

Методичні підходи до вивчення теми :“ Інтегралі :Діференціал”

Анотація

В статті розглянуто теоретичні та дидактичні питання навчання теми «Інтеграл та його застосування» в шкільному курсі математики. В роботі наводяться різні підходи до поняття визначеного інтеграла з позицій розв'язування прикладних економічного, фізичного, механічного та геометричного характеру.

Ключові слова: інтеграл , поняття інтелектуального числа , види інтегралів .

Інформація: В. А. Зорич, Математический анализ, Т. 1,2. М. Наука, 1981

Шилов Г. Е., Гуревич Б. Л. Интеграл, мера и производная. М. 1967

Вступ

Інтеграл — центральне поняття інтегрального числа , узагальнення поняття суми для функції визначеній на континуумі . Виникає під час розв'язування задач про знаходження площі кривої, знаходження пройденого шляху при нерівномірному русі та інших подібних задачах

Інтеграл в давнину:

Інтеграція простежується ще в давньому Єгипті, приблизно у 1800 до н.е., Московський математичний папірус демонструє знання формули об'єму січної піраміди. Першим відомим методом для розрахунку інтегралів є метод вичерпування Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розриваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомий. Цей метод був підхоплений і розвинутий Архімедом, і використовувався для розрахунку площ парабол і наближеного розрахунку площі круга. Аналогічні методи були розроблені незалежно в Китаї в 3-м столітті н.е Лю Хуейєм, який використовував їх для знаходження площі круга. Цей метод був згодом використаний Цзу Чунчжи для знаходження об'єму сфери.

Ньютон і Лейбніц.

Основне досягнення в області інтегрування відбулося в 17-му столітті із відкриттям фундаментальної теореми числення (відомої як формула Ньютона — Лейбніца) Ньютоном і Лейбніцом, незалежно один від одного. Теорема встановлює зв'язок між інтегруванням і диференціюванням. Зокрема, фундаментальна теорема числення

дозволила вирішувати більш широкий клас задач. Ньютон і Лейбніц створили комплексну математичну теорію, що є не менш важливим. Ця теорія має назву - числення нескінченно малих величин, і дозволяє здійснювати точний аналіз неперервних функцій. Ці основоположні роботи зрештою стали сучасним численням, в якому була використана нотація для інтегралів, що на пряму спирається на роботи Лейбніца.

Знак інтеграла (\int), був вперше використаний Лейбніцом наприкінці XVII століття. Цей символ утворився з букви \int («довга s») — скорочення слова лат. *summa* (summa, сума).

Види інтегралів:

Визначений інтеграл — в математичному аналізі це інтеграл функції з вказаною областю інтегрування. Визначений інтеграл є неперервним функціоналом, лінійним по підінтегральним функціям і адитивним по області інтегрування. У найпростішому випадку область інтегрування — це відрізок числової осі. Геометричний зміст визначеного інтеграла — це площа криволінійної фігури (криволінійної трапеції), обмеженої віссю абсцис, двома вертикалями на краях відрізка і кривою графіка функції.

Подальші узагальнення поняття дозволяють розширити його на кратні, поверхневі, об'ємні інтеграли, а також на інтеграли на об'єктах ширшої природи з мірою. Існує кілька різновидів визначених інтегралів: інтеграл Рімана, інтеграл Лебега, інтеграл Стільтєса тощо.

Невизначений інтеграл

Нехай дано функцію $f(x)$ — функцію дійсної змінної. Невизначеним інтегралом функції $f(x)$, або первісною, називають таку функцію $F(x)$, похідна якої дорівнює $f(x)$, тобто, $F'(x)=f(x)$. Позначається це так: $\int f(x) dx = F(x)$. Слід зазначити, що первісна існує не для будь-якої функції. Легко бачити, що первісна існує для будь-якої неперервної функції. Оскільки похідні двох функцій, які відрізняються лише на сталу, збігаються, при знаходженні невизначеного інтегралу

включают невязначену сталу C , наприклад,

$$\int x^2 \, dx = \frac{x^3}{3} + C, \quad \int \cos x \, dx = \sin x + C.$$