



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

**PROJETO 5  
PROPAGAÇÃO DE INFORMAÇÃO - VACINAÇÃO NOS MODELOS SIS E SIRS**

**Nomes:** Ana Júlia de Oliveira Bellini  
Luiz Filipe Moraes Saldanha Oliveira  
Willian Dihanster Gomes de Oliveira

**RA:** 111774  
**RA:** 112229  
**RA:** 112269

**SÃO JOSÉ DOS CAMPOS  
2018**

## Introdução

Um surto caracteriza-se pelo aumento repentino do número de casos de uma certa doença em regiões específicas, como em um bairro. Já a epidemia é uma situação em que ocorre o surto de uma doença em diversas regiões, seja em cidades, estados ou regiões de um país, como por exemplo, uma epidemia de dengue pelo Brasil.

Existem diversos modelos matemáticos na Epidemiologia que descrevem a propagação de doenças através de indivíduos de uma comunidade, sendo dois deles os modelos SIS e SIRS.

Para combater doenças infecciosas que se propagam seguindo estes dois modelos, existem diversos métodos de vacinação, como aplicar vacinas nos maiores grupos, nos menores, entre outros. Neste trabalho, quatro métodos de vacinação serão testados contra doenças cuja transmissão seguem os modelos SIS e SIRS.

## Objetivos

O objetivo deste projeto é analisar os efeitos dos diferentes métodos de vacinações entre as comunidades em uma rede modular sobre a propagação de doenças que se comportam segundo os modelos SIS e SIRS.

## Rede Modular

É uma rede em que sua estrutura permita a separação em comunidades ou módulos. Esses módulos podem ser vistos como grupos ou sub-redes dentro da rede e se assemelham com modelos de relacionamento da vida real como as redes sociais, redes metabólicas e regulares. [1]

Essa rede pode ser modelada como um grafo  $G = (V, E, \psi_G)$ , em que  $V$  é um conjunto de vértices não vazio,  $E$  é o conjunto de arestas e  $\psi_G$ , uma função de incidência que associa uma aresta de  $E$  sobre dois vértices de  $V$  [2].

Nessa rede é possível detectar comunidades, que são um conjunto de vértices que estão mais conectados entre si, e menos conexões com vértices fora da comunidade, como a Figura 1 a seguir.

Neste trabalho, foram geradas redes com uma variação nesse número de comunidades para chegar a propagação da rede em diferentes redes, seguindo a implementação encontrada em [3].

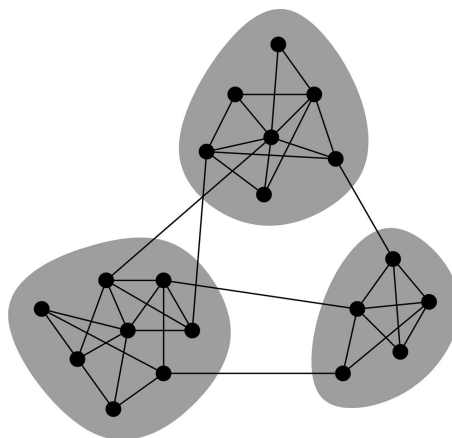


Figura 1: Uma rede modular com a presença de 3 comunidades.

## SIS e SIRS

O modelo SIS (Suscetível - Infectado - Suscetível) descreve doenças em que um indivíduo está saudável (suscetível à doença), ou está doente, com uma certa probabilidade de cura. Após

o indivíduo se curar, ele volta a ficar suscetível. Este modelo é mais usado para doenças causadas por agentes bacterianos, como malária e meningite.

O modelo SIRS (Suscetível - Infectado - Recuperado - Suscetível), por sua vez, é usado para descrever doenças em que um indivíduo, após se recuperar, adquire imunidade à doença por um certo tempo, voltando a ser suscetível depois. Descreve doenças como a gripe H1N1. [4, 5]

### **Métodos de Vacinação**

Foram testados quatro métodos de vacinação, a vacina testada confere ao indivíduo imunização total contra a doença. Levando em consideração a estrutura da rede, os métodos de vacinação se diferenciam entre si pela escolha nas comunidades onde as campanhas de vacinação se iniciarão. Os métodos utilizados foram os seguintes:

- Método 1 - A vacinação inicia-se na maior comunidade da rede, após todos os indivíduos da maior comunidade serem vacinados, a vacinação passa para a segunda maior e assim em diante;
- Método 2 - Semelhante à primeira, mas a vacinação começa na menor comunidade, depois na segunda menor e assim em diante;
- Método 3 - A vacinação é distribuída entre  $n$  maiores grupos, após um dos grupos ser finalizado, a vacinação passa para a próxima maior comunidade que ainda não está tendo uma campanha de vacinação e assim em diante;
- Método 4 - É um método semelhante ao terceiro, mas a vacinação é distribuída entre as  $n$  menores comunidades da rede.

### **Modelagem Computacional**

O programa é implementado na linguagem C e considera a propagação da informação através de um grafo representado por uma lista de adjacências. Além disso, esse grafo é lido por um arquivo gerado pela implementação [3] que gera redes com um dado número de vértices e um número de comunidades por exemplo.

Sendo assim, no programa, há uma rede modular representada por um grafo e também uma lista das comunidades em que cada vértice pertence para fins de estudos e comparação da eficácia dos métodos dado essas comunidades.

### **Resultados**

Os métodos de vacinação foram analisados em doenças com propagação seguindo os modelos SIS e SIRS e em diferentes redes modulares, a seguir seguem os resultados obtidos em ambos os modelos em três redes diferentes, com diferentes graus médios, tamanhos dos grupos e porcentagem de relações entre grupos, mas com mesmas probabilidades de infecção e recuperação.

Alguns dos parâmetros utilizados foram:

- Rede 1
  - População inicial - 1000
  - Probabilidade de infecção por interação - 5%
  - Probabilidade de recuperação por dia - 35%

- Número de infectados inicialmente - 200
- Tempo de imunização (SIRS) - 7 dias
- Quantidade de pessoas vacinadas a cada 7 dias - 20
- Quantidade de grupos nos quais há vacinação simultânea - 5
- Quantidade total de grupos - 32
- Rede 2
  - População inicial - 1000
  - Probabilidade de infecção por interação - 5%
  - Probabilidade de recuperação por dia - 35%
  - Número de infectados inicialmente - 50
  - Tempo de imunização (SIRS) - 7 dias
  - Quantidade de pessoas vacinadas a cada 7 dias - 20
  - Quantidade de grupos nos quais há vacinação simultânea - 2
  - Quantidade total de grupos - 20
- Rede 3
  - População inicial - 1000
  - Probabilidade de infecção por interação - 5%
  - Probabilidade de recuperação por dia - 35%
  - Número de infectados inicialmente - 50
  - Tempo de imunização (SIRS) - 7 dias
  - Quantidade de pessoas vacinadas a cada 7 dias - 27
  - Quantidade de grupos nos quais há vacinação simultânea - 3
  - Quantidade total de grupos - 54

Os resultados das simulações podem ser conferidos nas Figuras a seguir.

## 1. SIS básico

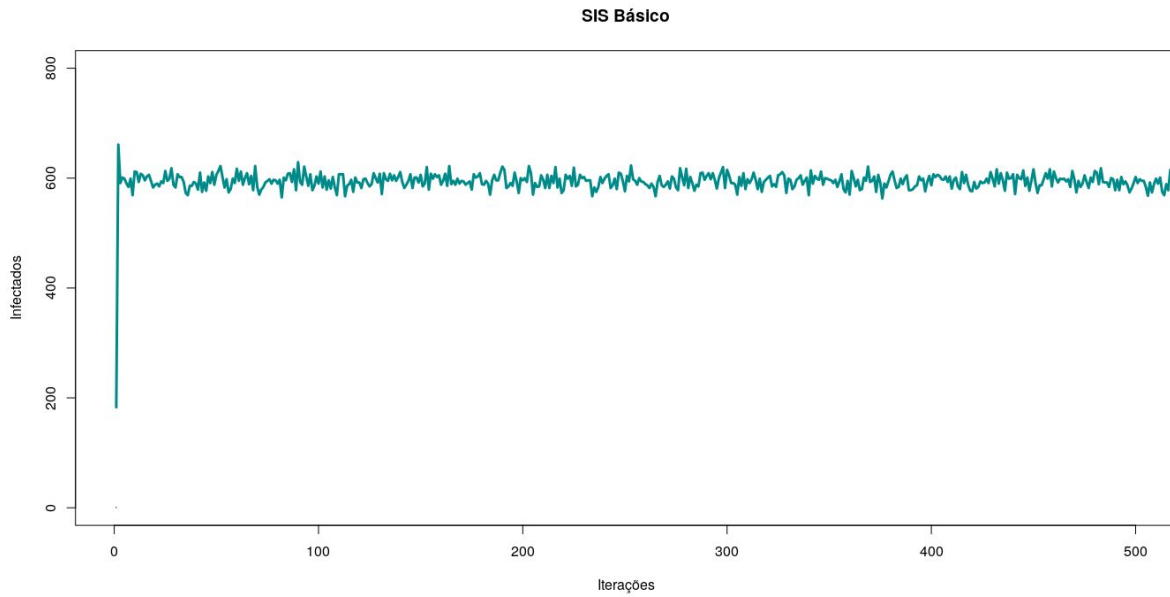


Figura 2: Simulação do modelo SIS básico sem adição do método de vacinas, na rede 1.

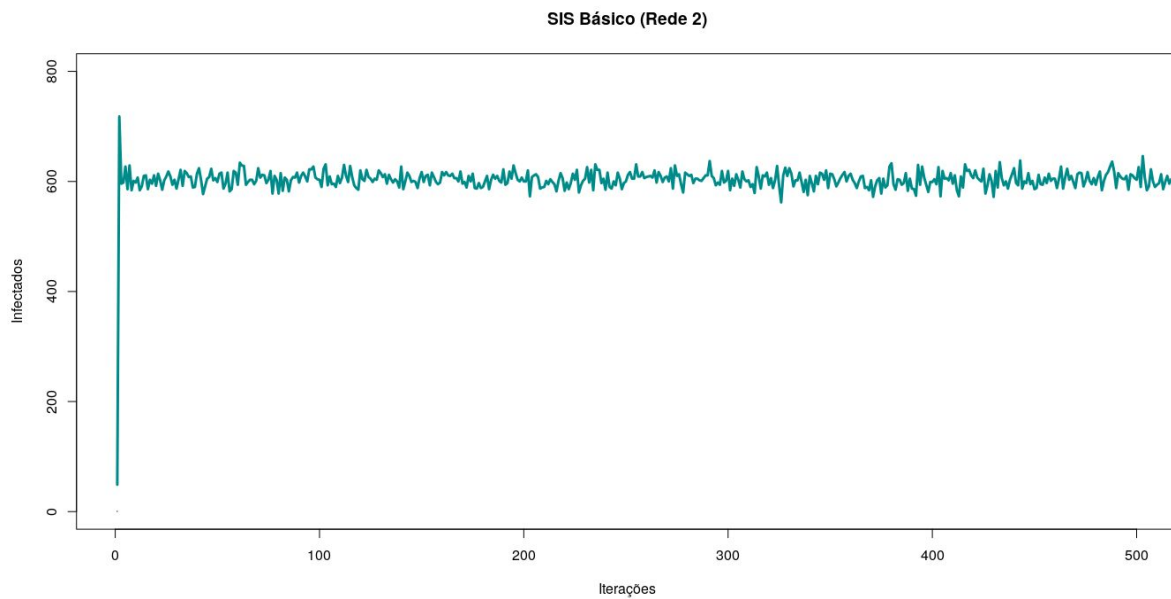


Figura 3: Simulação do modelo SIS básico sem adição do método de vacinas, na rede 2.

