

# Relatório 3º projecto ASA 2024/2025

Grupo: TP032

Aluno(s): Diogo Fernandes (110306) e Michael Andrew (63484)

## Descrição do Problema e da Solução

Quer-se maximizar o número de crianças que irão receber um presente, tendo em conta restrições como limite mínimo de prendas que um país recebe, máximo de presentes por criança, de exportações de um país e de stock de fábricas. A abordagem seguida foi a de criação de variáveis binárias que indicam se uma criança recebe ou não um presente de uma determinada fábrica.

### Formalização do modelo linear:

- Variáveis do problema:

$$x_{i,k} \begin{cases} 1, & \text{se a criança } k \text{ recebe brinquedo da fábrica } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Função Objetivo (maximizar o total de crianças satisfeitas):

$$\forall k, \quad \max \sum_i x_{i,k}, \quad i \in \text{fábricas possíveis para } k$$

- Restrições do problema:

- 1) Cada criança recebe no máximo 1 presente:

$$\forall k, \quad \sum_i x_{i,k} \leq 1, \quad i \in \text{fábricas possíveis para } k$$

- 2) Cada fábrica tem um determinado stock:

$$\forall i, \quad \sum_k x_{i,k} \leq fmax_i, \quad k \in \text{crianças que pediram de } i$$

Otimização: Se uma criança  $k$  pede de uma fábrica  $i$  com  $fmax_i == 0$  então a variável  $x_{i,k}$  nem sequer é criada.

- 3) Cada país tem um número mínimo de presentes a receber:

$$\forall \text{país}_j, \quad \sum_{i,k} x_{i,k} \geq pmin_j, \quad \text{se país de } k == \text{país}_j$$

- 4) Cada país tem um limite de presentes que pode exportar:

$$\forall \text{país}_j, \quad \sum_{i,k} x_{i,k} \leq pmax_j, \quad \text{se país de } i == \text{país}_j \neq \text{país de } k$$

Otimização: Se uma criança pede de um país que não pode exportar ( $pmax_j == 0$ ), então  $x_{i,k}$  nem sequer é criada.

Otimização 2: Se o número de termos da esquerda da inequação for menor que o valor de  $pmax_j$  então a restrição não é considerada, pois não acrescenta informação. De modo similar para a restrição do stock.

### Análise Teórica (número de fábricas ( $n$ ), número de países ( $m$ ), e número de crianças ( $t$ ))

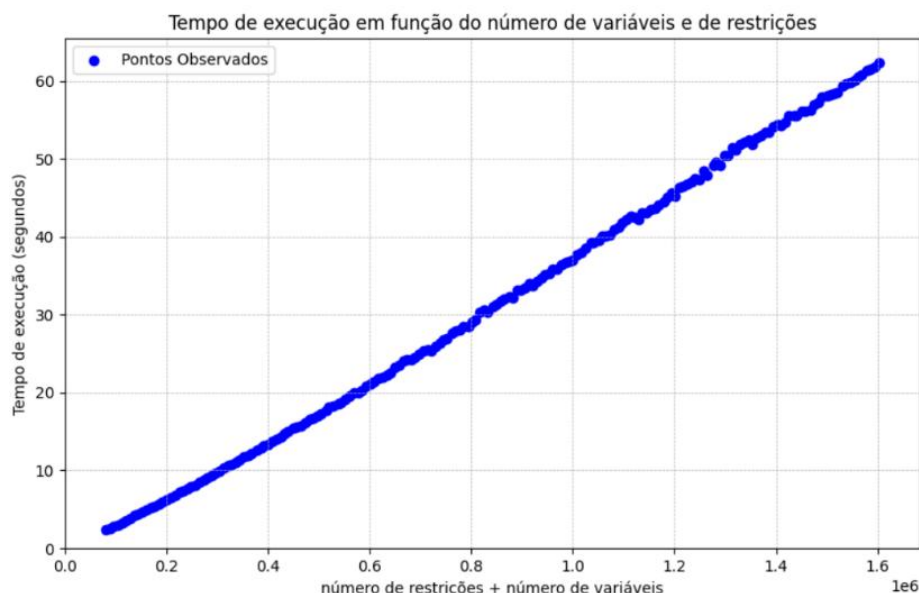
- O **número de variáveis** do programa linear é  **$O(n \times t)$** , pois cada criança, no pior caso, pode pedir de todas as fábricas.
- O **número de restrições** do programa linear é  $O(t + n + 2m) \approx O(t + n + m)$ , pois, no pior caso, para cada criança existe uma restrição 1), para cada fábrica existe uma restrição 2), e para cada país existe uma restrição 3) e uma restrição 4).
- Complexidade do programa linear** (número de restrições + número de fábricas) é, no pior caso,  **$O(n \times t + t + n + m)$** .

## Avaliação Experimental dos Resultados

Foram simuladas boas condições de temperatura, bateria e houve desativação de processos desnecessários. Foram integrados no projeto um temporizador, um contador do número de restrições e um contador do número de variáveis criadas para o problema. O gráfico gerado tem no eixo YY o tempo de execução do programa e no eixo dos XX tem a soma do número de restrições do problema com o número de variáveis do mesmo. Deste modo, conseguiremos confirmar se o tamanho do modelo afeta diretamente o tempo de execução, visto que o tempo de execução do solver (PuLP) está, em teoria, diretamente relacionado com o número de variáveis e restrições.

Deste modo, foi utilizado o gerador disponibilizado com o argumento de variância igual a 0.1, o argumento da capacidade máxima igual a 1000, e o argumento do máximo de pedidos igual a 10. Os restantes argumentos (número de fábricas, de crianças e de países) foram colocados a variar de 10.000 até 200.000 de mil em mil.

De seguida apresenta-se o gráfico com os pontos apresentados e uma tabela com alguns dos pontos que se consideraram relevantes:



Número de Variáveis	Número de Restrições	Tempo /s
50013	30151	2.3914
119236	72277	5.9647
204890	123531	10.734
369205	222964	20.795
515362	310391	30.566
675925	406707	40.951
810220	488230	50.379
898625	542420	55.606
990157	596552	61.441
1000849	602423	62.352

Podemos concluir que, experimentalmente, o tamanho do problema (número de restrições + número de variáveis) afetou diretamente o tempo de execução da aplicação, visto que se observa uma reta no gráfico apresentado.