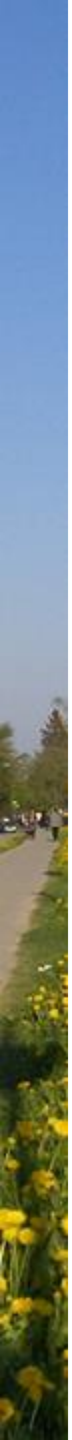


电路理论基础

时间：星期三上午8:00至10:40，星期五上午8:00至10:40

地点：南校园1506

任课教师：粟涛（电子与信息工程学院）

考试方式：闭卷

成绩评定：平时分40%，期末考试60%。

学分：4

电路定理

- 线性性质
- 叠加定理
- 电源变换
- 戴维南定理
- 诺顿定理
- 最大功率传递定理

线性性质

介绍

- 线性性质是一种描述线性因果关系的元件属性。
  - 齐次性（homogeneity）：比例性，可伸缩性；

当 $v = iR$ 则 $(kv) = (ki)R$

  - 叠加性（additivity）：

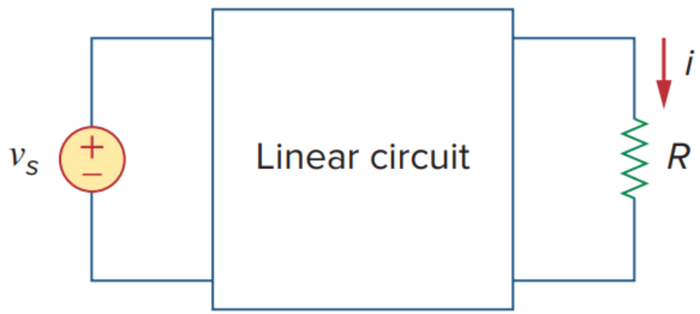
当 $v_1 = i_1R$ $v_2 = i_2R$

则 $v = (i_1 + i_2)R = v_1 + v_2$

- 电阻的电压电流关系即满足齐次性又满足叠加性，因此电阻是一种线性元件。

线性电路

- 当电路既满足齐次性又满足叠加性时，称为线性电路。线性电路中仅包含线性元件、线性受控源和线性独立源。



输入为v_s，
输出为i
的线性电路。

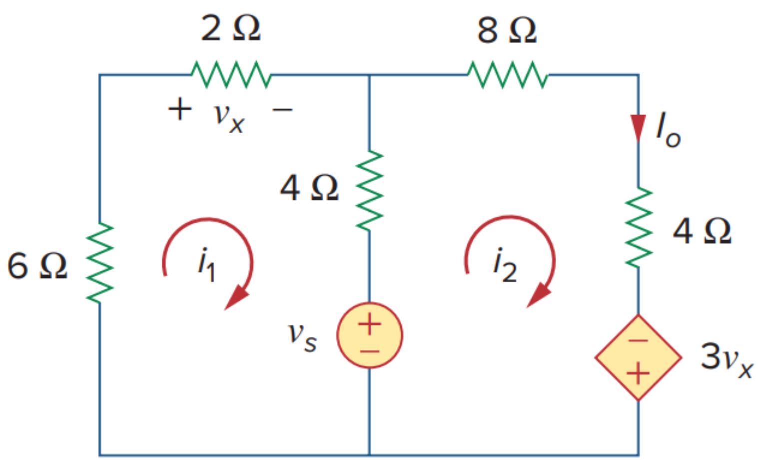
- 谈线性电路时，要指明输入输出关系。
  - 比如电阻，
    - 当输入为 v 输出为 i 时，就是线性的；
    - 当输入为 v 输出为 p 时，就不是线性的。

$$i=\frac{v}{R}$$

$$P=\frac{v^2}{R}$$

例题-1

- 问题：当 $v_s = 12$ V 和 $V_s = 24$ V 时，分别求解下面电路中的 I_0。



$$6i_1 + 2i_1 + 4(i_1 - i_2) + 12 = 0$$

$$12 + 4(i_2 - i_1) + 8i_2 + 4i_2 - 3 \times 2i_1 = 0$$

$$12i_1 - 4i_2 + 12 = 0$$

$$12 + 16i_2 - 10i_1 = 0$$

- 解答：
  - 当 $v_s = 12$ V 时
  - 当 $v_s = 24$ V 时

$$12i_1 - 4i_2 + 24 = 0$$

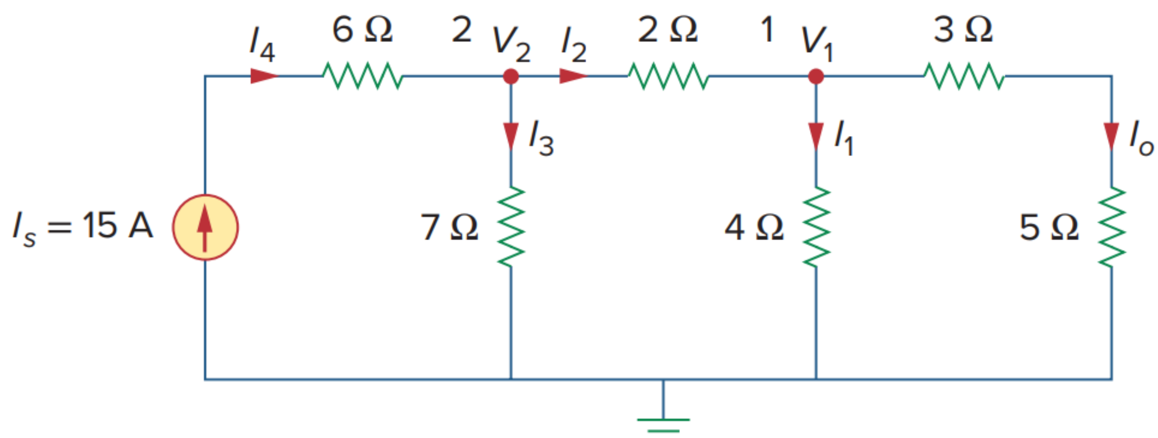
$$24 + 16i_2 - 10i_1 = 0$$

$$12\left(\frac{i_1}{2}\right) - 4\left(\frac{i_2}{2}\right) + 12 = 0$$

$$12 + 16\left(\frac{i_2}{2}\right) - 10\left(\frac{i_1}{2}\right) = 0$$

例题-2

- 在下面电路中，假设 $I_0 = 1$ A，利用线性原理确定 I_0 的实际值。



- 解答：
  - 假设 $I_0 = 1$，然后逐步推导，一直得到 I_s，然后比较伸缩。

（一） $I_0 = 1$	（二） $I_1 = 2$	（三） $I_2 = 3$	（四） $I_3 = 2$
（五） $I_4 = 5$	（六） $I_s = 5$		