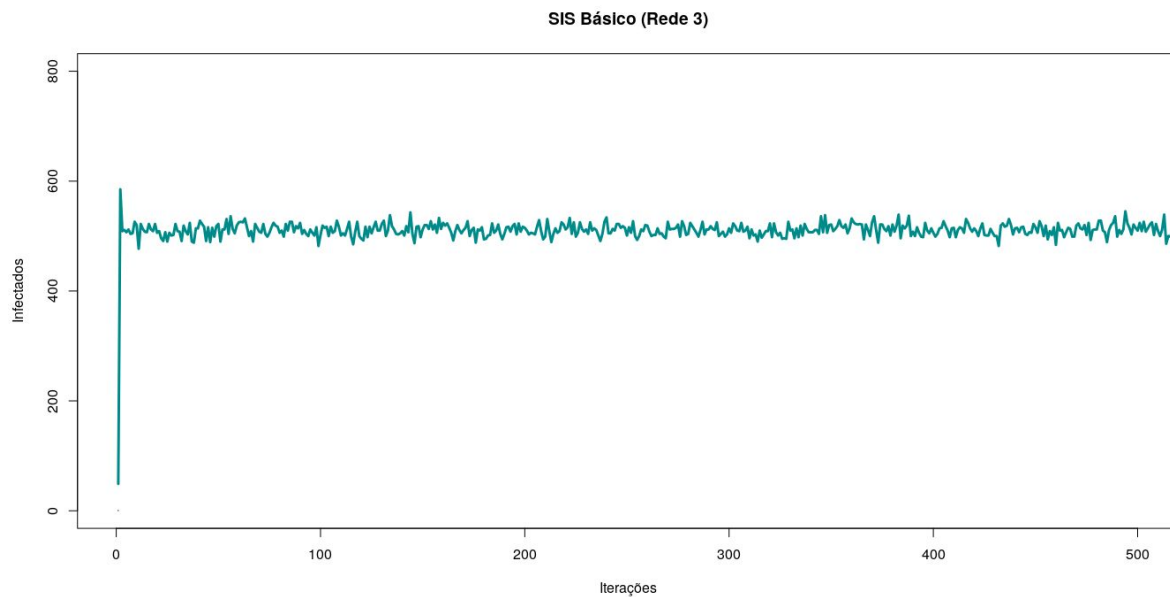


Figura 4: Simulação do modelo SIS básico sem adição do método de vacinas, na rede 3.

## 2. SIS básico com vacina 1

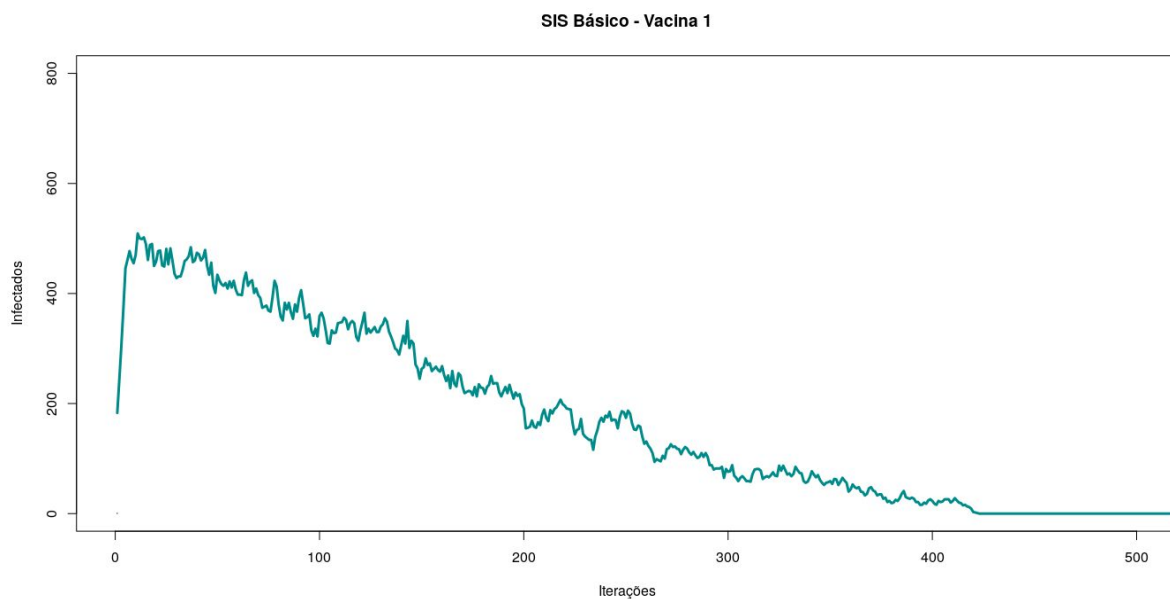


Figura 5: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 1.

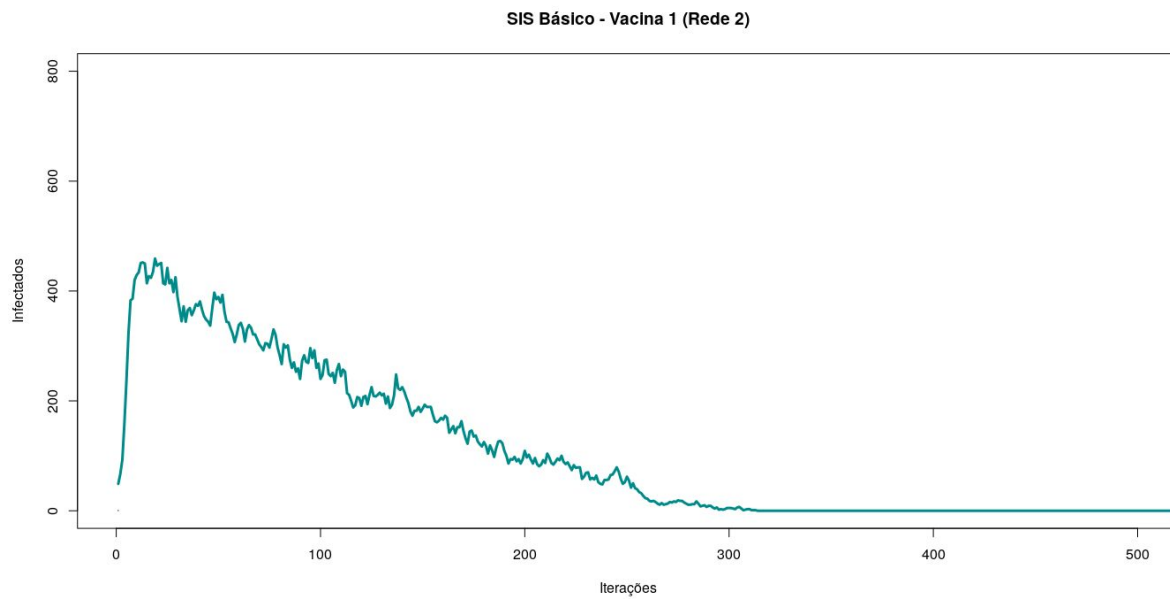


Figura 6: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 2.

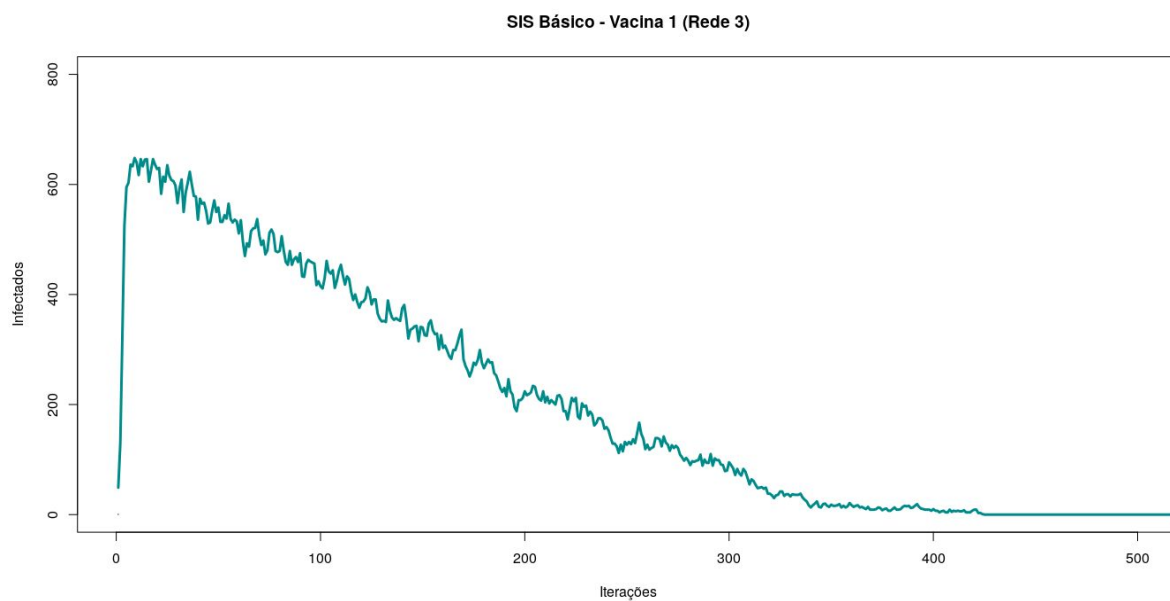


Figura 7: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 3.

### 3. SIS básico com vacina 2

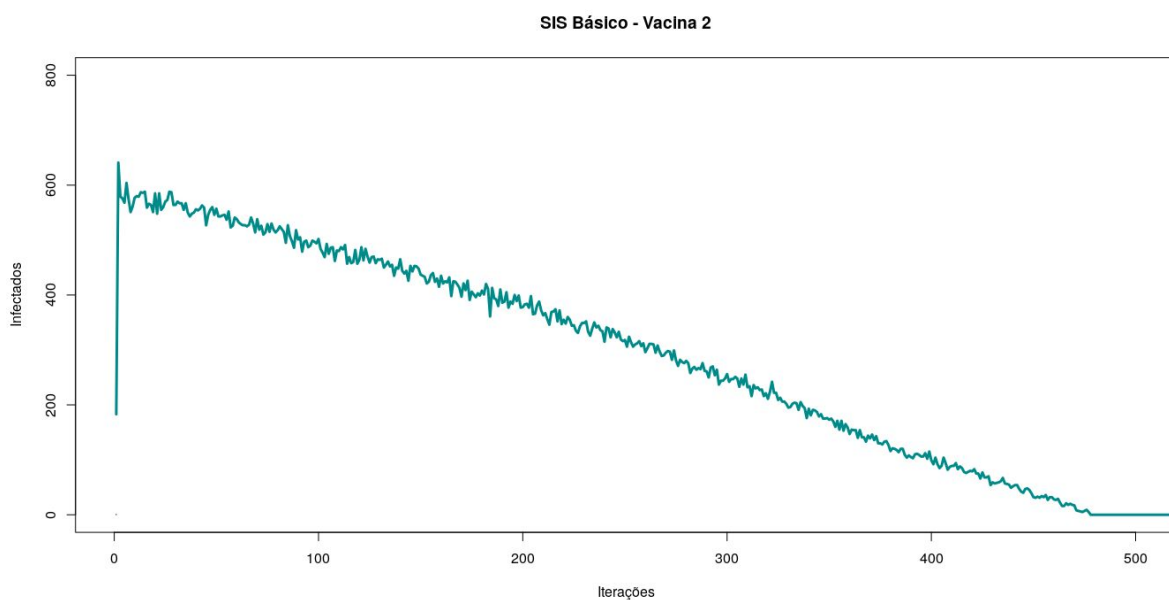


Figura 8: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 1.

