

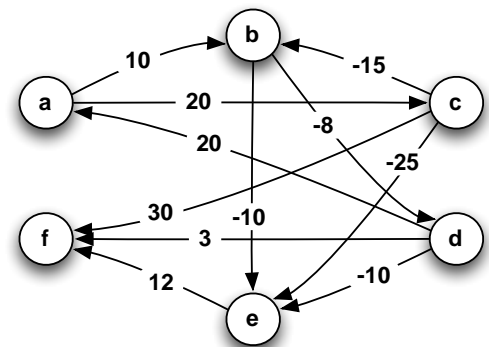
Nome do estudante: .....

**Informação aos estudantes:** A consulta permitida inclui slides das aulas teóricas, livros e outros materiais impressos. Não serão permitidas folhas manuscritas avulsas de qualquer tipo. Responder as questões 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6 aos pares, em folhas separadas. Todas as folhas, incluindo enunciado, devem ser devolvidas no final!

1. [4 Valores] Um turista em férias resolve percorrer de bicicleta a região que está a visitar. Para tal, e ao longo do seu percurso, existem pontos de aluguer de bicicletas. Antes de iniciar o percurso, é-lhe fornecida uma tabela com os custos de aluguer de bicicletas entre pontos; para  $1 \leq i \leq j \leq n$ ,  $f_{i,j}$  traduz-se no custo de aluguer entre os pontos de aluguer  $i$  e  $j$ . Estes custos são arbitrários, ou seja, é possível que  $f_{1,3}=10$  e  $f_{1,4}=5$ . O turista pretende começar no ponto de aluguer 1 e terminar no ponto de aluguer  $n$ . O objetivo é minimizar o custo total dos alugueres de bicicletas.

- a) [1 Valores] Indique qual a fórmula de recorrência  $m(i)$ , em que  $m$  devolve o custo de aluguer ótimo entre o ponto de aluguer  $i$  e o ponto de aluguer  $n$ , e que segmenta este problema em sub-problemas de resolução recorrente.
- b) [3 Valores] Usando programação dinâmica, elabore o algoritmo que obtém a solução ótima, indicando a ordem de complexidade do mesmo.

2. [2 Valores] Atente ao grafo dirigido da figura ao lado, e determine qual o caminho mais curto entre os nós  $a$  e  $f$ , indicando qual o algoritmo que utilizou e ilustrando todos os passos que tomou para chegar à solução.



3. [4 Valores] Pretende-se efetuar a compressão da seguinte frase “o rato roeu a rolha”.

- a) [2 Valores] Determine a árvore de codificação de Huffman para os símbolos da frase (não esqueça o caracter espaço). Explique detalhadamente todo o processo.
- b) [1 Valor] Usando a árvore da alínea anterior, apresente a codificação da frase “o rato”.
- c) [1 Valor] Compare o número de bits da frase codificada usando o código de Huffman determinada na alínea a) com o que resultaria do uso de um código (binário) de tamanho fixo.

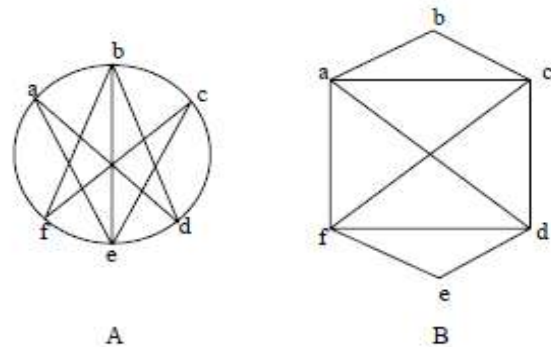
4. [4 Valores] Considere os grafos não dirigidos A e B apresentados na figura ao lado.

a) [1 Valor] Indique, para cada um dos grafos A e B, se este possui um caminho de Euler. Justifique.

b) [1 Valor] Indique, para cada um dos grafos A e B, se este possui um circuito de Euler. Justifique.

c) [1 Valor] Especifique para cada um dos grafos A e B, um circuito de Euler, caso exista.

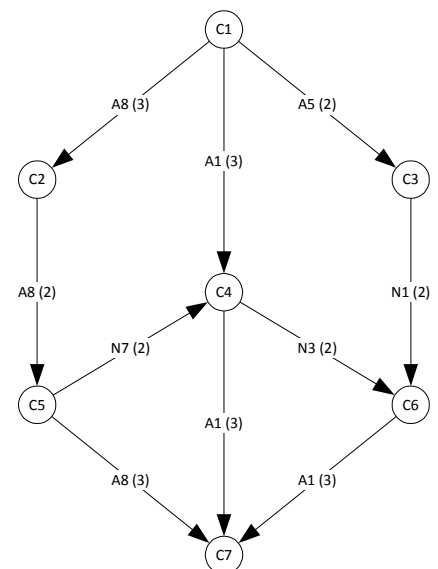
d) [1 Valor] Considere as situações: i) um empregado camarário precisa verificar o funcionamento dos sinais de trânsito de uma parte da cidade, analisando tais sinais em todas as intersecções de ruas; ii) um empregado de uma companhia de eletricidade efetua a leitura dos contadores dos clientes numa determinada zona residencial, que se encontram no exterior das casas. Para qual das situações descritas (ou ambas) é útil determinar um circuito de Euler? Justifique.



5. [3 Valores] O governo de um país decidiu melhorar as condições de acesso viário e construiu uma rede de auto-estradas a ligar as cidades C1, C2, C3, C4, C5, C6 e C7, como mostra o grafo da figura. Alguns troços da rede foram classificados como “auto-estradas” (A) e outros como “estradas nacionais” (N). Entre parenteses indica-se o número de vias do troço que, basicamente, limita o número máximo de veículos que podem por ali passar - no caso das auto-estradas, cada via admite um volume horário de 2.000 veículos, enquanto as vias nas estradas nacionais apenas 1.000 veículos. Para o projeto, estimou-se um número de viagens horárias entre C1 e C7 de 13.000.

a) [2 Valores] Verifique se a rede construída é capaz de dar resposta ao número estimado de viagens utilizado no projeto. Justifique.

b) [1 Valor] Se o governo autorizar uma concessionária a explorar a rede com cobrança de portagem num dos troços, qual troço seria o mais rentável para a concessionária? Justifique.



6. [3 Valores] Um estudante do liceu, ao entrar de férias, recebeu quatro livros do seu pai, de diferentes disciplinas, que lhe prometeu aumentar a mesada proporcionalmente aos livros que tivesse terminado de estudar, antes das aulas reiniciarem. Sabendo das suas aptidões, o estudante fez uma estimativa do número de dias necessários para estudar cada matéria, da seguinte forma: Matemática, livro de 24 páginas, levaria 6 dias; Português, livro de 84 páginas, levaria 14 dias; Ciências, livro de 80 páginas, levaria 8 dias; História, livro de 50 páginas, levaria 10 dias. Como lhe foi permitido não estudar durante os fins-de-semana, o estudante contou com 20 dias para cumprir com o pedido do seu pai. Utilizando a técnica de **Branch-and-Bound**, e sabendo que o número de páginas é importante para o pai, defina o número máximo de livros que o estudante seria capaz de estudar durante as férias.

Bom Exame!