Übung 7

Kreisprozesse

Aufgabe 1

Eine Wärmekraftmaschine arbeitet mit einer Temperatur der Wärmequelle von 1000 K und einer Temperatur der Wärmesenke von 300 K. Der Wirkungsgrad soll erhöht werden, indem entweder die Temperatur der Wärmequelle oder der Wärmesenke um 100 K geändert wird.

Ist es effektiver die Temperatur der Wärmequelle auf 1100 K zu erhöhen, oder die Temperatur der Wärmesenke auf 200 K zu erniedrigen?

Gegebene Größen und Annahmen

$$T_W = 1000\,\mathrm{K}$$
$$T_K = 300\,\mathrm{K}$$

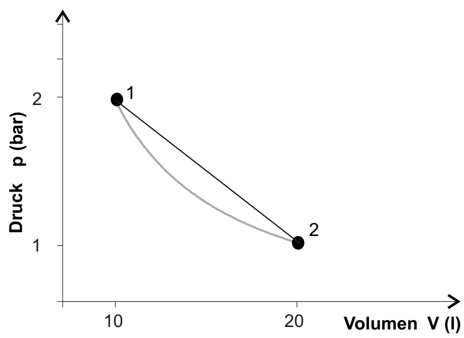
$$\eta = \frac{\Delta T}{T_W} = \frac{T_W - T_K}{T_W}$$

T_w	T_K	η
1000 K	300 K	0,7
1100 K	300 K	0,73
1000 K	200 K	0,8

$\Rightarrow$ Das Absenken der unteren Temperatur auf 200 K ist effektiver als das Anheben der oberen Temperatur.

Aufgabe 2

Ein Mol eines idealen Gases kann so expandieren, dass im p-V-Diagramm in der Abbildung die gerade Linie vom Zustand 1 zum Zustand 2 durchlaufen wird. Dann wird es isotherm vom Zustand 2 auf den Zustand 1 komprimiert. Berechnen Sie die Arbeit, die das Gas in diesem Zyklus verrichtet.



Gegebene Größen und Annahmen

$$p_1 = 2\,\text{bar} = 2 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 2 \cdot 10^5\,\text{N/m}^2 = 2 \cdot 10^5\,\text{kg/(s}^2\,\text{m)}$$
$$p_2 = 1\,\text{bar} = 1 \cdot 10^5\,\text{Pa}$$
$$V_1 = 10\,\text{L} = 1 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^3$$
$$V_1 = 20\,\text{L} = 2 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^3$$

$$\begin{aligned}
p(V) &= \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} \cdot (V - V_1) + p_1 \\
&= \frac{-1\,\text{bar}}{10\,\text{L}} \cdot (V - 10\,\text{L}) + 2\,\text{bar} \\
&= -\frac{1}{10}\frac{\text{bar}}{\text{L}} \cdot V + 3\,\text{bar} \\
W_{12} &= -\int_1^2 p\,(V)\,dV \\
&= \left[\frac{1}{20}\frac{\text{bar}}{\text{L}} \cdot V^2 - 3\,\text{bar} \cdot V\right]_1^2 \\
&= 20\,\text{bar L} - 60\,\text{bar L} - 5\,\text{bar L} + 30\,\text{bar L} \\
&= -15\,\text{bar L} \\
&= -15 \cdot 10^5\,\text{N/m}^2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \\
&= \underline{-1500\,\text{J}}
\end{aligned}$$

Alternative: Berechnung über Trapezregel (Fläche unter dem Zustandswechsel im $p-V$-Diagramm)

$$\begin{aligned}
W_{12} &= (V_2 - V_1) \cdot p_2 + \tfrac{1}{2}\,(V_2 - V_1) \cdot (p_2 - p_1) \\
&= -\tfrac{1}{2}\,(V_2 - V_1) \cdot (p_2 + p_1) \\
&= -\tfrac{1}{2}\,(20\,\text{L} - 10\,\text{L}) \cdot (2\,\text{bar} + 1\,\text{bar}) \\
&= \underline{-1500\,\text{J}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{21} &= -nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \\
T &= \frac{p_1 V_1}{nR} \\
&= \frac{2 \cdot 10^5\,\text{kg/(s}^2\,\text{m)} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3}{1\,\text{mol} \cdot 8{,}314\,\text{J/(mol K)}} \qquad (1\,\text{J} = 1\,\text{kg m}^2/\text{s}^2) \\
&= 241\,\text{K} \\
W_{21} &= 1386\,\text{J} \\
W_{ges} &= W_{12} + W_{21} \\
&= \underline{-114\,\text{J}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

Ein Motor nimmt in einer Minute 12 000 kJ durch Verbrennung des Treibstoffs auf und gibt 10 800 kJ an das Kühlwasser ab.