$I_s/I_0 = 5$，则当 $I_s = 15$ 时，$I_0 = 3$。

叠加定理

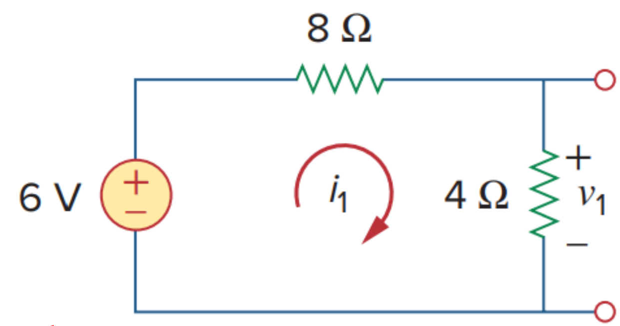
介绍

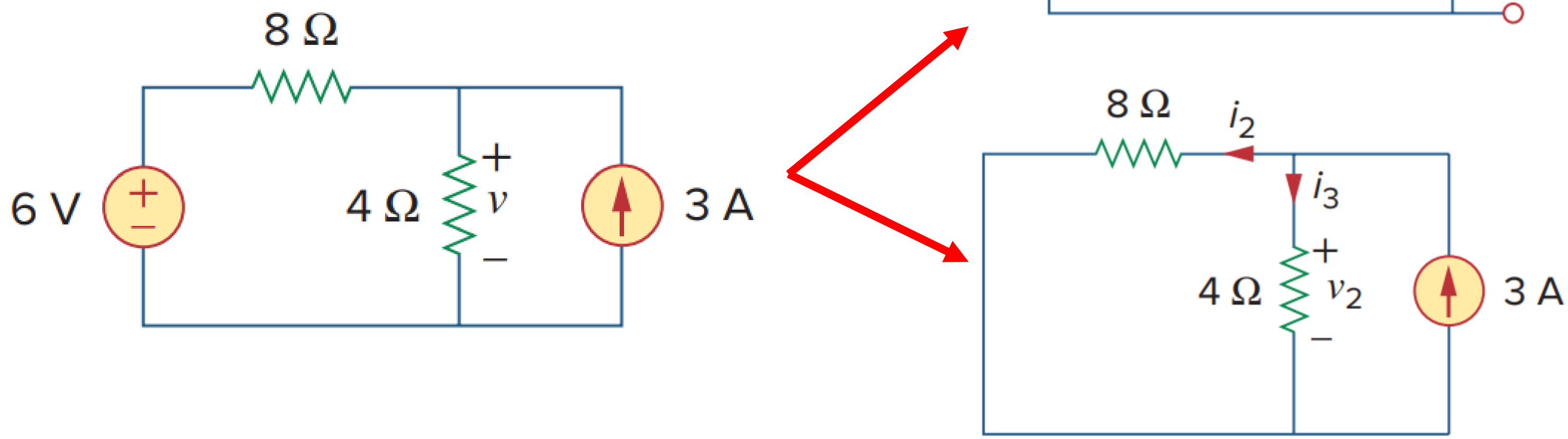
- 当一个电路包含两个或多个独立源时，
  - 求解电路特地给变量值（电压或电流）的一种方法是
  - 求出各独立源单独作用时的响应，
  - 然后得到最终的响应。

- 叠加性定理
  - 是指线性电路中元件两端电压是每个独立源单独作用下在该元件两端产生的电压的代数和。
  - 对通过元件的电流也一样。

解题步骤

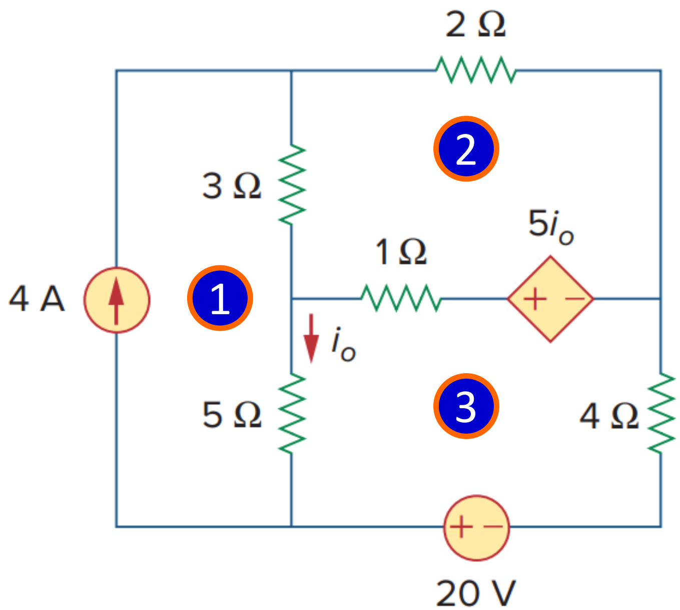
- 使用叠加性原理进行解题的过程分为三步
  - 1：关闭一个独立电源意外所有的独立电源；
  - 2：对其他各独立源重复步骤1；
  - 3：将各个独立源单独作用于电路时产生的响应进行代数相加，从而得到电路的总响应。
- 解释：以下面的电路为例





