Верификация телекоммуникационных протоколов с помощью декомпозиции моделей Петри

Д.А.Зайцев

Одесская национальная академия связи им. А.С.Попова Ул. Кузнечная 1, Одесса 65038, Украина http://www.geocities.com/zsoftua

Аннотация

Представлена методология верификации телекоммуникационных протоколов с помощью декомпозиции моделей Петри. Детальные модели Петри телекоммуникационных протоколов содержат сотни, а иногда и тысячи элементов. Такая размерность сетей Петри делает практически неосуществимым их анализ с помощью формальных методов, основанных на применении фундаментального уравнения и инвариантов. Декомпозиция модели Петри на функциональные подсети позволяет получить экспоненциальные ускорения вычислений. Представленная методология детально изучена на примере верификации широко известного протокола ВGР магистральной маршрутизации Internet.

Ключевые слова: телекоммуникационный протокол, верификация, сеть Петри, инвариант, декомпозиция, функциональная подсеть

1. Введение

Сети Петри [1] успешно применяют для исследования асинхронных систем и процессов в различных прикладных областях [2,3]. Детальные модели реальных объектов имеют, как правило, достаточно большую размерность, оцениваемую тысячами элементов. В то же время основные методы анализа свойств сетей Петри имеют экспоненциальную вычислительную сложность, что обуславливает практическую неосуществимость исследования реальных систем. Таким образом, возникает научная проблема, состоящая в разработке эффективных методов анализа моделей Петри большой размерности.

Модели сложных систем, как правило, собирают из моделей компонентов. Кроме того, в случаях, когда композиция модели из подсетей не задана, предложено применять методы декомпозиции сетей Петри, представленные в [4,5]. Алгоритм декомпозиции позволяет получить разбиение заданной сети Петри на множество функциональных подсетей.

Методология, позволяющая использовать инварианты функциональных подсетей, определяющих разбиение исходной сети, для вычисления инвариантов всей сети, представлена в [5]. Полученное ускорение вычислений оценивается экспоненциальной функцией. Так как размерность подсетей, как правило, существенно меньше размерности всей сети, фактическое ускорение вычислений может быть существенным, что подтверждено результатами применения этой методологии для анализа таких известных телекоммуникационных протоколов, как ECMA, CSMA/CD (Ethernet), TCP [6,7,8].

Целью настоящей работы является верификации широко известного протокола BGP [9,10] магистральной маршрутизации сети Internet. Представленная модель Петри протокола BGP достаточно упрощена, что даёт возможность детально описать особенности применения предложенной методологии декомпозиции в рамках небольшой статьи.

2. Телекоммуникационный протокол ВGР

Border Gateway Protocol (BGP) [9] представляет собой протокол маршрутизации трафика сети Internet между автономными системами. Он является весьма значимым для функционирования всей сети Internet, так как автономные системы составляют магистраль глобального обмена информацией. Более тридцати RFC (Requests For Comments) посвящены спецификации, уточнениям и дополнениям к протоколу BGP. В последнее время наиболее распространённой является версия BGP-4 [10], но различия в сравнении с первой стандартной спецификацией [9] являются несущественными для построения упрощённой модели приемлемой размерности.

Основной функцией систем, реализующих протокол BGP, является обмен информацией с другими системами о достижимости конкретных сетей в Internet. Эта информация о достижимости включает сведения об автономных системах, через которые необходимо направлять трафик, чтобы попасть в определённую сеть. Передаваемая информация представляет собой по существу исходные данные для построения графа взаимосвязи автономных систем, из которого могут быть найдены и удалены циклические маршруты, а также приняты решения о политике маршрутизации на уровне автономных систем.

Имеется пять типов стандартных сообщений BGP:

- 1. ОРЕМ (ОТКРЫТИЕ),
- 2. UPDATE (МОДИФИЦИКАЦИЯ),
- 3. NOTIFICATION (ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ),
- 4. KEEPALIVE (АКТИВНОСТЬ),
- 5. OPEN CONFIRM (ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ОТКРЫТИЯ).

