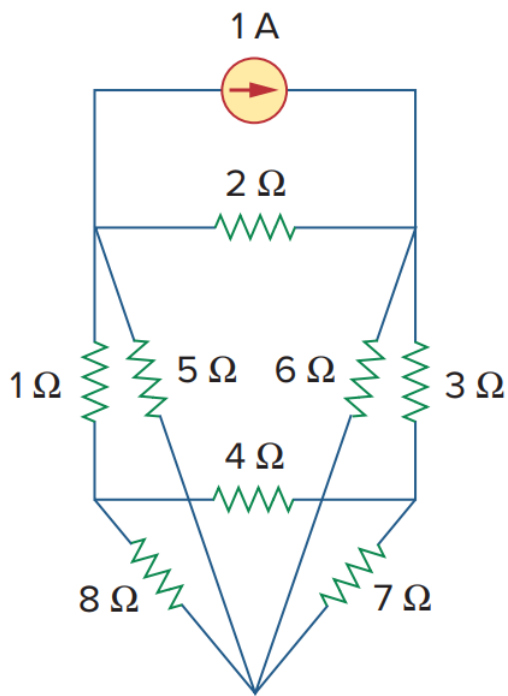
$$v_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{840}{-18} = -\frac{140}{3} = 46.67(\text{V})$$

$$\Delta_4 = 240 + 240 + 1800 - 360 - 480 - 600 = 840$$

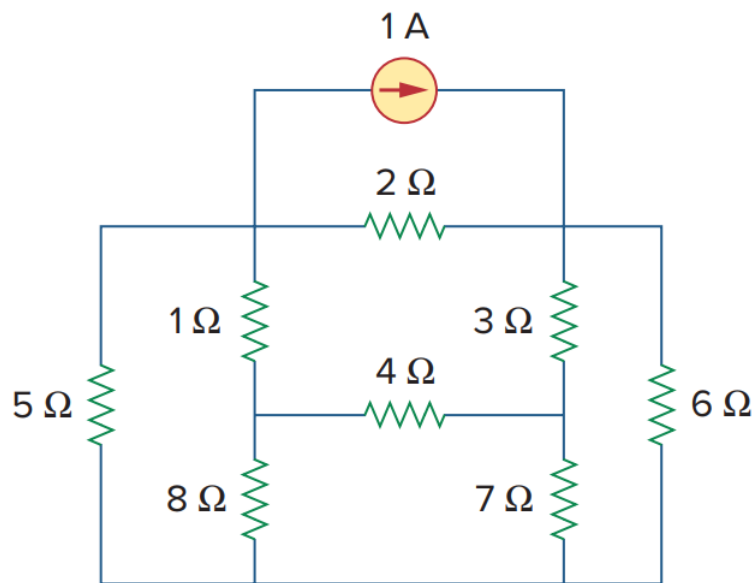
网孔分析法

介绍

- 网孔分析法是使用网孔电流作为电路变量进行电路分析的一般方法。
 - 目的是求出电路的电流分布；
 - 网孔电流不等于支路电流。
- 网孔分析法仅仅适用于分析平面电路。