例题

- 问题：利用叠加原理求出下面电路的 i 。



$$3(i_2-i_1)+2i_2-5(i_1-i_3)+1(i_2-i_3)=0$$
$$i_1=4$$
$$1(i_3-i_2)+5(i_1-i_3)+4i_3+5(i_3-i_1)=0$$

$$3i_2+2i_2-5(-i_3)+1(i_2-i_3)=0$$

$$1(i_3-i_2)+5(-i_3)+4i_3-20+5i_3=0$$

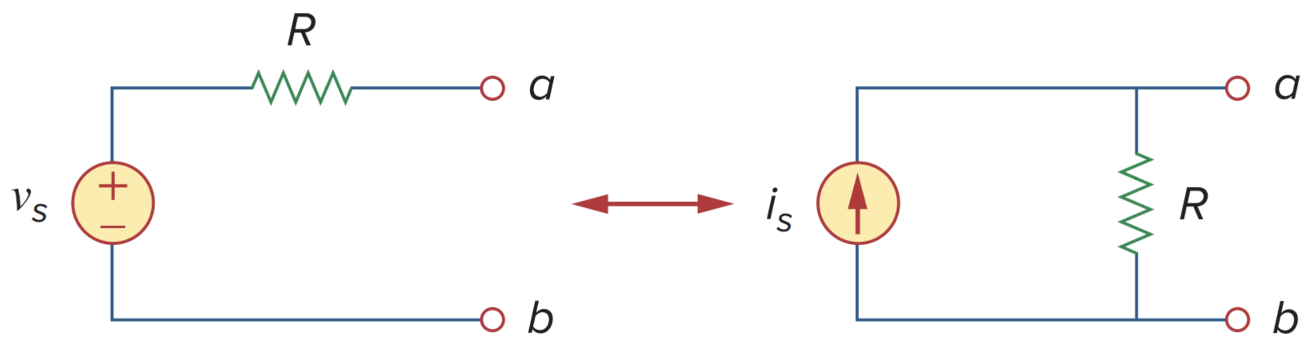
- 解答：
  - 电路中有一个受控源，这个受控源不能单独拿出来分析。
  - 情况一：存在 4 A 电流源，不存在 20 V 电压源；
  - 情况二：存在 20 V 电压源，不存在 4 A 电流源。

电源变换

介绍

- 等效电路是指与原电路有相同 v-i 特性的电路。

- 含有电源的电路也可以进行等效变换，变换后整个大电路的分析可以变得简单。

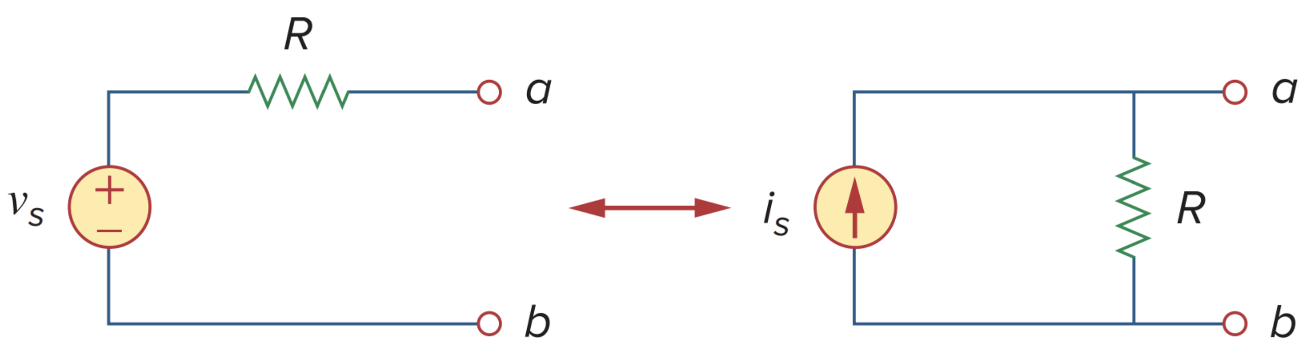


- 如上图所示中，一个电压源（带串联电阻）可以变换为一个电流源（带并联电阻），反之亦然。这种变换称为电源变换。

独立源

- 要使电压源和电流源等价，需要满足的条件是

端口（ab）的电压电流关系相同



- 如何满足等价关系？
  - 开路检查：端口电流为0，端口电压须相等； $v_S = V_{ab} = i_S R$
  - 短路检查：端口电压为0，端口电流须相等； $\frac{v_S}{R} = i_{ab} = i_S$
  - 任意负载R_L检查：
    - 端口电流须相等，
    - 端口电压须相等。

$$\frac{R_L}{R+R_L} v_S = V_{ab} = i_S \frac{R_L R}{R_L + R}$$

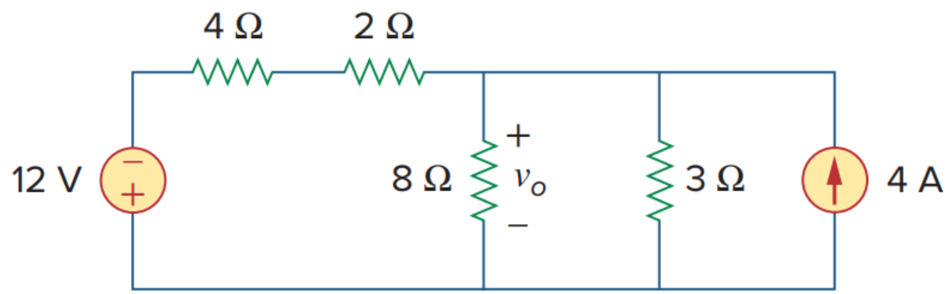
$$\frac{1}{R+R_L} v_S = i_{ab} = i_S \frac{R}{R_L + R}$$

