Міністерство освіти і науки України
ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. Богдана Хмельницького

Факультет Обчислювальної техніки, інтелектуальних та управляючих систем
Кафедра Програмного забезпечення автоматизованих систем

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ № 4
по дисципліні «Вища математика»

Тема: Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь матричним методом
та методом Крамера

Варіант 45

Виконав: студент гр. КС-231
Киба Д.В.

Перевірив: старший викладач
кафедри ПЗАС
Гук В.І.

Черкаси, 2023

Система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) - це сукупність лінійних рівнянь, де кожен змінний коефіцієнт діє на відомі невідомі, і завданням є знайти значення невідомих, які задовольняють усі рівняння системи.

1. Сумісні та несумісні системи:
   - Сумісна система має хоча б один розв'язок, тобто існує набір значень невідомих, який задовольняє всі рівняння системи.
   - Несумісна система не має жодного розв'язку.

2. Визначені та невизначені системи:
   - Визначена система має рівно стільки рівнянь, скільки невідомих, і для неї існує єдиний розв'язок.
   - Невизначена система має більше невідомих, ніж рівнянь, і має безліч розв'язків.

3. Матрична форма запису системи:
   У систему лінійних алгебраїчних рівнянь можна записати у вигляді матриці коефіцієнтів (A) та вектора правих частин (b), де кожен рядок матриці A відповідає одному рівнянню системи. Наприклад, систему з трьома рівняннями можна записати як:
   $A \cdot x = b$
   A - матриця коефіцієнтів, x - вектор невідомих, і b - вектор правих частин.

4. Матричний метод розв'язання системи:
   Матричний метод полягає в знаходженні оберненої матриці A (якщо вона існує) та обчисленні розв'язку системи:
   $x = A^{-1} \cdot b$
5. Метод Крамера розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь:
   Цей метод використовується для визначених систем. Він базується на обчисленні окремих детермінантів, що отримуються заміною стовпця вектором правих частин в основній матриці. Формула для обчислення невідомих виглядає так:
   x_i = det(A_i) / det(A)
   Де x_i - i-та невідома, det(A_i) - детермінант матриці, отриманої заміною i-го стовпця вектором b, і det(A) - детермінант початкової матриці коефіцієнтів.

6. Абсолютна та відносна точність розв'язання системи:
   - Абсолютна точність - це різниця між точним розв'язком і обчисленим розв'язком системи.
   - Відносна точність - це відношення абсолютної точності до норми точного розв'язку системи.

7. Оцінка точності розв'язання системи за допомогою нев'язки (відхилу):
   Нев'язка визначається як різниця між вектором правих частин b і добутком

матриці коефіцієнтів А і обчисленим розв'язком х:

$$\delta_j = b_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i^0$$

Нев'язка може служити показником точності розв'язання: чим менше норма вектора нев'язки, тим точніше розв'язок системи.
Якщо всі нев'язки знайдені, то найбільше значення нев'язок може бути прийняте в якості загальної нев'язки системи рівнянь:

$$\delta = \max_j \delta_j$$

Якщо точний розв'язок $\vec{x}$ системи лінійних алгебраїчних рівнянь був би відомим, то абсолютну похибку наближеного розв'язку можна було б знайти як найбільше значення похибки окремих змінних

$$\Delta = \max_j (x_j - x_j^0)$$

Однак точні значення x_j невідомі, тому наведеною вище формулою скористатися неможливо. Залишається прийняти в якості наближеного значення абсолютної похибки (часто говорять – в якості оцінки похибки) значення загальної нев'язки системи рівнянь δ.

