

Zadania przed kolokwium I

Zadanie 1

Dany jest ciąg przedziałów domkniętych $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$. Zaproponuj (bez implementacji) algorytm, który znajduje taki przedział $[a_i, b_i]$, w którym w całości zawiera się jak najwięcej innych przedziałów.

Zadanie 2

Dane są dwa zbiory liczb, reprezentowane jako tablice rozmiarów m i n , gdzie m jest znacznie mniejsze od n . Zaproponuj algorytm, który sprawdzi, czy zbiory są rozłączne.

Zadanie 3

Dana jest tablica liczb rzeczywistych wielkości n reprezentująca kopiec minimum (array-based heap). Mając daną liczbę rzeczywistą x sprawdź, czy k -ty najmniejszy element jest większy lub równy x .

Zadanie 4

Dana jest tablica $2n$ liczb rzeczywistych. Zaproponuj algorytm, który podzieli te liczby na n par w taki sposób, że podział będzie miał najmniejszą maksymalną sumę liczb w parze. Przykładowo, dla liczb $(1, 3, 5, 9)$ możemy mieć podziały $((1,3),(5,9))$, $((1,5),(3,9))$, oraz $((1,9),(3,5))$. Sumy par dla tych podziałów to $(4, 14)$, $(6, 12)$ oraz $(10, 8)$, w związku z tym maksymalne sumy to 14 , 12 oraz 10 . Wynika z tego, że ostatni podział ma najmniejszą maksymalną sumę.

Zadanie 5

Dana jest nieskończona tablica A , gdzie pierwsze n pozycji zawiera posortowane liczby naturalne, a reszta tablicy ma wartości `None`. Nie jest dana wartość n . Przedstaw algorytm, który dla danej liczby naturalnej x znajdzie indeks w tablicy, pod którym znajduje się wartość x . Jeżeli nie ma jej w tablicy, to należy zwrócić `None`.

Zadanie 6

Dana jest posortowana rosnąco tablica A wielkości n zawierająca parami różne liczby naturalne. Podaj algorytm, który sprawdzi, czy jest taki indeks i , że $A[i] == i$.

Co zmieni się, jeżeli liczby będą po prostu całkowite, niekoniecznie naturalne?

Zadanie 7

Dana jest nieposortowana tablica A . Należy znaleźć maksymalną różnicę pomiędzy kolejnymi elementami w porządku posortowanym. Zadanie należy rozwiązać w czasie liniowym.

Zadanie 8

Dane jest n punktów na osi liczbowej jednowymiarowej. Napisz algorytm, który stwierdzi, w którym z nich należy wybudować dom, tak aby suma euklidesowych odległości od tego punktu do wszystkich pozostałych była minimalna. Należy zwrócić również tę sumę. Algorytm powinien być jak najszybszy.

Zadanie 9

Dane są trzy zbiory: A, B i C. Napisz algorytm, który powie, czy istnieje taka trójka a, b, c z odpowiednio A, B, i C, że $a + b = c$. Nie wolno korzystać ze słowników!

Zadanie 10

Dana jest tablica zawierająca liczby całkowite (również ujemne). Należy przeprowadzić preprocessing, tak by móc być w stanie odpowiadać na następujące zapytania w czasie $O(\log(n))$:

Zapytanie to liczba całkowita x. Podczas odpowiedzi na jedno zapytanie, należy:

1. “wirtualnie” dodać x do każdego elementu w tablicy
2. zwrócić sumę wartości bezwzględnych wszystkich elementów tablicy.

Uwaga! Dodane “wirtualnie” wartości x akumulują się na kolejne zapytania, tzn. po wykonaniu zapytania dla $x=2$ “wirtualnie” dodano wszędzie 2, a dla kolejnego zapytania $x=3$ “wirtualnie” trzeba dodać wszędzie 3, a liczby będą łącznie “wirtualnie” większe o 5 względem tego, co faktycznie jest w tablicy.