

**Complementos de Programação e Algoritmos**

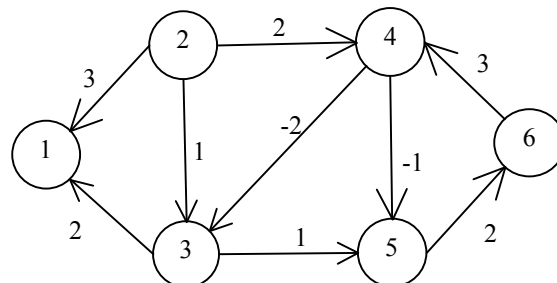
EXAME COM CONSULTA

**7 Julho de 2008**

DURAÇÃO: 2 horas

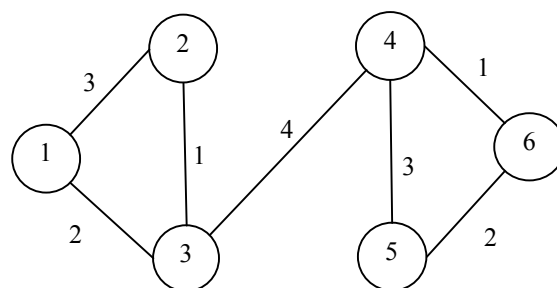
**1.** [5] Relativamente ao grafo dirigido da figura ao lado:

- [2] obtenha o caminho mais curto entre o vértice 2 e o vértice 6, aplicando passo a passo um algoritmo adequado estudado na disciplina;
- [1] indique se o grafo é conexo ou fortemente conexo, justificando.



Relativamente ao grafo não dirigido da figura ao lado indique, justificando:

- [1] a quantidade mínima de cabo para ligar todos os vértices (assumindo que os pesos indicam distâncias);
- [1] todos os pontos de articulação existentes.



**2.** [3] Considere a frase “este teste e chato”

- [1] Proponha justificando um código de tamanho fixo para codificar a frase e diga quantos bits precisa.
- [2] Se utilizar uma codificação de Huffman, quantos bits precisaria? Mostre os passos de construção da árvore que utilizou e quais os códigos associados a cada símbolo.

**3.** [6] Na prescrição electrónica de medicamentos, coloca-se o problema de distribuir o conjunto de medicamentos prescritos pelo médico para um paciente, por um número mínimo de impressos de prescrição (vulgo receita médica), atendendo a que cada impresso só aceita um número limitado de medicamentos e podem existir restrições que impedem misturar certos medicamentos no mesmo impresso.

Por exemplo, se o médico prescrever os medicamentos ABCDE, cada impresso só aceitar 3 medicamentos, e os pares de medicamentos CE, DE e BE não poderem ficar no mesmo impresso, uma solução possível é repartir os medicamentos por 2 impressos da seguinte forma: AE e BCD.

- [3] Conceba um algoritmo eficiente (capaz de correr em tempo polinomial) para efectuar a repartição dos medicamentos pelos impressos de prescrição, procurando minimizar o número de impressos de prescrição. Apresente o algoritmo por uma sequência de passos numerados e escritos em linguagem natural (português), auxiliado por expressões matemáticas ou pseudo-código que julgar adequado para retirar ambiguidade. Indique, justificando, que técnica(s) de concepção de algoritmos aplicou neste caso.
- [1] Ilustre a aplicação do algoritmo passo a passo ao exemplo dado.
- [1] Indique, justificando, a complexidade temporal e espacial do algoritmo.
- [1] Indique, justificando, se o algoritmo garante a solução óptima (com número mínimo de impressos). No caso negativo, indique um contra-exemplo e explique que outro tipo de algoritmo se poderia usar para encontrar a solução óptima.

**4.** [6] Pretende-se construir uma infra-estrutura pública (hospital, posto de bombeiros, etc.) para servir um conjunto de cidades.

Essa infra-estrutura deve ser localizada na cidade mais "central", no sentido de estar o mais perto possível da cidade mais distante.

Por exemplo, relativamente às cidades indicadas no mapa ao lado, a cidade de Viseu é a mais central (a uma distância de 250 km das cidades mais distantes - Viana do Castelo e Bragança).



- a) [3] Com base nos algoritmos em grafos estudados, conceba um algoritmo eficiente para determinar a cidade mais central. É dado um mapa de estradas com as cidades e distâncias, semelhante ao apresentado na figura. Apresente o algoritmo por uma sequência de passos numerados e descritos em linguagem natural (português), auxiliado eventualmente por expressões matemáticas ou pseudo-código para retirar ambiguidade.
- b) [1] Ilustrar a aplicação do algoritmo para o exemplo dado.
- c) [1] Indique, justificando, a eficiência temporal e espacial do algoritmo.
- d) [1] Suponha agora que é necessário assegurar uma certa distância máxima em relação a qualquer das cidades a servir, instalando a infra-estrutura em mais do que uma cidade se necessário. Por exemplo, se quisermos instalar urgências de pediatria que distam no máximo 100km de qualquer cidade do mapa acima, poder-se-iam instalar urgências em Guarda, Aveiro, Braga e Bragança. Esboce e indique a eficiência de um algoritmo para resolver este problema (isto é, seleccionar um conjunto mínimo de cidades de forma a que todas as outras distem no máximo uma certa distância de uma cidade seleccionada).