Задача 1. Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного методу. Обчислення проводити в звичайних дробах.
Обчислити нев’язки для кожного рівняння системи. Зробити висновок про точність розв’язання системи.

```
Error, empty script base
```

$$\delta_i = b_i$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} N & -13 & -18 & 9 \\ 17 & -2 & N-13 & 6 \\ -5 & N-4 & 9 & 16 \end{pmatrix}$$

> $with(linalg)$

$[BlockDiagonal, GramSchmidt, JordanBlock, LUdecomp, QRdecomp, Wronskian, addcol, addrow, adj, adjoint, angle, augment, backsub, band, basis, bezout, blockmatrix, charmat, charpoly, cholesky, col, coldim, colspace, colspan, companion, concat, cond, copyinto, crossprod, curl, definite, delcols, delrows, det, diag, diverge, dotprod, eigenvals, eigenvalues, eigenvectors, eigenvects, entermatrix, equal, exponential, extend, ffgausselim, fibonacci, forwardsub, frobenius, gausselim, gaussjord, geneqns, genmatrix, grad, hadamard, hermite, hessian, hilbert, htranspose, ihermite, indexfunc, innerprod, intbasis, inverse, ismith, issimilar, iszero, jacobian, jordan, kernel, laplacian, leastsqrs, linsolve, matadd, matrix, minor, minpoly, mulcol, mulrow, multiply, norm, normalize, nullspace, orthog, permanent, pivot, potential, randmatrix, randvector, rank, ratform, row, rowdim, rowspace, rowspan, rref, scalarmul, singularvals, smith, stackmatrix, submatrix, subvector, sumbasis, swapcol, swaprow, sylvester, toeplitz, trace, transpose, vandermonde, vecpotent, vectdim, vector, wronskian]$ **(1)**

> $N := 45$

$$N := 45 \qquad \textbf{(2)}$$

Розв'язання

СЛАР в матричному вигляді записується

$$\boldsymbol{A \cdot X = B}$$

де, **A** - матриця коефіцієнтів
X - стовпчик невідомих
B - стовпчик вільних членів

Розв'язок системи матричним методом шукається за формулою

$$\mathbf{X} = \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{B}$$

Хід розв'язання

1) Спочатку формуємо матрицю A

> $A := matrix(3, 3, [N, -13, -18, 17, -2, N-13, -5, N-4, 9])$

$$A := \begin{bmatrix} 45 & -13 & -18 \\ 17 & -2 & 32 \\ -5 & 41 & 9 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2)Знаходимо обернену матрицю класичним способом

а)обчислюємо визначник методом Саруса

> $ADOD := matrix(3, 5, [45, -13, -18, 45, -13, 17, -2, 41, 17, -2, -5, 50, 9, -5, 50])$

$$ADOD := \begin{bmatrix} 45 & -13 & -18 & 45 & -13 \\ 17 & -2 & 41 & 17 & -2 \\ -5 & 50 & 9 & -5 & 50 \end{bmatrix} \quad (4)$$

> $\text{Delta} := det(A)$

$$\Delta := -68147 \quad (5)$$

б)знаходимо транспоновану матрицю

> $AT := transpose(A)$

$$AT := \begin{bmatrix} 45 & 17 & -5 \\ -13 & -2 & 41 \\ -18 & 32 & 9 \end{bmatrix} \quad (6)$$

в)знаходимо союзну матрицю

> $ASO := adj(A)$

$$ASO := \begin{bmatrix} -1330 & -621 & -452 \\ -313 & 315 & -1746 \\ 687 & -1780 & 131 \end{bmatrix} \quad (7)$$

г)знаходимо обернену матрицю

> $ABOBR := evalm\left(\frac{1}{\text{Delta}} \cdot ASO\right)$

$$ABOBR := \begin{bmatrix} \frac{1330}{68147} & \frac{621}{68147} & \frac{452}{68147} \\ \frac{313}{68147} & -\frac{315}{68147} & \frac{1746}{68147} \\ -\frac{687}{68147} & \frac{1780}{68147} & -\frac{131}{68147} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ґ)перевіряємо правильність

> $multiply(ABOBR, A)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

> $multiply(A, ABOBR)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

> $inverse(A)$

$$\begin{bmatrix} \frac{1330}{68147} & \frac{621}{68147} & \frac{452}{68147} \\ \frac{313}{68147} & -\frac{315}{68147} & \frac{1746}{68147} \\ -\frac{687}{68147} & \frac{1780}{68147} & -\frac{131}{68147} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Перевірка пройдена

