

# Estimasi Model Persamaan Simultan dengan Metode *Two-Stage Least Squares* (2SLS)

Diki Wahyudi<sup>1</sup> \*

<sup>1</sup>Program Studi Statistika, Universitas Indonesia

## Abstrak

*Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) adalah nilai keseluruhan semua barang dan jasa yang diproduksi dalam suatu wilayah dalam suatu jangka waktu tertentu (biasanya satu tahun). Berdasarkan penelitian sebelumnya, PDRB yang menjadi indikator keberhasilan ekonomi dipengaruhi oleh Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM mengukur capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji model persamaan simultan pada faktor PDRB dan IPM dengan metode 2SLS. Data yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur tahun 2022. Model persamaan simultan merupakan himpunan persamaan yang terdiri lebih dari satu variabel dependen dan lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Metode 2SLS merupakan perluasan dari metode OLS yang termasuk ke dalam kelompok analisis persamaan struktural. Dari hasil estimasi model, terdapat hubungan antara variabel PDRB dan IPM. Hasil estimasi parameter pada model simultan persamaan PDRB menunjukkan bahwa variabel IPM dan angkatan kerja berpengaruh signifikan terhadap PDRB. Hasil estimasi parameter pada model simultan persamaan IPM menunjukkan bahwa PDRB dan lama penduduk bersekolah berpengaruh signifikan terhadap IPM.*

*Kata Kunci: Model Persamaan Simultan, Metode 2SLS, PDRB, IPM*

## Pendahuluan

Pertumbuhan ekonomi merupakan salah satu indikator keberhasilan aktivitas pemerintah dalam suatu negara. Salah satu indikator dalam perhitungan pertumbuhan ekonomi adalah Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) dalam lingkup wilayah. PDRB adalah nilai keseluruhan semua barang dan jasa yang diproduksi dalam suatu wilayah dalam suatu jangka waktu tertentu (biasanya satu tahun). PDRB atas dasar harga konstan menunjukkan nilai tambah barang dan jasa yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada satu tahun tertentu sebagai tahun dasar. Faktor-faktor yang memengaruhi PDRB secara signifikan, yaitu pengeluaran pemerintah daerah, pendapatan asli daerah, dana alokasi umum, dana bagi hasil, dan tenaga kerja (Nasution, 2010). Teori pertumbuhan endogenous *growth model* yang dikemukakan oleh Mankiw (Mankiw, 2012, p. 207) menyatakan bahwa terdapat beberapa variabel lain yang menjelaskan pertumbuhan ekonomi. Salah satu variabel tersebut adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM mengukur capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS), IPM diukur berdasarkan angka harapan hidup, angka melek huruf, rata-rata lama penduduk sekolah, dan pengeluaran riil per kapita yang disesuaikan. Karena pengeluaran riil per kapita berhubungan dengan tingkat ekonomi maka PDRB juga akan mempunyai hubungan dengan IPM. Keterkaitan hubungan antara PDRB dan IPM, di mana saling memengaruhi satu sama lain, menyebabkan terdapat hubungan simultanitas antara kedua variabel.

Hubungan simultanitas antara PDRB dan IPM membawa peneliti tertarik untuk memodelkan hubungan antara kedua faktor tersebut. Faktor-faktor yang memengaruhi hubungan PDRB dan IPM dapat dimodelkan dalam model persamaan simultan. Model persamaan simultan merupakan sebuah model statistik di mana variabel-variabel dependennya merupakan fungsi dari variabel dependen lainnya. Akibatnya, variabel dependen berkorelasi dengan error dari persamaan di mana variabel tersebut muncul sebagai variabel independen. Jika metode OLS (*Ordinary Least Square*) digunakan secara langsung untuk mengestimasi parameter dari model struktural maka hasil estimasi parameternya tidak tepat karena estimasi yang dihasilkan akan bias dan tidak konsisten. Hal tersebut diakibatkan oleh asumsi dari metode OLS, yaitu variabel dependen tidak berkorelasi dengan error, tidak dipenuhi oleh model persamaan simultan. Salah satu cara untuk melakukan estimasi parameter dalam model persamaan simultan adalah dengan menggunakan metode 2SLS.

Metode 2SLS merupakan metode yang digunakan dalam menaksir parameter model persamaan simultan. Metode ini dapat mengatasi masalah asumsi dalam metode OLS yang tidak dipenuhi, yaitu adanya korelasi antara variabel dependen dengan error. Metode 2SLS mempunyai dua langkah dalam prosedur perhitungannya. Langkah pertama yang dilakukan