Gegebene Größen und Annahmen

$$Q_W = 12\,000\,\mathrm{kJ} = 12\,\mathrm{MJ}$$
$$Q_K = 10\,800\,\mathrm{kJ} = 10{,}8\,\mathrm{MJ}$$

Wie groß ist die verrichtete Arbeit pro Minute?

$$\begin{aligned} |W| &= |Q_W| - |Q_K| \\ &= 12\,\mathrm{MJ} - 10{,}8\,\mathrm{MJ} = \underline{1{,}2\,\mathrm{MJ}} \text{ pro Minute} \end{aligned}$$

Wie groß ist der Wirkungsgrad des Motors in Prozent?

$$\begin{aligned} \eta &= \left|\frac{W}{Q_W}\right| \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{MJ}}{12\,\mathrm{MJ}} \\ &= \underline{0{,}1} \end{aligned}$$

Wie groß ist die abgegebene Leistung?

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{1{,}2 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{60\,\mathrm{s}} \\ &= \underline{20\,000\,\mathrm{W} = 20\,\mathrm{kW}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Ein Motor hat eine Leistung von 5 kW und einen Wirkungsgrad von 25%, dabei gibt er 8 kJ Wärmeenergie pro Zyklus ab.

Gegebene Größen und Annahmen

$$P = 5\,\mathrm{kW} = 5000\,\mathrm{J/s}$$
$$Q_K = 8\,\mathrm{kJ} = 8000\,\mathrm{J}$$
$$\eta = 0{,}25$$

a Welche Energie nimmt er pro Zyklus auf?

$$\begin{aligned} \eta &= \left|\frac{W}{Q_W}\right| \\ &= \left|\frac{Q_W - Q_K}{Q_W}\right| \\ \Rightarrow Q_W &= \frac{Q_K}{1-\eta} \\ &= \frac{8000\,\mathrm{J}}{1 - 0{,}25} \\ &= \underline{10\,667\,\mathrm{J} = 10{,}667\,\mathrm{kJ}} \end{aligned}$$

b Wie lange dauert ein Zyklus?

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{W}{\Delta t} \\
\Rightarrow \Delta t &= \frac{Q_W - Q_K}{P} \\
&= \frac{10\,667\,\mathrm{J} - 8000\,\mathrm{J}}{5000\,\mathrm{J/s}} \\
&= \underline{0{,}53\,\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5

Sie wollen mit Ihrem Gefrierschrank innerhalb von einer halben Stunde 0,5 l Eiswürfel produzieren. Schaffen Sie es?

Gegebene Größen und Annahmen

$$
\begin{aligned}
\varepsilon &= 6 \\
P_{el} &= 250\,\mathrm{W} = 250\,\mathrm{J/s} \\
\Delta t_{Soll} &= 0{,}5\,\mathrm{h} = 1800\,\mathrm{s} \\
V &= 0{,}5\,\mathrm{L} = 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^3 \\
T_0 &= 10\,°\mathrm{C} \\
\eta &= 0{,}1 \\
L_S &= 333{,}5\,\mathrm{kJ/kg} = 333\,500\,\mathrm{J/kg} \\
c_W &= 4180\,\mathrm{J/(kg\,K)} \\
\rho &= 1000\,\mathrm{kg/m^3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_{ges} &= Q_S + \Delta Q \\
&= mL_S + mc_W \Delta T \\
&= \rho V \cdot (L_S + c_W \cdot (T_0 - T_S)) \\
&= 1000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^3}\,(333\,500\,\mathrm{J/kg} + 4180\,\mathrm{J/(kg\,K)} \cdot (10\,°\mathrm{C} - 0\,°\mathrm{C})) \\
&= 187\,650\,\mathrm{J} \\
Q_{Ges} &= P_{el} \eta \varepsilon \Delta t \\
\Rightarrow \Delta t &= \frac{Q_{Ges}}{P_{el} \eta \varepsilon} \\
&= \frac{187\,650\,\mathrm{J}}{250\,\mathrm{J/s} \cdot 0{,}1 \cdot 6} \\
&= \underline{1251\,\mathrm{s} \approx 21\,\mathrm{min} < \Delta t_{Soll}}
\end{aligned}
$$

In diesem Kühlschrank ist es möglich, innerhalb einer halben Stunde 0,5 L Eis zu produzieren.