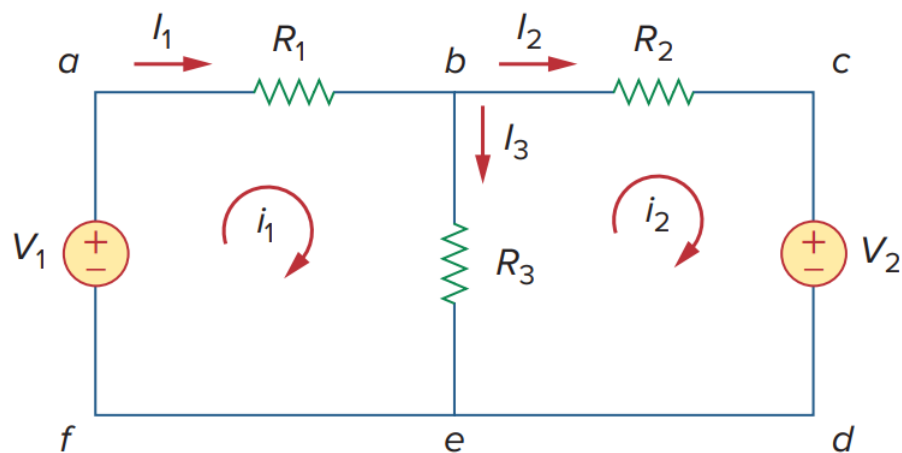


压平



操作过程-1

- 网孔是指不包含任何其他回路的一条回路
 - 因此网孔分析法又称为回路分析法。
- 网孔分析法的操作步骤
 - 为 n 个网孔分别指定网孔电流 i_1, i_2, \dots, i_n ;
 - 对 n 个网孔分别应用KVL，并计算每个节点电压；
 - 求解 n 个联立方程，得到网孔电流。



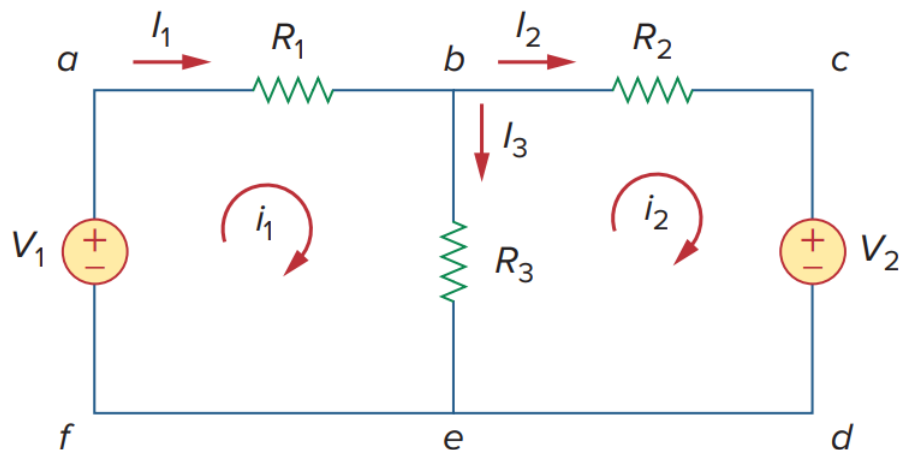
网孔流向

可以是顺时针
也可以是逆时针
所有网孔流向要统一

操作过程-2

• 网孔分析法的操作步骤

- 为 2 个网孔分别指定网孔电流 i_1, i_2 ;
- 对 2 个网孔分别应用KVL，并计算 a、c 节点电压；
- 求解 2 个联立方程，得到网孔电流。



$$-V_1 + R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) = 0$$

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3(i_2 - i_1) = 0$$

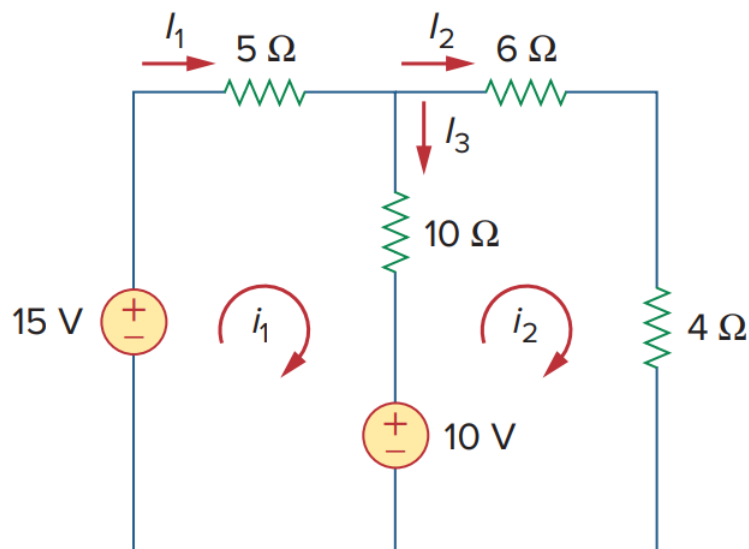
$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = V_1$$

$$R_3 i_1 - (R_2 + R_3)i_2 = V_2$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

