

Najkrótsze ścieżki - ćwiczenia

Zadanie 1

Dany jest bardzo duży graf ważony, z małymi (≤ 10) całkowitymi wagami dodatnimi. Podaj algorytm, który znajdzie najkrótsze ścieżki, do wszystkich wierzchołków, od wybranego startowego.

Zadanie 2

Dany jest graf ważony G , oraz drzewo rozpinające T , które być może jest drzewem najkrótszych ścieżek w G , od pewnego wierzchołka s z G . Podaj algorytm, który sprawdzi, czy T rzeczywiście jest drzewem najkrótszych ścieżek od wierzchołka s .

Zadanie 3.

Dany jest graf G . Podaj jak najszybszy algorytm, który tworzy graf indukowany G' zawierający taki podzbiór krawędzi i wierzchołków z G , że każdy wierzchołek w G' ma stopień co najmniej k . Uwaga!: przemyśl parę razy pierwsze rozwiązanie, które przyjdzie Ci do głowy.

Zadanie 4.

W miasteczku są sklepy i domy. Trzeba sprawdzić jak daleko do najbliższego sklepu mają mieszkańcy.

```
struct Vertex { bool shop; // true-sklep, false-dom
    int* distances; // tablica odległości do innych wierzchołków
    int* edges; // numery wierzchołków opisanych w distances
    int edge; // rozmiar tablicy distances (i edges)
    int d store; // odległość do najbliższego sklepu
};
```

Zaimplementować funkcję `distanceToClosestStore (int n, Vertex* village)` uzupełniającą `d store` dla tablicy `Vertexów` i oszacować złożoność algorytmu.

Zadanie 5.

Dany jest graf ważony G . Ścieżka super-fajna, to taka, która jest nie tylko najkrótszą wagowo ścieżką między v i u , ale także ma najmniejszą liczbę krawędzi (inaczej mówiąc, szukamy najkrótszych ścieżek w sensie liczby krawędzi wśród najkrótszych ścieżek w sensie wagowym). Podaj algorytm, który dla zadanego wierzchołka startowego s , znajdzie super fajne ścieżki do pozostałych wierzchołków.

Zadanie 5.5

Treść jak w zadaniu 5, tylko chcemy algorytm, który dla zadanego wierzchołka startowego s , stwierdzi, czy do każdego wierzchołka w G istnieje unikalna najkrótsza ścieżka w G . Numer zadania to 5.5, bo wymaga to tylko zmiany jednej instrukcji w algorytmie z zadania 5.

Zadanie 6.

Dany jest graf ważony z dodatnimi wagami. Należy podać algorytm, który zwróci długość najkrótszego cyklu w grafie. Należy podać rozwiązania dla grafów rzadkich i gęstych. Algorytm powinien stwierdzić, jeśli graf nie ma cyklu. Hint: w ani jednym, ani drugim przypadku nie uda się uzyskać algorytmu liniowego.

Zadanie 7.

Dany jest graf ważony z dodatnimi wagami G . Dana jest też lista E' krawędzi, które nie należą do grafu, ale są krawędziami między wierzchołkami z G . Dane są również dwa wierzchołki s i t . Podaj algorytm, który stwierdzi, którą jedną krawędź z E' należy

wszczepić do G , aby jak najbardziej zmniejszyć dystans między s i t . Jeżeli żadna krawędź nie poprawi dystansu między s i t , to algorytm powinien to stwierdzić.