После установления соединения транспортным протоколом первым сообщением, посылаемым одной из сторон должно быть сообщение OPEN. Если сообщение OPEN принято успешно, то для подтверждения этого в обратном направлении посылается сообщение OPEN CONFIRM. После того, как сообщение OPEN подтверждено, возможен обмен сообщениями UPDATE, KEEPALIVE, NOTIFICATION.

Сообщения UPDATE используются для обмена маршрутной информацией между парами систем, взаимодействующих в соответствии с протоколом BGP. Информация в пакете UPDATE используется для построения графа, описывающего взаимосвязи автономных систем. Путём применения специальных правил из этого графа могут быть определены и удалены циклические маршруты и другие аномалии глобальной маршрутизации.

Протокол BGP не использует механизмы проверки нормального функционирования соседней системы, предоставляемые транспортным протоколом, позволяющие определить достижимость соседней системы в сети. Вместо этого пара систем периодически обменивается сообщениями KEEPALIVE. Периодичность обмена указывается в заголовке пакета BGP. Сообщение KEEPALIVE представляет собой лишь заголовок протокола BGP и не содержит данных.

Сообщения NOTIFICATION передаются, когда обнаруживаются ошибки.

3. Модель протокола ВСР

Модель Петри протокола ВGP представлена на Рис. 1. Напомним, что *сеть Петри* [1] представляет собой тройку N = (P, T, F), где $P = \{p\}$ — конечное множество вершин, именуемых позициями, $T = \{t\}$ — конечное множество вершин, именуемых переходами, потоковое отношение $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ задаёт множество дуг, соединяющих позиции и переходы. Таким образом, сеть Петри представляет собой двудольный ориентированный граф; одна доля вершин состоит из позиций, а другая — из переходов. Обычно граф N дополняют маркировкой, задающей начальное распределение фишек в сети. Фишки являются динамическими элементами, которые перемещаются в сети в результате срабатывания переходов.

В общем случае рассматривают *сети с кратными дугами*. Они содержат дополнительное отображение $W: F \to N$. Кратность, в случае, если она отличается от единицы, указывают в

виде числа w на соответствующей дуге. Потоковое отношение и кратности дуг могут быть представлены посредством матрицы инцидентности. Пусть |P|=m, |T|=n. Занумеруем множества позиций и переходов. Введём матрицы A^- , A^+ входных и выходных дуг переходов соответственно:

$$A^{-} = \left\| a^{-}_{i,j} \right\|, \ i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n}; \ a^{-}_{i,j} = \begin{cases} w(p_i, t_j), \ (p_i, t_j) \in F \\ 0, \ otherwise \end{cases},$$

$$A^{+} = \left\| a^{+}_{i,j} \right\|, \ i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n}; \ a^{+}_{i,j} = \begin{cases} w(t_j, p_i), \ (t_j, p_i) \in F \\ 0, \ otherwise \end{cases}.$$

И, наконец, введём матрицу инцидентности A сети Петри как $A = A^+ - A^-$.

Введём также специальные обозначения для множеств входных и выходных вершин для позиций и переходов:

•
$$p = \{t \mid \exists (t, p) \in F\}, p^{\bullet} = \{t \mid \exists (p, t) \in F\}, t^{\bullet} = \{p \mid \exists \{p, t\} \in F\}, t^{\bullet} = \{p \mid \exists (t, p) \in F\}.$$

Модель описывает асимметричное взаимодействие двух систем. Первая система представлена позициями p_1-p_5 и переходами t_1-t_6 , вторая система – позициями p_6-p_{10} и переходами t_7-t_{12} . Позиции $p_{11}-p_{14}$ соответствуют коммуникационной подсистеме и моделируют стандартные сообщения: OPEN, OPENCONFIRM, KEEPALIVE. Заметим, что модель представляет только процедуры установления и обеспечения соединения, абстрагируясь от описания процессов передачи конкретных данных, настраивающих таблицы маршрутизации. Обмен данными выполняется в состоянии ESTABLISHED с помощью стандартного сообщения UPDATE. Смысловое описание элементов модели представлено в Таблице 1.