3)Тепер формуємо стовпчик вільних членів

> $B := matrix(3, 1, [9, 6, 16])$

$$B := \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 16 \end{bmatrix} \quad (12)$$

4)Знаходимо розв'язки системи

> $X := multiply(ABOBR, B)$

$$X := \begin{bmatrix} \frac{22928}{68147} \\ \frac{28863}{68147} \\ \frac{2401}{68147} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Для перевірки правильності розв'язання нев'язки кожного рівняння:

> $x1 := \frac{22928}{68147}; x2 := \frac{28863}{68147}; x3 := \frac{2401}{68147}$

$$x1 := \frac{22928}{68147}$$

$$x2 := \frac{28863}{68147}$$

$$x3 := \frac{2401}{68147} \quad (14)$$

> $delta1 := B[1, 1] - A[1, 1] \cdot x1 - A[1, 2] \cdot x2 - A[1, 3] \cdot x3$

$$\delta 1 := 0 \quad (15)$$

> $delta2 := B[2, 1] - A[2, 1] \cdot x1 - A[2, 2] \cdot x2 - A[2, 3] \cdot x3$

$$\delta 2 := 0 \quad (16)$$

> $delta3 := B[3, 1] - A[3, 1] \cdot x1 - A[3, 2] \cdot x2 - A[3, 3] \cdot x3$

$$\delta 3 := 0 \tag{17}$$

Всі нев'язки дорівнюють нулі, тобто розв'язок точний

Задача 2. Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, вручну, за допомогою метода Крамера. Обчислення проводити в десяткових дробах з точністю 5 знаків після десяткової коми. Для кожного рівняння системи знайти нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку.

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} & -12 & -10 & 4\cdot N \\ N-4 & -10 & \frac{19}{N} & 2 \\ N+11 & -\frac{11}{N} & 13 & -19 \end{pmatrix}$$

Розв'язання

Якщо задана система:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = в_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = в_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \ldots + a_{in}x_n = в_i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = в_m \end{cases}$$

```
> Digits := 6;
```

$$Digits := 6 \tag{18}$$

Розв'язки знаходяться за формулами Крамера:

$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$; $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$; . . . ; $x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$, *де* Δ − *визначник матриці коефіцієнтів*, а Δ_n

$$\Delta_n = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots b_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & ..b_{nn} \end{pmatrix}$$

Матриця коефіцієнтів виглядає так:

> $A := matrix\left(3, 3, \left[evalf\left(\frac{1}{N}\right), -12, -10, N-4, -10, evalf\left(\frac{19}{N}\right), N+11, evalf\left(-\frac{11}{N}\right), 13\right]\right)$

$$A := \begin{bmatrix} 0.0222222 & -12 & -10 \\ 41 & -10 & 0.422222 \\ 56 & -0.244444 & 13 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(19)}$$

> $B := matrix(3, 1, [4 \cdot N, 2, -19])$

$$B := \begin{bmatrix} 180 \\ 2 \\ -19 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(20)}$$

> $\text{Delta} := det(A)$

$$\Delta := 609.56 \qquad \textbf{(21)}$$

> $A1 := concat(B, delcols(A, 1..1))$

$$A1 := \begin{bmatrix} 180 & -12 & -10 \\ 2 & -10 & 0.422222 \\ -19 & -0.244444 & 13 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(22)}$$

> $Delta1 := det(A1)$

$$\Delta 1 := -21068.3 \qquad \textbf{(23)}$$

> $A2 := concat(delcols(A, 2..3), B, delcols(A, 1..2))$

$$A2 := \begin{bmatrix} 0.0222222 & 180 & -10 \\ 41 & 2 & 0.422222 \\ 56 & -19 & 13 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(24)}$$

