Лабораторна робота №1

«Чисельне інтегрування»

Завдання 1

1. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами x1=1; x2=2; x3=3, ваговий множник дорівнює 1.
2. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули $\frac{1}{3}f(1) + \frac{4}{3}f(2) + \frac{1}{3}f(3)$, ваговий множник дорівнює 1.
3. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами x1=1; x2=2; x3=4, ваговий множник дорівнює 1.
4. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули $\frac{2}{3}f(0) + \frac{8}{3}f(2) + \frac{2}{3}f(4)$, ваговий множник дорівнює 1.
5. Визначити оцінку залишкового члена квадратурної формули інтерполяційного типу, побудованої за вузлами x1=1; x2=2; x3=4, ваговий множник дорівнює -1.
6. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами x1=2; x2=3; x3=4, ваговий множник дорівнює 2.
7. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули $\frac{1}{3}f(2) + \frac{4}{3}f(3) + \frac{1}{3}f(4)$, ваговий множник дорівнює 1.
8. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами x1=2; x2=3; x3=5, ваговий множник дорівнює 2.
9. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули $\frac{2}{3}f(1) + \frac{8}{3}f(3) + \frac{2}{3}f(5)$, ваговий множник дорівнює 1.

10. Визначити оцінку залишкового члена квадратурної формули інтерполяційного типу, побудованої за вузлами x1=2; x2=3; x3=5, ваговий множник дорівнює 2.

Завдання 2

1. Знайти наближене значення числа π з 5 правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули 1) лівих прямокутників; 2) трепецій; 3) Сімпсона. Використати правило Рунге. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в кожному випадку?

2. Знайти наближене значення числа π з 5 правильними значущими цифрами за його інтегральним представленням $\pi = \int\limits_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$ за допомогою квадратурної формули 1) правих прямокутників; 2) середніх прямокутників; 3) Сімпсона. Використати оцінку залишкових членів. Яку кількість значень підінтегральної функції необхідно використати в кожному випадку?

3. Наближено обчислити повний еліптичний інтеграл другого роду $E\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{1}{2}\sin^2 x dx}$ з точністю 0,005 1) за формулою середніх прямокутників та Сімпсона, використавши правило Рунге; 2) за формулою

трапецій та Сімпсона, використавши оцінку залишкових членів.

4. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 4 правильними значущими цифрами на проміжку $x \in [0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу Сімпсона, правило Рунге.

5. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу правих прямокутників, правило Рунге.

6. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу лівих прямокутників, оцінку залишкових членів.

7. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу середніх прямокутників, правило Рунге.

8. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 4 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу Сімпсона, правило Рунге.

9. Побудувати таблиці функції Лобачевського $F(x) = -\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ з 2 правильними значущими цифрами на проміжку $[0; \pi/2]$ з кроком $\pi/36$, побудувати графік функції. Використати формулу трапецій, оцінку залишкових членів.

10. Наближено обчислити довжину дуги еліпса за формулою $L = 4\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{a^2\sin^2 t + b^2\cos^2 t} dt$ за допомогою таблиці Ромберга, використавши 4 кроки.

Завдання 3

1. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою лівих прямокутників з точністю $\varepsilon = 10^{-1}$.

2. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою правих прямокутників з точністю $\varepsilon = 2 \times 10^{-1}$.

3. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою середніх прямокутників з точністю $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$.

4. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою трапецій з точністю $\varepsilon = 10^{-2}$.

5. Використавши заміну змінної інтегрування, наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}}{1+x}dx$ за формулою Сімпсона з точністю $\varepsilon = 10^{-2}$.

6. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_0^\infty \ln \operatorname{th} \frac{x}{2} dx$ за формулою Гауса для $n = 2$. Оцінити похибку.

7. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{e^{x^2-x}}$ за формулою Гауса для $n = 3$. Оцінити похибку.

8. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_2^\infty \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$.
   Використати метод лівих прямокутників, правило Рунге.

9. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод трапецій, оцінку залишкових членів.

10. Наближено обчислити інтеграл $I = \int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}dx$ за допомогою методу обрізання границь з точністю $\varepsilon = 0,005$. Використати метод Сімпсона, правило Рунге.