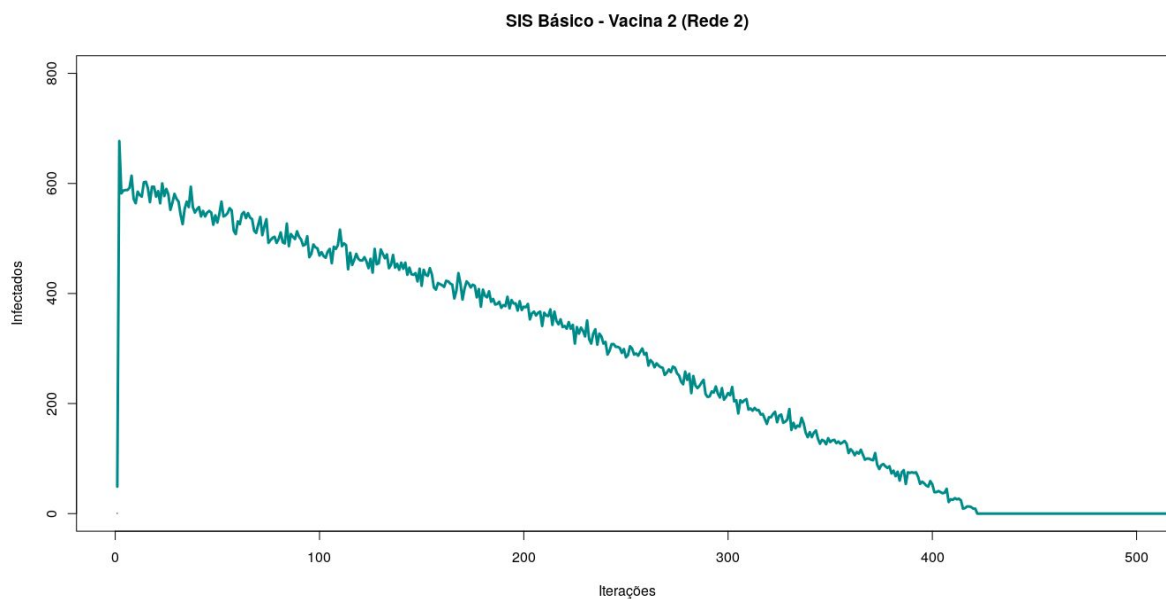


Figura 9: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 2.



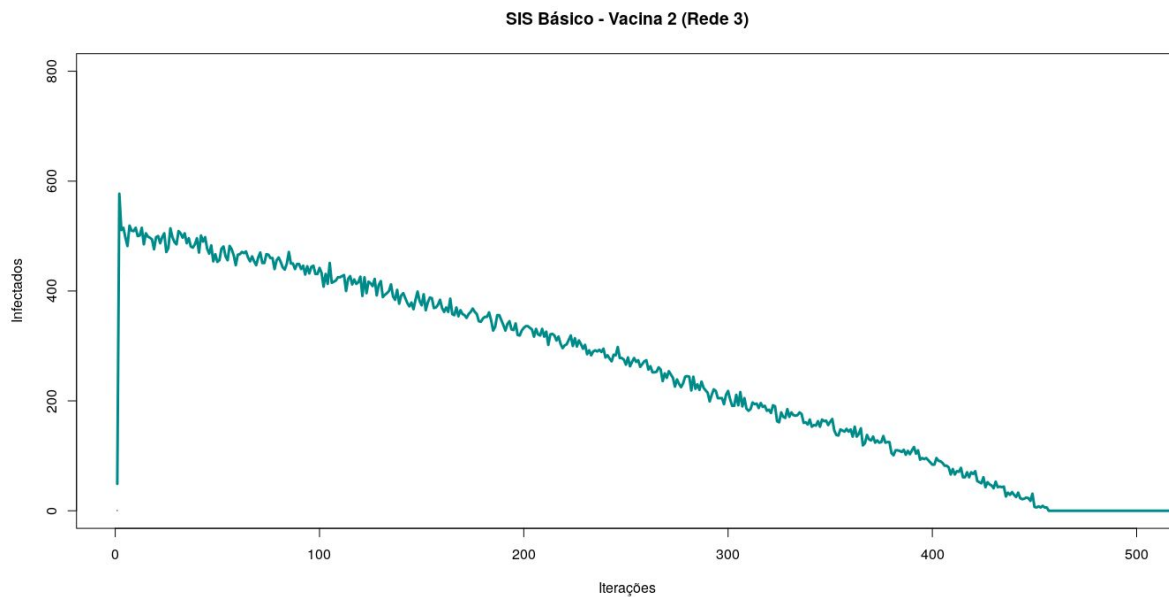


Figura 10: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 3.

#### 4. SIS básico com vacina 3

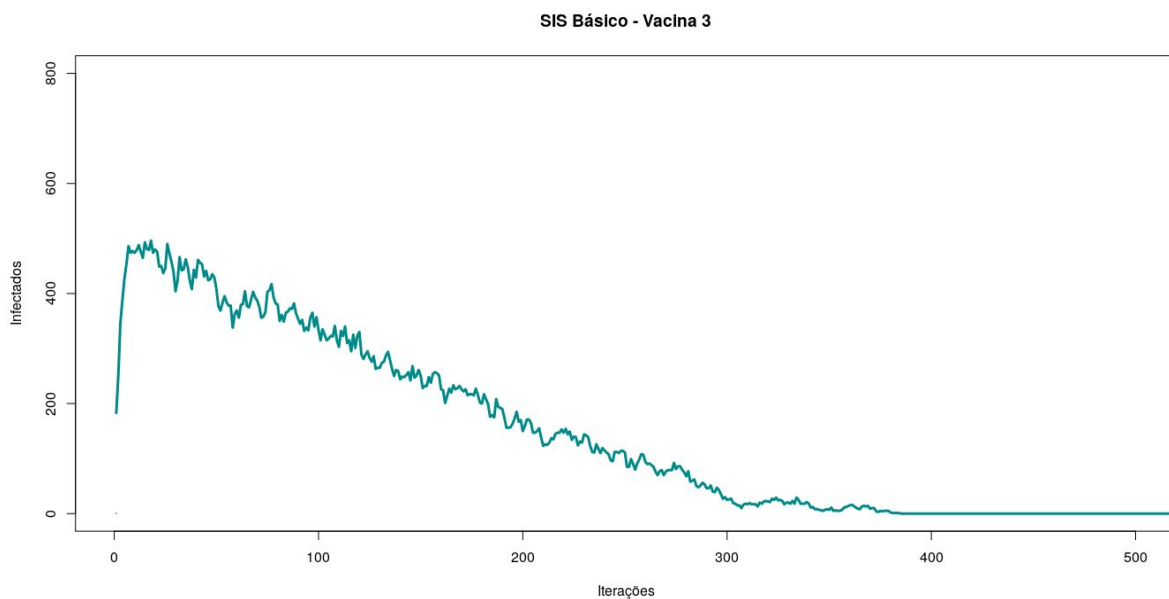


Figura 11: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 1.

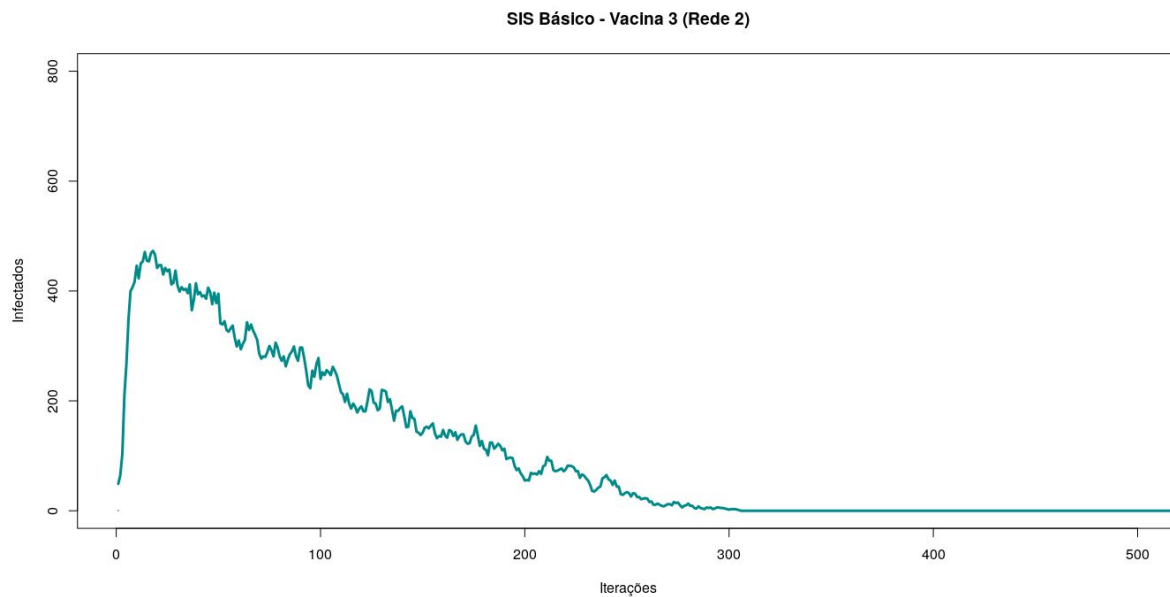


Figura 12: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 2.

