二

凸集，仿射集，凸包，仿射包，凸锥 定义

三

超平面和半平面

对称矩阵 半正定矩阵 正定矩阵

证明集合是凸集

保持集合凸性：仿射映射 缩放平移 凸集和 直积

四

继：保持集合凸性：透视函数 函数组合

凸函数定义：证明凸函数①domf为凸②。。。

凸函数的扩展 f(x) ,x∈comf ∞,x~~∈~~comf

五

一阶条件：凸、严格凸、强凸

二阶条件：证明函数凸≥严格凸＞、强凸＞uI

空间范数：①p(x)=0 ②p(x)+p(y)≥p(x+y) ③p(ax)=ap(x) 一定是凸函数

六

举例：极大值函数：max{x1,…,xn} 解析近似log(ex1+…+exn)

保持函数凸性：非负加权和、非负积分、仿射映射、两个函数的极大值

七

函数的组合：二阶条件 讨论凹凸性

保持函数凸性：函数的透视g(x,t)=tf(x/t)

函数的共轭：一定为凸 共轭的共轭不一定等于本身

凸集和凸函数关系：凸函数的次水平集一定为凸集

八

次水平集为凸集一定为凸函数

凸优化问题：目标函数为凸函数，可行解集为凸集

局部最优=全局最优

可微的凸优化问题

九

线性规划LP

二次规划QP

二次约束二次规划QCQP

十1

正则化 凸优化问题的等效表达

十2

多目标优化

帕累托最优解：对于某个解，其他任意解不可能在所有指标上最好

加权表达和约束表达

对偶性

拉格朗日函数

拉格朗日对偶函数 构造 根据线性、二次半正定求解min

十一1

拉格朗日对偶函数的共轭函数表达

对偶问题 max g(入,γ)

原问题最优值和对偶问题最优值 对偶间隙 强对偶 slater条件

十一2

对偶问题的解释：

几何 经济学 多目标优化 鞍点(证明：鞍点为原对偶问题的最优解)

十二1

KKT条件

证明是否为原对偶问题最优解：KKT条件或鞍点

十二2

KKT条件的使用

十三1

干扰问题

BooleanLP的对偶问题 等价于 boolean LP松弛的对偶问题

十三2

优化算法

——精确线搜索：0.618法

——Armijo Rule

——梯度下降法：①lipschitz连续梯度②lipschitz连续梯度+强凸

十四1

十四2

回顾三种算法

十五1

梯度下降法的解释：

1. 泰勒展开: 求导即为迭代式
2. 下降方向：二范数：圆形 一范数：坐标轴方向 无穷范数：绝对值为1的方向

非梯度下降法：坐标轮换法 α=argmin于是n个方向梯度都为正则原地不动

K-means：划分样本 更新聚类中心

十五2

次梯度法：凸 不可微

邻近点梯度法

十六1

邻近点梯度法

十六2

随机优化问题

随机梯度下降法

随机梯度噪声 降低随机梯度噪声

SAG 维护一个梯度表

在线优化 先x后f

十七1

神经网络

牛顿法

十七2

拟牛顿法：近似海森矩阵 或海森矩阵的逆

十八1

有约束的优化问题

拉格朗日乘法

从对偶角度理解 x对应的 次梯度

增广拉格朗日函数

十八2

交替方向乘子法