---

\*Penulis yang terkait: diki.wahyudi11@ui.ac.id

adalah mengestimasi parameter menggunakan metode OLS antara variabel endogen dengan semua variabel *predetermined* atau variabel eksogen. Dengan demikian, akan didapatkan estimasi dari nilai variabel endogen, yaitu  $\hat{Y}_i$ . Langkah kedua adalah mensubstitusikan variabel  $Y_i$  pada model struktural dengan variabel  $\hat{Y}_i$ , kemudian persamaan struktural diestimasi menggunakan metode OLS.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji pembentukan model persamaan simultan dengan menerapkannya pada analisis hubungan PDRB dan IMP di Jawa Timur dengan menggunakan metode 2SLS. Penelitian ini membahas tentang PDRB dan IPM, dengan melibatkan faktor-faktor yang diduga juga memengaruhi kedua faktor tersebut, yaitu jumlah angkatan kerja dan lama penduduk bersekolah. Data yang digunakan pada penelitian ini diambil dari BPS Provinsi Jawa Timur, di mana data diambil per kabupaten/kota yang ada di provinsi tersebut pada tahun 2022. Langkah-langkah dalam penelitian ini, yaitu pengumpulan dan penyajian data, pemodelan model struktural PDRB dan IPM, identifikasi model dengan kondisi *order* dan *rank*, dan melakukan estimasi model persamaan simultan dengan metode 2SLS. Dalam penelitian ini, peneliti fokus untuk menganalisis hubungan antara PDRB dan IPM, serta variabel yang diduga memengaruhi kedua faktor tersebut. Dengan mengetahui hubungan antara kedua faktor tersebut, harapannya dapat menjadi pertimbangan pemerintah setempat dalam mengambil suatu kebijakan dan melakukan intervensi.

## Metodologi

### Model Persamaan Simultan

Model persamaan simultan merupakan model persamaan yang terdiri dari lebih dari satu variabel dependen dan lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Singkatnya, suatu variabel memiliki dua peranan sekaligus, yaitu sebagai variabel dependen dan sebagai variabel independen, yang masing-masingnya disebut sebagai variabel endogen dan variabel eksogen. Secara umum, bentuk persamaan struktural dari model persamaan simultan, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Y_1 &= \alpha_{10} + \alpha_{12}Y_2 + \alpha_{13}Y_3 + \cdots + \alpha_{1q}Y_q + \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2 + \cdots + \beta_{1k}X_k + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}Y_1 + \alpha_{23}Y_3 + \cdots + \alpha_{2q}Y_q + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + \cdots + \beta_{2k}X_k + \varepsilon_2 \\ Y_3 &= \alpha_{30} + \alpha_{31}Y_1 + \alpha_{32}Y_2 + \cdots + \alpha_{3q}Y_q + \beta_{31}X_1 + \beta_{32}X_2 + \cdots + \beta_{3k}X_k + \varepsilon_3 \\ &\vdots \\ Y_i &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}Y_1 + \alpha_{i2}Y_2 + \cdots + \alpha_{i,q-1}Y_{q-1} + \alpha_{iq}Y_q + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i \end{aligned}$$

di mana:

- $Y_1, Y_2, \dots, Y_i$ : variabel endogen ke- $i$  untuk  $i = 1, 2, \dots, q$ ;
- $X_1, X_2, \dots, X_k$ : variabel eksogen ke- $k$  untuk  $i = 1, 2, \dots, p$ ;
- $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i$ : error ke- $i$  untuk  $i = 1, 2, \dots, q$ ;
- $\alpha_{ij}, \beta_{kl}$ : koefisien parameter.

### Identifikasi Model Persamaan Simultan

Aturan identifikasi model persamaan simultan dilakukan melalui dua cara, yaitu dengan kondisi *order* dan *rank*. Kemungkinan yang terjadi dari identifikasi model persamaan simultan, yaitu tidak teridentifikasi, tepat teridentifikasi, atau terlalu teridentifikasi.

#### 1. Tidak Teridentifikasi (*Unidentified* atau *Underidentified*)

Kondisi jika tidak ada cara untuk mengestimasi semua parameter dalam persamaan struktural dari persamaan tereduksi.

#### 2. Tepat Teridentifikasi/Teridentifikasi (*Identified*)

Kondisi jika estimasi dari parameter dalam persamaan struktural dari persamaan tereduksi dapat diperoleh dan nilainya tunggal. Persamaan ini sering disebut sebagai persamaan yang teridentifikasi dengan tepat (*exactly identified*).

#### 3. Terlalu Teridentifikasi (*Overidentified*)

Kondisi jika estimasi dari parameter memiliki nilai lebih dari satu.

Misalkan:

- $M$  = banyaknya variabel endogen dalam model persamaan simultan;
- $m$  = banyaknya variabel endogen dalam persamaan tertentu;
- $K$  = banyaknya variabel eksogen dalam model persamaan simultan;
- $k$  = banyaknya variabel eksogen dalam persamaan tertentu.

Pada model dengan  $M$  persamaan simultan, suatu persamaan teridentifikasi jika jumlah *predetermined variable* atau jumlah variabel eksogen yang dikeluarkan dari persamaan tidak kurang dari jumlah variabel endogen dikurangi 1, yaitu

$$K - k \geq m - 1.$$

- Jika  $K - k < m - 1$  maka persamaan tidak teridentifikasi.
- Jika  $K - k = m - 1$  maka persamaan tepat teridentifikasi.
- Jika  $K - k > m - 1$  maka persamaan terlalu teridentifikasi.