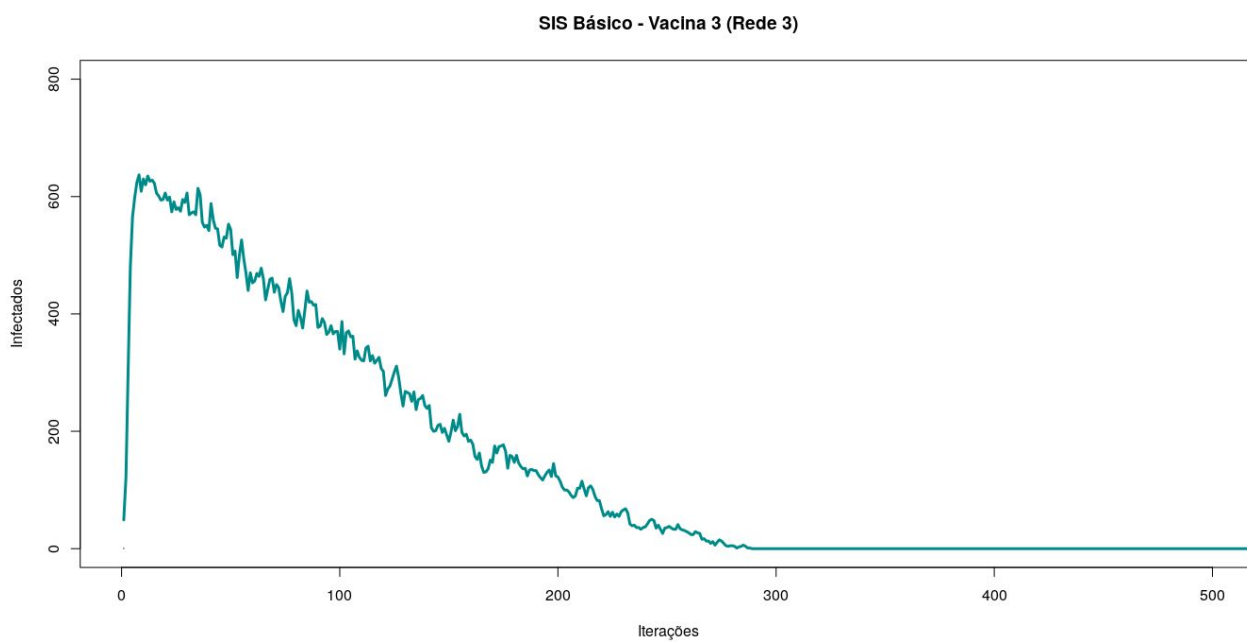


Figura 13: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 3.

## 5. SIS básico com vacina 4

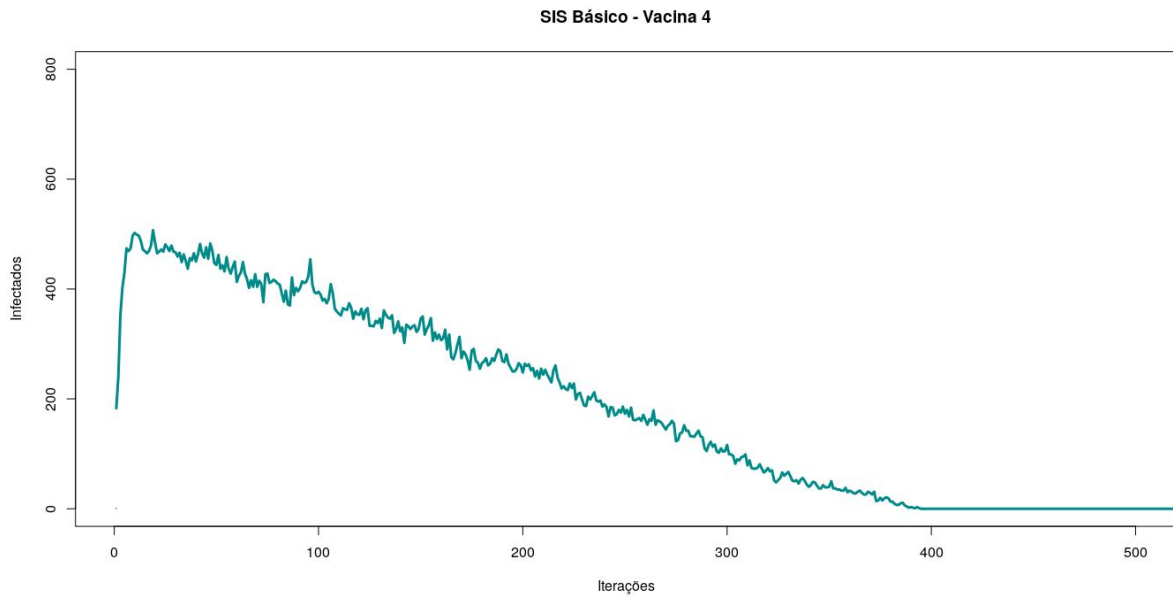


Figura 14: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 1.

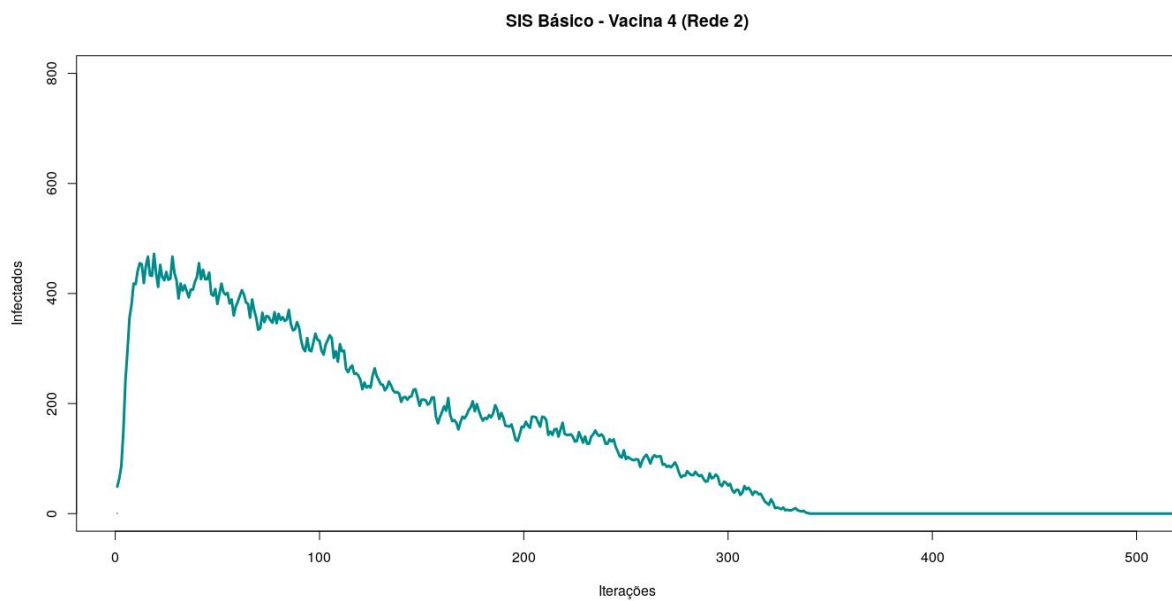


Figura 15: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 2.

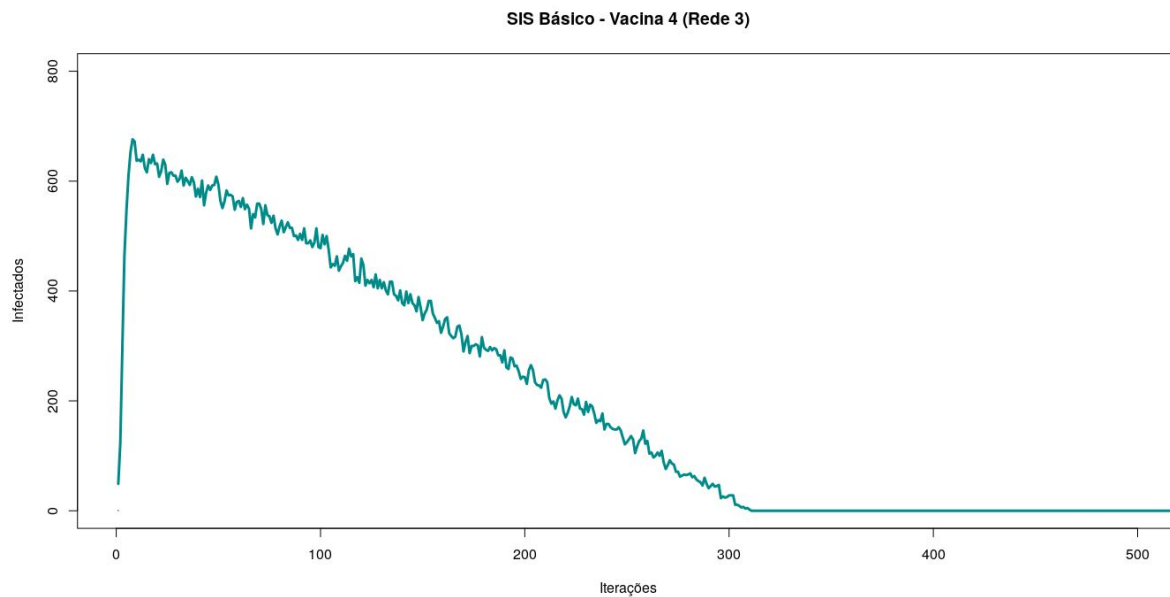


Figura 16: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 3.

## 6. SIRS básico

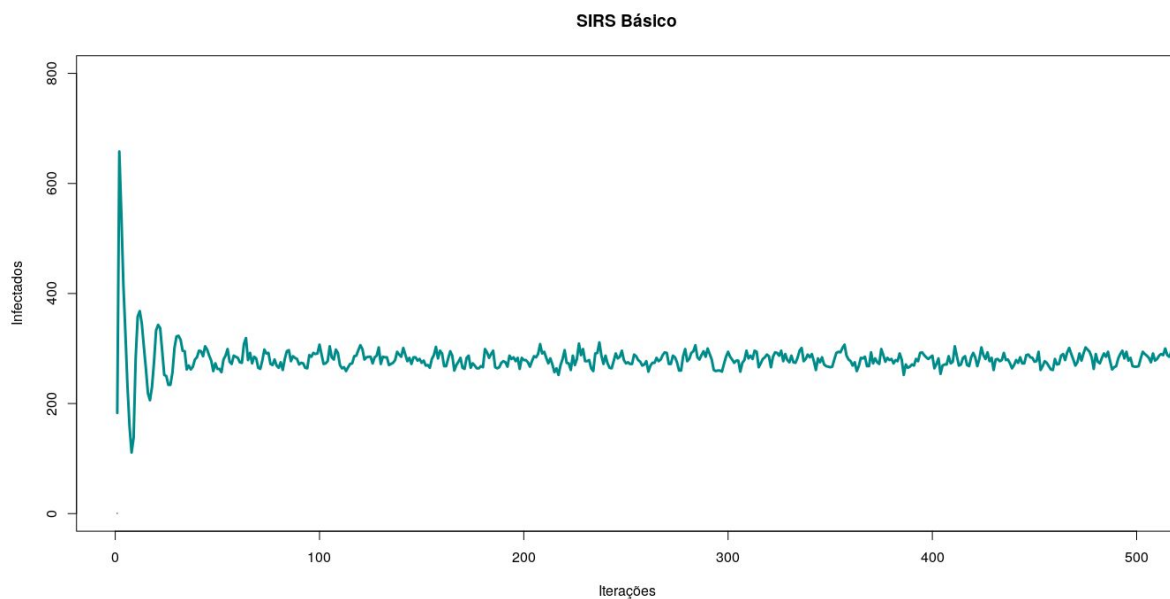


Figura 17: Simulação do modelo SIRS básico sem adição do método de vacinas, na rede 1.

