

Mestrado Integrado em Engenharia Informática, MIEIC

Concepção e Análise de Algoritmos, CAL (2009-2010)

Exame com Consulta

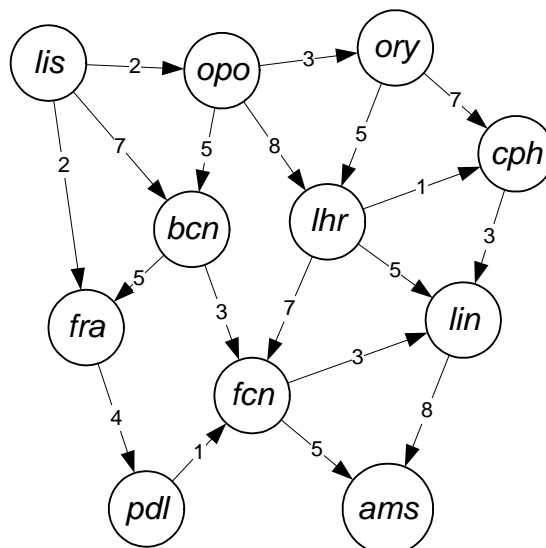
26 de Julho de 2010

Duração: 2 horas

Nome: _____

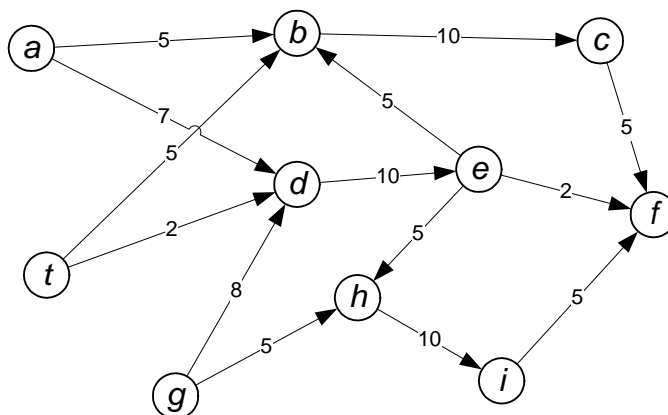
Número: _____

1. (4 Valores) Considere a rede de voos da companhia aérea **RecursoVaiàVida**, representada no grafo dirigido da figura ao lado. Os vértices representam aeroportos e as arestas representam as ligações existentes entre esses aeroportos. Os pesos das arestas representam o número de ligações. Responda às questões abaixo, justificando:



- [1] Indique duas ordenações topológicas, caso existam.
- [1] Indique um caminho correspondente ao maior número de ligações bem como o maior número de ligações possível, entre os aeroportos de Lisboa (lis) e de Amsterdão (ams).
- [1] A companhia aérea contratou um gestor de topo chamado **ComigoOuVaiOuRacha** e tomou a decisão de aumentar o número de ligações entre lhr e lin para 10. Qual é o impacto dessa decisão no maior número possível de ligações entre lis e ams? E nos caminhos correspondentes?
- [1] A companhia aérea chegou à conclusão que o gestor anterior não correspondia às necessidades e, por isso, contratou um outro chamado **ComigoIstoéPraCair**. A primeira decisão do novo gestor foi de anular as 10 ligações entre lhr e lin, substituindo-as por 5 ligações entre lin e lhr. Qual é o impacto desta decisão no maior número possível de ligações entre lis e ams? E na topologia do grafo?

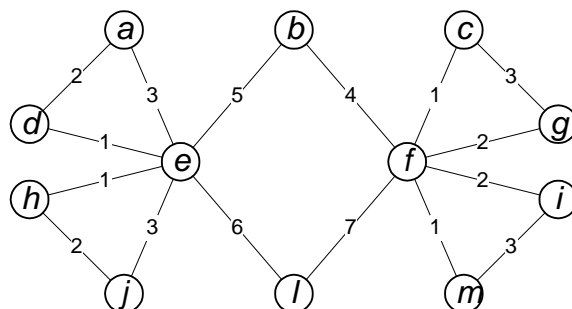
2. (4 Valores) Os **Umpa Lumpa** são homens pequeninos que trabalham na fábrica de chocolate de **Willy Wonka** e que fazem a ligação entre as várias estações de trabalho da fábrica. O grafo dirigido da figura ao lado representa a rede de produção da fábrica. Os vértices são estações de trabalho dos **DetestoUmpaLumpas** e as arestas representam os túneis por onde os **Umpa Lumpa** passam a correr. Os pesos das arestas indicam a capacidade máxima dos túneis em *umpalumpas por min*. Responda às questões abaixo, justificando:



