

Wydział WIEIT	Imię i nazwisko 1. 2.		Rok 2020	Grupa 15 : 45	Zespół 7
<b>PRACOWNIA FIZYCZNA WFiS AGH</b>	Temat:				Nr ćwiczenia 11
Data wykonania 04.11.2020	Data oddania 06.11.2020	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

## Moduł Younga

*Dzmitry Mikialevich*

*Wojciech Sikora*

### Spis treści

<b>1 Wstęp</b>	<b>2</b>
1.1 Cel ćwiczenia . . . . .	2
1.2 Opis ćwiczenia . . . . .	2
<b>2 Układ Pomiarowy</b>	<b>2</b>
<b>3 Przebiegi doświadczenia</b>	<b>3</b>
<b>4 Wyniki Pomiarów</b>	<b>4</b>
4.1 Drut stalowy . . . . .	4
4.2 Drut mosiężny . . . . .	5
<b>5 Opracowanie wyników Pomiarów</b>	<b>5</b>
5.1 Wykresy . . . . .	5
5.2 Obliczanie wartości modułu Younga . . . . .	7
5.2.1 Wartość modułu Younga dla stalowego drutu . . . . .	7
5.2.2 Wartość modułu Younga dla mosiężnego drutu . . . . .	7
5.3 Porównanie z wartościami tablicowymi . . . . .	7
5.4 Wnioski . . . . .	8

# 1 Wstęp

## 1.1 Cel ćwiczenia

Celem doświadczenia jest wyznaczenie modułu Younga metodą statyczną za pomocą pomiaru wydłużenia drutu z badanego metalu obciążonego stałą siłą.

## 1.2 Opis ćwiczenia

Doświadczenie wykonujemy z wykorzystaniem równania prawa Hook'a, określającego proporcjonalność odkształcenia sprężystego do przyłożonej siły:

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$

gdzie  $E$  to stała materiałowa czyli mierzony przez nas moduł Younga.

Prawo Hooke'a dla rozciągania (lub ściskania) może być też zapisane w postaci wzoru

$$\sigma = E\varepsilon$$

gdzie  $\sigma$  to naprężenie normalne ( $\sigma = \frac{F}{S}$ ), a  $\varepsilon$  to normalne odkształcenie względne ( $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ ).

Zgodnie z prawem Hooke'a zależność  $\Delta l(F)$  powinna być prostą  $\Delta l = aF + b$ , wobec tego współczynnik  $a = \frac{l}{ES}$ . Z tego otrzymujemy:

$$E = \frac{l}{aS} = \frac{4l}{\pi d^2 a}$$

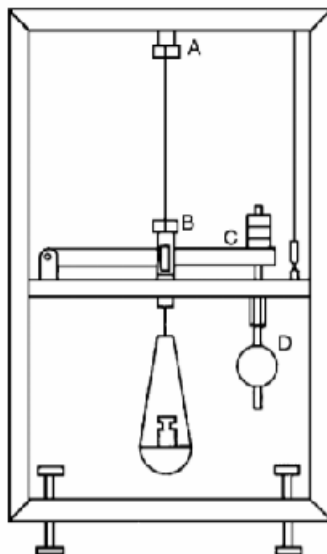
Niepewność złożoną  $u_c(E)$  otrzymujemy:

$$\frac{u_c(E)}{E} = \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(-\frac{u(a)}{a}\right)^2}$$

## 2 Układ Pomiarowy

W skład układu pomiarowego weszły następujące elementy:

1. Przyrząd do pomiaru wydłużenia drutu pod wpływem stałej siły, zaopatrzony w czujnik mikrometryczny do pomiaru wydłużenia drutu.
2. Zestaw odważników
3. Śruba mikrometryczna
4. Przymiar milimetrowy



Rysunek 1: Urządzenie do pomiaru modułu Younga metodą statyczną

### 3 Przebiegi doświadczenia

W ramach doświadczenia na początku zmierzaliśmy długość drutu stalowego. Za pomocą śruby mikrometrycznej zmierzaliśmy średnicę drutu, poprzez wykonanie trzech pomiarów w różnych miejscach drutu. Wyzerowaliśmy czujnik mikrometryczny i rozpoczęliśmy pomiary.