例题

- 问题：利用网孔法求所示电路中的支路电流。



第一步

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

$$-10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 = 0$$

第二步

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

$$-10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 = 0$$

- 解答：

第三步

$$15i_1 - 10i_2 = 5$$

$$-10i_1 + 20i_2 = 10$$

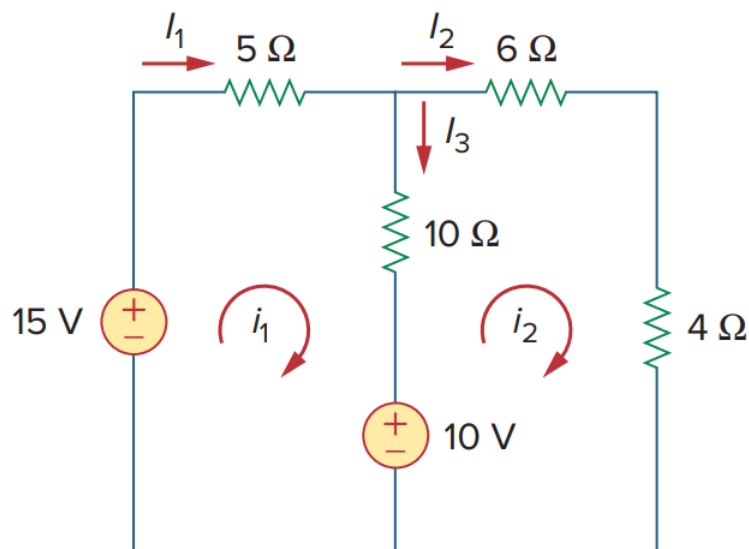
第四步

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

$$-i_1 + 2i_2 = 1$$

例题

- 问题：利用网孔法求所示电路中的支路电流。



第四步

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

$$-i_1 + 2i_2 = 1$$

第五步

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 解答：

$$I_1 = i_1 = 1 \text{ (A)}$$

$$I_2 = i_2 = 1 \text{ (A)}$$

$$I_3 = i_1 - i_2 = 0 \text{ (A)}$$

