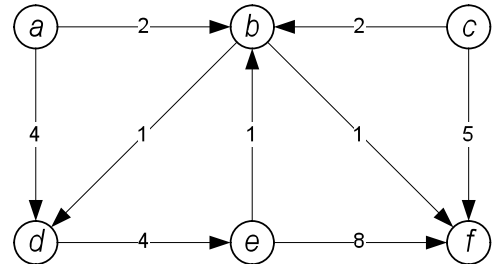


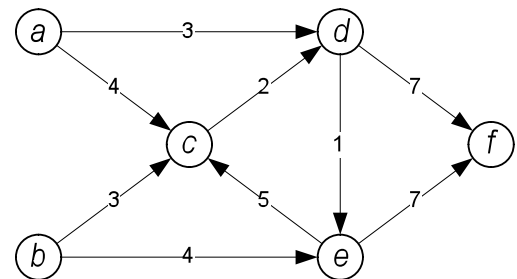
1. [4] Relativamente ao grafo dirigido da figura ao lado:

- [1] Indique uma ordenação topológica dos vértices do grafo;
- [1] Se o peso da aresta eb fosse -1 , não haveria ordenação topológica possível. Comente;
- [1] Indique o caminho de peso total mínimo entre os vértices a e f ;
- [1] Classifique o grafo como não conexo, conexo ou fortemente conexo, justificando a sua opção.

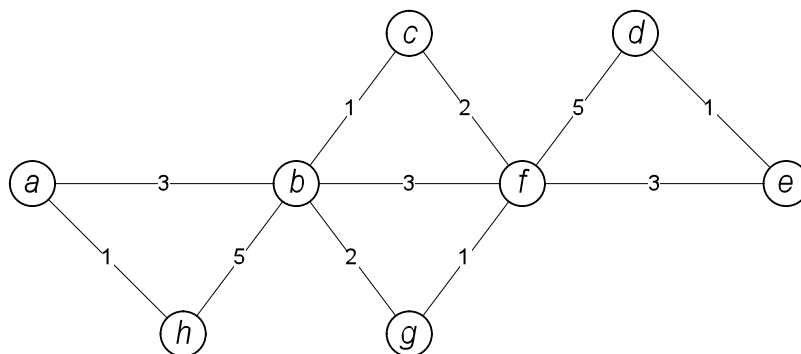


2. [1] Considere a rede de distribuição de água representada pelo grafo da figura ao lado:

- [1,5] Considerando que os nós a e b são ambos fontes, e que os números nos arcos da rede correspondem às capacidades máximas da tubagem respectiva, indique o fluxo máximo que se pode esperar no nó f .
- [0,5] Do ponto de vista do fluxo máximo, o que acontecerá se uma das fontes (a ou b) falhar?



3. [4] Considere o grafo não dirigido abaixo e responda às questões seguintes, mostrando todos os passos que efectuou para chegar à solução.



- [1] Indique uma árvore de expansão mínima.
- [1] Se aplicar os algoritmos de *Prim* e *Kruskal* na alínea anterior, pode-se obter diferentes árvores de expansão mínima? Justifique.
- [1] Indique, se existir, um caminho de *Euler* entre os vértices b e f .
- [1] Indique todos os pontos de articulação existentes.

-
- 4.** [5] Imagine que tem uma balança com dois pratos e um conjunto P de n pesos com valores p_1, p_2, \dots, p_n . Pretende-se distribuir os pesos pelos dois pratos da balança de forma a ficar equilibrada. Como não existe a certeza se tal solução existe dentro do conjunto P , o objectivo é minimizar a diferença de peso entre os pratos.
- a)** [3] Conceba um algoritmo eficiente (capaz de correr em tempo polinomial) que distribua os pesos pelos dois pratos da balança, minimizando a diferença de peso. Apresente o algoritmo por uma sequência de passos numerados e escritos em linguagem natural (português), auxiliado por expressões matemáticas ou pseudo-código (ou Java, se preferir) que julgar adequado para retirar ambiguidade. Indique, justificando, que técnica(s) de concepção de algoritmos aplicou neste caso.
- b)** [1] Indique, justificando, a complexidade temporal e espacial do algoritmo.
- c)** [1] Indique, justificando, se o algoritmo garante a solução óptima. No caso negativo, que outro tipo de algoritmo se poderia usar para encontrar a solução óptima.
- 5.** [5] Um ladrão profissional acabou de assaltar um museu. Planeou a sua fuga através da rede de metro, em que pretende sair e entrar em todas as estações do seu percurso de fuga para tentar despistar a Polícia que o persegue. Para tal, tenta otimizar o seu percurso escolhendo as estações com mais pessoas para passar mais despercebido.
- a)** [4] Com base nos algoritmos em grafos estudados, conceba um algoritmo o mais eficiente possível para determinar o melhor percurso de fuga a seguir. É dado o mapa do metro com as médias de ocupação de pessoas em cada estação, bem como as estações de partida e chegada. Apresentar os passos principais do algoritmo, explicando cada passo por palavras. Indique igualmente de que forma construiria o grafo de entrada.
- b)** [1] Indique, justificando, a eficiência temporal e espacial do algoritmo.

Boa Sorte