结果

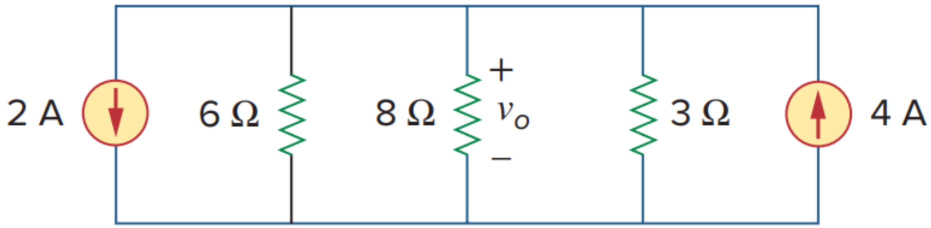
$i_S R = v_S$

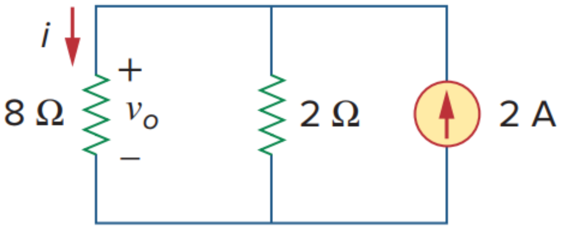
例题

- 问题：利用电源变换的方法，求下面电路的 v_0。



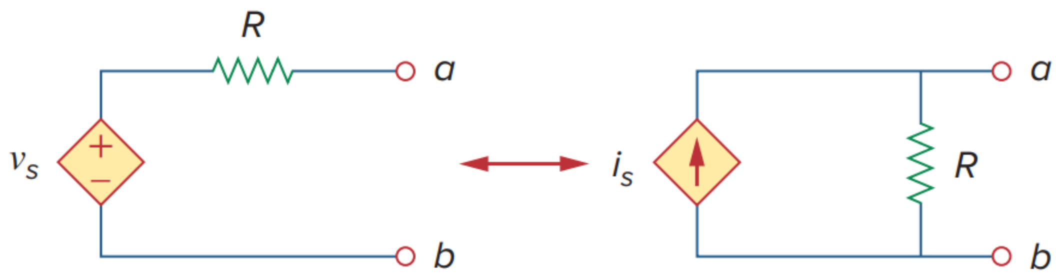
- 解答：
  - 可以选择把右边的电流源变换为电压源
  - 也可以选择把左边的电压源变换为电流源
  - 第二个选择比较有利。



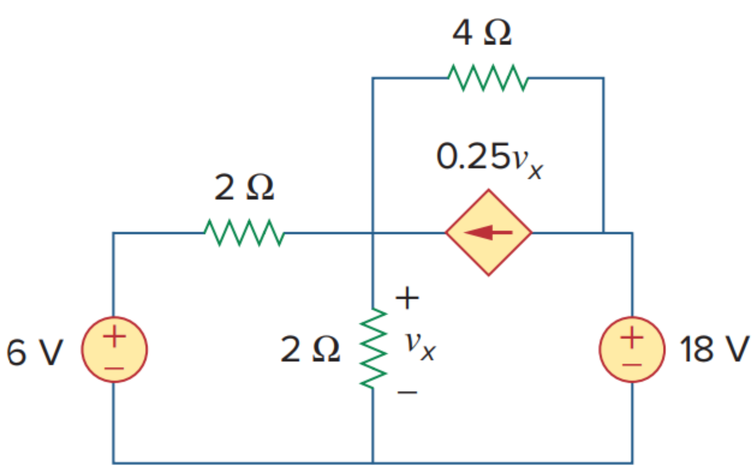


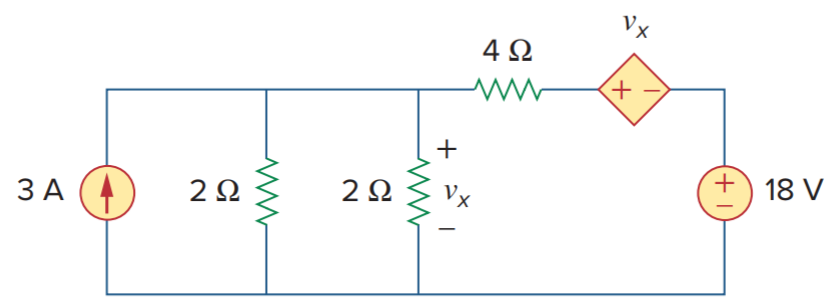
受控源

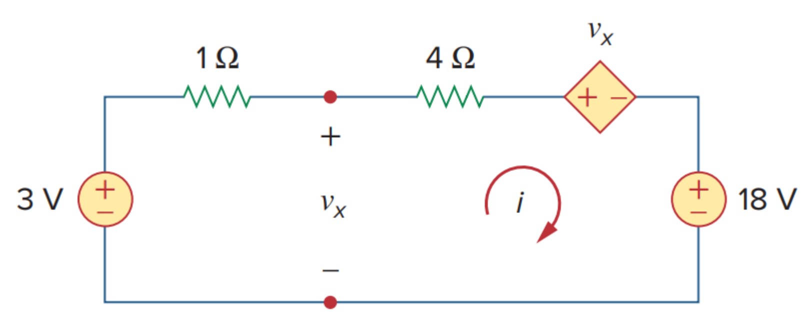
- 电源变换同样适用于受控源，但必须对受控变量做细致的处理。受控电压源变换后是受控电流源。



- 举例







戴维南定理

介绍

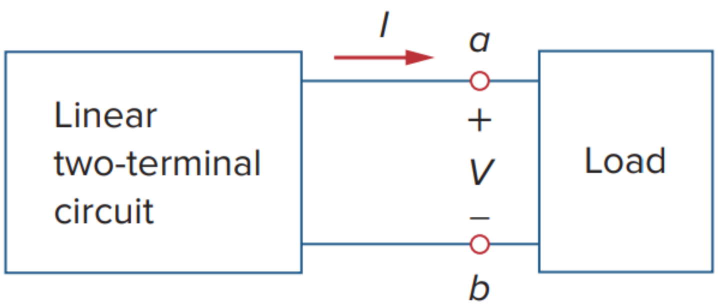
- 实际电路中经常会出现这样的情况
  - 电路中某个特定元件是可变的，
  - 而其他元件则是固定不变的。

