

Zadania przed kolokwium II

Zadanie 1

Królestwo Syjonu składa się z miast połączonych dwukierunkowymi drogami. Między dowolną parą miast istnieje jedna i tylko jedna ścieżka. Część miast została zainfekowana przez maszyny. Do eskalacji ataku dojdzie, jeśli znajdą się przynajmniej dwa miasta, zainfekowane przez maszyny, między którymi będzie istniała ścieżka. Dlatego Mofreusz postanowił zniszczyć część dróg między miastami, tak aby żadne zainfekowane miasta nie były połączone. Niemniej jednak każda droga ma przypisany czas potrzebny na zniszczenie. Pomóż Morefuszowi tak dobrać niszczone drogi, aby nie istniała ścieżka między dowolnymi zainfekowanymi miastami i czas potrzebny na niszczenie był minimalny. Niszczymy jedną drogę na raz.

Zadanie ma dwa rozwiązania: dynamiczne i zachłanne, na zajęciach skupimy się na zachłannym.

Zadanie 2.

Dane jest n zmiennych x_1, \dots, x_n , o nieznanach wartościach. Mamy jednak podaną serię równości i różności, postaci: $x_i = x_j$, $x_i \neq x_j$. Podaj jak najszybszy algorytm, który sprawdzi, czy podana tak seria nie jest sprzeczna.

Zadanie 3.

Dana jest zawsze działająca w czasie $O(1)$ funkcja $\text{dict}(\text{word})$, która mówi, czy słowo word jest poprawnym słowem danego języka. Dostajemy na wejściu stringa bez spacji. Podaj algorytm, który stwierdzi, czy da się tak powstawić spacje do wejściowego stringa, że ciąg słów który otrzymamy tworzą słowa z danego języka. Np. "alamakotainiemapsa" możemy zapisać jako "ala ma kota i nie ma psa". Podaj również, jak wykorzystać algorytm, aby uzyskać przykładowe poprawne rozdzielenie stringa spacjami, jeśli oczywiście ono istnieje. Algorytm ma być szybki, ale najważniejsze, żeby był poprawny!!!.

Zadanie 4.

Dany jest k - elementowy zbiór symboli S , oraz działanie dwuelementowe na elementach tego zbioru, zwracające element z tego zbioru. Można sobie zamodelować to działanie jak dwuwymiarową tabelkę $k \times k$. Na wejściu dostajemy ciąg symboli z S , oraz jeden symbol z S . Podaj poprawny wielomianowy (ze względu na k i długość ciągu) algorytm, który stwierdzi, czy da się tak poustawić nawiasy w ciągu wejściowym, że po wykonaniu działania dostaniemy ten jeden symbol z S , który był na wejściu. Przykład:

$S = \{a, b, c\}$

wejście dla algorytmu to bbbbac i symbol a . Działanie dane jest jako:

	a	b	c
a	b	b	a
b	c	b	a
c	a	c	c

Możemy poustawiać nawiasy tak: $((b(bb))(ba))c$, wtedy wykonując dwuelementowe operacje zgodnie z kolejnością nawiasów i tabelką, otrzymamy symbol a .

Zadanie *.

Dany jest graf ważony. Wagę ścieżki definiujemy jako $\min(z \text{ wag krawędzi na tej ścieżce})$ znaleźć najdłuższą ścieżkę między wierzchołkami s i t .

Zadanie 5.

Skojarzeniem w grafie nazywamy podzbiór krawędzi rozłączny wierzchołkowo. Podaj poprawny algorytm znajdujący maksymalny rozmiar skojarzenia w grafie dwudzielnym.