Identifikasi dengan menggunakan kondisi *order* hanya merupakan syarat perlu. Dengan kata lain, kondisi tersebut belum cukup menunjukkan kondisi identifikasi yang sebenarnya. Artinya, walaupun dalam kondisi *order* persamaan teridentifikasi, ada kemungkinan persamaan tersebut tidak teridentifikasi apabila diuji dengan kondisi *rank*. Menurut kondisi *rank*, model persamaan simultan dikatakan teridentifikasi jika dapat dibentuk suatu determinan bukan nol dari koefisien variabel yang tidak terdapat dalam persamaan tersebut, tetapi terdapat dalam persamaan lain dalam model persamaan simultan. Model persamaan simultan dikatakan teridentifikasi jika memenuhi syarat kondisi *order* dan *rank*.

### Metode Two-Stage Least Squares (2SLS)

Penggunaan OLS (*Ordinary Least Square*) secara langsung untuk mengestimasi parameter dari model struktural tidak tepat, karena estimator yang dihasilkan akan bias dan tidak konsisten. Salah satu metode untuk mengestimasi persamaan simultan adalah metode 2SLS. Metode 2SLS merupakan perluasan dari metode OLS yang biasa digunakan dalam estimasi model regresi. Metode 2SLS digunakan ketika terjadi korelasi antara variabel dependen dengan error. Ide dasar metode 2SLS adalah menghilangkan korelasi yang terjadi antara variabel dependen dengan error. Bentuk umum persamaan struktural ke- $i$  sebagai berikut.

$$Y_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}Y_1 + \alpha_{i2}Y_2 + \cdots + \alpha_{iq}Y_q + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i$$

Prosedur dalam metode 2SLS, yaitu sebagai berikut.

1. Estimasi parameter menggunakan OLS antara variabel endogen dengan semua variabel eksogen.

$$\begin{aligned} Y_1 &= \pi_{10} + \pi_{11}X_1 + \pi_{12}X_2 + \cdots + \pi_{1p}X_p + v_1 \\ Y_2 &= \pi_{20} + \pi_{21}X_1 + \pi_{22}X_2 + \cdots + \pi_{2p}X_p + v_2 \\ Y_3 &= \pi_{30} + \pi_{31}X_1 + \pi_{32}X_2 + \cdots + \pi_{3p}X_p + v_3 \\ &\vdots \\ Y_i &= \pi_{i0} + \pi_{i1}X_1 + \pi_{i2}X_2 + \cdots + \pi_{ip}X_p + v_i \end{aligned}$$

diperoleh

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 &= \hat{\pi}_{10} + \hat{\pi}_{11}X_1 + \hat{\pi}_{12}X_2 + \cdots + \hat{\pi}_{1p}X_p \\ \hat{Y}_2 &= \hat{\pi}_{20} + \hat{\pi}_{21}X_1 + \hat{\pi}_{22}X_2 + \cdots + \hat{\pi}_{2p}X_p \\ \hat{Y}_3 &= \hat{\pi}_{30} + \hat{\pi}_{31}X_1 + \hat{\pi}_{32}X_2 + \cdots + \hat{\pi}_{3p}X_p \\ &\vdots \\ \hat{Y}_i &= \hat{\pi}_{i0} + \hat{\pi}_{i1}X_1 + \hat{\pi}_{i2}X_2 + \cdots + \hat{\pi}_{ip}X_p \end{aligned}$$

sehingga persamaan simultan dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} Y_1 &= \hat{Y}_1 + v_1 \\ Y_2 &= \hat{Y}_2 + v_2 \\ Y_3 &= \hat{Y}_3 + v_3 \\ &\vdots \\ Y_i &= \hat{Y}_i + v_i. \end{aligned}$$

2. Variabel endogen yang muncul di sisi kanan pada persamaan struktural diganti dengan persamaan  $Y_i = \hat{Y}_i + v_i$  sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Y_i &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}Y_1 + \alpha_{i2}Y_2 + \cdots + \alpha_{i,i-1}Y_q + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i \\ &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}(\hat{Y}_1 + v_1) + \alpha_{i2}(\hat{Y}_2 + v_2) + \cdots + \alpha_{i,i-1}(\hat{Y}_q + v_q) + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i \\ &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}\hat{Y}_1 + \alpha_{i1}v_1 + \alpha_{i2}\hat{Y}_2 + \alpha_{i2}v_2 + \cdots + \alpha_{i,i-1}\hat{Y}_q + \alpha_{i,i-1}v_q + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i \\ &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}\hat{Y}_1 + \alpha_{i2}\hat{Y}_2 + \cdots + \alpha_{i,i-1}\hat{Y}_q + \beta_{i1}X_1 + \beta_{i2}X_2 + \cdots + \beta_{ik}X_k + \varepsilon_i^* \end{aligned} \quad (1)$$

di mana  $\varepsilon_i^* = \alpha_{i1}v_1 + \alpha_{i2}v_2 + \cdots + \alpha_{i,i-1}v_q + \varepsilon_i$ .