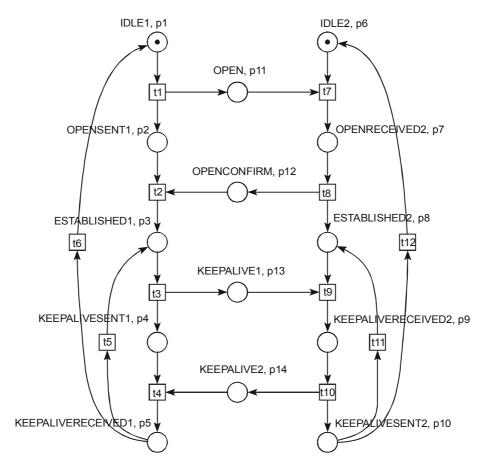


Рис. 1. Модель Петри протокола BGP

Позиция	Описание	Переход	Описание
p_1, p_6	Начальное состояние систем	t_1	Послать сообщение OPEN
p_2	Отправлен запрос на открытие	t_7	Получить сообщение OPEN
p_7	Получен запрос на открытие	t_8	Послать сообщение OPENCONFIRM
p_3, p_8	Соединение установлено	t_2	Получить сообщение OPENCONFIRM
p_4	KEEPALIVE отправлено	t_3, t_{10}	Послать сообщение KEEPALIVE
p_9	KEEPALIVE получено	t_4, t_9	Получить сообщение KEEPALIVE
p_5	KEEPALIVE получено	t_5, t_{11}	Цикл опроса готовности
p_{10}	KEEPALIVE отправлено	t_6, t_{12}	Разъединить
p_{11}	Сообщение OPEN		
p_{12}	Сообщение OPENCONFIRM		
p_{13}, p_{14}	Сообщение KEEPALIVE		

4. Декомпозиция модели

Декомпозиция модели на функциональные подсети, полученная в результате выполнения алгоритма, описанного в [4,5], представлена на Рис. 2. Заметим, что четыре изображённые функциональные подсети Z^1 , Z^2 , Z^3 , Z^4 , определяющих разбиение исходной модели, не являются минимальными. Так, например, подсеть Z^2 представляет собой сумму двух минимальных подсетей, порождаемых переходами t_3 и t_4 соответственно. Проблемы композиции функциональных подсетей из минимальных изучены в [4].

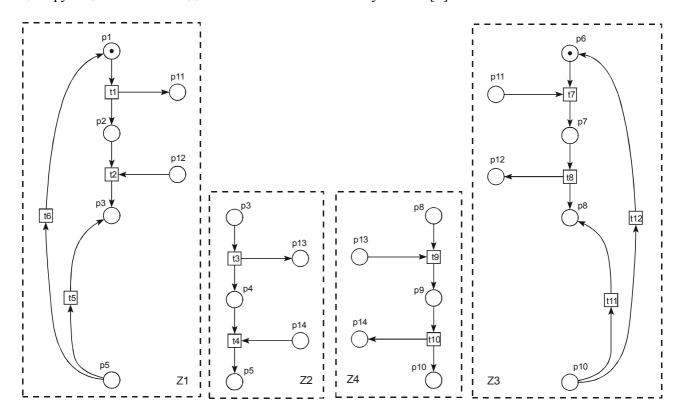


Рис. 2. Декомпозиция модели протокола ВGР

Напомним, что функциональная сеть [4,5] представляет собой частный случай сети с выделенными входными и выходными позициями. Функциональная сеть — это тройка Z=(N,X,Y), где N — сеть Петри, $X\subseteq P$ — входные позиции, $Y\subseteq P$ — выходные позиции, кроме того, множества входных и выходных позиций не пересекаются: $X\cap Y=\varnothing$, а также, входные позиции не имеют входящих дуг, а выходные — исходящих: $\forall p\in X: \buildrel p=\varnothing$, $\forall p\in Y: p^\bullet=\varnothing$. Позиции множества $C=X\cup Y$ называют контактными, а позиции множества $Q=P\setminus (X\cup Y)$ — внутренними.