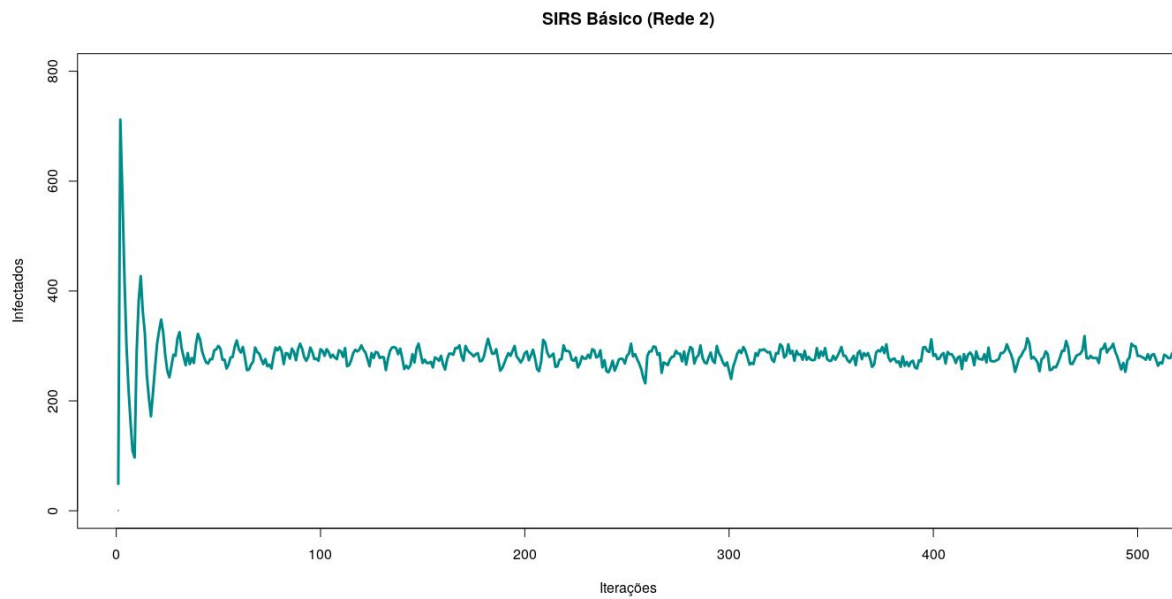


Figura 18: Simulação do modelo SIRS básico sem adição do método de vacinas, na rede 2.

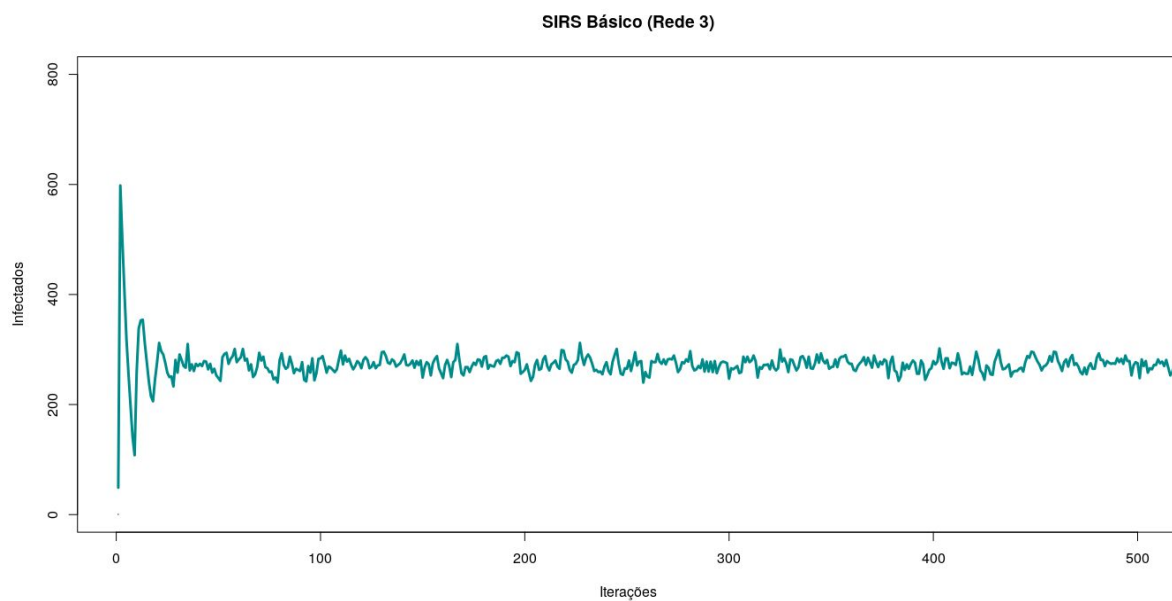


Figura 19: Simulação do modelo SIRS básico sem adição do método de vacinas, na rede 3.

## 7. SIRS básico com vacina 1

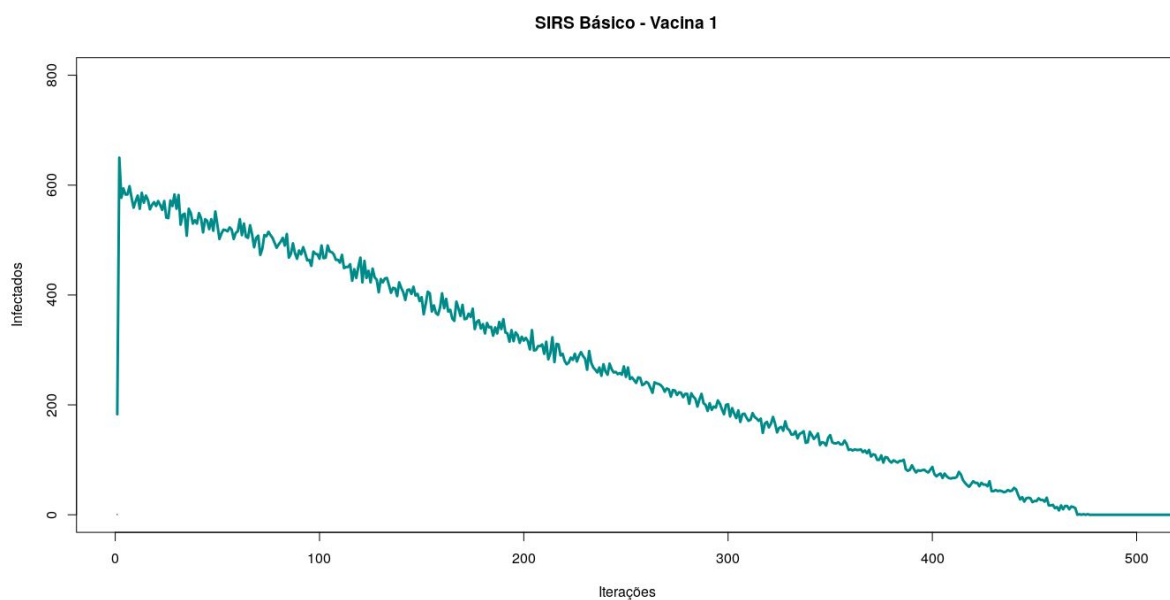


Figura 20: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 1.

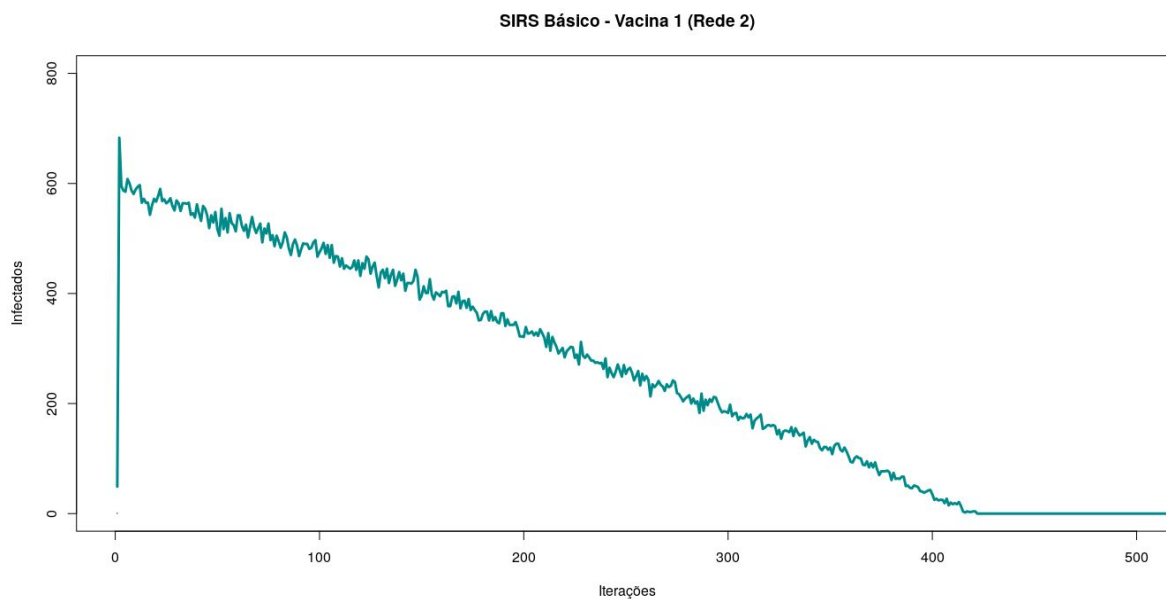


Figura 21: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 2.

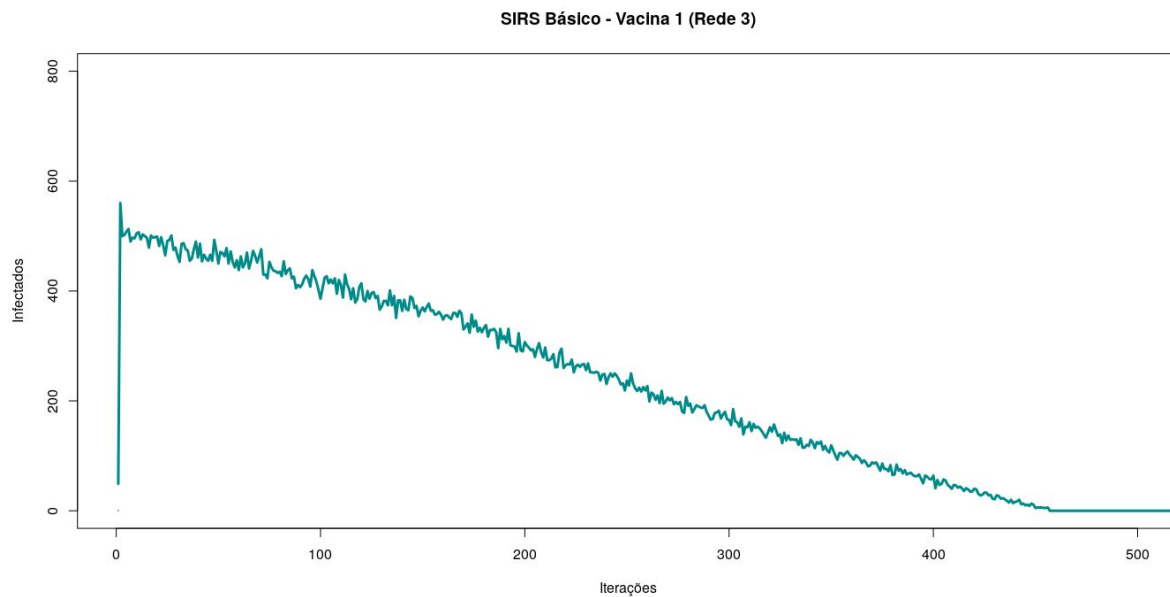


Figura 22: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 1, na rede 3.

