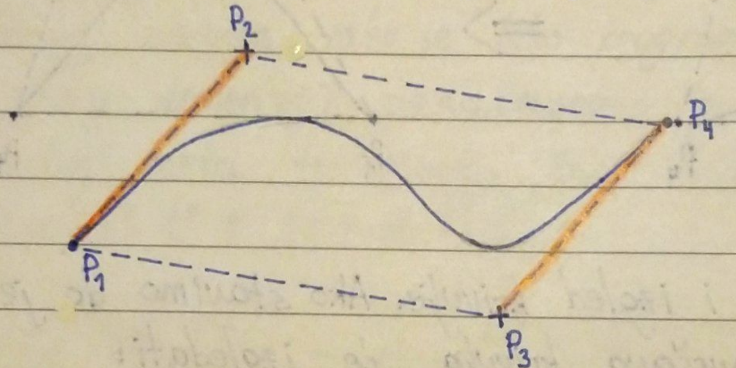
Ana Erdeljac

Osvrt na predavanje „Bezierova krivulja"

Bezierova krivulja je glavna krivulja, odnosno temelj vektorske grafike. Ona ima bitnu karakteristiku, a to je da na temelju postavljanja četiri točke možemo unaprijed predvidjeti rasprostiranje krivulje. Prednost ove krivulje u odnosu na druge je da sa četiri točke možemo predvidjeti kako će krivulja izgledati. Postoji matematička veza između točaka P_1 i P_2 te točaka P_3 i P_4.

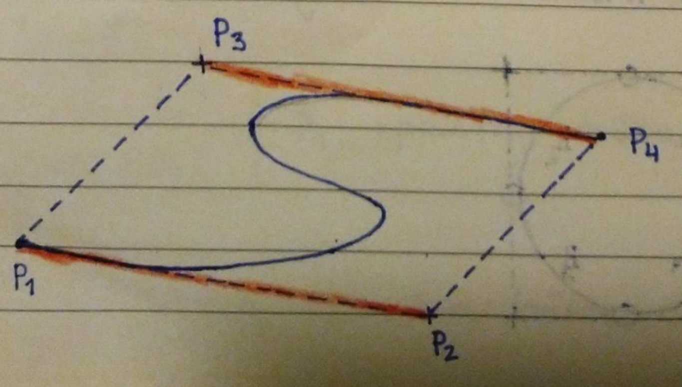
Skica:



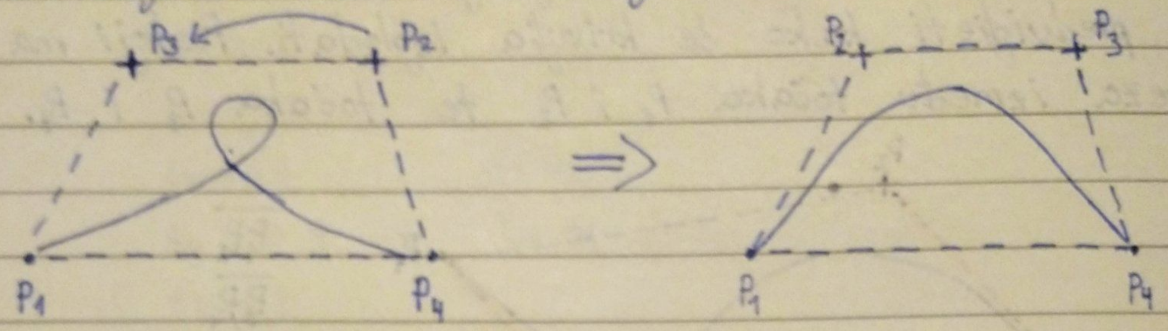
$\overline{P_1P_2}$

$\overline{P_3P_4}$

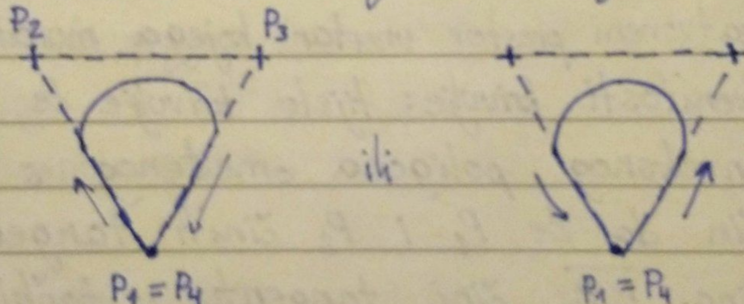
Poligon označava zatvoreni prostor unutar kojega moramo nacrtati krivulju zbog zakonitosti krivulje: tijelo krivulje će se uvijek rasprostirjeti unutar konveksnog poligona omeđenog s 4 točke. To se događa na način da će P_1 i P_2 činiti tangentu na točku P_1 krivulje, a dužina $\overline{P_3P_4}$ čini tangentu u točki P_4 na krivulju. S krivuljom se ne smije izaći izvan poligona. Tangenta $\overline{P_1P_2}$ govori kako krivulja mora ući u točku P_1, isto tako $\overline{P_3P_4}$ govori kako krivulja mora ući u točku P_4. Ako preindeksiramo točke:



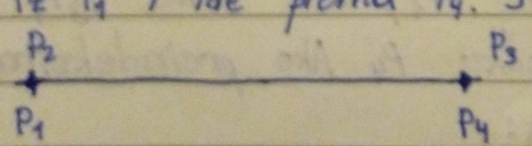
Ove dvije krivulje su napravljene sa istom pozicijom točaka, samo su drukčije preindeksirane. Bezierova krivulja pripada u porodicu predvidljivih krivulja, što znači da s položajem ovih četiri točaka možemo unaprijed dizajnirati krivulje.
Može doći do problema petlje, u tom slučaju s mišem premjestimo točke i dobijemo novu indeksaciju točaka.