## Strategi Identifikasi

### Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari BPS Provinsi Jawa Timur. Data yang diambil meliputi data produk domestik regional bruto ( $Y_1$ ), indeks pembangunan manusia ( $Y_2$ ), angkatan kerja ( $X_1$ ), dan lama penduduk bersekolah ( $X_2$ ) di 34 kabupaten/kota yang ada di Provinsi Jawa Timur.

**Tabel 1:** Definisi Operasional Variabel.

Jenis Variabel	Variabel	Satuan	Definisi Operasional
Variabel Eksogen	Angkatan Kerja	Satuan orang	Angkatan kerja adalah jumlah penduduk usia kerja (15-64 tahun) yang bekerja dan tidak bekerja, tetapi siap untuk mencari pekerjaan
	Lama Bersekolah	Tahun	Rata-rata lama sekolah adalah rata-rata jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk dalam menjalani pendidikan formal
Variabel Endogen	Produk Domestik Regional Bruto (PDRB)	Miliar Rupiah	PDRB adalah nilai bersih barang dan jasa yang dihasilkan oleh berbagai kegiatan ekonomi di suatu daerah dalam periode tertentu. PDRB merupakan tolak ukur pemerintah dalam menghitung pertumbuhan ekonomi suatu daerah
	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	-	IPM merupakan salah satu indikator dalam perkembangan pembangunan manusia. IPM diukur berdasarkan angka harapan hidup, tingkat pendidikan manusia di daerah, dan tingkat ekonomi di suatu daerah

### Estimasi Persamaan

Model persamaan simultan dalam penelitian ini terdiri dari persamaan PDRB dan IPM. Bentuk persamaan struktural PDRB dan IPM, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{PDRB: } Y_1 &= \alpha_{10} + \alpha_{11}Y_2 + \beta_{11}X_1 + \varepsilon_1 \\ \text{IPM: } Y_2 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}Y_1 + \beta_{21}X_2 + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Menurut kondisi *order*, persamaan struktural dari model persamaan simultan dikatakan teridentifikasi apabila jumlah variabel eksogen yang tidak dimasukkan dalam persamaan, sekurang-kurangnya harus sebanyak jumlah variabel endogen yang terdapat dalam model dikurangi satu. Hasil identifikasi dengan kondisi *order* sebagai berikut.

**Tabel 2:** Kondisi Order.

Persamaan	K	k	K - k	M	M - 1	Keterangan
PDRB	2	1	1	2	1	Tepat Teridentifikasi
IPM	2	1	1	2	1	Tepat Teridentifikasi

Berdasarkan Tabel 2, diketahui bahwa persamaan struktural teridentifikasi sehingga dapat dikatakan bahwa kondisi *order* terpenuhi.

Model persamaan simultan dikatakan teridentifikasi jika memenuhi syarat kondisi *order* dan *rank*. Menurut kondisi *rank*, model persamaan simultan dikatakan teridentifikasi jika dapat dibentuk suatu determinan bukan nol dari koefisien variabel yang tidak terdapat dalam persamaan tersebut, tetapi terdapat dalam persamaan lain dalam model persamaan simultan.

**Tabel 3:** Kondisi Rank.

Persamaan	Konstanta	$Y_1$	$Y_2$	$X_1$	$X_2$
PDRB	$\alpha_{10}$	1	$\alpha_{11}$	$\beta_{11}$	0
IPM	$\alpha_{20}$	$\alpha_{21}$	1	0	$\beta_{21}$

Berdasarkan Tabel 3, diketahui bahwa variabel  $X_2$  pada persamaan PDRB memiliki koefisien 0. Misalkan matriks dari koefisien variabel adalah matriks  $A$  dan dapat ditulis sebagai berikut.

$$A = [\beta_{21}]$$

Determinan  $|A| \neq 0$  yang berarti persamaan PDRB merupakan persamaan yang teridentifikasi.

Setelah diperoleh hasil identifikasi persamaan PDRB, selanjutnya dilakukan identifikasi persamaan IPM. Berdasarkan Tabel 3, diketahui bahwa variabel  $X_1$  pada persamaan IPM memiliki koefisien 0. Misalkan matriks dari koefisien variabel  $X_1$  adalah matriks  $B$  sehingga matriks  $B$  dapat ditulis sebagai berikut.

$$B = [\beta_{11}]$$

Determinan  $|B| \neq 0$  yang berarti persamaan IPM merupakan persamaan yang teridentifikasi. Berdasarkan identifikasi kondisi *order* dan *rank*, diperoleh kesimpulan bahwa persamaan PDRB dan IPM teridentifikasi karena syarat kondisi *order* dan *rank* terpenuhi.

Diketahui bahwa persamaan PDRB dan IPM tepat teridentifikasi. Akan dilakukan penaksiran parameter dari kedua persamaan dengan menggunakan metode 2SLS.