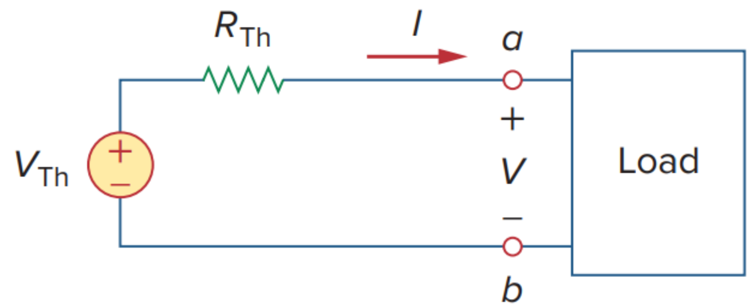
- 上面这种电路的问题：
  - 每当可变元件改变，就要对整个电路重新分析一遍。

- 解决思路：
  - 是否可以对固定不变的部分进行一次性的分析，
  - 得到一个简单固定的等效电路。

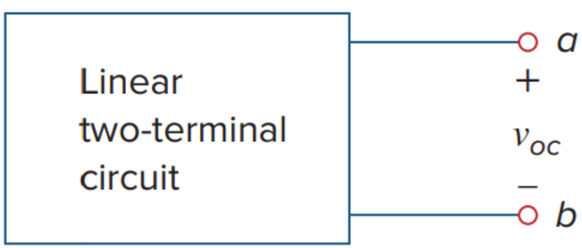
电压源等效电路

- 戴维南等效电路是指：
  - 线性二端口电路可以用一个由电压源 V_{Th} 和与之串联的电阻 R_{Th} 组成的等效电路所代替。

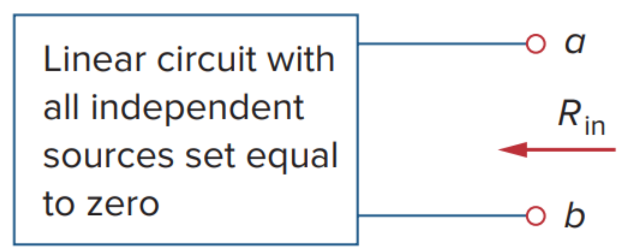




  - 其中
    - V_{Th} 为端口的开路电压，
    - R_{Th} 为独立源关闭时端口的输入（或等效）电阻。



$V_{Th} = v_{oc}$

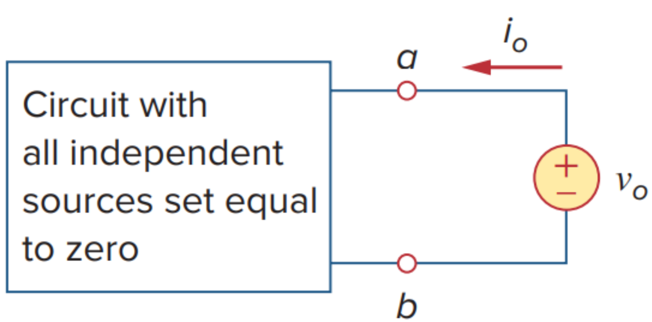


$R_{Th} = R_{in}$

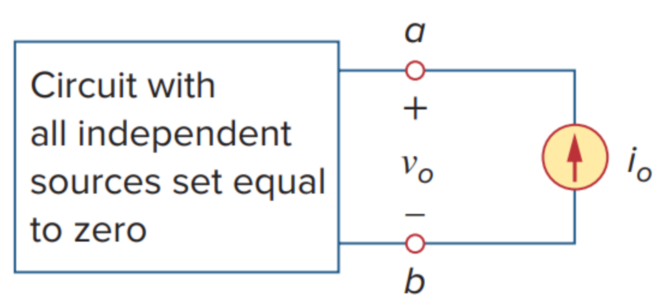
戴维南电阻

- 求戴维南电阻时，要考虑两种情况。
  - 第一种情况：网络中不含有受控源；
  - 第二种情况：网络中包含有受控源。

- 遇到第一种，关闭所有电源，计算网络的输出电阻。
- 遇到第二种，不能把受控源关闭。
  - 端口加电压或电流，求解电压电流比值，得到输出电阻。



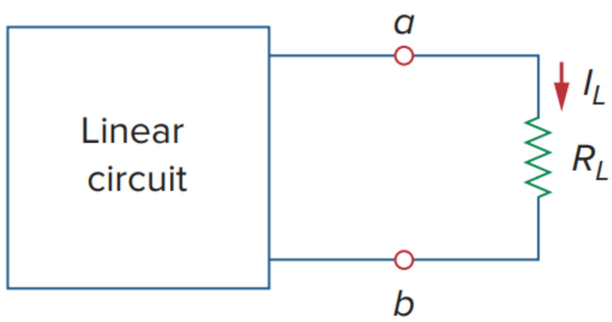
$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