> $Delta2 := det(A2)$

$$\Delta 2 := -82773.2 \qquad \textbf{(25)}$$

> $A3 := concat(delcols(A, 3..3), B)$

(26)

$$A3 := \begin{bmatrix} 0.0222222 & -12 & 180 \\ 41 & -10 & 2 \\ 56 & -0.244444 & -19 \end{bmatrix} \quad \textbf{(26)}$$

> $Delta3 := det(A3)$

$$\Delta 3 := 88308.2 \quad \textbf{(27)}$$

> $Digits := 8$

$$Digits := 8 \quad \textbf{(28)}$$

> $x1 := \dfrac{Delta1}{\mathrm{Delta}}$

$$x1 := -34.563128 \quad \textbf{(29)}$$

> $x2 := \dfrac{Delta2}{\mathrm{Delta}}$

$$x2 := -135.79172 \quad \textbf{(30)}$$

> $x3 := \dfrac{Delta3}{\mathrm{Delta}}$

$$x3 := 144.87204 \quad \textbf{(31)}$$

> $delta1 := B[1, 1] - A[1, 1] \cdot x1 - A[1, 2] \cdot x2 - A[1, 3] \cdot x3$

$$\delta 1 := -0.01213126 \quad \textbf{(32)}$$

> $delta2 := B[2, 1] - A[2, 1] \cdot x1 - A[2, 2] \cdot x2 - A[2, 3] \cdot x3$

$$\delta 2 := 0.0028 \quad \textbf{(33)}$$

> $delta3 := B[3, 1] - A[3, 1] \cdot x1 - A[3, 2] \cdot x2 - A[3, 3] \cdot x3$

$$\delta 3 := 0.0052 \quad \textbf{(34)}$$

> $\mathrm{delta} := \max(delta1, delta2, delta3)$

$$\delta := 0.0052 \quad \textbf{(35)}$$

> $x11 := x1 \pm \mathrm{delta}; x22 := x2 \pm \mathrm{delta}; x33 := x3 \pm \mathrm{delta}$

$$x11 := (-34.563128) \pm 0.0052$$

$$x22 := (-135.79172) \pm 0.0052$$

$$x33 := 144.87204 \pm 0.0052 \quad \textbf{(36)}$$

Задача 3. Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного методу. При обчисленнях використовувати систему Maple, обчислення проводити в десяткових дробах та зберігати 7 значущих цифр. Для кожного рівняння знайти нев’язку та за допомогою нев’язок оцінити точність отриманого розв’язку.
Для перевірки знайти точний розв’язок системи (шляхом проведення обчислень в звичайних дробах) та визначити абсолютну й відносну похибки розв’язання системи матричним методом..
Порівняти значення знайденої оцінки точності розв’язку та значення абсолютних похибок.

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 100000\cdot N & -10\cdot N & 80\cdot N & 1.7 & -161725.37 \\ -1 & 2000\cdot N & -5 & -1.6 & -17.23125 \\ 18\cdot N & -16 & -100\cdot N & -1.5 & -437125.45 \\ -4 & 15 & -11 & -0.7 & 5.493125 \end{pmatrix}$$

> *restart*

> *with*(*linalg*)