Badaliśmy wskazania czujnika mikrometrycznego obciążając szalkę odważnikami w zakresie od 0 do 10 kg, zwiększając co 0,5 kg. Następnie zmniejszając obciążenie co 0,5 kg aż do 0 badaliśmy wskazania czujnika.

Prawie taką samą procedurę pomiarów dokonaliśmy dla drutu z mosiądzu. Różnica polegała na zakresie od 0 do 6 kg, w gdzie wcześniej było to od 0 do 10 kg.

## 4 Wyniki Pomiarów

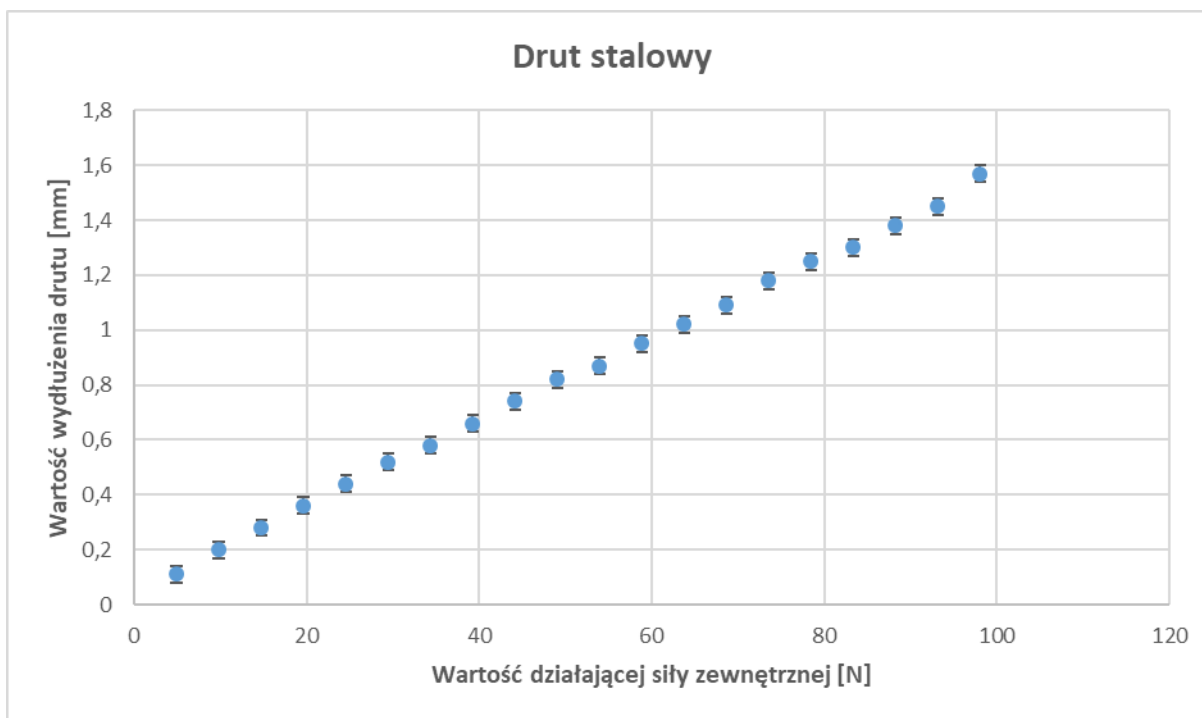
Niepewność czujnika przyjęliśmy dla obydwóch przypadków jako 0,01 mm. (Niepewność typu B)

### 4.1 Drut stalowy

Długość drutu:  $l = 105,9 \text{ cm}$   $u(l) = 1 \text{ mm}$   
Średnica drutu (3 pomiary):  $d_1 = d_2 = d_3 = 0,77 \text{ mm}$   
Średnia średnica:  $d_{sr} = 0,77 \text{ mm}$   $u(d) = 0,01 \text{ mm}$