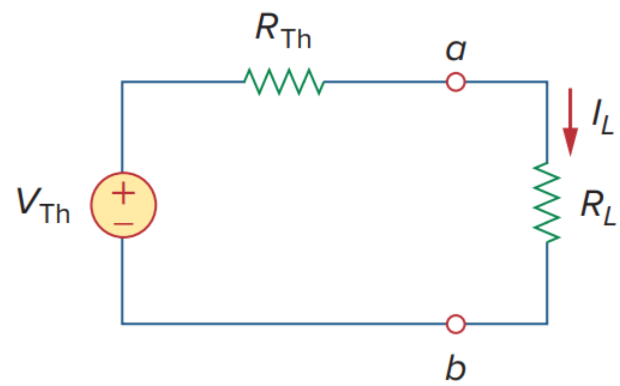


$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

使用等效电路

- 得到复杂网络的戴维南等效电路之后，





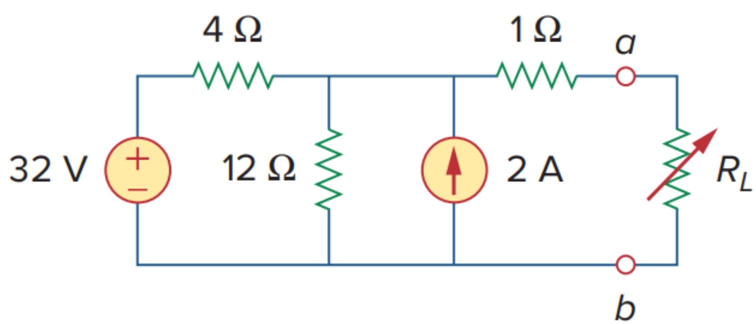
- 可以用它快速的计算负载的电流电压。

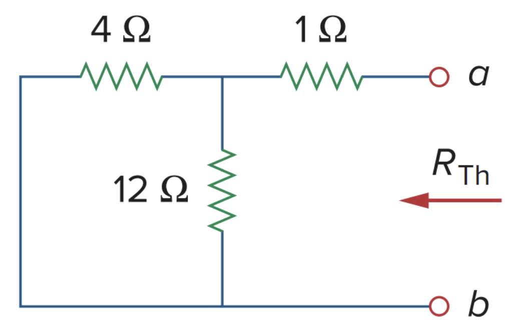
$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$V_L = R_L I_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th}$$

例题-1

- 问题：求下图电路端口ab左侧的戴维南等效电路，求出当 $R_L = 6\ \Omega$、$16\ \Omega$、$36\ \Omega$时，流过R_L的电流。



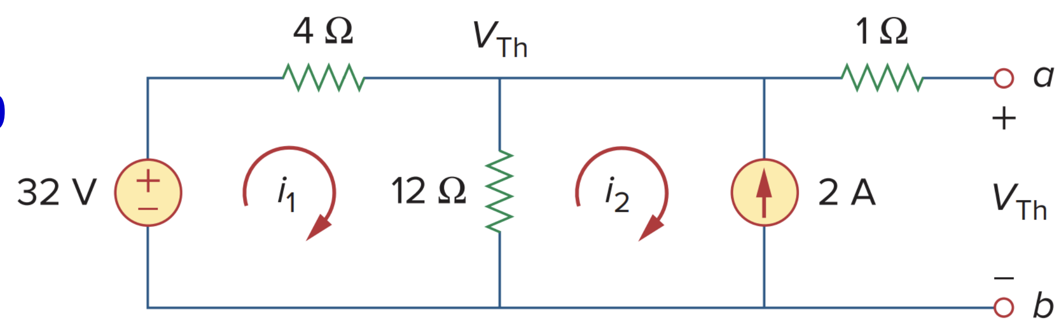


$$R_{Th} = 1 + 4 \parallel 12$$

- 解答
  - 首先求解R_{Th}，需要关闭所有电源；
  - 然后求解V_{Th}，

$$R_{Th} = 1 + \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 4\ (\Omega)$$

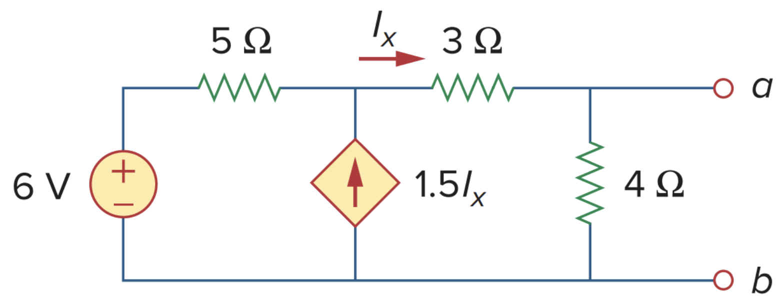
$$-32 + 4i_1 + 12[i_1 - (-2)] = 0$$



$i_1 = 0.5\ (A)$ $\quad V_{Th} = 30\ (V)$

例题-2

- 问题：求下图所示电路端口ab左侧的戴维南等效电路。

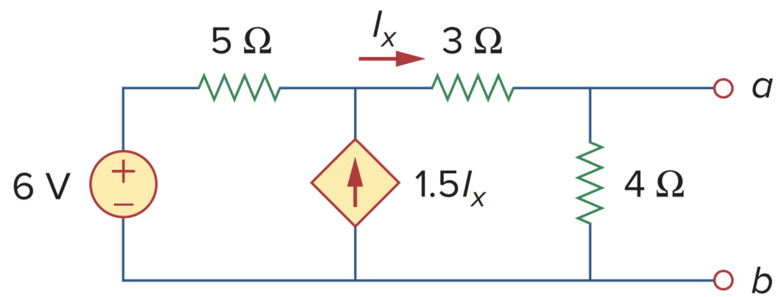


- 求解：
  - 这个电路中包含了受控源 1.5 I_x；
  - 求等效电压时，直接求就行了；
  - 求等效电阻时，将 6 V 源关闭，1.5 I_x 仍然打开。

$$\left.\begin{aligned}\frac{6-V_x}{5}+1.5I_x=I_x\\ \frac{V_x}{3+4}=I_x\end{aligned}\right\}\quad \left.\begin{aligned}I_x=\frac{4}{3}\\ V_x=\frac{28}{3}\end{aligned}\right\}\quad V_{Th}=\frac{4}{7}V_x=\frac{15}{3}\ \text{V}$$

例题-2

- 问题：求下图所示电路端口ab左侧的戴维南等效电路。



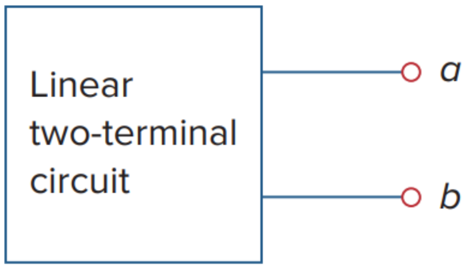
- 求解：
  - 这个电路中包含了受控源 1.5 I_x；
  - 求等效电压时，直接求就行了；
  - 求等效电阻时，将 6 V 源关闭，1.5 I_x 仍然打开。