#### 1. Persamaan PDRB

- Estimasi parameter menggunakan OLS antara variabel endogen  $Y_2$  dengan semua variabel eksogen.

$$Y_2 = \pi_{20} + \pi_{21}X_1 + \pi_{22}X_2 + \nu_2$$

diperoleh

$$\hat{Y}_2 = \hat{\pi}_{20} + \hat{\pi}_{21}X_1 + \hat{\pi}_{22}X_2$$

sehingga variabel  $Y_2$  dapat dinyatakan sebagai

$$Y_2 = \hat{Y}_2 + \nu_2.$$

- Variabel endogen yang muncul di sisi kanan pada persamaan struktural diganti dengan persamaan  $Y_2 = \hat{Y}_2 + \nu_2$  sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \alpha_{10} + \alpha_{11}Y_2 + \beta_{11}X_1 + \varepsilon_1 \\
 &= \alpha_{10} + \alpha_{11}(\hat{Y}_2 + \nu_2) + \beta_{11}X_1 + \varepsilon_1 \\
 &= \alpha_{10} + \alpha_{11}\hat{Y}_2 + \alpha_{11}\nu_2 + \beta_{11}X_1 + \varepsilon_1 \\
 &= \alpha_{10} + \alpha_{11}\hat{Y}_2 + \beta_{11}X_1 + \varepsilon_1^*
 \end{aligned} \tag{3}$$

di mana  $\varepsilon_1^* = \alpha_{11}\nu_2 + \varepsilon_1$ .

#### 2. Persamaan IPM

- Estimasi parameter menggunakan OLS antara variabel endogen  $Y_1$  dengan semua variabel eksogen.

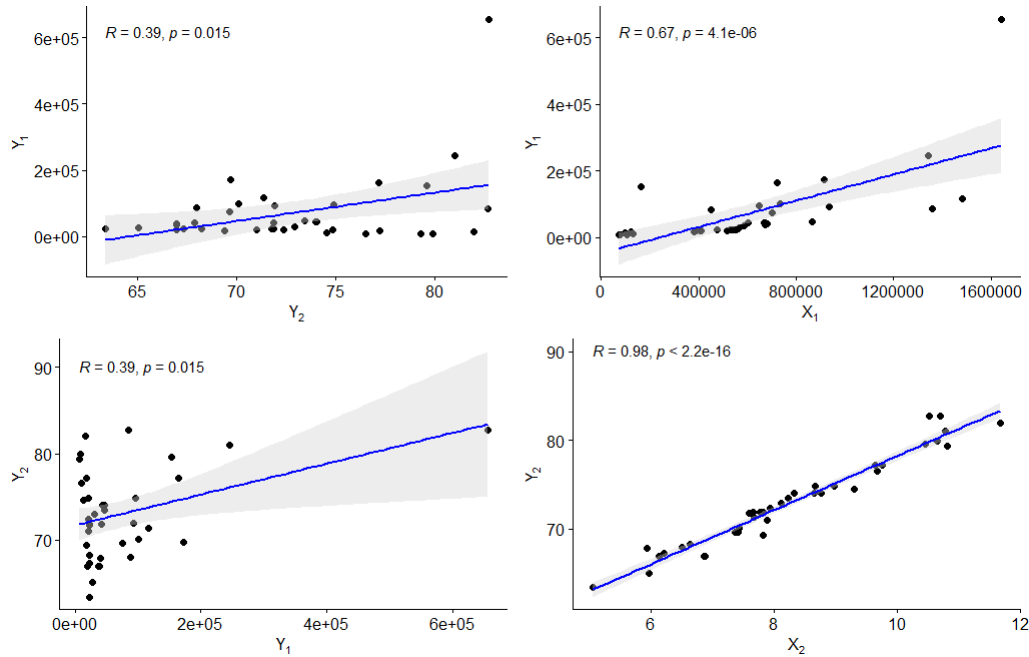
$$Y_1 = \pi_{10} + \pi_{11}X_1 + \pi_{12}X_2 + \nu_1$$

diperoleh

$$\hat{Y}_1 = \hat{\pi}_{10} + \hat{\pi}_{11}X_1 + \hat{\pi}_{12}X_2$$

sehingga variabel  $Y_1$  dapat dinyatakan sebagai

$$Y_1 = \hat{Y}_1 + \nu_1.$$



**Gambar 1:** Scatter Plot Antara Variabel Endogen dan Variabel Eksogen Beserta Korelasinya. Sumber Data: Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur, <https://jatim.bps.go.id/>.

- Variabel endogen yang muncul di sisi kanan pada persamaan struktural diganti dengan persamaan  $Y_1 = \hat{Y}_1 + v_1$  sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}Y_1 + \beta_{21}X_2 + \varepsilon_2 \\
 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}(\hat{Y}_1 + v_1) + \beta_{21}X_1 + \varepsilon_2 \\
 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}\hat{Y}_1 + \alpha_{21}v_1 + \beta_{21}X_2 + \varepsilon_2 \\
 &= \alpha_{20} + \alpha_{21}\hat{Y}_1 + \beta_{21}X_1 + \varepsilon_2^*
 \end{aligned} \tag{4}$$

di mana  $\varepsilon_2^* = \alpha_{21}v_1 + \varepsilon_2$ .