[*BlockDiagonal*, *GramSchmidt*, *JordanBlock*, *LUdecomp*, *QRdecomp*, *Wronskian*, *addcol*, *addrow*, *adj*, *adjoint*, *angle*, *augment*, *backsub*, *band*, *basis*, *bezout*, *blockmatrix*, *charmat*, *charpoly*, *cholesky*, *col*, *coldim*, *colspace*, *colspan*, *companion*, *concat*, *cond*, *copyinto*, *crossprod*, *curl*, *definite*, *delcols*, *delrows*, *det*, *diag*, *diverge*, *dotprod*, *eigenvals*, *eigenvalues*, *eigenvectors*, *eigenvects*, *entermatrix*, *equal*, *exponential*, *extend*, *ffgausselim*, *fibonacci*, *forwardsub*, *frobenius*, *gausselim*, *gaussjord*, *geneqns*, *genmatrix*, *grad*, *hadamard*, *hermite*, *hessian*, *hilbert*, *htranspose*, *ihermite*, *indexfunc*, *innerprod*, *intbasis*, *inverse*, *ismith*, *issimilar*, *iszero*, *jacobian*, *jordan*, *kernel*, *laplacian*, *leastsqrs*, *linsolve*, *matadd*, *matrix*, *minor*, *minpoly*, *mulcol*, *mulrow*, *multiply*, *norm*, *normalize*, *nullspace*, *orthog*, *permanent*, *pivot*, *potential*, *randmatrix*, *randvector*, *rank*, *ratform*, *row*, *rowdim*, *rowspace*, *rowspan*, *rref*, *scalarmul*, *singularvals*, *smith*, *stackmatrix*, *submatrix*, *subvector*, *sumbasis*, *swapcol*, *swaprow*, *sylvester*, *toeplitz*, *trace*, *transpose*, *vandermonde*, *vecpotent*, *vectdim*, *vector*, *wronskian*] **(37)**

> $N := 45$

$$N := 45 \qquad \textbf{(38)}$$

> $Digits := 7$

$$Digits := 7 \qquad \textbf{(39)}$$

> $A := matrix(4, 4, [100000\cdot N, -10\cdot N, 80\cdot N, 1.7, -1, 2000\cdot N, -5, -1.6, 18\cdot N, -16, -100\cdot N, -1.5, -4, 15, -11, -0.7])$

$$A := \begin{bmatrix} 5400000 & -540 & 4320 & 1.7 \\ -1 & 108000 & -5 & -1.6 \\ 972 & -16 & -5400 & -1.5 \\ -4 & 15 & -11 & -0.7 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(40)}$$

> $AOBR := inverse(A)$

$$AOBR := \begin{bmatrix} 1.851587 \times 10^{-7} & 9.295453 \times 10^{-10} & 1.478598 \times 10^{-7} & 1.307039 \times 10^{-7} \\ -2.026519 \times 10^{-11} & 9.262215 \times 10^{-6} & 3.468483 \times 10^{-8} & -0.00002124515 \\ 3.377005 \times 10^{-8} & -8.276836 \times 10^{-8} & -0.0001859704 & 0.0003987792 \\ -1.589156 \times 10^{-6} & 0.0001997714 & 0.002922291 & -1.435294 \end{bmatrix} \quad (41)$$

> $B := matrix(4, 1, [-161725.37, -17.23125, -437125.45, 5.493125])$

$$B := \begin{bmatrix} -161725.37 \\ -17.23125 \\ -437125.45 \\ 5.493125 \end{bmatrix} \quad (42)$$

> $X := multiply(AOBR, B)$

$$X := \begin{bmatrix} -0.09457743 \\ -0.01543464 \\ 81.28912 \\ -1285.038 \end{bmatrix} \quad (43)$$

> $delta1 := B[1, 1] - A[1, 1] \cdot X[1, 1] - A[1, 2] \cdot X[2, 1] - A[1, 3] \cdot X[3, 1] - A[1, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 1 := 0. \quad (44)$$

> $delta2 := B[2, 1] - A[2, 1] \cdot X[1, 1] - A[2, 2] \cdot X[2, 1] - A[2, 3] \cdot X[3, 1] - A[2, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 2 := 0.00042257 \quad (45)$$

> $delta3 := B[3, 1] - A[3, 1] \cdot X[1, 1] - A[3, 2] \cdot X[2, 1] - A[3, 3] \cdot X[3, 1] - A[3, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 3 := -0.11769 \quad (46)$$

> $delta4 := B[4, 1] - A[4, 1] \cdot X[1, 1] - A[4, 2] \cdot X[2, 1] - A[4, 3] \cdot X[3, 1] - A[4, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 4 := 9.9 \times 10^{-6} \quad (47)$$

