

Zadania przed kolokwium II e02

Zadanie 1

Dany jest graf ważony, pozbawiony cykli ujemnych. Podaj algorytm, który znajdzie najkrótsze ścieżki do wszystkich wierzchołków od źródła s , posiadające nie więcej niż k krawędzi.

Zadanie 2

Podaj jak najszybszy algorytm obliczający najdłuższą ścieżkę w ważonym DAG, startując ze źródła s .

Zadanie 3

Nauczyłeś się właśnie piec nowe ciasto z wiśniami. W twoim cieście, między każdą parą wiśni przebiega słodka żelkowa nitka. Jest on albo czarna (100g cukru), albo czerwona (200g cukru). Chciałeś poczęstować swoich znajomych, ale okazało się, że wszyscy są na diecie (przytyło im się przez kwarantannę) i nie zjedzą tak słodkiego ciasta. Mając listę par wisienek (długości P), pomiędzy którymi przebiega czarna nitka, liczbę wisienek (n , gdzie $P \ll n^2$), podaj jak najszybszy algorytm sprawdzający jaką minimalną zawartość cukru w cieście możesz uzyskać, usuwając dowolne nitki, ale pamiętając, że po usunięciu nitek musi między każdą parą wisienek istnieć przynajmniej jedna ścieżka.

Zadanie 4

Huragan nawiedził Bajtocię i zniszczył wszystkie biblioteki w kraju. Także drogi wymagają wyremontowania. Władca krainy chce odbudować tyle bibliotek, aby wszyscy mieszkańcy mieli do nich dostęp.

Obywatel miasta ma dostęp do biblioteki jeśli znajduje się w jego mieście lub w dowolnym innym mieście, do którego może dojechać

Kraina ma n miast i m zniszczonych dróg (dane jako graf w dowolnie wybranej reprezentacji). Dany jest też koszt zbudowania biblioteki *libraryCost* i wyremontowania jednego odcinka drogi *roadCost* (różny dla różnych krawędzi).

Oblicz minimalny koszt przedsięwzięcia.

Zadanie 5

Mieszkańcy chińskiej prowincji Wuhuan, wpadli na pomysł jak ograniczyć ruch drogowy podczas pandemii koronawirusa. Postanowili, że droga między daną parą miast będzie miała unikalną wagę będącą jakąś potęgą dwójki, oznaczającą opłatę za poruszanie się daną drogą. Podaj jak najszybszy algorytm obliczający wagę najkrótszej ścieżki między każdą parą miast.

Zadanie 6

Czarodziej Pascal ma N stosów porcelanowych talerzy, przy czym każdy stos zawiera dokładnie k talerzy. Pascal wystawia dziś wieczorem kolację dla P gości i jedzenie będzie serwowane na tych właśnie talerzach. Każdy talerz ma pewne piękno określone liczbą całkowitą. Pomóż czarodziejowi wybrać dokładnie P talerzy tak, aby miały one maksymalne możliwe piękno. Ale uwaga! Stos to stos, więc jeśli chcesz zabrać jakiś talerz, to musisz też zabrać wszystkie nad nim.

Zadanie 7

Bajtocja jest krainą zawierającą N miast, $N-1$ dwukierunkowych dróg i układ dróg tworzy graf spójny. Mając listę K miast do których musimy dostarczyć przesyłki i mogąc wystartować i zakończyć trasę w dowolnym mieście, podaj minimalny dystans, który musimy przebyć, że zrealizować to zadanie.