

Задача о погоне

Любимов

Дмитрий Андреевич

НФИбд-01-20

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Цель лабораторной работы

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

Задание к лабораторной работе

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

ПРОЦЕСС ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Теоретический материал

Принимает за $t_0 = 0$, $x_{x0} = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_{x0} ($\theta = x_{x0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 5.1)

X — неизвестное расстояние

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{2v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x + k}{2v} \text{ во втором.}$$

Теоретический материал

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases} \text{ с начальными условиями } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

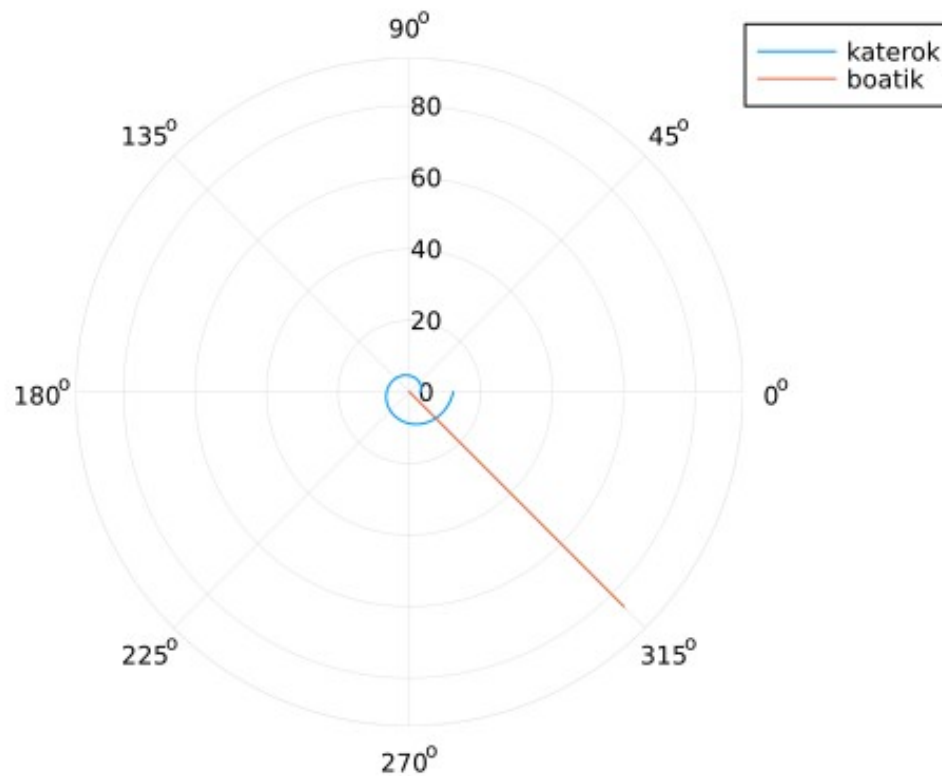
$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, вы получите траекторию движения катера в полярных координатах.

Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19.5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.9 раза больше скорости браконьерской лодки

Результаты

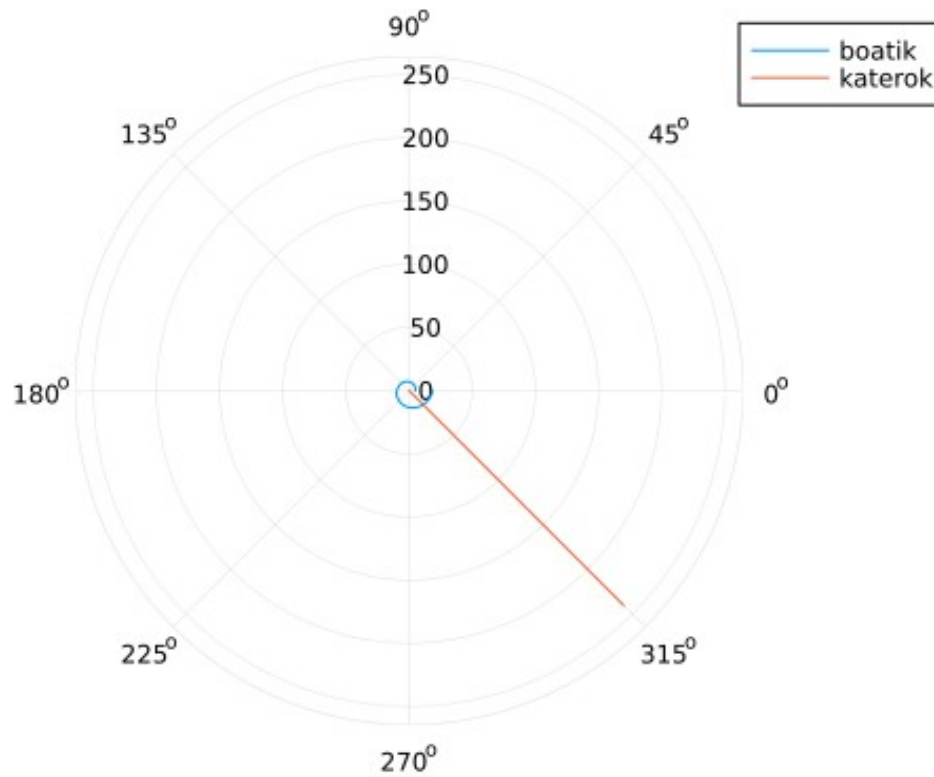


траектории для случая 1

Точка пересечения графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 10 \end{cases}$$

Результаты



траектории для случая 2

Точка пересечения графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 15 \end{cases}$$

ВЫВОДЫ ПО ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ

Вывод

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию. Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти меньшее расстояние.