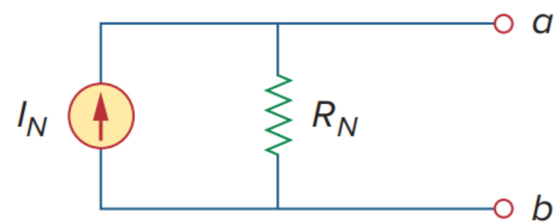
$$\left.\begin{array}{l} -I_x + 1.5I_x = \dfrac{V_x}{5} \\[2em] \dfrac{V_x - V_{ab}}{3} = I_x \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2.5I_x = V_x \\[2em] -5V_{ab} = V_x \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \dfrac{V_{ab}}{-I_x} = 2 \\[2em] R_{Th} = 2 \parallel 4 = \dfrac{4}{3}\ (\Omega) \end{array}$$

诺顿定理

介绍

- 诺顿定理：线性二端口电路可以用一个带并联电阻的电流源等效代替。



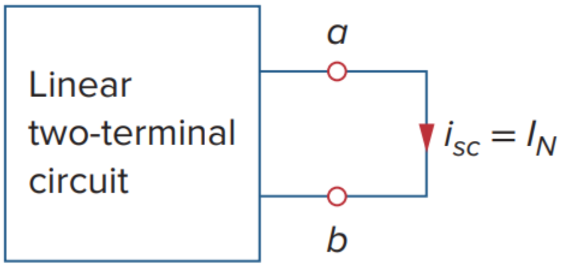


- 诺顿等效电路与戴维南等效电路的区别
  - 电源的形式不同，和串并联方式不同。
- 诺顿等效电路与戴维南等效电路的共同之处
  - 等效电路的值是一样的。

$$\boxed{R_N = R_{\text{Th}}}$$

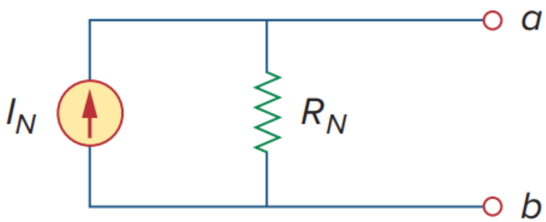
诺顿等效电路

- 求解诺顿等效电路，首先求解等效电流源



将端口短路，计算输出电流。此时网络内部所有的源，无论独立还是受控，都要开启。

- 求解诺顿电阻时，要用电阻的定义



在端口施加电压，计算灌入的电流，然后求比例。此时网络内部独立源关闭，但受控源要开启。

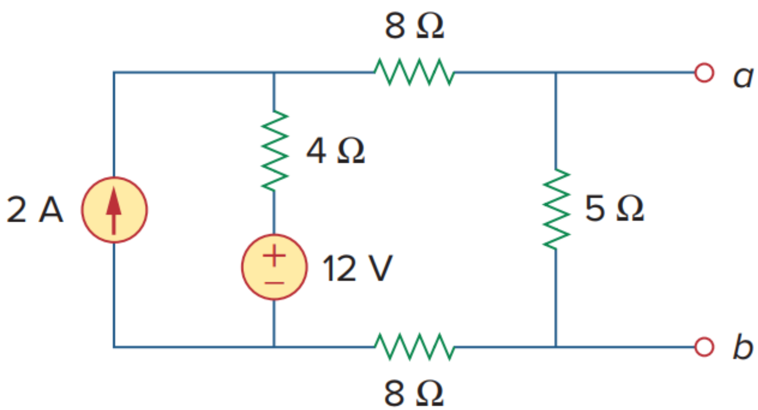
- 诺顿等效电路和戴维南等效电路的互换

$$\boxed{R_N = R_{\text{Th}}}$$

$$\boxed{I_N = \frac{V_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}}}}$$

例题-1

- 问题：求下图所示电路端口ab左侧的诺顿等效电路。



$$-12+4(i-2)+8i+8i=0$$

$$i=1$$

- 求解：
  - 先求等效电阻
    - 将 2 A 电流源移除，用导线代替 12 V 电压源，求 ab 端电阻；

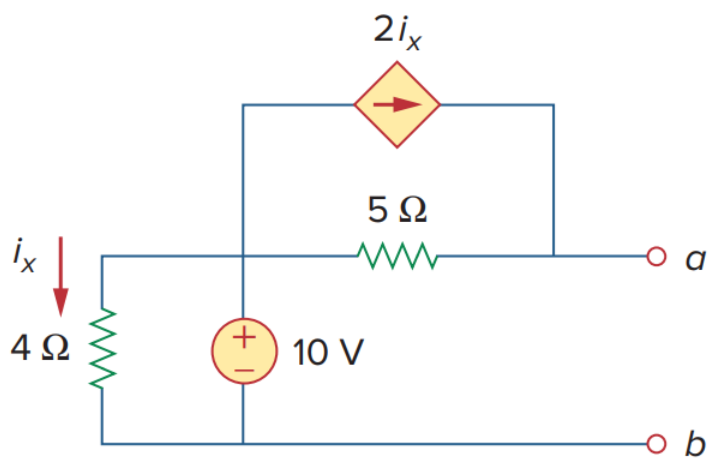
$$R_N=5\parallel(8+4+8)=4\ (\Omega)$$

  - 再求等效电流
    - 将 ab 端用导线连接起来，计算导线上的电流。

$$I_N=1\ (\mathrm{A})$$

例题-2

- 问题：求下图所示电路端口ab左侧的诺顿等效电路。



$$i_x = \frac{10}{4} = 2.5\ (\mathrm{A})$$

$$-10 + 5i = 0$$

$$i = 2\ (\mathrm{A})$$

- 解答：
  - 先求等效电阻
    - 将 10 V 电压源用导线代替，保留 $2i_x$ 电流源，
    - 在 ab 端施加电压，计算灌入电流，求比例；
  - 再求等效电流
    - 将 ab 端用导线连接起来，计算导线上的电流。