第七步

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1 \text{ (A)}$$

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1 \text{ (A)}$$

第六步

$$\Delta = 6 - 2 = 4$$

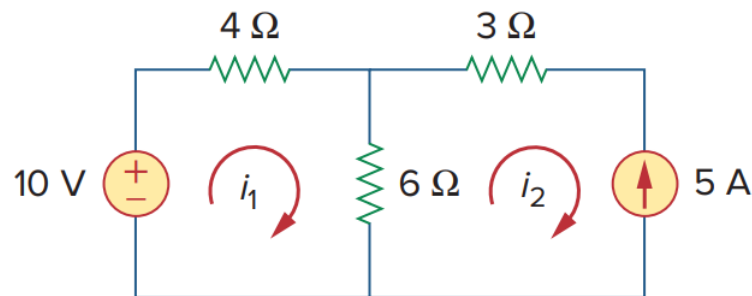
$$\Delta_1 = 2 + 2 = 4$$

$$\Delta_2 = 3 + 1 = 4$$

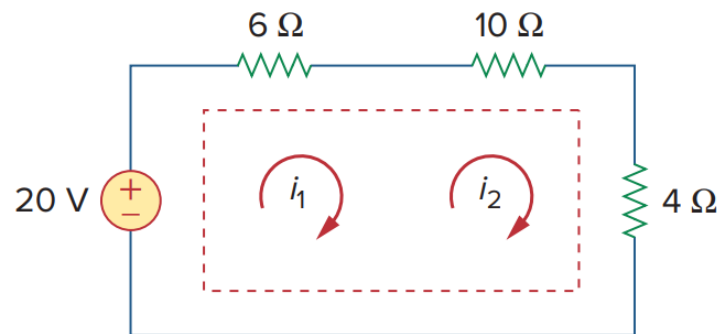
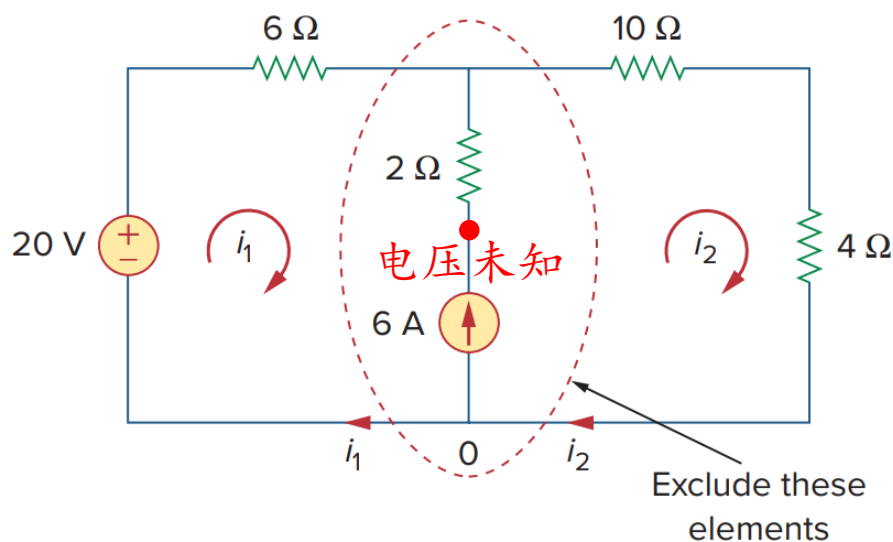
含电流源电路的网孔分析法

介绍

- 当电路中包含电流源（无论独立源还是受控源）时
 - 电流源会成为一种约束，
 - 使方程的个数减少，
 - 求解更容易。



- 当两个网孔共有一个电流源时，就产生一个超网孔。



超网孔由两个网孔的外围元件构成。

电路求解方法

- 关键思想：

- 将电路中超网孔视为一个网孔，
 - 然后使用KVL。

$$V_{20V} + V_{6\Omega} + V_{10\Omega} + V_{4\Omega} = 0$$

$$20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

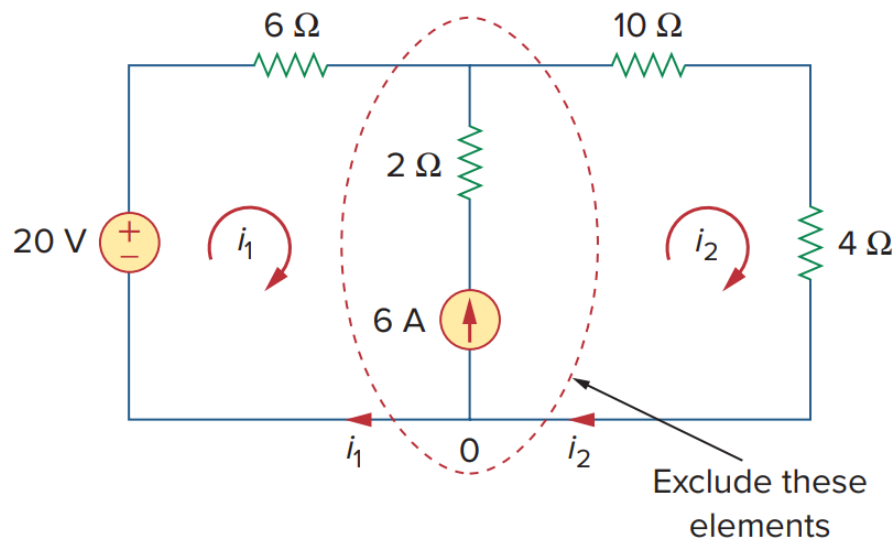
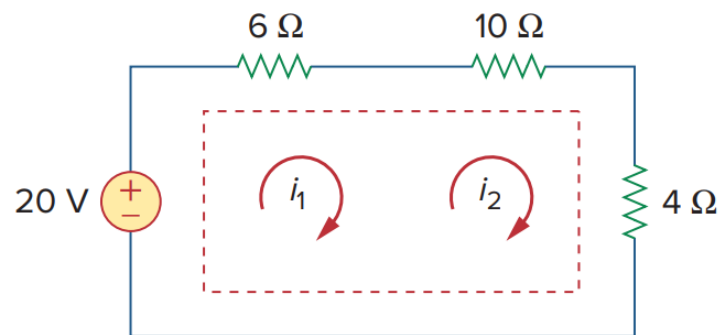
- 超网孔内的电流