Masa odważników [kg]	Czujnik ↑ [mm]	Czujnik ↓ [mm]	Sila F [N]	Wydłużenie średnie $\Delta l$ [mm]
0,5	0,19	0,24	4,91	0,11
1	0,37	0,41	9,81	0,20
1,5	0,51	0,60	14,72	0,28
2	0,67	0,78	19,62	0,36
2,5	0,83	0,91	24,53	0,44
3	0,98	1,10	29,43	0,52
3,5	1,11	1,20	34,34	0,58
4	1,33	1,29	39,24	0,66
4,5	1,47	1,48	44,15	0,74
5	1,62	1,65	49,05	0,82
5,5	1,71	1,76	53,96	0,87
6	1,80	1,99	58,86	0,95
6,5	1,98	2,10	63,77	1,02
7	2,09	2,25	68,67	1,09
7,5	2,35	2,35	73,58	1,18
8	2,48	2,51	78,48	1,25
8,5	2,64	2,54	83,39	1,30
9	2,68	2,82	88,29	1,38
9,5	2,97	2,84	93,20	1,45
10	3,13	3,13	98,10	1,57

Tabela 1: Wyniki pomiarów dla drutu stalowego



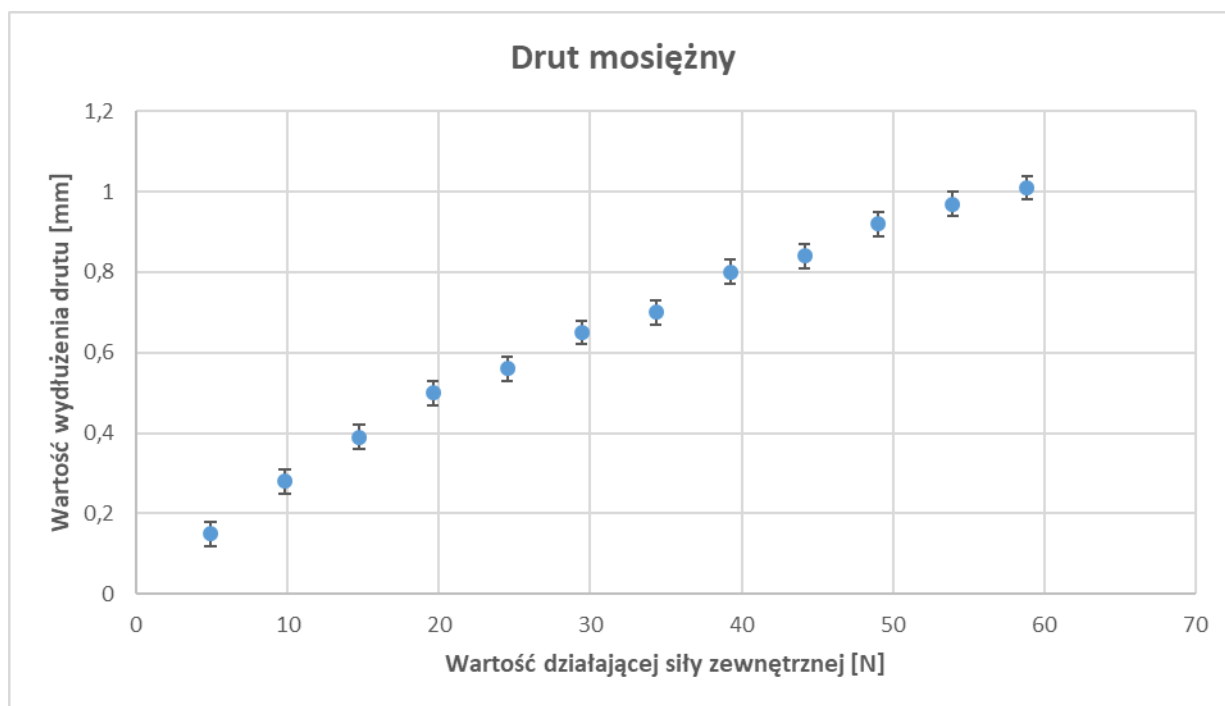
Rysunek 2: Wykres otrzymanych wartości wydłużenia drutu w funkcji działającej siły zewnętrznej