## 8. SIRS básico com vacina 2

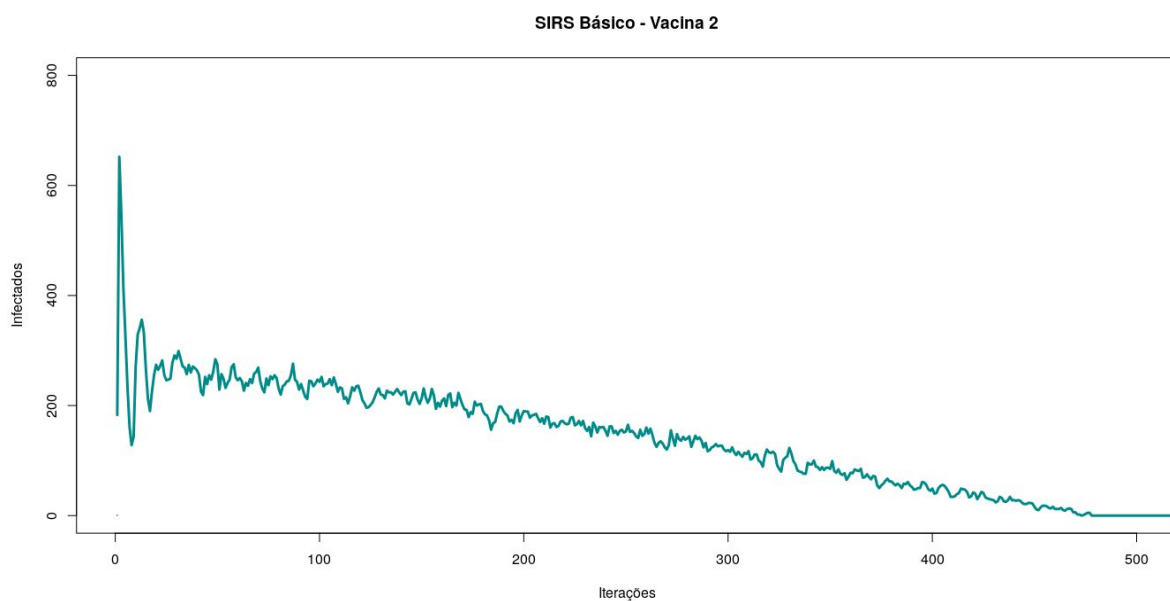


Figura 23: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 1.

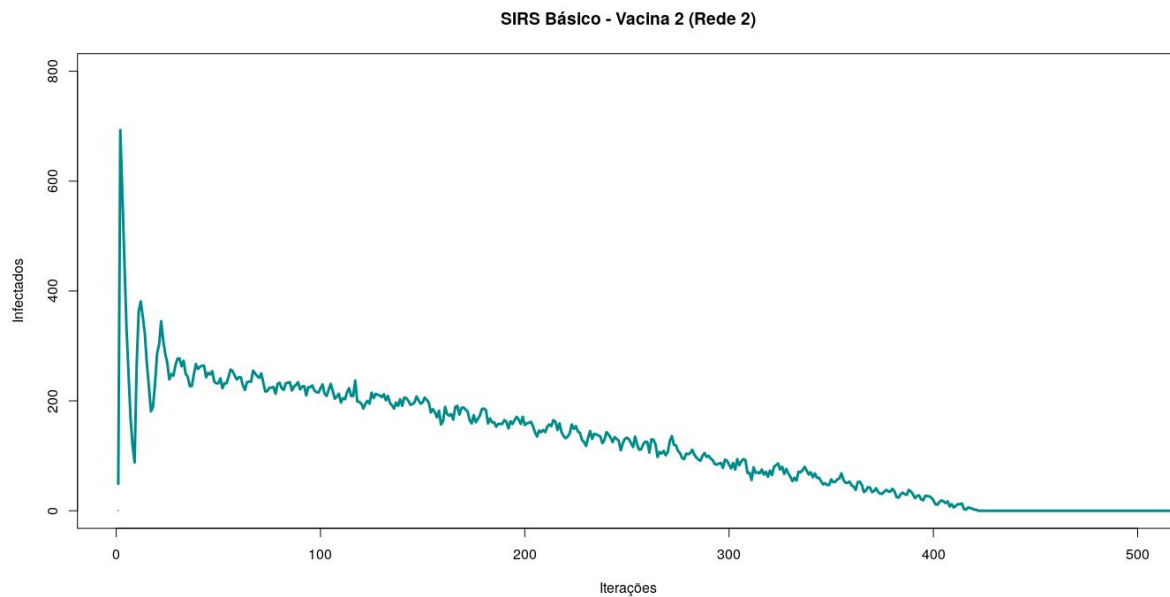


Figura 24: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 2.

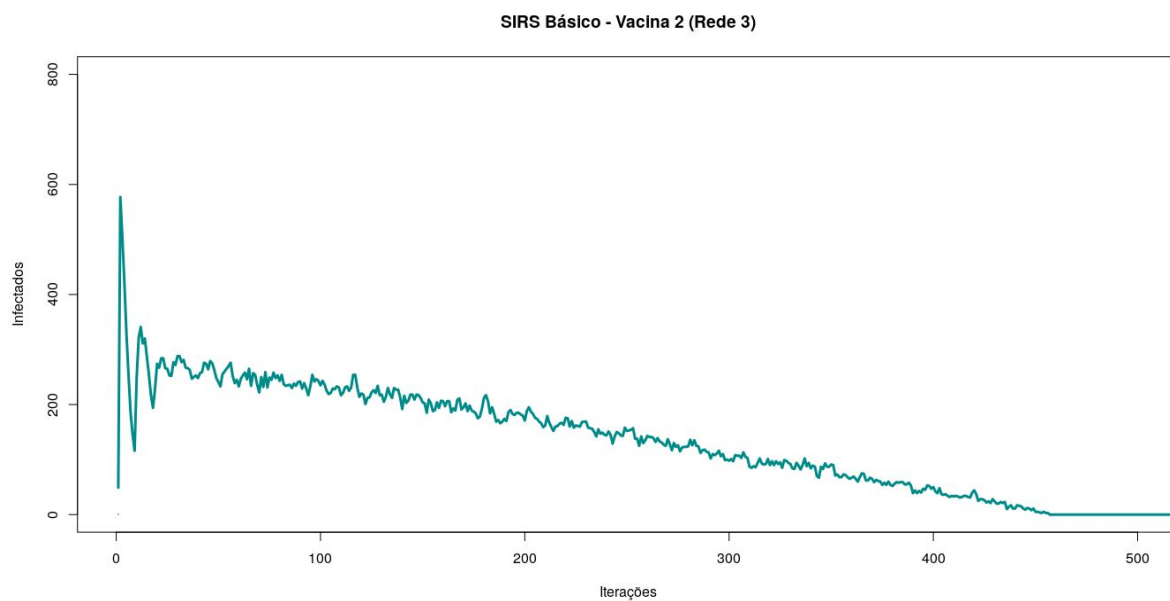


Figura 25: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 2, na rede 3.



## 9. SIRS básico com vacina 3

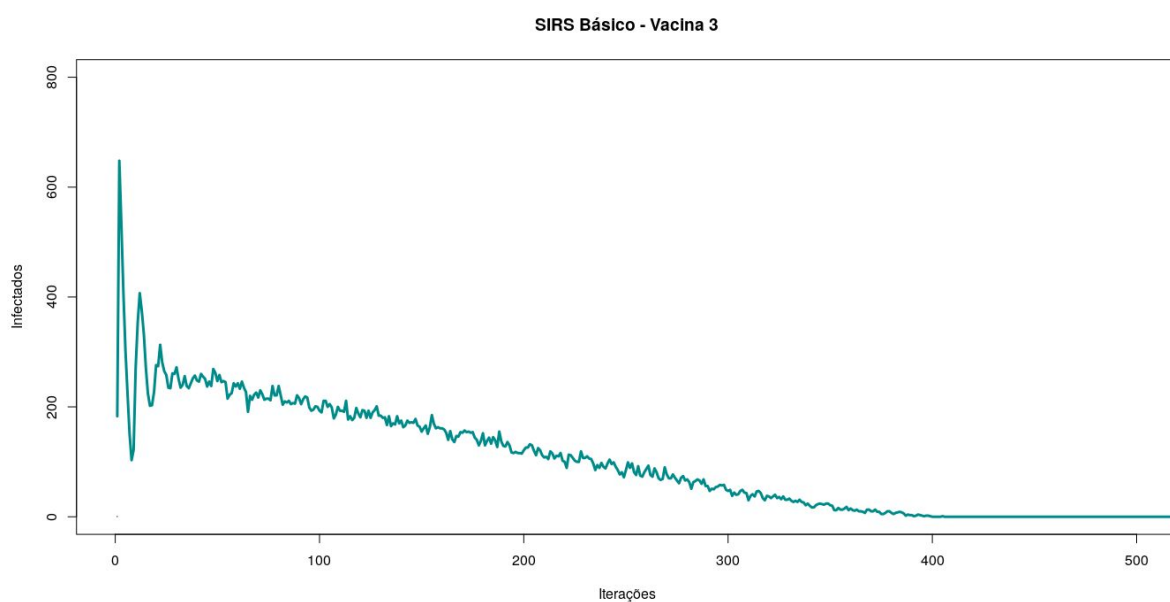


Figura 26: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 1.

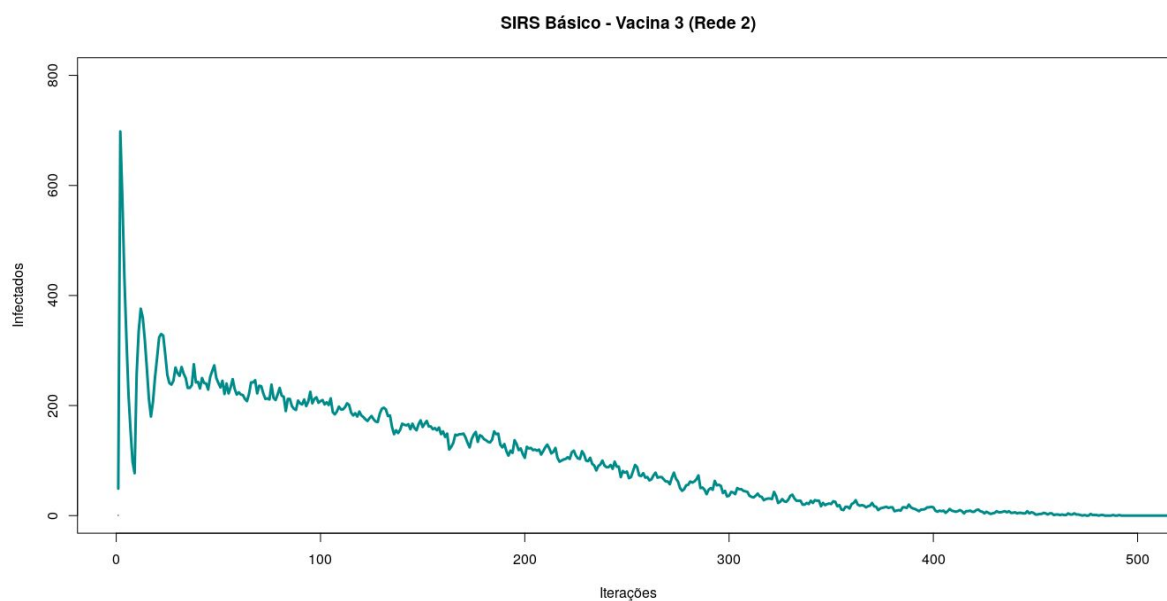


Figura 27: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 2.