Функциональную сеть Z = (N', X, Y) называют функциональной подсетью сети Петри N и обозначают $Z \succ N$, если N' является подсетью N и, кроме того, Z соединена с оставшейся частью сети только посредством дуг, инцидентных контактным позициям, причём входные позиции могут иметь только входящие дуги, а выходные позиции — только исходящие дуги. Таким образом, имеем

$$\forall p \in X : \{(p,t) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset, \ \forall p \in Y : \{(t,p) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset,$$
$$\forall \in Q : \{(p,t) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset \land \{(t,p) \mid t \in T \setminus T'\} = \emptyset.$$

Функциональную подсеть называют *минимальной*, если она не содержит другую функциональную подсеть. В соответствии с Теоремой 2, представленной в [4], произвольная функциональная подсеть Z' сети Петри N является суммой (объединением) конечного числа минимальных функциональных подсетей. Таким образом, множество минимальных функциональных подсетей представляет собой порождающее семейство для всего множества функциональных подсетей заданной сети Петри N.

5. Инвариантность модели

Инварианты [1,5] являются мощным инструментом анализа структурных свойств сетей Петри. Они позволяют определять ограниченность, безопасность сети, необходимые условия живости и отсутствия тупиков. Эти свойства являются существенными для анализа реальных систем, особенно, телекоммуникационных протоколов [1-3].

p-инвариант сети Петри — это целое неотрицательное решение \bar{x} системы

$$\bar{x} \cdot A = 0 \,. \tag{1}$$

t-инвариант сети Петри – это целое неотрицательное решение \bar{y} системы

$$\overline{y} \cdot A^T = 0.$$

Так как в соответствии с [1] каждый t-инвариант сети Петри является p-инвариантом двойственной сети, то далее, не ограничивая общности, мы будем рассматривать только p-инварианты.

Все известные методы вычисления инвариантов [11-14] имеют экспоненциальную вычислительную сложность, что делает применение этих методов для исследования моделей реальных объектов, насчитывающих тысячи элементов, практически неосуществимым.

В соответствии с Теоремой 2, доказанной в [5] сеть Петри N инвариантна тогда и только тогда, когда инвариантны все её минимальные функциональные подсети и, кроме того, существует общий ненулевой инвариант контактных позиций. Таким образом, чтобы вычислить инварианты сети Петри требуется вычислить инварианты её минимальных функциональных подсетей, а затем найти общие инварианты контактных позиций. Было показано [5],

что результаты верны для произвольного множества функциональных подсетей, задающего разбиение множества переходов сети Петри.

Пусть общее решение для инварианта функциональной подсети Z^{j} имеет вид

$$\bar{x} = \bar{z}^j \cdot G^j \tag{2}$$

где \bar{z}^j — произвольный вектор неотрицательных целых чисел, а G^j — матрица базисных решений. Тогда, так как каждая контактная позиция инцидентна не более чем двум подсетям [5], система уравнений для вычисления общих инвариантов контактных позиций имеет вид

$$\left\{ \bar{z}^i \cdot G_p^i - \bar{z}^j \cdot G_p^j = 0, \quad p \in C, \right.$$

$$(3)$$

где i.j — номера функциональных подсетей, инцидентных позиции $p \in C$, а G_p^j — столбец матрицы G_p^j , который соответствует позиции p .