> $\mathrm{delta} := \max(delta1, delta2, delta3, delta4)$

$$\delta := 0.00042257 \quad (48)$$

> $x1 := X[1, 1] \pm \mathrm{delta};\ x2 := X[2, 1] \pm \mathrm{delta};\ x3 := X[3, 1] \pm \mathrm{delta};\ x4 := X[4, 1] \pm \mathrm{delta}$

$$x1 := -0.09457743 \pm 0.00042257$$

$$x2 := -0.01543464 \pm 0.00042257$$

$$x3 := 81.28912 \pm 0.00042257$$

$$x4 := -1285.038 \pm 0.00042257 \quad (49)$$

Задача 4. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою методу Крамера. При обчисленнях використовувати систему Maple обчислення проводити в десяткових дробах та зберігати 7 десяткових знаків після коми. Для кожного рівняння визначити нев'язку та оцінити точність отриманого розв'язку. Для перевірки знайти точний розв'язок системи та визначити абсолютну й відносну похибки розв'язку системи методом Крамера.
Порівняти значення нев'язок та абсолютних похибок.

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 100000 \cdot N & -10 \cdot N & 80 \cdot N & \frac{7}{N} & 161725.37 \\ -1 & 2000 \cdot N & \frac{5}{N} & 1.6 & -17.23125 \\ \frac{18}{N} & 16 & 100 \cdot N & -1.5 & -437125.45 \\ -4 & 15 & -11 & -\frac{0.7}{N} & 0.0493125 \end{pmatrix}$$

> $A := matrix\left(4, 4, \left[100000 \cdot N, -10 \cdot N, 80 \cdot N, \frac{7}{N}, -1, 2000 \cdot N, \frac{5}{N}, 1.6, \frac{18}{N}, 16, 100 \cdot N, -1.5, -4, 15, -11, -\frac{0.7}{N}\right]\right)$

$$A := \begin{bmatrix} 5400000 & -540 & 4320 & \frac{7}{54} \\ -1 & 108000 & \frac{5}{54} & 1.6 \\ \frac{1}{3} & 16 & 5400 & -1.5 \\ -4 & 15 & -11 & -0.01296296 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(50)}$$

> $B := matrix(4, 1, [161725.37, -17.23125, -437125.45, 0.0493125])$

$$B := \begin{bmatrix} 161725.37 \\ -17.23125 \\ -437125.45 \\ 0.0493125 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(51)}$$

> Delta $:= det(A)$

$$\Delta := -5.114504 \times 10^{13} \qquad \textbf{(52)}$$

> $A1 := concat(B, delcols(A, 1 ..1))$

(53)

$$A1 := \begin{bmatrix} 161725.4 & -540 & 4320 & \frac{7}{54} \\ -17.23125 & 108000 & \frac{5}{54} & 1.6 \\ -437125.4 & 16 & 5400 & -1.5 \\ 0.0493125 & 15 & -11 & -0.01296296 \end{bmatrix} \quad \textbf{(53)}$$

> $Delta1 := det(A1)$

$$\Delta 1 := -4.149466 \times 10^{12} \quad \textbf{(54)}$$

> $A2 := delcols(concat(delcols(A, 3 ..4), B, delcols(A, 1 ..2)), 2 ..2)$

$$A2 := \begin{bmatrix} 5400000 & 161725.4 & 4320 & \frac{7}{54} \\ -1 & -17.23125 & \frac{5}{54} & 1.6 \\ \frac{1}{3} & -437125.4 & 5400 & -1.5 \\ -4 & 0.0493125 & -11 & -0.01296296 \end{bmatrix} \quad \textbf{(55)}$$

> $Delta2 := det(A2)$

$$\Delta 2 := 4.152959 \times 10^{13} \quad \textbf{(56)}$$

> $A3 := concat(delcols(A, 3 ..3), B)$

$$A3 := \begin{bmatrix} 5400000 & -540 & \frac{7}{54} & 161725.4 \\ -1 & 108000 & 1.6 & -17.23125 \\ \frac{1}{3} & 16 & -1.5 & -437125.4 \\ -4 & 15 & -0.01296296 & 0.0493125 \end{bmatrix} \quad \textbf{(57)}$$