## 4.2 Drut mosiężny

Długość drutu:  $l = 106,3 \text{ cm}$   $u(l) = 1 \text{ mm}$   
 Średnica drutu (3 pomiary):  $d_1 = d_2 = 1,82 \text{ mm}$ ,  $d_3 = 1,85 \text{ mm}$   
 Średnia średnica:  $d_{sr} = 1,83 \text{ mm}$   $u(d) = 0,01 \text{ mm}$

Masa odważników [kg]	Czujnik ↑ [mm]	Czujnik ↓ [mm]	Sila F [N]	Wydłużenie średnie $\Delta l$ [mm]
0,5	0,27	0,31	4,91	0,15
1	0,55	0,58	9,81	0,28
1,5	0,75	0,79	14,72	0,39
2	1,00	0,98	19,62	0,50
2,5	1,11	1,12	24,53	0,56
3	1,27	1,32	29,43	0,65
3,5	1,37	1,43	34,34	0,70
4	1,54	1,64	39,24	0,80
4,5	1,67	1,67	44,15	0,84
5	1,80	1,86	49,05	0,92
5,5	1,95	1,94	53,96	0,97
6	2,05	2,00	58,86	1,01

Tabela 2: Wyniki pomiarów dla drutu mosiężnego



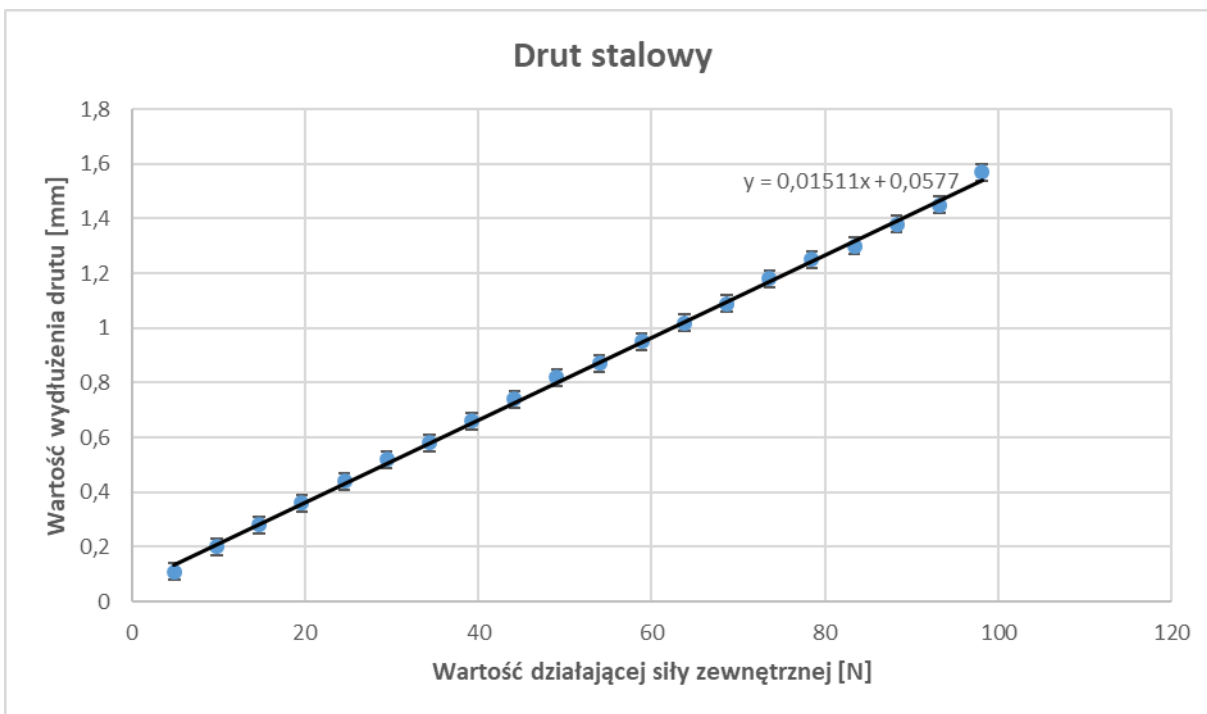
Rysunek 3: Wykres otrzymanych wartości wydłużenia drutu w funkcji działającej siły zewnętrznej

