

Решение

Домашнее задание



Дедлайн: к следующему уроку
Советуем регулярно выполнять ДЗ
(наверстать пропуски тяжело)

1. Перевести из 10 в 16 систему 12345678, 1000000
2. Перевести из 16 в 10 систему 12345678, 1000000
3. Записать в виде логического выражение ответ Винни Пуха:
"Сгущенного молока и меда и можно без хлеба"
4. Доказать тождества $A \rightarrow B = \neg A \vee B$, $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$, таблицы истинности на Си можно распечатать**
5. Прислать скриншот [Boolean games by July Sudarenko](#)
6. * Упростить выражение $X = (B \rightarrow A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \rightarrow C)$

1. Перевести из 10-тичной в 16-ричную

12345678

12345678 % 16 = 14 → E	12345678 / 16 = 771604
771604 % 16 = 4 → 4	771604 / 16 = 48225
48225 % 16 = 1 → 1	48225 / 16 = 3014
3014 % 16 = 6 → 6	3014 / 16 = 188
188 % 16 = 12 → C	188 / 16 = 11
11 → B	

Результат: **BC614E**

1000000

1000000 % 16 = 0 → 0	1000000 / 16 = 62500
62500 % 16 = 4 → 4	62500 / 16 = 3906
3906 % 16 = 2 → 2	3906 / 16 = 244
244 % 16 = 4 → 4	244 / 16 = 15

15 → F

Результат: **F4240**

2. Перевести из 16-ричной в 10-тичную

12345678

$$1 + 16 * 0 = 1$$

$$2 + 16 * 1 = 18$$

$$3 + 16 * 18 = 291$$

$$4 + 16 * 291 = 4660$$

$$5 + 16 * 4660 = 74565$$

$$6 + 16 * 74565 = 1193046$$

$$7 + 16 * 1193046 = 19088743$$

$$8 + 16 * 19088743 = 305419896$$

Результат: **305419896**

1000000

$$1 + 16 * 0 = 1$$

$$0 + 16 * 1 = 16$$

$$0 + 16 * 16 = 256$$

$$0 + 16 * 256 = 4096$$

$$0 + 16 * 4096 = 65536$$

$$0 + 16 * 65536 = 1048576$$

$$0 + 16 * 1048576 = 16777216$$

Результат: **16777216**

3. Записать в виде логического выражения ответ Винни Пуха:

"Сгущенного молока и мёда и можно без хлеба"

Пусть:

A - Сгущенное молока

B - мёд

C – хлеб

Тогда:

$A \ \&\& \ B \ \&\& \ (C \ || \ !C)$

Но $(C \ || \ !C)$ – это тождественная истина (логическая тавтология), т.е. всегда истинно.
Поэтому его можно убрать.

Получаем:

$A \ \&\& \ B$

Ответ:

в виде логического выражения ответ Винни Пуха: "Сгущенного молока и мёда и можно без хлеба" можно представить так:

$A \ \&\& \ B$

т.е. Сгущенного молока и мёда :-)

4. Доказать тождества

$A \rightarrow B = \neg A \vee B$

$A \rightarrow B$ это импликация. Смысл импликации можно представить таким образом - это обещание если A выполнится, то выполниться и B . Импликация ложна только в одном случае - если A истинно, а B ложно (нарушено "обещание"). Во всех остальных случаях "обещание" не нарушено, поэтому импликация истинна.

Таблица истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Таблица истинности для выражения $\neg A \vee B$:

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Видно, что $A \rightarrow B$ тождественно $\neg A \vee B$

$A \leftrightarrow B = (A \ \&\& \ B) \vee (\neg A \ \&\& \ \neg B)$

$A \leftrightarrow B$ это эквивалентность. Эквивалентность ($A \leftrightarrow B$) означает:

" A и B одновременно истинны или одновременно ложны".

Через таблицу истинности.

Построим таблицу для всех комбинаций A и B :

A	B	$A \leftrightarrow B$	$(A \& B)$	$(\neg A \& \neg B)$	$(A \& B) \vee (\neg A \& \neg B)$
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1

Вывод: Столбцы $A \leftrightarrow B$ и $(A \& B) \vee (\neg A \& \neg B)$ полностью совпадают.

Через эквивалентные преобразования.

Операция $\&$ - логическое умножение

Операция \vee - логическое сложение

Используем определение эквивалентности:

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$$

Раскрываем импликации (см задачу выше):

$$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A) = (\neg A \vee B) \& (\neg B \vee A)$$

Раскрываем скобки:

$$(\neg A \vee B) \& (\neg B \vee A) = (\neg A \& \neg B) \vee (\neg A \& A) \vee (B \& \neg B) \vee (B \& A)$$

Упрощаем

$$(\neg A \& A) = 0$$

$$(B \& \neg B) = 0$$

Получаем:

$$A \leftrightarrow B = (\neg A \& \neg B) \vee (A \& B)$$

Что и требовалось доказать.

5.

6. * Упростить выражение

$$X = (B \rightarrow A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \rightarrow C)$$

Упрощение логического выражения:

1 Заменяем импликации и отрицание

Импликация:

$$B \rightarrow A = !B \parallel A$$

Отрицание ИЛИ:

$$\overline{(A + B)}$$

$$= !A * !B \text{ (по закону де Моргана)}$$

$$= !A \&\& !B$$

Импликация:

$$A \rightarrow C = !A \parallel C$$

Подставляем:

$$X = (!B \parallel A) * (!A \&\& !B) * (!A \parallel C)$$

2 Раскроем первые две скобки:

$$(!B \parallel A) * (!A \&\& !B) = (!B * !A \&\& !B) \parallel (A * !A \&\& !B) = (!B * !A * !B) \parallel (A * !A * !B)$$

Упрощаем:

$$(!B * !A * !B) = (!B * !A)$$

$$(A * !A * !B) = 0 * !B = 0$$

Итого:

$$(!B * !A) = (!B \&\& !A)$$

Получаем выражение:

$$X = (!B \&\& !A) * (!A \parallel C)$$

3 Раскроем скобки:

$$(!B \&\& !A) * (!A \parallel C) = (!B \&\& !A * !A) \parallel (!B \&\& !A * C) = (!B * !A * !A) \parallel (!B * !A * C)$$

Упрощаем

$$(!B * !A * !A) = (!B * !A)$$

Получаем выражение:

$$X = (!B * !A) \parallel (!B * !A * C)$$

4 Выносим общий множитель:

$$X = (!B * !A) * (1 + C)$$

(1 + C) всегда равно 1 для любого C

$$X = (!B * !A) * 1 = (!B * !A) = !B \&\& !A$$

ИТОГО

$X = !B \ \&\& \ !A$