$$i_1 + 6 = i_2$$

- 联立求解：

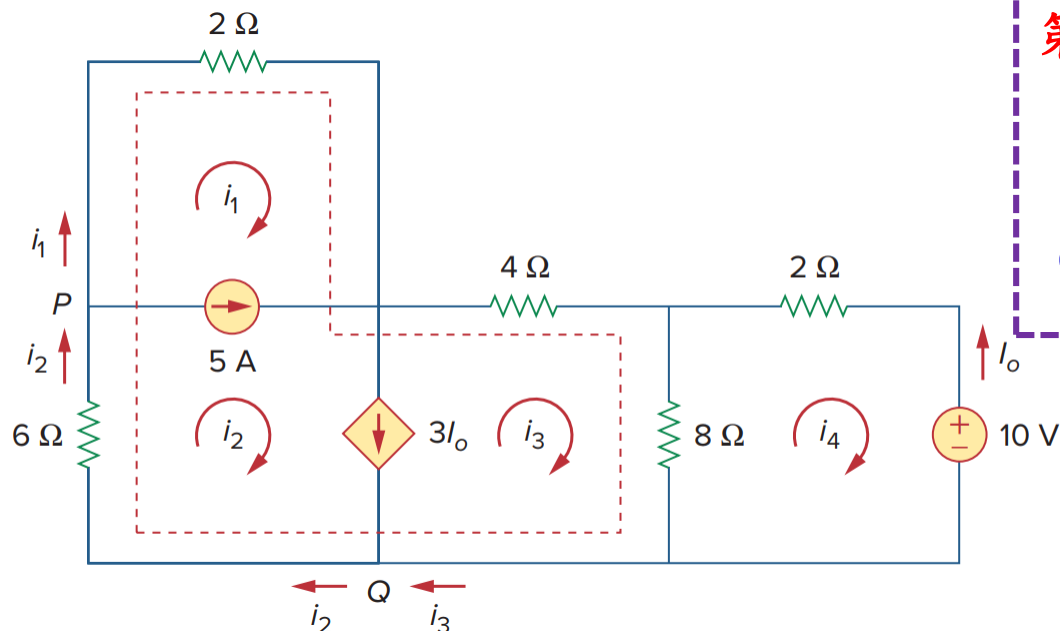
$$i_1 = -3.2 \text{ (A)}$$

$$i_2 = 2.8 \text{ (A)}$$



例题

- 问题：利用网孔分析法求解下面电路中的电流。



第一步

$$V_{6\Omega} + V_{2\Omega} + V_{4\Omega} + V_{8\Omega} = 0$$

$$6i_2 + 2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) = 0$$

第二步

$$V_{8\Omega} + V_{2\Omega} + V_{10V} = 0$$

$$8(i_4 - i_3) + 2i_4 + 10 = 0$$

第三步

$$i_1 + 5 = i_3 + 3(-i_4)$$

$$i_2 = i_1 + 5$$

第四步

$$i_1 - i_2 = -5$$

$$i_1 - i_3 + 3i_4 = -5$$

$$-8i_3 + 10i_4 = -10$$