## 5 Opracowanie wyników Pomiarów

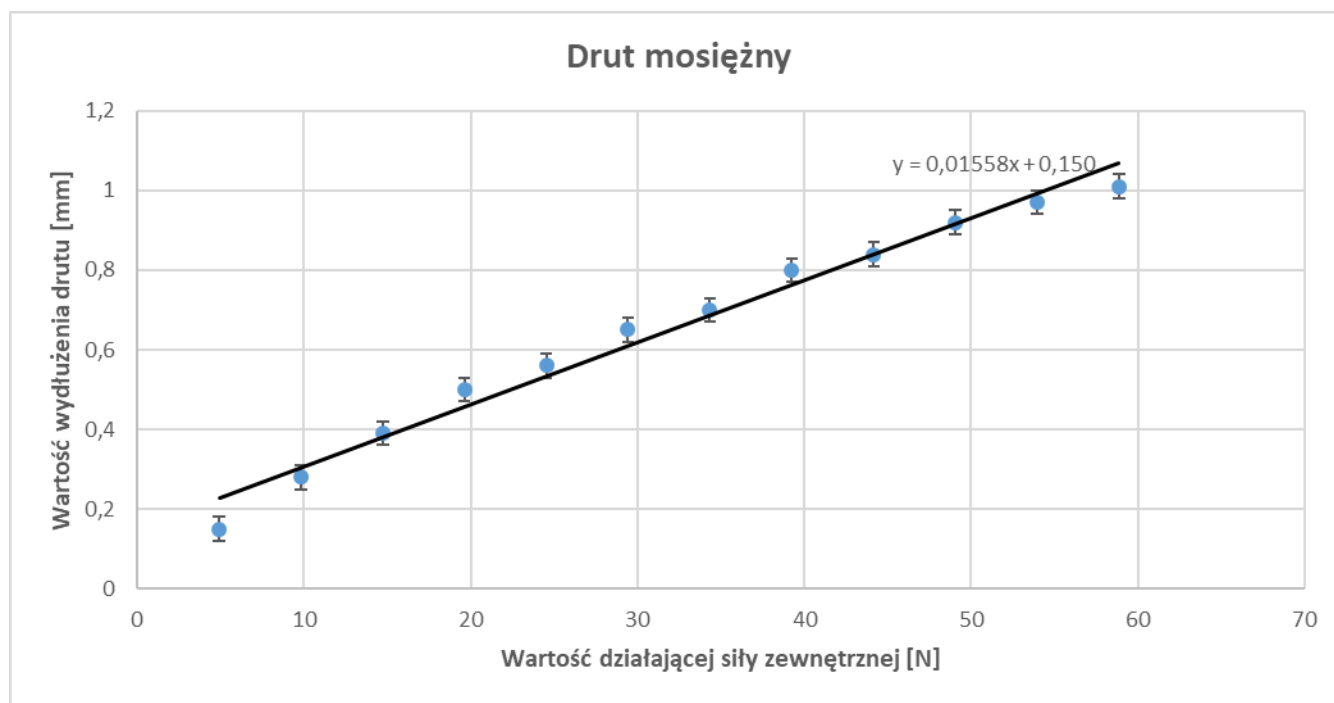
### 5.1 Wykresy

Za pomocą LINEST w Microsoft Excel obliczyliśmy parametry prostych na Rysunkach 4 i 5 oraz ich niepewności ze współczynnikami korelacji (Tabela 3).

Tak że ze współczynników korelacji (w obydwóch przypadkach bliskiemu 0) widać, że zależność między wartością działającej siły zewnętrznej a wartością wydłużenia drutu jest liniowa.



