

**Complementos de Programação e Algoritmos (Época de Recurso)**

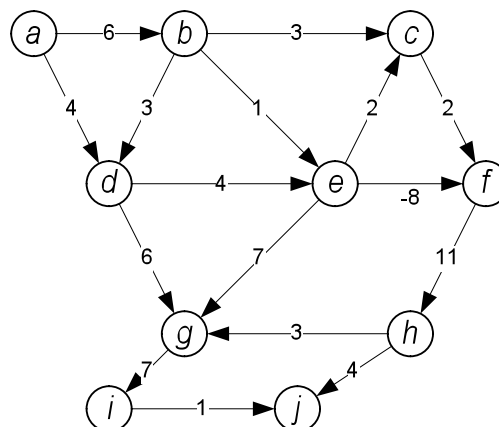
EXAME COM CONSULTA

**13 Julho de 2009**

DURAÇÃO: 2 horas

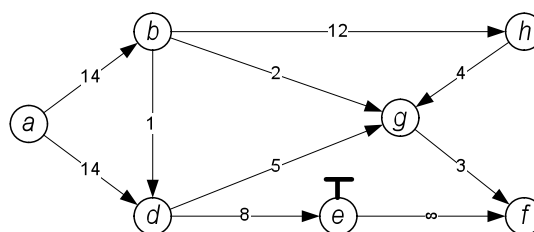
**1.** [2] Relativamente ao grafo dirigido da figura ao lado, responda justificando:

- [1] Indique uma ordenação topológica dos vértices do grafo, se houver;
- [1] Indique o caminho de peso total mínimo entre os vértices *a* e *j*;

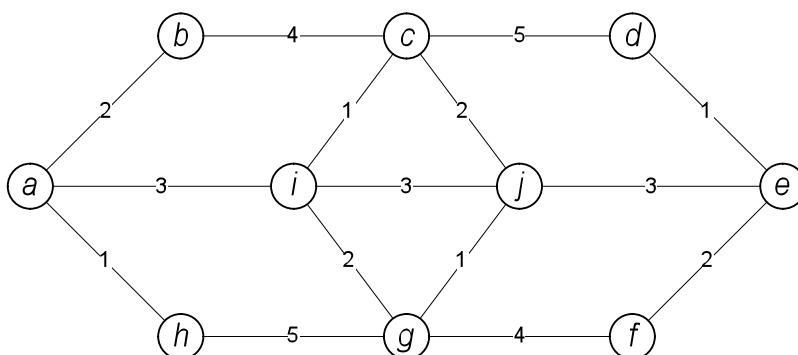


**2.** [2 valores] Considere a rede de distribuição de água representada pelo grafo da figura ao lado. Considere também que os números nos arcos da rede correspondem às capacidades máximas da tubagem respectiva, o nó *a* é fonte, os nós *f* e *h* são ambos drenos, e o nó *e* possui uma válvula controlável de capacidade máxima de 10 unidades de fluxo. Responda às questões seguintes justificando a sua resposta:

- [1] Qual o máximo fluxo que se pode esperar no nós *f* e *h*, conjuntamente?
- [1] Caso a válvula do nó *e* seja fechada pela metade, que efeito será observado no fluxo dos nós *f* e *h*?



**3.** [4] Considere o grafo não dirigido abaixo e responda às questões seguintes, mostrando todos os passos que efectuou para chegar à solução ou justificando a sua resposta.



- [1] Indique uma árvore de expansão mínima, utilizando o algoritmo de **Prim**.
- [1] Ao multiplicarmos o peso da aresta *i-j* por (-1), o algoritmo de **Kruskal** deixará de funcionar? Explique.
- [1] Indique um caminho de **Euler** entre os vértices *a* e *e*, se existir.
- [1] Indique todos os pontos de articulação existentes.

Nas questões 4, 5 e 6, apresente o algoritmo desenvolvido por uma sequência de passos numerados e escritos em linguagem natural (português), auxiliado por expressões matemáticas ou pseudo-código (ou Java, se preferir) que julgar adequado para retirar quaisquer ambiguidades.

**4.** [3 valores] É-lhe pedido para colocar um conjunto de  $n$  crianças em fila indiana, assim como também lhe é fornecida uma lista de  $m$  declarações do tipo “criança  $i$  não gosta da criança  $j$ ”. Se  $i$  não gosta de  $j$ , então não é desejável que  $i$  fique em alguma posição atrás de  $j$ ; caso contrário,  $i$  seria capaz de atirar qualquer coisa à cabeça de  $j$  e provocar zaragata. Construa um algoritmo que ordene a fila desejada em tempo  $O(m + n)$ , ou justifique caso não seja possível.

**5.** [3 valores] Conceba um algoritmo de tempo de execução linear que recebe como entrada um grafo dirigido acíclico  $G = (V, E)$  e dois vértices,  $s$  e  $t$  pertencentes a  $V$ , e retorna o número de caminhos entre  $s$  e  $t$  em  $G$ . O algoritmo precisa apenas contar e devolver o número de caminhos, e não listá-los.

**6.** [6 valores] Um sistema de planeamento de viagens para utentes de transportes públicos pretende oferecer um serviço que permita planear viagens multi-modais, ou seja, definindo-se o ponto de origem e de destino da viagem, o sistema é capaz de sugerir, de acordo com dadas restrições, a melhor combinação de meios de transportes, incluindo autocarros, metro, ou percursos a pé. Considere que as redes de autocarro e metro são conhecidas, assim como a localização das respectivas paragens. O custo de viagem é equivalente à soma dos tempos necessários para transpor cada arco da rede. Considere também que as pessoas movem-se ao longo dos eixos da rede viária (rede de autocarros e carros), nos passeios e que todas as velocidades médias são conhecidas (para autocarros, metro e pessoas a pé).

**a)** [5] Com base na teoria dos grafos conceba um algoritmo eficiente para determinar o melhor plano de viagem que combine os transportes necessários para minimizar o tempo de percurso a pé, seguido da minimização do tempo de viagem em transportes.

**b)** [1] Comente a eficiência temporal e espacial do algoritmo concebido.

**ATENÇÃO!** Entregue o exame em duas partes separadas, a primeira contendo as questões 1, 2 e 3, e a segunda contendo as questões 3, 4 e 5.

**Boa Sorte!**