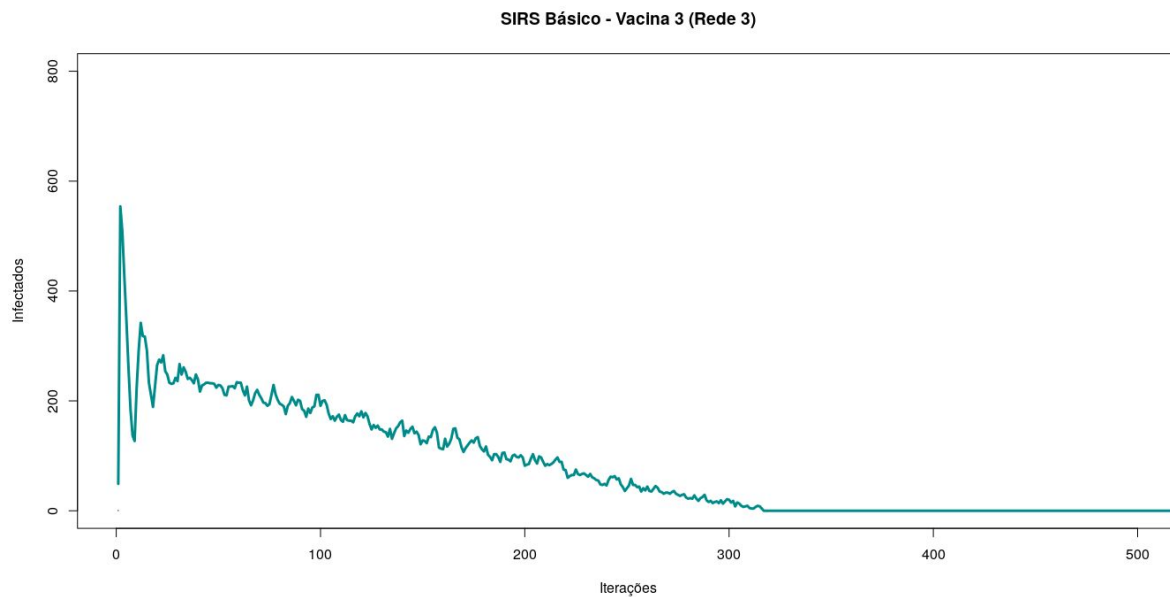


Figura 28: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 3.

## 10. SIRS básico com vacina 4

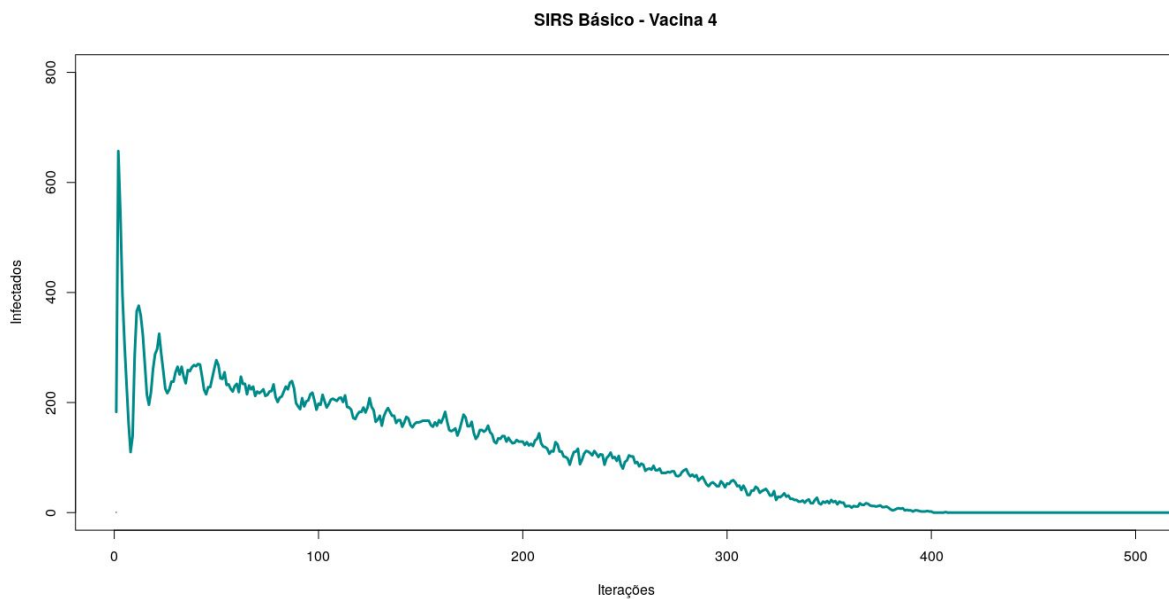


Figura 29: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 1.

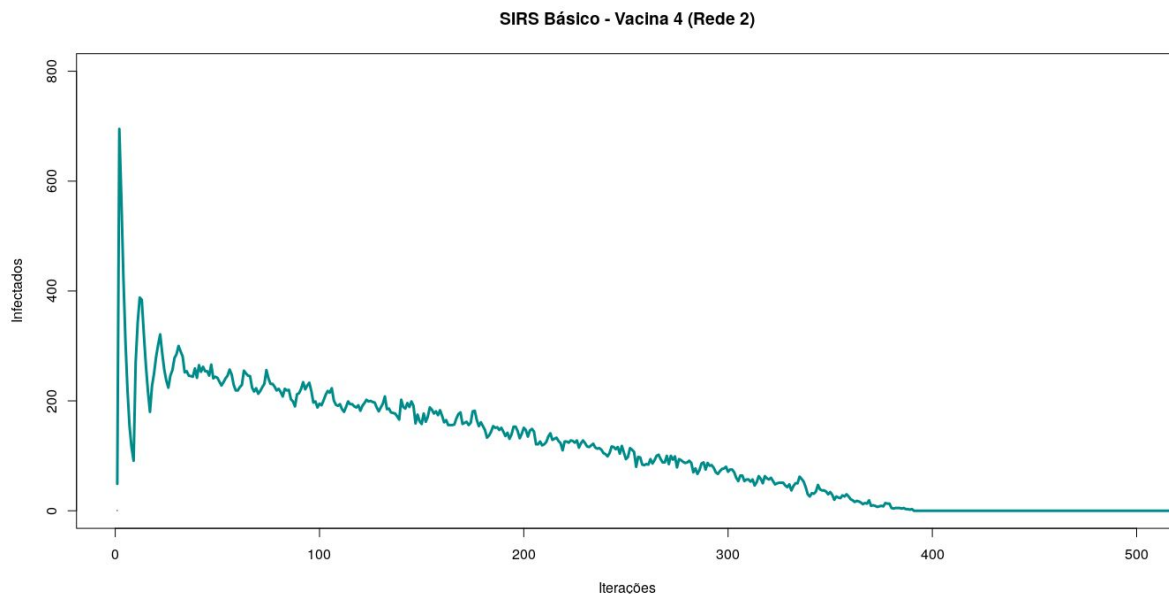


Figura 30: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 2.

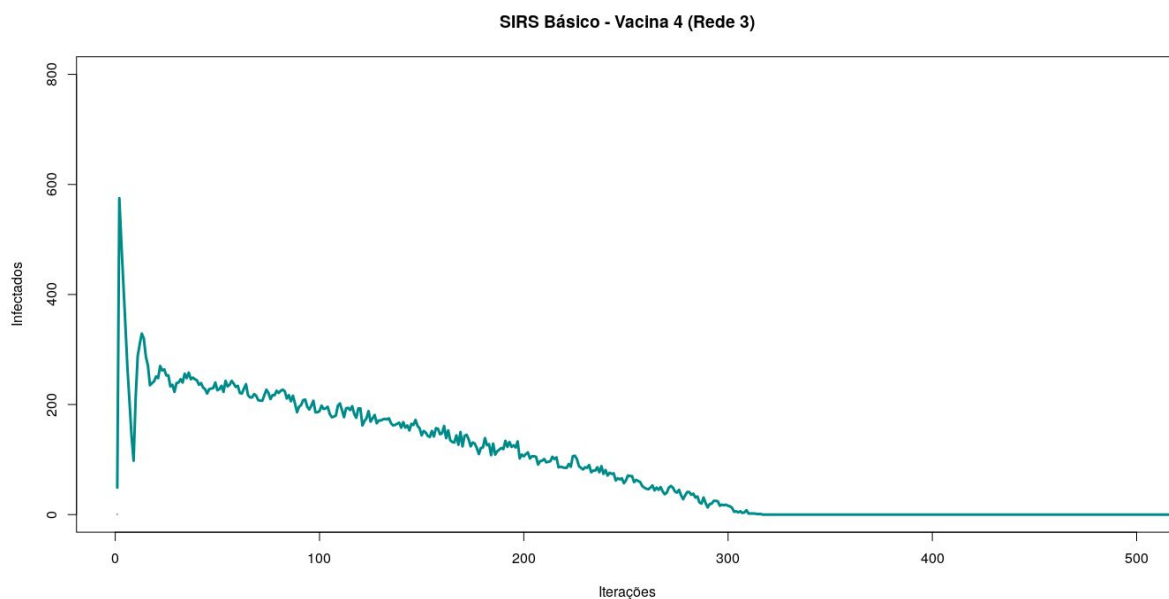


Figura 31: Simulação do modelo SIRS básico com a adição do método de vacina 4, na rede 3.

## Discussão

Para a rede SIS básica sem a adição de um método de vacina, houve um pico nas primeiras iterações para o número de infectados, e esse número continuou variando entre 600 infectados para todas iterações. Além disso, pode-se observar que para esse modelo, com a adição dos métodos de vacina, após dado um certo número de iterações, o número de infectados zerou, com uma diferença no número de iterações para cada método. Por exemplo, para os métodos de vacinação que consideram os grupos maiores primeiro tiveram menor tempo de convergência de eficácia em relação aos métodos que consideram os grupos menores primeiro, como o esperado.

Já para o modelo SIRS básico, teve maiores variações no começo em relação ao modelo SIS básico e o número de infectados ficou sempre variando entre 300 infectados, um número menor que o encontrado na rede SIS básica. Os métodos de vacinação que consideram  $n$  maiores

grupos e  $n$  menores grupos se demonstraram mais eficientes que os métodos de começar a vacinação no menor grupo e até mesmo para o começando no maior grupo.

## Conclusões

Os métodos de vacinação são semelhantes, principalmente se analisados em uma rede básica, mas os resultados apresentam-se ligeiramente diferentes devido à distribuição da vacinação entre os grupos, iniciando-se a vacinação em apenas uma comunidade, evita com que os indivíduos apenas daquela comunidade contraiam a doença, mas distribuindo a vacinação em vários pontos da rede estudada, percebe-se que a vacina se torna um empecilho maior à propagação da doença, assim, o método analisado que apresentou melhores resultados foi o método 3 que inicia as vacinas nos maiores grupos.