> $A33 := swapcol(A2, 3, 4)$

$$A33 := \begin{bmatrix} 5400000 & 161725.4 & \frac{7}{54} & 4320 \\ -1 & -17.23125 & 1.6 & \frac{5}{54} \\ \frac{1}{3} & -437125.4 & -1.5 & 5400 \\ -4 & 0.0493125 & -0.01296296 & -11 \end{bmatrix} \quad \textbf{(58)}$$

> $Delta3 := det(A33)$

$$\Delta 3 := -4.152959 \times 10^{13} \quad \textbf{(59)}$$

> $A4 := concat(delcols(A, 4 ..4), B)$

$$A4 := \begin{bmatrix} 5400000 & -540 & 4320 & 161725.4 \\ -1 & 108000 & \frac{5}{54} & -17.23125 \\ \frac{1}{3} & 16 & 5400 & -437125.4 \\ -4 & 15 & -11 & 0.0493125 \end{bmatrix} \quad \textbf{(60)}$$

> $Delta4 := det(A4)$

$$\Delta 4 := -2.802894 \times 10^{18} \quad \textbf{(61)}$$

> $x1 := \frac{Delta1}{\mathrm{Delta}}; x2 := \frac{Delta2}{\mathrm{Delta}}; x3 := \frac{Delta3}{\mathrm{Delta}}; x4 := \frac{Delta4}{\mathrm{Delta}}$

$$x1 := 0.08113135$$

$$x2 := -0.8119964$$

$$x3 := 0.8119964$$

$$x4 := 54802.85 \quad \textbf{(62)}$$

> $delta1 := B[1, 1] - A[1, 1] \cdot x1 - A[1, 2] \cdot x2 - A[1, 3] \cdot x3 - A[1, 4] \cdot x4$

$$\delta 1 := -287434.3 \quad \textbf{(63)}$$

> $delta2 := B[2, 1] - A[2, 1] \cdot x1 - A[2, 2] \cdot x2 - A[2, 3] \cdot x3 - A[2, 4] \cdot x4$

$$\delta 2 := -6.178869 \quad \textbf{(64)}$$

> $delta3 := B[3, 1] - A[3, 1] \cdot x1 - A[3, 2] \cdot x2 - A[3, 3] \cdot x3 - A[3, 4] \cdot x4$

$$\delta 3 := -359292.9 \quad \textbf{(65)}$$

> $delta4 := B[4, 1] - A[4, 1] \cdot x1 - A[4, 2] \cdot x2 - A[4, 3] \cdot x3 - A[4, 4] \cdot x4$

$$\delta 4 := 731.8929 \quad \textbf{(66)}$$

> $\mathrm{delta} := \max(delta1, delta2, delta3, delta4)$

$$\delta := 731.8929 \quad \textbf{(67)}$$

> $x1 := X[1, 1] \pm \mathrm{delta}; x2 := X[2, 1] \pm \mathrm{delta}; x3 := X[3, 1] \pm \mathrm{delta}; x4 := X[4, 1] \pm \mathrm{delta}$

$$x1 := -0.09457743 \pm 731.8929$$

$$x2 := -0.01543464 \pm 731.8929$$

$$x3 := 81.28912 \pm 731.8929$$

$$x4 := -1285.038 \pm 731.8929 \quad \textbf{(68)}$$

Задача 5. Система лінійних алгебраїчних рівнянь задана розширеною матрицею, яка містить десяткові дроби. Знайти розв'язок СЛАР матричним методом з використанням Maple та збереженням 10-ти значущих цифр. Перетворити розширену матрицю системи в матрицю, яка містить звичайні дроби. Знайти точний розв'язок отриманої системи матричним методом. Порівняти отримані розв'язки. Обчислити нев'язки.