Таким образом, переменные \bar{z}^j становятся связанными. Заметим, что система (3) имеет тот же самый вид, что и исходная система (1). Следовательно, она может быть решена с помощью указанных ранее методов. Предположим, что $\bar{z} = \bar{y} \cdot R$, где R – матрица базисных решений системы (3), а \bar{y} – произвольный вектор неотрицательных целых чисел. Тогда общее решение системы (1) в соответствии с (2) можно представить в виде

$$\bar{x} = \bar{y} \cdot H$$
, $H = R \cdot G$. (4)

С помощью метода Тудика [11-14] получим следующие базисные инварианты подсетей, представленных на Рис. 2:

$$Z^{1}: (x_{1},x_{2},x_{3},x_{5},x_{11},x_{12}) = (u_{1}^{1},u_{2}^{1}) \cdot G^{1}, G^{1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Z^{2}: (x_{3},x_{4},x_{5},x_{13},x_{14}) = (u_{1}^{2},u_{2}^{2},u_{3}^{2}) \cdot G^{2}, G^{2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$Z^{3}: (x_{6},x_{7},x_{8},x_{10},x_{11},x_{12}) = (u_{1}^{3},u_{2}^{3}) \cdot G^{3}, G^{3} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Z^{4}: (x_{8},x_{9},x_{10},x_{13},x_{14}) = (u_{1}^{4},u_{2}^{4},u_{3}^{4},u_{4}^{4}) \cdot G^{4}, G^{4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Композиция модели определяется слиянием восьми контактных позиций, указанных на Рис. 2. Запишем систему уравнений для контактных позиций:

$$\begin{cases} p_3: & u_1^1 + u_2^1 - u_1^2 - u_3^2 = 0, \\ p_5: & u_1^1 + u_2^1 - u_1^2 - u_2^2 = 0, \\ p_8: & u_1^3 - u_1^4 - u_2^4 = 0, \\ p_{10}: & u_1^3 - u_1^4 - u_3^4 = 0, \\ p_{11}: & u_2^1 - u_2^3 = 0, \\ p_{12}: & u_2^1 - u_2^3 = 0, \\ p_{13}: & u_3^2 - u_3^4 - u_4^4 = 0, \\ p_{14}: & u_2^2 - u_2^4 - u_4^4 = 0. \end{cases}$$

Базисные решения системы по отношению к вектору $(u_1^1, u_2^1, u_1^2, u_2^2, u_3^2, u_1^3, u_2^3, u_1^4, u_2^4, u_3^4, u_4^4)$ имеют вид

Построим объединённую матрицу G из матриц G^1 , G^2 , G^3 , G^4 . Заметим, что матрица G может быть построена несколькими способами в зависимости от порядка вычисления инвариантов контактных позиций. Так как каждая контактная позиция инцидентна двум подсетям, то её инварианты можно вычислить двумя различными способами.

После перемножения матриц получим

Заметим, что исходная система имеет пять базисных решений так как шестое решение является суммой второго и четвёртого, а седьмое — суммой второго и пятого.

Таким образом, модель протокола BGP является p-инвариантной, так как, например, инвариант

который представляет собой сумму второго, третьего и четвёртого базисных инвариантов, содержит все натуральные компоненты. Следовательно, модель протокола консервативна и ограничена.

6. Оценка ускорения вычислений

Оценим ускорение вычислений, полученное в предположении экспоненциальной сложности алгоритмов [11-14] решения линейных диофантовых систем в целых неотрицательных числах. Пусть временная сложность имеет порядок 2^q , где q – количество вершин сети.

Заметим, что даже такая достаточно небольшая модель (Рис. 2) позволяет получить ускорение вычислений. Вместо решения системы размерности 12 мы решили пять систем размерности не превышающей 8. Если не учитывать полиномиальные множители, то получено шестнадцатикратное ($2^{12}/2^8 = 16$) ускорение вычислений.