## Hasil

Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa terdapat hubungan linier antara variabel  $Y_1$  dengan masing-masing variabel  $Y_2$  dan  $X_1$ . Namun, adanya satu observasi yang "berbeda" dengan mayoritas observasi lain memengaruhi gradien dari garis linier tersebut. Variabel  $Y_2$  dan  $X_2$  mempunyai korelasi Pearson yang tinggi, yaitu  $r = 0,98$  di mana terlihat dari *scatter plot* antara kedua variabel tersebut hampir linier sempurna. Secara umum, hubungan antara variabel dependen pada persamaan PDRB dan IPM dengan variabel independennya positif yang terlihat dari gradien garis liniernya.

Hasil estimasi model persamaan simultan dengan menggunakan metode 2SLS pada persamaan PDRB dan IPM sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \text{PDRB: } \hat{Y}_1 &= -788716 + 10049,2Y_2 - 0,211512X_1 \\
 \text{IPM: } \hat{Y}_2 &= 48,2865 + 5,97535 \times 10^{-6}Y_1 + 2,93343X_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

Pada persamaan PDRB, diketahui bahwa nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 0,66628. Artinya, variabel IPM ( $Y_2$ ) dan angkatan kerja ( $X_1$ ) mampu menjelaskan variabel PDRB sebesar 66,628%, di mana sisanya sebesar 33,372% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak dimasukkan dalam persamaan. Pada uji  $F$ , diperoleh nilai  $F_{\text{hitung}}$  sebesar 32,46 dan  $p$ -value sebesar 0,000. Karena  $p$ -value = 0,000 <  $\alpha = 0,05$  maka dapat disimpulkan bahwa variabel IPM dan angkatan kerja secara bersama-sama memberikan pengaruh signifikan terhadap variabel PDRB. Untuk uji  $t$ , terlihat bahwa  $p$ -value dari masing-masing variabel IPM dan angkatan kerja yang diperoleh pada Tabel 4 <  $\alpha = 0,05$ . Karena  $p$ -value dari masing-masing variabel IPM dan angkatan kerja nilainya <  $\alpha = 0,05$  maka dapat disimpulkan bahwa variabel IPM dan angkatan kerja secara individu berpengaruh signifikan terhadap variabel PDRB.

**Tabel 4:** Hasil Estimasi Persamaan Simultan dengan Metode 2SLS.

Persamaan	Variabel Eksogen	Estimasi Parameter	$p - value$	$R^2$
PDRB	Konstanta	-788716	$2,6389 \times 10^{-5}$	0,66628
	IPM	10049,2	$5,5973 \times 10^{-5}$	
	Angkatan Kerja	0,211512	$1,4702 \times 10^{-8}$	
IPM	Konstanta	48,2865	0,0000000	0,965019
	PDRB	$5,97535 \times 10^{-6}$	0,0038009	
	Lama Bersekolah	2,93343	0,0000000	

Berdasarkan hasil estimasi model simultan persamaan IPM pada Tabel 4, didapatkan bahwa nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 0,965019. Artinya, variabel PDRB dan lama penduduk bersekolah mampu menjelaskan variabel IPM sebesar 96,5019%, di mana sisanya sebesar 3,4981% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak dimasukkan dalam persamaan. Pada uji  $F$ , diperoleh nilai  $F_{\text{hitung}}$  sebesar 470,4 dan  $p - value$  sebesar 0,000. Karena  $p - value = 0,000 < \alpha = 0,05$  maka dapat disimpulkan bahwa variabel IPM dan lama penduduk bersekolah secara bersama-sama berpengaruh signifikan terhadap variabel IPM. Untuk Uji  $t$ , didapatkan bahwa masing-masing  $p - value$  dari variabel PDRB dan lama penduduk bersekolah  $< \alpha = 0,05$ . Artinya, dapat disimpulkan bahwa variabel PDRB dan lama penduduk bersekolah secara individu berpengaruh signifikan terhadap variabel IPM.

Koefisien dari masing-masing variabel di kedua persamaan memiliki nilai yang positif. Artinya, terdapat hubungan positif antara variabel dependen pada masing-masing persamaan tersebut dengan variabel independennya. Hal tersebut sejalan dengan hasil visualisasi pada Gambar 1.

## Uji Asumsi

Model simultan dikatakan baik jika memenuhi beberapa asumsi, yaitu error berdistribusi normal, tidak ada multikolinieritas, homoskedastisitas terpenuhi, serta terdapat hubungan simultanitas antara variabel endogen. Berikut adalah hasil uji dari asumsi-asumsi tersebut.

### 1. Uji Normalitas

Uji normalitas dilakukan untuk melihat apakah error dari model mengikuti distribusi normal atau tidak. Uji normalitas memiliki hipotesis sebagai berikut.