O método 4 pode não ter sido o melhor no geral, pelo fato de iniciar a vacinação nos menores grupos, o método 3 se inicia nos maiores grupos, prevenindo a distribuição de duas maneiras diferentes de uma vez só, pois previne que um indivíduo de um grupo que não esteja sendo vacinado passe a doença para um de um grupo sob campanha de vacinação, e também impede a propagação da doença dentro dos próprios grupos.

O método 3 apresentou um melhor resultado no geral, mas sua eficácia depende do número de grupos entre os quais o número de vacinados é distribuído em cada ciclo, é possível perceber que se o número for muito pequeno ou muito próximo da quantidade total de grupos, o método se torna um pouco menos eficaz, então, mesmo sendo o método com melhores resultados entre os analisados, ainda é necessário analisar qual a melhor quantidade de grupos para distribuir a quantidade de vacinados; com base nas análises realizadas, o número de grupos que terá o melhor desempenho deve ser algo menor que a metade do total de grupos.

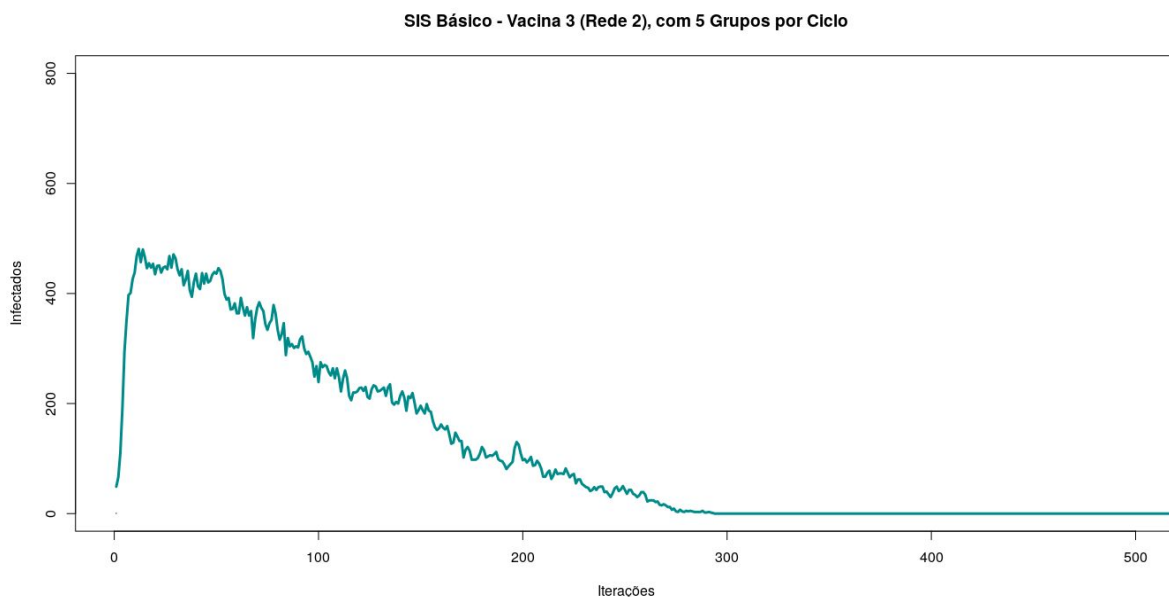


Figura 32: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 2, utilizando 5 grupos por ciclo.

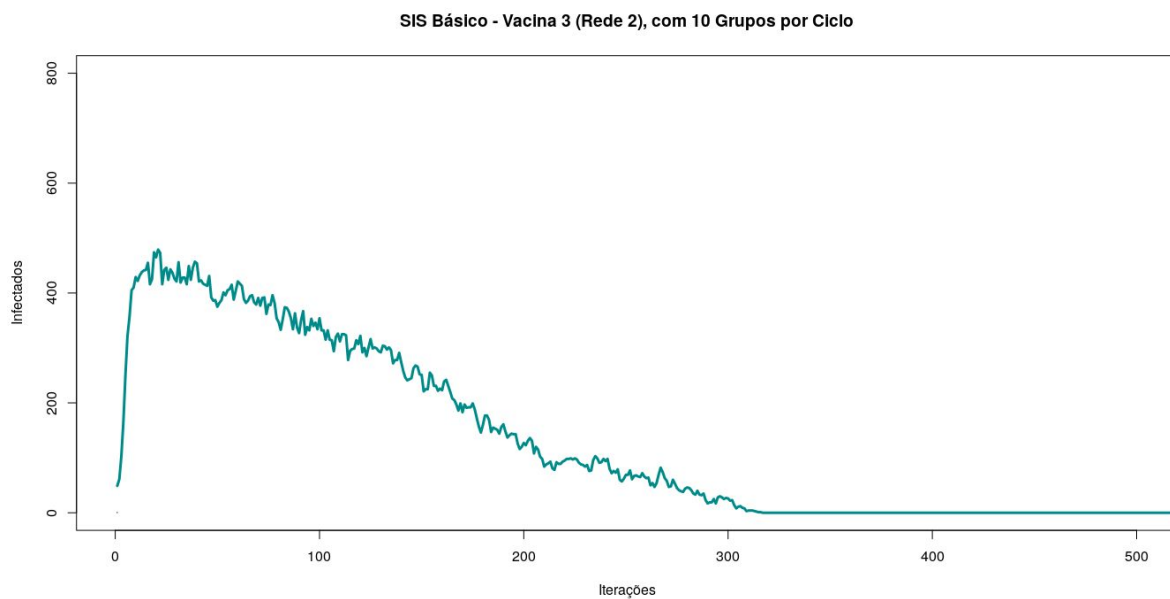


Figura 33: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 2, utilizando 10 grupos por ciclo.

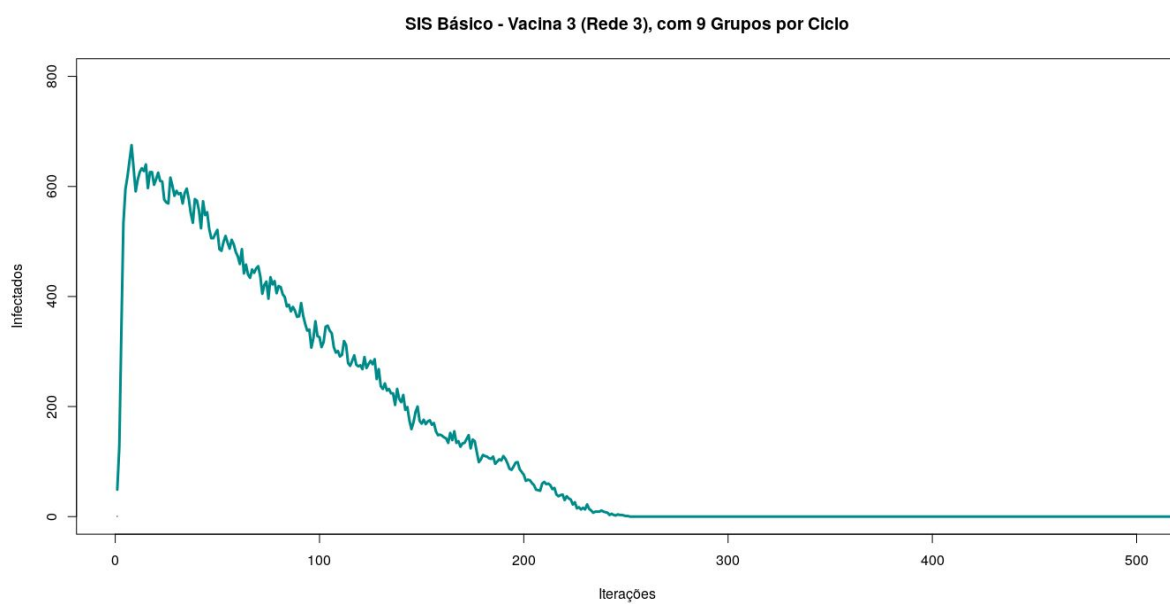


Figura 34: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 3, utilizando 9 grupos por ciclo.

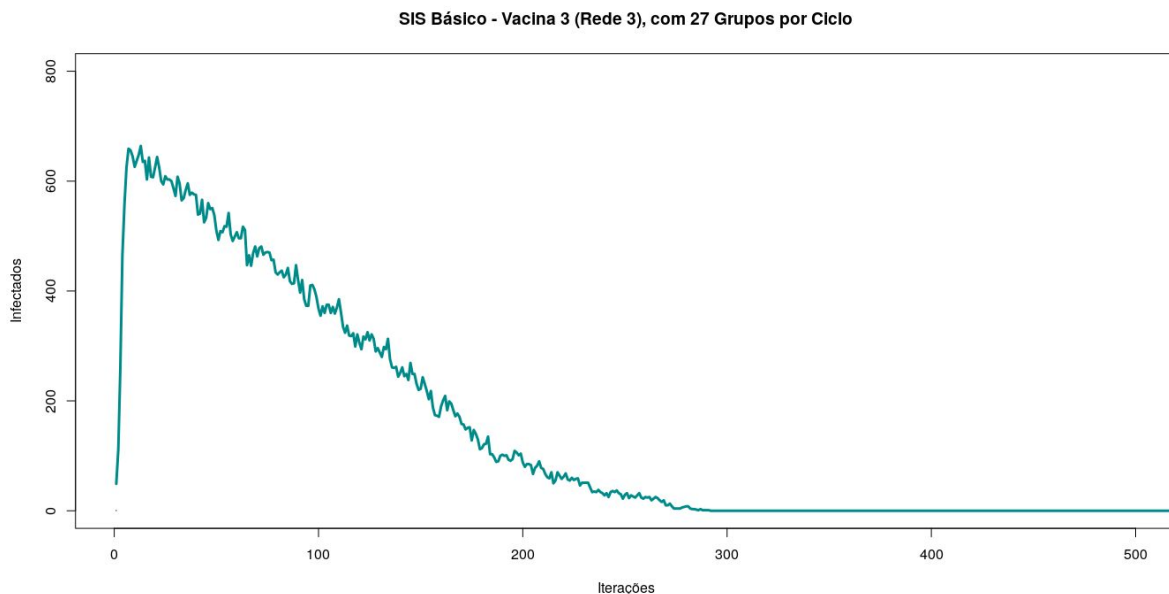


Figura 35: Simulação do modelo SIS básico com a adição do método de vacina 3, na rede 3, utilizando 27 grupos por ciclo.

### Referências Bibliográficas

- [1] Newman, Mark EJ. "Modularity and community structure in networks." *Proceedings of the national academy of sciences* 103.23 (2006): 8577-8582.
- [2] Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (1976). *Graph theory with applications* (Vol. 290). London: Macmillan.
- [3] Fortunato, S. "Benchmark graphs to test community detection algorithms." URL <https://sites.google.com/site/santofortunato/inthepress2> (2017).
- [4] Luiz, Mônica Helena Ribeiro. "Modelos matemáticos em epidemiologia." (2012): 75-f.
- [5] <http://webpages.fc.ul.pt/~mcgomes/aulas/biopop/Mod7/Text%20%20Model.pdf>; Dinâmica de doenças infecciosas (acessado em 06/2018).