COSE 214 final term

I've solved all problems myself.

1. A를 {p is a polynomial with an integral root}라 하자. A가 np hard임을 보이면 되는데 이것은 np-completeness의 속성을 통해 살펴볼 수 있다.

np-completeness의 속성을 살펴보면 A는 3sat의 reduction을 사용하여 np complete 임을 보일 수 있다.

3sat는 다음 사실을 통해 표현할 수 있다.

~a=(1-a)

a and b =(ab)

a or b = (a +b- ab)

함수 f(a,b,c)는 a,b,c,가 0또는 1의 값을 갖기 때문에 8가지 경우의수를 가진다.

모든 clause를 하나로 대체하는 알고리즘이 사용될 수 있고 곱셈을 넣기 위해 사용되기도 한다.

f(a or b or ~c)=[(a+b-ab)+(1-c)-(a+b-ab)(1-c)]

위 알고리즘의 running time 은 선형이다. 결과적으로 integral root를 구성하는 polynomial behavior 를 보여준다. 이것은 비결정적이므로 NP에 존재하지 않는다.

따라서 A는 np-hard임을 증명하였다.

2.(1)give 3 different definitions for np

-np는 polynomial 시간에 nondeterministically로 해결 가능한 문제들의 집합이다.

예를 들어 결정문제 x에 대해 입력값이 참인지 거짓인지를 polynomial 시간에 nondeterministically로 해결하는 알고리즘이 존재한다면 x는 np이다.

-np는 polynomial 시간에 deterministically로 검증 가능한 문제들의 집합으로도 볼 수 있다.

예를 들어 결정문제 x에대해 입력과 입력크기의 다항식으로 표현되는 크기를 가지는 certificate를 모두 제공받고 polynomial 시간에 deterministically로 검증하는 알고리즘이 존재한다면 x는 np이다.

-어떤 certificate 가 다항시간에 verify 할 수 있으면 그 문제는 class np에 속한다.

(2) show that 3 coloring problem belongs to np using each of these definitions.

3coloring problem 은 문제에 지정된 입력에 따라 달라진다. 3coloring problem 의 예는 방향성이 없는 G(V,E)인고 task는 각각의 이웃에 다른 색상으로 3개의 다른 색상만 사용하여 각각의 꼭지점 V에 대한 색상 할당이 가능한지를 확인하는 것이다. np-complete problem 은 np 와 np-hard문제이므로 다음과 같이 두가지로 나눠 증명할 수 있다.

1. 문제자체가 np class이다.

2. np class의 다른 모든 문제는 다항식 시간을 축소 할 수 있다.

만약 어떤 문제가 np에 있고 문제의 instance(그래프와 각 꼭지점이 3가지 색상에서 색을 할당)가 주어지면 certificate이 polynomial 시간에 증명될 수 있다. 그래프 G의 edge(u,v)에 대한 색상이 c(u)!=c(v)와 같은지 확인한다.

따라서 assignment는 O(v+E)에 대한 그래프의 polynomial 시간에서 정확성을 확인할 수 있다.

I've solved all problems myself