$$i_x = 0$$

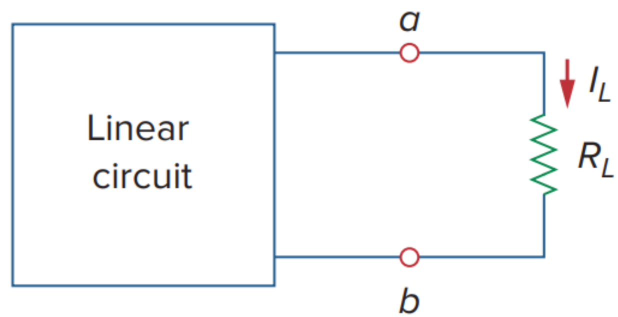
$$R_N = 5\ (\Omega)$$

$$i_N = 4.5\ (\mathrm{A})$$

最大功率传递定理

介绍

- 许多实际电路的功能是为负载提供功率。



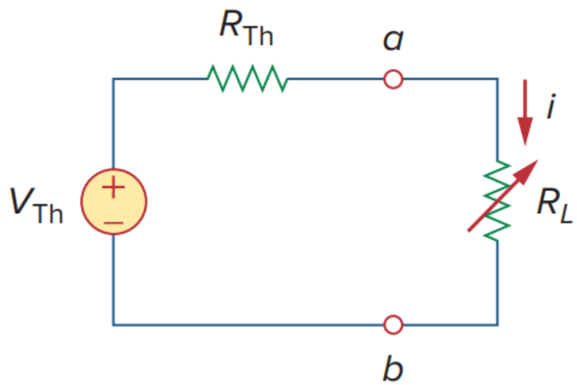
- 负载功率时有用功率，由电压电流决定

$$P_L = V_L \times I_L$$

- 考查上面的电路，当负载改变时，
  - 负载的电压和电流可能超相反方向变化。
  - 比如负载变小 → 电流变大，电压变小；
  - 在比如负载变小 → 电流变大，电压变小。

最佳负载

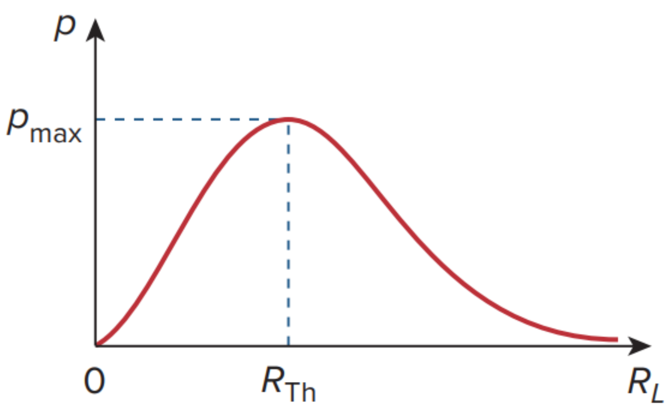
- 使用戴维南等效电路，可以简化对负载功率的分析。



$$i_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$P_L = {i_L}^2 R_L = {V_{Th}}^2 \frac{R_L}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

- 功率与负载的关系曲线



在极大值处，功率对负载的导数为0，曲线斜率为0。

$$\frac{dP_L}{dR_L} = {V_{Th}}^2 \left[\frac{1}{(R_{Th} + R_L)^2} - 2\frac{R_L}{(R_{Th} + R_L)^3} \right]$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_L = R_{Th}$$

最大传递功率

- 当负载电阻等于戴维南电阻时，网络传递给负载的功率达到最大值。

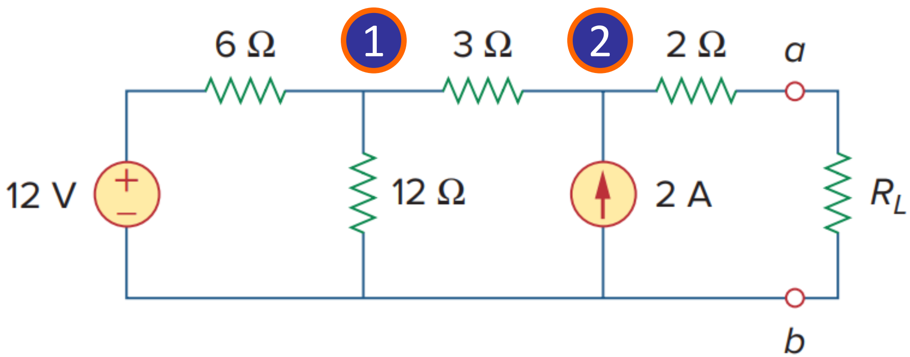
$$\left.\begin{aligned} R_L &= R_{Th} \\ P_L &= {V_{Th}}^2 \frac{R_L}{(R_{Th}+R_L)^2} \end{aligned}\right\} \quad P_{L\_max} = {V_{Th}}^2 \frac{R_{Th}}{(2R_{Th})^2} = \frac{1}{4}\frac{{V_{Th}}^2}{R_{Th}}$$

- 最大功率定理：当戴维南电阻与负载电阻相同时，称电源与负载匹配。当负载匹配时，由源传给负载得功率达到最大。

- 使用上述定理可以计算复杂网络得最大负载功率。

例题

- 问题：求下图所示电路，实现最大功率传输时，负载的电阻值，并计算相应的最大功率。



$$R_{Th} = 2 + 3 + 6 \parallel 12$$

$$R_{Th} = 9\ \Omega \qquad R_L = 9\ \Omega$$

$$\frac{12 - V_1}{6} + \frac{V_2 - V_1}{3} + \frac{-V_1}{12} = 0$$

$$\frac{V_1 - V_2}{3} + 2 = 0$$

$$V_{Th} = V_{ab} = V_2 = 22\ \mathrm{V}$$

- 解答：
  - 先要求解 ab 端口左侧的等效戴维南电路；
    - 第一步算电阻，也就算出负载电阻；
    - 第二步算电压。
  - 然后求解最大功率。

$$P_{L\_max} = \frac{1}{4}\frac{V_{Th}{}^2}{R_{Th}} = 13.4\ \mathrm{W}$$

作业

- 画出本章思维导图
- 4.15
- 4.31
- 4.36
- 4.57
- 4.67