$H_0$ : Error berdistribusi normal

$H_1$ : Error tidak berdistribusi normal

Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan uji Shapiro-Wilk. Berdasarkan *output* R, diperoleh nilai  $p - value$  persamaan PDRB dan IPM dari uji normalitas, yaitu masing-masing sebesar 0,0003247 dan 0,6187. Karena hanya  $p - value$  dari persamaan IPM yang  $> \alpha = 0,05$ , maka hanya persamaan IPM yang  $H_0$ -nya tidak ditolak. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa error dari persamaan IPM berdistribusi normal, sedangkan error dari persamaan PDRB tidak berdistribusi normal.

### 2. Uji Multikolinieritas

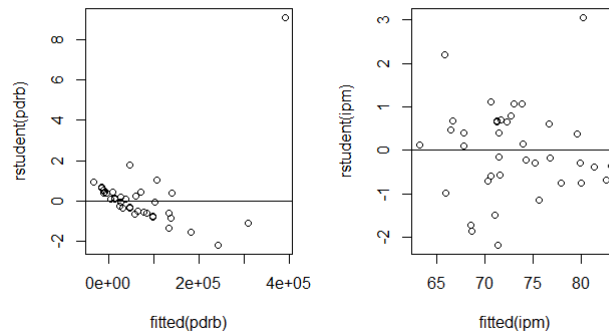
Metode yang digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinieritas dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF). Akan digunakan *rules of thumb* berikut untuk menafsirkan nilai VIF.

- VIF = 1: tidak ada korelasi antara variabel prediktor tertentu dan variabel prediktor lainnya dalam model.
- VIF antara 1 dan 5: terdapat korelasi sedang antara variabel prediktor tertentu dan variabel prediktor lain dalam model.
- VIF > 5: terdapat korelasi yang kuat antara variabel prediktor tertentu dan variabel prediktor lain dalam model.

Dengan menggunakan R, didapatkan nilai VIF dari masing-masing variabel pada persamaan PDRB, yaitu IPM dan angkatan kerja adalah 1,011994 dan 1,011994. Karena kedua nilai VIF tersebut mendekati 1 maka tidak ada masalah multikolinieritas pada persamaan PDRB. Sementara itu, nilai VIF dari masing-masing variabel pada persamaan IPM, yaitu PDRB dan lama penduduk bersekolah adalah 1,159235 dan 1,159235. Kedua nilai VIF tersebut tergolong sedang sehingga tidak ada masalah multikolinieritas pada persamaan IPM. Jadi, tidak ada masalah multikolinieritas pada model simultan persamaan PDRB dan IPM.

### 3. Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas digunakan untuk mengetahui apakah variansi dari error bersifat konstan atau berubah-ubah. Model



**Gambar 2:** Grafik Diagnostik untuk Asumsi Homoskedastisitas. Sumber Data: Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur, <https://jatim.bps.go.id/>.

simultan dikatakan baik jika erornya mempunyai variansi yang konstan. Uji hipotesis yang dilakukan menggunakan uji Breusch-Pagan/Cook-Weisberg.

$H_0$ : Tidak terjadi heteroskedastisitas

$H_1$ : Terjadi heteroskedastisitas

Berdasarkan *output* R, didapatkan bahwa  $p - value$  dari uji Breusch-Pagan/Cook-Weisberg pada persamaan PDRB sebesar 0,000. Karena  $p - value < 0,05$  maka  $H_0$  ditolak. Dapat disimpulkan bahwa terjadi heteroskedastisitas pada persamaan PDRB. Untuk persamaan IPM, didapatkan bahwa  $p - value$  dari uji Breusch-Pagan/Cook-Weisberg sebesar 0,71264. Karena  $p - value > \alpha = 0,05$  maka  $H_0$  tidak ditolak. Dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi heteroskedastisitas pada persamaan IPM.

Pada Gambar 2, terlihat bahwa terdapat pola menurun pada garfik diagnostik persamaan PDRB, sedangkan untuk grafik diagnostik persamaan IPM polanya acak. Hal tersebut sejalan dengan uji hipotesis yang telah dilakukan sebelumnya, di mana terjadi heteroskedastisitas pada persamaan PDRB dan tidak terjadi heteroskedastisitas pada persamaan IPM. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pada persamaan PDRB terjadi heteroskedastisitas dan tidak terjadi heteroskedastisitas pada persamaan IPM.

#### 4. Uji Simultanitas

Pada metode OLS, jika terdapat simultanitas maka hasil estimator OLS tidak akan konsisten. Sebaliknya, jika tidak terdapat simultanitas maka estimator OLS akan menghasilkan estimator yang efisien dan konsisten. Pada metode 2SLS, jika terdapat simultanitas, estimatornya akan konsisten dan efisien. Namun, jika tidak terdapat simultanitas, metode ini menghasilkan estimator yang konsisten tetapi tidak efisien. Untuk memeriksa apakah ada simultanitas dalam persamaan dapat dilihat apakah variabel endogen berhubungan dengan variabel gangguan dengan menggunakan uji Hausman. Akan dilakukan uji Hausman pada persamaan PDRB dan IPM.

