

Методы вычислений

Лабораторная работа №1

Вариант N

1. Заполнить верхний треугольник матрицы A размером 256×256 , а также вектор u длиной 256 рациональными случайными числами из отрезка $[-2^{N/4}, 2^{N/4}]$ так, чтобы каждое число представляло собой десятичную дробь не менее чем с 13 значащими цифрами. Другими словами должна быть ненулевая вероятность попасть в ячейку любого числа, начинающегося с тринадцати любых цифр. Нижний треугольник матрицы A заполнить таким образом, чтобы выполнялось $A = A^T$. Диагональные элементы получить из формулы $a_{ii} = \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$. Умножив матрицу A на вектор u получить вектор правой части b . Таким образом имеем СЛАУ $Ax = b$, точным решением которой является вектор u .

2. Найти число обусловленности матрицы A , вычислив A^{-1} методом Гаусса-Жордана, в качестве нормы матрицы взяв l -норму:

$$\|A\|_l = \max_i \left(\sum_j |a_{ij}| \right).$$

3. Решить СЛАУ $Ax = b$ методом Гаусса с выбором главного элемента по матрице.
4. Получить LUP -разложение матрицы A и решить полученную систему $LUx = \tilde{b}$.
5. Решить СЛАУ $Ax = b$ методом квадратного корня.
6. Получить максимально точное решение СЛАУ $Ax = b$ методом релаксации с параметром $(N + 1)/6$.
7. Решить СЛАУ $Ax = b$ методом отражений.
8. Из имеющейся матрицы A получить матрицу \tilde{A} – подматрица матрицы A , размером $256 \times 20N$, расположенная в левом верхнем углу (первые $20N$ столбцов матрицы A). Решить линейную задачу наименьших квадратов $\|\tilde{A}x - b\|_2 \rightarrow \min$.
9. Решить СЛАУ $Ax = b$ обобщенным методом минимальных невязок (GMRES), построенным на основе подпространств Крылова.
10. Используя алгоритм Арнольди решить СЛАУ $Ax = b$ обобщенным методом минимальных невязок (GMRES), построенным на основе ортонормированного базиса подпространств Крылова.

11. Прodelать пункты 1-10 сто раз и вывести отчет в формате .txt. В отчет должно входить:

- Минимальное и максимальное число обусловленности, а также среднее арифметическое для всех матриц.
- Среднее время нахождения обратной матрицы.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом Гаусса, с точным решением y . В качестве нормы вектора взять максимум-норму

$$\|x\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|.$$

- Среднее время решения СЛАУ методом Гаусса.
- Среднее время построения LUP -разложения.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного решением СЛАУ $LUx = \tilde{b}$, с точным решением y .
- Среднее время решения СЛАУ $LUx = \tilde{b}$.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом квадратного корня, с точным решением y .
- Среднее время решения СЛАУ методом квадратного корня.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом релаксации, с точным решением y .
- Среднее время решения СЛАУ методом релаксации.
- Среднее время решения СЛАУ методом отражений.
- Минимальная, максимальная и средняя $\|\tilde{A}y - b\|_2$, где y – решение задачи наименьших квадратов.
- Среднее время решения линейной задачи наименьших квадратов.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного обобщенным методом минимальных невязок 9, с точным решением y .
- Среднее время решения СЛАУ обобщенным методом минимальных невязок 9.
- Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного обобщенным методом минимальных невязок 10, с точным решением y .

- Среднее время решения СЛАУ обобщенным методом минимальных невязок 10.
12. Написать отчет в формате .docx (или .pdf), в котором изложить все выводы на основании полученных результатов.
 13. Папку с проектом и два файла отчета добавить в итоговый архив .zip, расширение которого по необходимости переименовать в .mv. Итоговый архив прислать на электронную почту по адресу andrey.moysa@gmail.com.