Заметим, что ускорение получено для сети, насчитывающей дюжину позиций. При исследовании крупномасштабных сетей ускорения могут быть весьма значительными [6-8], так как они оцениваются экспоненциальной функцией [5].

7. Инварианты переходов

Чтобы вычислить инварианты переходов построим двойственную сеть Петри (Рис. 3), выполним её декомпозицию (Рис. 4) и применим методику, описанную ранее для инвариантов позиций. Декомпозиция содержит шесть минимальных функциональных подсетей. Удобно объединить эти минимальные подсети в четыре следующих подсети: Z^{1} , $Z^{2} + Z^{5} + Z^{6}$, Z^{3} , Z^{4} . Матрица базисных инвариантов переходов имеет вид

Так как, например, сумма двух базисных инвариантов

содержит все натуральные компоненты, то модель протокола ТСР является t-инвариантной. Таким образом, модель обладает свойством стационарной повторяемости.

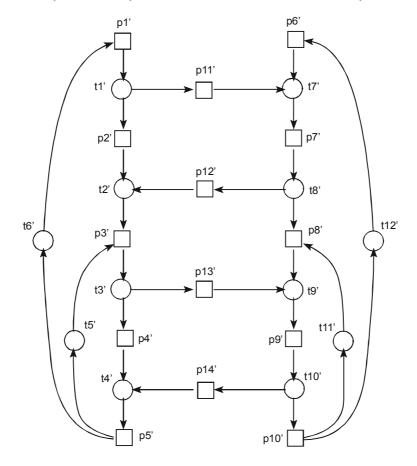


Рис. 3. Двойственная сеть Петри модели протокола BGP

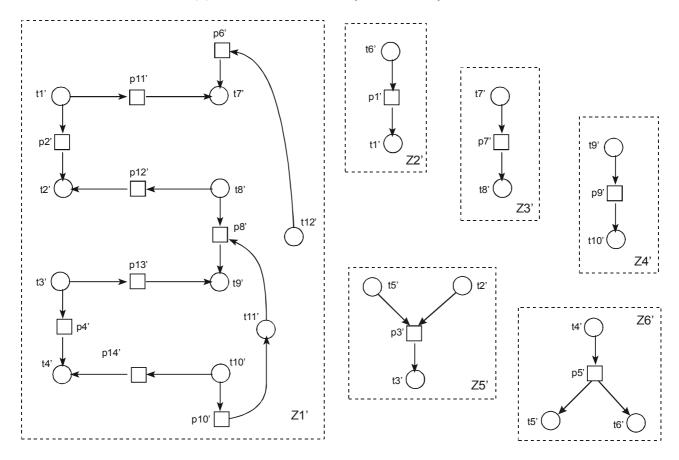


Рис. 4. Декомпозиция двойственной сети Петри

8. Анализ пространства состояний

В разделе 5 мы показали, что модель ограничена. Таким образом, можно применить анализ пространства состояний для более точного исследования модели. Пространство состояний модели представлено на Рис. 5. Оно состоит из 21 состояния, описываемых с помощью перечисления позиций, содержащих фишку.