$H_0$ : Tidak ada hubungan simultanitas

$H_1$ : Ada hubungan simultanitas

Dengan menggunakan R, didapatkan bahwa  $p - value = 0,76940$ . Karena  $p - value = 0,76940 > \alpha = 0,05$  maka  $H_0$  tidak ditolak. Jadi, tidak terdapat hubungan simultanitas pada variabel endogen.

## Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dalam penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa model simultan persamaan PDRB dan IPM sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{PDRB: } \hat{Y}_1 &= -788716 + 10049,2Y_2 - 0,211512X_1 \\ \text{IPM: } \hat{Y}_2 &= 48,2865 + 5,97535 \times 10^{-6}Y_1 + 2,93343X_2 \end{aligned}$$

Hasil estimasi model simultan persamaan PDRB dan IPM dengan metode 2SLS menunjukkan bahwa variabel PDRB dipengaruhi oleh variabel IPM dan angkatan kerja. Sementara itu, variabel IPM dipengaruhi oleh PDRB dan lama penduduk bersekolah. Secara umum, persamaan PDRB banyak melanggar asumsi persamaan model simultan. Selain itu, nilai  $R^2$ -nya juga hanya 0,66628. Hal tersebut mungkin disebabkan variabel lain yang tidak dimasukkan ke dalam model, tetapi



berpengaruh terhadap model. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah menambahkan faktor lain dalam persamaan PDRB, seperti pengeluaran pemerintah daerah, pendapatan asli daerah, dana alokasi umum, dan dana bagi hasil.

## Daftar Pustaka

- [1] Arba, M. R, Supriyanto, & Nurhayati, N. (2021). Aplikasi Model Persamaan Simultan Data Panel Dinamis untuk Pemodelan Pertumbuhan Ekonomi dan Indeks Pembangunan di Jawa Tengah. *Ilmiah Matematika dan Pendidikan*, 1(1), 33-43.
- [2] Badan Pusat Statistik Kabupaten Tanjung Jabung Timur. (n.d.). *Indeks Pembangunan Manusia*. <https://tanjabtimkab.bps.go.id/subject/26/indeks-pembangunan-manusia.html>
- [3] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur. (2022). *[Seri 2010] PDRB Atas Dasar Harga Berlaku Menurut Kabupaten/Kota (Milyar Rupiah), 2020-2022*. <https://jatim.bps.go.id/indicator/162/323/1/pdrb-adhb.html>
- [4] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur. (2023). *Indeks Pembangunan Manusia Menurut Kabupaten/Kota 2021-2023*. <https://jatim.bps.go.id/indicator/26/36/1/ipm.html>
- [5] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur. (2023). *Penduduk Berumur 15 Tahun ke Atas Menurut Kabupaten/Kota dan Jenis Kegiatan Angkatan Kerja Selama Seminggu yang Lalu di Provinsi Jawa Timur, 2022*. <https://jatim.bps.go.id/statictable/2023/04/06/2647/penduduk-berumur-15-tahun-ke-atas-menurut-kabupaten-kota-dan-jenis-kegiatan-angkatan-kerja>
- [6] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur. (2023). *Rata-Rata Lama Sekolah (Tahun), 2021-2023*. <https://jatim.bps.go.id/indicator/26/32/1/rata-rata-lama-sekolah.html>
- [7] Dinas Pemberdayaan Perempuan, Perlindungan Anak, dan Pengendalian Penduduk DIY. (n.d.). *Indeks Pembangunan Manusia*. <https://dalduk.jogjaprovo.go.id/program/peningkatan-kualitas-penduduk-ekonomi/indeks-pembangunan-manusia.html>
- [8] Fox, J., Kleiber, C., & Zeileis, A. (2020). *Diagnostics for 2SLS Regression*. <https://cran.r-project.org/web/packages/ivreg/vignettes/Diagnostics-for-2SLS-Regression.html>
- [9] Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic Econometrics* (5th ed.).
- [10] Mankiw, N. G. (2012). *Macroeconomic* (Edisi 7). New York: Worth.
- [11] Misno & Sulistianingsih, E. (2019). Estimasi Model Persamaan Simultan dengan Metode Two Stage Least Square (2SLS). *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapan (Bimaster)*, 8(4), 653-658.
- [12] Nasution, H. S. (2010). Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto Era Desentralisasi Fiskal di Propinsi Banten Periode 2001:1-2009:4. *Media Ekonomi*, 18(2), 29-48.
- [13] Pemerintah Provinsi Jawa Tengah. (n.d.). *Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Atas Dasar Harga Konstan Menurut Pengeluaran*. <https://data.jatengprov.go.id/hr/dataset/produk-domestik-regional-bruto-pdrb-atas-dasar-harga-konstan-menurut-pengeluaran>
- [14] Statology. (2022). *How to Test for Multicollinearity in R*. <https://www.statology.org/multicollinearity-in-r/>