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} N+3{,}21 & 0{,}71 & 0{,}34 & 0{,}12 & 6{,}12 \\ 0{,}43 & N-0{,}24 & 0{,}08 & 0{,}22 & 5{,}71 \\ 0{,}17 & 4{,}11 & N-4{,}73 & 0{,}15 & 7{,}06 \\ 3{,}14 & -0{,}27 & 3{,}09 & N+2{,}41 & 8{,}31 \end{pmatrix}$$

> $Digits := 10$

$$Digits := 10 \tag{69}$$

> $A := matrix(4, 4, [N + 3.21, 0.71, 0.34, 0.12, 0.43, N - 0.24, 0.08, 0.22, 0.17, 4.11, N - 4.73, 0.15, 3.14, -0.27, 3.09, N + 2.41])$

$$A := \begin{bmatrix} 48.21 & 0.71 & 0.34 & 0.12 \\ 0.43 & 44.76 & 0.08 & 0.22 \\ 0.17 & 4.11 & 40.27 & 0.15 \\ 3.14 & -0.27 & 3.09 & 47.41 \end{bmatrix} \tag{70}$$

> $AOBR := inverse(A)$

$AOBR :=$ **(71)**

$[[0.02074927561, -0.0003137646585, -0.0001706863011, -0.00005052271468$
$],$
$[-0.0001924818661, 0.02234700831, -0.00003485808153, -0.0001031009342],$
$[-0.00006284058330, -0.002280540520, 0.02484264936, -0.00006785778570],$
$[-0.001371240627, 0.0002966838953, -0.001608041410, 0.02109977821]]$

> $B := matrix(4, 1, [6.12, 5.71, 7.06, 8.31])$

$$B := \begin{bmatrix} 6.12 \\ 5.71 \\ 7.06 \\ 8.31 \end{bmatrix} \tag{72}$$

> $X := evalm(AOBR \&* B)$

(73)

$$X := \begin{bmatrix} 0.1235690814 \\ 0.1253205616 \\ 0.1614187356 \\ 0.1572884570 \end{bmatrix} \tag{73}$$

> $delta1 := B[1, 1] - A[1, 1] \cdot X[1, 1] - A[1, 2] \cdot X[2, 1] - A[1, 3] \cdot X[3, 1] - A[1, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 1 := 2. \times 10^{-9} \tag{74}$$

> $delta2 := B[2, 1] - A[2, 1] \cdot X[1, 1] - A[2, 2] \cdot X[2, 1] - A[2, 3] \cdot X[3, 1] - A[2, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 2 := -2.00 \times 10^{-9} \tag{75}$$

> $delta3 := B[3, 1] - A[3, 1] \cdot X[1, 1] - A[3, 2] \cdot X[2, 1] - A[3, 3] \cdot X[3, 1] - A[3, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 3 := -4.04 \times 10^{-9} \tag{76}$$

> $delta4 := B[4, 1] - A[4, 1] \cdot X[1, 1] - A[4, 2] \cdot X[2, 1] - A[4, 3] \cdot X[3, 1] - A[4, 4] \cdot X[4, 1]$

$$\delta 4 := -3.0 \times 10^{-9} \tag{77}$$

> $\mathrm{delta} := \max(delta1, delta2, delta3, delta4)$

$$\delta := 2. \times 10^{-9} \tag{78}$$

> $x1 := X[1, 1] \pm \mathrm{delta};\ x2 := X[2, 1] \pm \mathrm{delta};\ x3 := X[3, 1] \pm \mathrm{delta};\ x4 := X[4, 1] \pm \mathrm{delta}$

$$x1 := 0.1235690814 \pm (2. \times 10^{-9})$$
$$x2 := 0.1253205616 \pm (2. \times 10^{-9})$$
$$x3 := 0.1614187356 \pm (2. \times 10^{-9})$$
$$x4 := 0.1572884570 \pm (2. \times 10^{-9}) \tag{79}$$

>