

Модель боевых действий

Любимов Дмитрий НФИбд-01-20¹25

февраля, 2023, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие, как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Задание к лабораторной работе

1. Изучить три случая модели Ланчестера
2. Построить графики изменения численности войск
3. Определить победившую сторону

Процесс выполнения лабораторной работы

Рассмотри три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\alpha(x)y - \beta(x)y + \gamma(x) \\ \frac{dy}{dt} = -\alpha(x)y - h(x)y + \gamma(x) \end{cases}$$

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\lambda(x)y - \mu(x)y + \lambda(x) \\ \frac{dy}{dt} = -\lambda(x)y(x) - h(x)y(x) + \lambda(x) \end{cases}$$

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\alpha(x)y - \beta(x)y^2 + \gamma(x) \\ \frac{dy}{dt} = -h(x)x - \delta(x)xy + \epsilon(x) \end{cases}$$

Условие задачи

Между страной A и страной B идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $A(t)$ и $B(t)$. В начальный момент времени страна A имеет армию численностью 23450 человек, а в распоряжении страны B армия численностью в 11250 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $A(t), B(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии A и армии B для следующих случаев:

Случай 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.312x(t) - 0.741y(t) + |x(t)y(t+2)| \\ \frac{dy}{dt} = -0.36x(t) - 0.591y(t) + |x(t)y(t+2)| \end{cases}$$

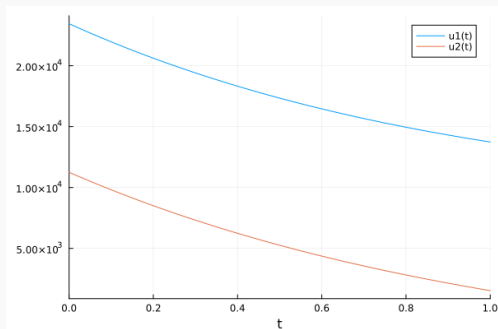


Figure 1: График численности для случая 1

Случай 2. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -0.355(u_1) - 0.799u_1(u_2) + u_1u_2(2u_1) + 1 \\ \dot{u}_2 = -0.299u_1(u_1)u_2(u_2) - 0.566u_1(u_2) + u_1u_2(10u_2) + 1 \end{cases}$$

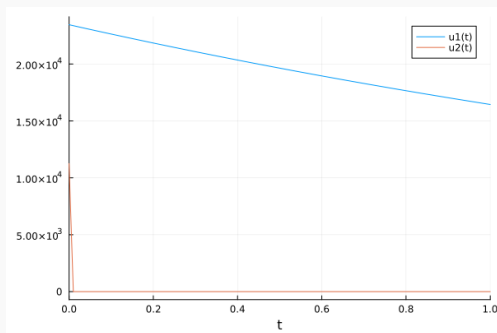


Figure 2: График численности для случая 2

Выводы по проделанной работе

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью «Войны и сражения». Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики $\square(\square)$ и $\square(\square)$ в рассматриваемых случаях.