$$2i_1 + 6i_2 + 12i_3 - 8i_4 = 0$$

- 解答

2021版

- ## ● 解答



$$2i_1 + 6i_2 + 12i_3 - 8i_4 = 0$$

$$i_4 = 2.143 \text{ A}$$

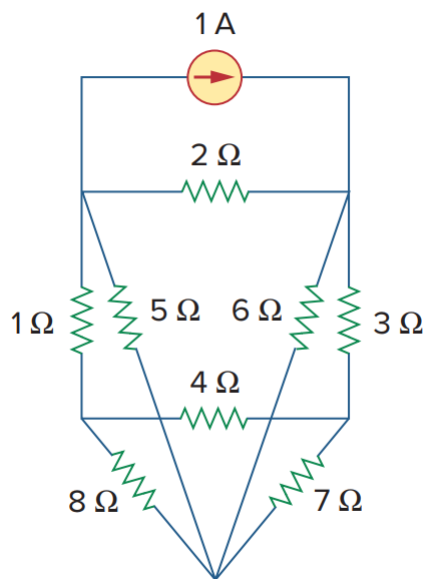
补充说明

方法比较

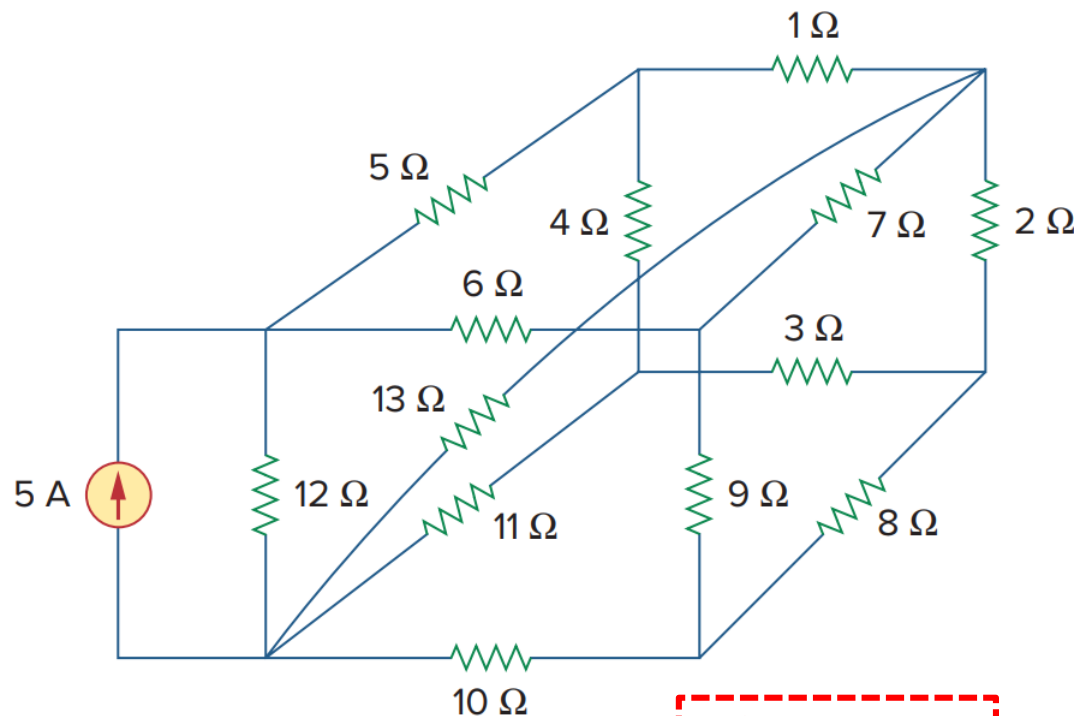
- 节点分析法
 - 适合包含较多并联元件、电流源或超节点的电路网络；
 - 适合求解节点电压。
- 网孔分析法
 - 适合包含大量串联元件、电压源或超网孔的电路；
 - 适合求解支路电流。
- 建议同学们同时掌握两种方法
 - 可以用一种方法来验证另一种方法；
 - 特定问题可能只能用一种方法求解。

非平面电路

- 网孔分析法仅适合分析平面电路。
 - 平面电路：没有交叉支路互相连接的电路，可以拍平。



平面电路



非平面电路

- 节点分析法可以用来分析非平面电路。

作业

- 画出本章思维导图
- 3.3
- 3.10
- 3.30
- 3.41
- 3.62