Rysunek 4: Wykres otrzymanych wartości  $v$  w funkcji częstotliwości drgań źródła  $f$



Rysunek 5: Wykres otrzymanych wartości  $v$  w funkcji częstotliwości drgań źródła  $f$

Drut	Wartość współczynnika $a \left[\frac{mm}{N}\right]$	$u(a)$ [mm]	Wartość współczynnika $b \left[\frac{mm}{N}\right]$	$u(b)$ [mm]	Wartość współczynnika korelacji $y \left[\frac{mm}{N}\right]$	$u(y)$ [mm]
stalowy	0,01511	0,00011	0,0577	0,0064	0,999	0,014
mosiężny	0,01558	0,00069	0,150	0,024	0,980	0,040

Tabela 3: Parametry prostych

## 5.2 Obliczanie wartości modułu Younga

W celu obliczenia modułu Younga korzystamy z roboczego wzoru:

$$E = \frac{4l}{\pi d^2 a}$$

### 5.2.1 Wartość modułu Younga dla stalowego drutu

Dane pomiarowe z niepewnościami:

$$a = 0,00001511 \left[ \frac{m}{N} \right]$$

$$u(a) = 0,00000011 \left[ \frac{m}{N} \right]$$

$$d_s = 0,00077 [m]$$

$$u(d_s) = 0,00001 [m]$$

$$l = 1,059 [m]$$

$$u(l) = 0,001 [m]$$

$$E = \frac{4l}{\pi d^2 a} = \frac{4 * 1,059}{3,14 * (0,00077)^2 * 0,00001511} = 150,548953028417 [GPa] \approx 150,55 [GPa]$$

$$\frac{u(E)}{E} = \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{-u(a)}{a}\right)^2}$$

czyli

$$u(E) = E \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{-u(a)}{a}\right)^2}$$

$$u(E) = 150548953028,417 \sqrt{\left(\frac{0,001}{1,059}\right)^2 + \left(-2\frac{0,00001}{0,00077}\right)^2 + \left(\frac{-0,00000011}{0,00001511}\right)^2} = 4,064520139 [GPa] \approx 4,06 [GPa]$$

### 5.2.2 Wartość modułu Younga dla mosiężnego drutu

Dane pomiarowe z niepewnościami:

$$a = 0,00001558 \left[ \frac{m}{N} \right]$$

$$u(a) = 0,00000069 \left[ \frac{m}{N} \right]$$

$$d_m = 0,00183 [m]$$

$$u(d_m) = 0,00001 [m]$$

$$l = 1,063 [m]$$

$$u(l) = 0,001 [m]$$

$$E = \frac{4l}{\pi d^2 a} = \frac{4 * 1,063}{3,14 * (0,00183)^2 * 0,00001558} = 25,953382953 [GPa] \approx 26,0 [GPa]$$

$$\frac{u(E)}{E} = \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{-u(a)}{a}\right)^2}$$

czyli

$$u(E) = E \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(-2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{-u(a)}{a}\right)^2}$$

$$u(E) = 25953382953 \sqrt{\left(\frac{0,001}{1,063}\right)^2 + \left(-2\frac{0,00001}{0,00183}\right)^2 + \left(\frac{-0,00000069}{0,00001558}\right)^2} = 6,587899787 [GPa] \approx 6,6 [GPa]$$

## 5.3 Porównanie z wartościami tablicowymi

Materiał drutu	E - uzyskane [GPa]	Niepewność u(E) [GPa]	Wartość tabelaryczna E [GPa]
stal	150,55	4,06	210-220
mosiądz	26,0	6,6	100

Tabela 4: Porównanie z wartościami tabelarycznymi

## 5.4 Wnioski

- Wyniki pomiarów modułu Younga to  $150,55 \pm 8,12$  [GPa] dla drutu stalowego oraz  $26,0 \pm 13,2$  [GPa] dla drutu mosiężnego.
- Wyniki pomiarów w znaczący sposób odbiegają od wartości tabelarycznych, mimo uwzględnienia niepewności pomiaru. Prawdopodobnie jest to spowodowane faktem zużycia drutów, które podczas regularnego używania w doświadczeniach, odkształciły się, tracąc swój pierwotny kształt. Sprawia to, że ich rozciągnięcie jest łatwiejsze niż wynikałoby z teoretycznej zależności.
- Innym powodem niedokładności wyników jest to, że w zależności od miejsca ułożenia odważników na szalce wagi czujnik pokazywał inne odchylenia. Ułożenie odważników w centrum nie zawsze było możliwe.