

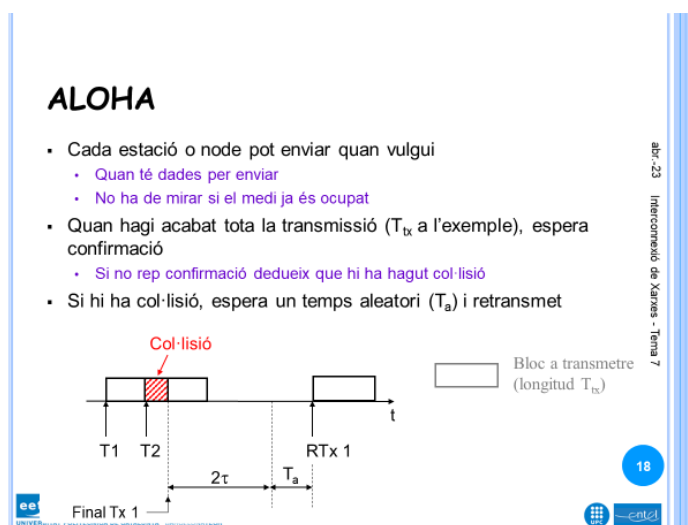
Ejercicio 7.2.1

Un grupo de usuarios utilizan el protocolo Aloha puro. Todas las PDUs que se envían son de 64 bytes y la tasa del canal es de 10 Mbps. Cada usuario genera en media 15 nuevas PDUs cada segundo (según un proceso de Poisson).

1. ¿Cuántos usuarios soporta el sistema?
2. ¿Cuántos, si la longitud de las PDUs es de 1500 bytes?
3. ¿Qué pasa en este sistema si hay 10 usuarios, el tamaño de la PDU es de 1500 bytes y la tasa media de nuevas llegadas es de 50 PDU/s?

Resolución

Para este ejercicio, vamos a utilizar las transparencias del Tema 7 [1]. En el caso específico, habrá que estudiar primero como funciona el mecanismo Aloha puro.



- Protocol molt senzill però...
 - Eficiència màxima: 18,4%
- Temps per saber si hi ha col·lisió: 2τ
 - (τ : temps de propagació)
 - Suposem col·lisió si no rebem ACK en aquest temps

A. Tanenbaum, **Redes de Computadoras**, Prentice Hall (2012) - Cap.4, secció 4.2.1 – [recurso online a través de Bibliotècnica UPC](#)

Para cualquier sistema estable y en régimen permanente, en media todo lo que entra sale, por lo que vale:

$$S = \frac{N \cdot \lambda_{nuevas} \cdot L}{R} \quad (1)$$

donde λ_{nuevas} representa la tasa de NUEVAS llegadas.

A partir de esta relación genérica, para todos los sistemas estables y en régimen permanente tenemos que caracterizar según cómo funciona internamente el sistema Aloha (qué hace con las tramas que sufren colisión). En la teoría se ha demostrado que el tráfico cursado (S) está relacionado con el tráfico ofrecido (G) según la siguiente fórmula:

$$S = G \cdot e^{-2G} \quad (2)$$

y la Figura 1 muestra esa relación (en azul para el Aloha puro, en rojo para el Aloha ranurado).

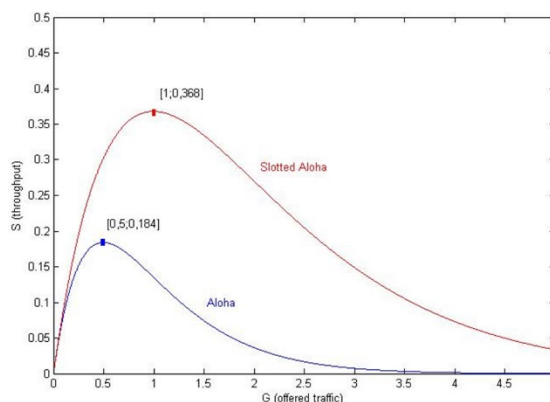


Figura 1: Relación entre tráfico ofrecido (G) y tráfico cursado (S , throughput) para los dos protocolos Aloha.

El máximo throughput que se consigue con Aloha puro es de 18,4% cuando G es 0,5.