- [1] Qual o fluxo total que se pode esperar na estação de trabalho f?
 - [2] Um número não determinado de **Umpa Lumpas** tropeçou no túnel correspondente à aresta (d, e) e, por isso, não se consegue garantir a capacidade máxima desse túnel. Indique os vários cenários possíveis relativamente ao que pode acontecer ao fluxo da rede.
 - [1] O túnel correspondente à aresta (e, f) é a subir com uma inclinação de 20%. Um **Umpa Lumpa** mais radical e discordante com as condições de trabalho, resolveu dinamitar o túnel. O que acontece ao fluxo da rede?
3. (4 Valores) Considere todos os caracteres da expressão “**Rússia não bebia Coca-cola. Agora, até Pepsi Cola!**”, incluindo espaços em branco e não considerando acentos ou se as letras são maiúsculas ou minúsculas:

- [1] Proponha um código de tamanho fixo para codificar a expressão, justificando a sua opção e indicando quantos bits precisa;
- [2] Utilize, demonstrando passo a passo, a codificação de Huffman para a mesma expressão;
- [1] Comente e compare os diversos tipos de codificação apresentados nas aulas, aplicados à expressão acima, no que refere às eficiências temporais e espaciais e sugira a melhor opção, justificando a sua resposta.

4. (4 Valores) Considere o grafo pesado, da figura ao lado, e responda às alíneas seguintes justificando e/ou apresentando todos os passos dos cálculos que efectuou:



- [1] Indique um “caminho de Euler” possível, caso exista;
- [1] Indique um “circuito de Euler” possível, caso exista;
- [1] Encontre um “Caminho do Carteiro Chinês”, a começar no vértice *a*, caso exista;
- [1] Caso existam, indique todos os pontos de articulação do grafo, demonstrando e/ou justificando a sua resposta.

5. (4 Valores) Imagine que na sua quinta no *Farmville*, pretende fazer uma colheita. No entanto, o seu tractor não tem combustível suficiente para fazer toda a colheita. Assim, apenas é possível percorrer o terreno numa única passagem, começando no canto superior esquerdo e terminando no canto inferior direito. Como o terreno tem plantações variadas, o lucro em cada cela varia, segundo um determinado valor apresentado na figura ao lado. Visto que o tractor não pode voltar para trás, correndo o risco de ficar sem combustível, isso implica que o movimento no terreno se tenha de fazer apenas movendo uma posição de cada vez, da esquerda para a direita ou de cima para baixo. Usando programação dinâmica, escreva uma solução óptima na qual se obtenha o valor máximo de lucro, respeitando estas restrições. A fórmula de recorrência para o cálculo das soluções intermédias é:

6	4	6	3	7	8	3	8
2	7	3	6	6	3	7	5
16	9	6	3	4	5	1	3
7	4	9	12	11	9	3	13
7	4	7	5	3	2	7	5
2	9	18	6	6	9	8	8
9	6	2	13	8	9	1	2
15	8	6	4	2	3	7	5
6	1	4	2	7	9	5	5

$$S[i,j] = A[i,j] + \max \begin{cases} S[i-1,j], & \text{se } i > 0 \\ S[i,j-1], & \text{se } j > 0 \\ 0, & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

Onde $A[i,j]$ é o valor do lucro disponível na cela (i,j) . Basta portanto construir a matriz S , de soluções intermédias, obtendo-se a melhor solução na posição $S(N-1,M-1)$, no caso de um terreno de $N \times M$ posições e em que a posição inicial é $(0,0)$. Para tal, S terá ser calculada da esquerda para a direita, e de cima para baixo no caso de se optar processar as linhas, ou então de cima para baixo e da esquerda para a direita no caso de se optar processar as colunas.

- [2,5]. Apresente um algoritmo que resolva este problema, recorrendo a programação dinâmica. Use linguagem natural estruturada, ou Java, para apresentar o algoritmo.
- [1,5]. Indique e justifique a complexidade espacial e temporal do algoritmo.

IMPORTANTE!

- O enunciado deve obrigatoriamente ser entregue com as folhas de resposta, e identificado com o nome e número do aluno;
- Responda às questões em folhas duplas, distribuindo-as da seguinte forma:

Questões 1 e 2

Questões 3 e 4

Questão 5