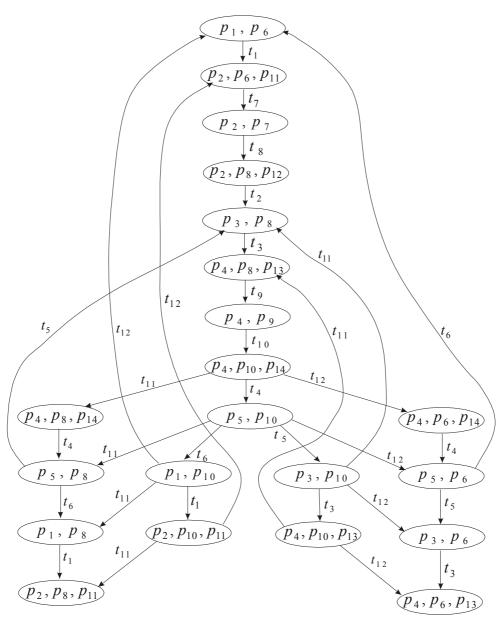


Рис. 5. Пространство состояний модели протокола BGP

Проверим свойства полученных инвариантов. Для всех состояний выполняется $\overline{x}^* \cdot \overline{\mu} = 3$. Таким образом, сеть консервативна. Последовательность $\sigma^* = t_1 t_7 t_8 t_2 t_3 t_9 t_{10} t_{11} t_4 t_5 t_3 t_9 t_{10} t_{12} t_4 t_6$, соответствующая инварианту \overline{y}^* , обеспечивает $\overline{\mu}_0 \xrightarrow{\sigma^*} \overline{\mu}_0$. Следовательно, сеть обладает свойством стационарной повторяемости.

Заметим, что хотя модель протокола BGP инвариантна, она содержит тупики (p_2,p_8,p_{11}) и (p_4,p_6,p_{13}) . Этот факт можно объяснить тем, что модель не представляет таймаутов, предусмотренных стандартными спецификациями. Дополненная переходами,

возвращающими каждую из систем из состояния ESTABLISHED в состояние IDLE, модель становится живой.

9. Заключение

Таким образом, построена модель Петри телекоммуникационного протокола BGP и выполнена её декомпозиция на функциональные подсети. Для верификации протокола использованы инварианты сетей Петри. Инвариантность исходной модели доказана на основе установленной инвариантности её функциональных подсетей. Существенное ускорение вычислений подтверждает практическую ценность предложенной методологии.

Литература

- 1. Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE, April 1989, vol. 77, 541-580.
- 2. Girault C., Volk R. Petri nets for systems engineering A guide to modeling, verification and applications, Springer-Verlag, 2003, 607p.
- 3. Cortadella J., Kishinevsky M., Kondratyev A., Lavagno L., Yakovlev A. Logic synthesis of asynchronous controllers and interfaces, Springer-Verlag, 2002, 245p.
- 4. Zaitsev D.A. Subnets with Input and Output Places // Petri Net Newsletter, April 2003, vol. 64, 3-6, Cover Picture Story.
- 5. Зайцев Д.А. Инварианты функциональных подсетей // Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.- №4.- 2003.- с. 57-63.
- 6. Зайцев Д.А. Декомпозиция протокола ЕСМА // Радиотехника: Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник 2004, Вып. 138, с. 130-137.
- 7. Зайцев Д.А. Верификация протоколов Ethernet // Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.- №1.- 2004.
- 8. Зайцев Д.А. Инвариантность модели Петри протокола ТСР // Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.- №2.- 2004.
- 9. Loogheed K., Rekhter Y., Watson T.J. A Border Gateway Protocol (BGP) // RFC 1105, 1989.
- 10. Rekhter Y., Watson T.J., Li T. A Border Gateway Protocol 4 (BGP-4) // RFC 1771, 1995.
- 11. Toudic J.M. Linear Algebra Algorithms for the Structural Analysis of Petri Nets // Rev. Tech. Thomson CSF, 1982, no. 1, vol. 14, 136-156.
- 12. Zaitsev D.A. Formal Grounding of Toudic Method // Proceedings of 10th Workshop Algorithms and Tools for Petri Nets, September 26-27, 2003. Eichstaett, Germany, 184-190.
- 13. Зайцев Д.А. Теоретическое обоснование метода Тудика // Научные труды Донецкого государственного технического университета, серия "Информатика, кибернетика и вычислительная техника", Вып. 74, 2004, с. 286-293.
- 14. Зайцев Д.А. К вопросу о вычислительной сложности метода Тудика // Искусственный интеллект.- 2004, №1, с. 29-37.

Опубликовано: Зв'язок №1(53), 2005, с. 41-47.