El tráfico ofrecido (G) dependerá no solo de la tasa de nuevas llegadas (λ_{nuevas}), sino que también de aquellas tramas que han sufrido colisión. Llamamos la tasa de tramas totales que procesa el sistema, o sea las nuevas más las retransmitidas, λ_{tot} , por lo que

$$G = \lambda_{tot} \frac{L}{R} \quad (3)$$

A partir de valores de G mayores de 0,5 obtenemos prestaciones peores, ya que el sistema no es capaz de procesar todo el tráfico que se está “acumulando” (tanto el nuevo que sigue entrando con tasa λ_{nuevas} como el que sufre colisión y se tiene que retransmitir. Por eso vemos que, por valores de G mayores a 0,5, en Aloha puro el throughput S baja. Este límite nos indica la **zona de estabilidad** para el sistema Aloha puro.

1. ¿Cuántos usuarios soporta el sistema?

El objetivo es dimensionar el sistema para que se mantenga en la zona de estabilidad.

Puesto que, cómo hemos dicho antes, si el sistema es estable entonces todo lo que entra en media sale (ver ecuación (1)), vamos a proceder así.

- Hacemos la hipótesis de que el sistema es estable
- Si es estable, podemos usar la ecuación (1)
- Pero para que se mantenga estable, la Figura 1 (relacionada con la ecuación (2)) nos pone el límite de que S no puede ser más grande de 0,184

Es decir:

$$\frac{N \cdot \lambda_{nuevas} \cdot L}{R} \leq 0,184 \quad \leftrightarrow \quad N \leq \frac{S_{max} \cdot R}{\lambda_{nuevas} \cdot L} = \frac{0,184 \cdot 10 \cdot 10^6}{15 \cdot 64 \cdot 8} \quad (4)$$

Puesto que hablamos de **usuarios**, buscamos un **número entero**¹, así que $N_{max} = 239$ usuarios.

Si hubiesen más de 239 usuarios que intentan acceder al canal (con las características indicadas) según el protocolo Aloha, el sistema se volvería inestable ya que no podría satisfacer a todas las peticiones que le llegan.

2. ¿Cuántos, si la longitud de las PDUs es de 1500 bytes?

Si ahora consideramos una longitud de las tramas mayor, según la Eq. (4) el número de usuarios ha de bajar para mantener el sistema estable (es decir, habrá menos usuarios, pero enviando tramas más largas). Bajo las mismas hipótesis hechas anteriormente, hallaríamos:

$$\frac{N \cdot \lambda_{nuevas} \cdot L}{R} \leq 0,184 \quad \leftrightarrow \quad N \leq \frac{S_{max} \cdot R}{\lambda_{nuevas} \cdot L} = \frac{0,184 \cdot 10 \cdot 10^6}{15 \cdot 1500 \cdot 8} = 10 \text{ usuarios} \quad (5)$$

3. ¿Qué pasa en este sistema si hay 10 usuarios, el tamaño de la PDU es de 1500 bytes y la tasa media de nuevas llegadas es de 50 PDU/s?

En el punto anterior hemos hallado que, con 10 usuarios que envían nuevas PDUs de 1500 bytes a una tasa de 15 PDU/s, el sistema se mantiene estable. Otra vez, si ahora, sin modificar nada, aumentamos la tasa de nuevas llegadas (o sea, los mismos usuarios de antes ahora tienen que enviar más a menudo), evidentemente el sistema recibe más demandas de las que puede soportar, empieza a haber más colisiones y finalmente el sistema satura/se vuelve inestable.

¹ Ojo que, si pidieran una tasa máxima (p.ej., bit por segundo, PDU/s, etc.), entonces **no debemos redondear a un entero**.

¿Cómo observo, matemáticamente, este hecho? Primero, vuelvo a hacer las hipótesis hechas en el punto 1:

- a. Hacemos la hipótesis de que el sistema es estable
- b. Si es estable, podemos usar la ecuación (1), o sea:

$$S = \frac{N \cdot \lambda_{nuevas} \cdot L}{R} = \frac{10 \cdot 50 \cdot 1500 \cdot 8}{10 \cdot 10^6} = 0,6 \quad (6)$$

Sabemos que el throughput máximo alcanzable en Aloha es 0,184, así que ¿cómo es posible que salga este valor? He aquí la importancia de entender por qué hay que subrayar que la Eq. (1) sólo es válida cuando el sistema es estable. Si no lo es, no podemos utilizarla. En este apartado, hemos demostrado por absurdo que el **sistema no es estable**.

Referencias

[1] Enrica Zola, Transparencias de IX – Tema 7, Mayo 2024. IX_Tema7_MecanismosAccesMedi.pdf