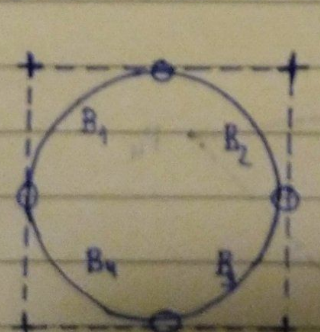
Indeksacija utječe na tok i izgled krivulje. Ako stavimo da je početak krivulje tamo gdje i završava krivulja će izgledati:



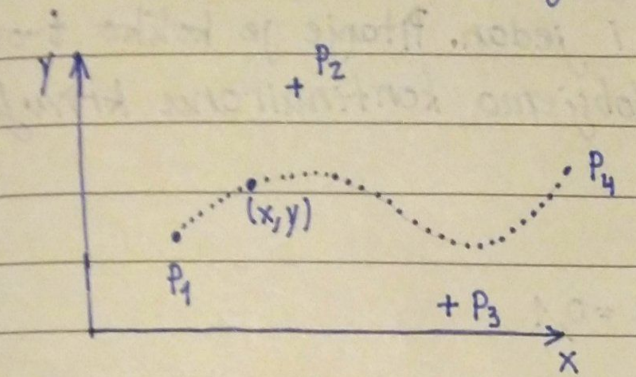
Krivulja kreće iz P_1 i ide prema P_4. S ovom krivuljom se rade i dužine.



Kružnice radimo tako da imamo četiri krivulje.



Matematički izvod Bezierove krivulje.



(P_1^x, P_1^y)

(P_2^x, P_2^y)

(P_3^x, P_3^y)

(P_4^x, P_4^y)

↳ koordinate točaka

Bezierova krivulja je definirana s osam brojeva. Ona je parametarska krivulja trećeg stupnja, zato se lako programira. Kada definiramo krivulju u jednoj dimenziji označavamo je sa $C(t)$ gdje je t parametar koji crta tu krivulju. Zapis u matičnoj formi:

$$C(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \times B \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \Sigma=0 \\ \Sigma=0 \\ \Sigma=0 \\ \Sigma=1 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} \Sigma=0 & \Sigma=0 & \Sigma=0 & \Sigma=1 \end{array} & \end{array}$$

Bezierova matrica

$$\begin{aligned} x(t) = {} & (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^x + \\ & + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^x + \\ & + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^x + \\ & + (t^3) \cdot P_4^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(t) = {} & (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^y + \\ & + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^y + \\ & + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^y + \\ & + (t^3) \cdot P_4^y \end{aligned}$$

Ovaj par jednadžbi zajedno s parametrom t stvara točkice i crta cijelu krivulju.

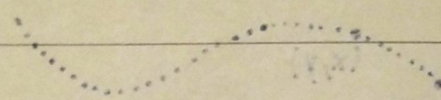
$t = \emptyset$ $\quad \left.\begin{array}{l} x(0) = P_1^x \\ y(0) = P_1^y \end{array}\right] P_1$ → početna točka

$t \in [0, 1]$

$t = 1$ $\quad \left.\begin{array}{l} x(1) = P_4^x \\ y(1) = P_4^y \end{array}\right] P_4$ → zadnja točka

Sve točke koje čine krivulju crtaju se pomoću parametara t koji moraju biti između nula i jedan. Pitanje je koliko t-ova, odnosno točkica treba da dobijemo kontinuiranu krivulju.

Δt $\quad \Delta t = 0,1$



$t_0 = \emptyset$

$t_1 = t_0 + \Delta t = \emptyset + 0,1 = 0,1$

$t_2 = 0,2$

$t_3 = 0,3$

$t_4 = 0,4$ $\qquad \Delta t = 0,1$

$\vdots$

$t_9 = 0,9$ $\qquad$ ↳ 11 t-ova (krivulja ima 11 točaka)

$t_{10} = 1$

$\frac{1}{\Delta t} + 1$ → broj točaka ako nam je zadan Δt

Različiti softveri koriste spojne bezier točke. Imamo tri vrste spojnih točaka:
1. kutni spoj → $BCP_{izl} \neq BCP_{ul}$, neovisan je
2. krivuljni spoj → $BCP_{izl} = f$ pravca (BCP_{ul}, spojna točka)
3. tangentni spoj → rješava problem kako da napravimo idealan zavoj, odnosno promjenu smjera