

Министерство высшего и среднего специального образования Украины
Донецкий ордена Трудового Красного Знамени
политехнический институт

На правах рукописи

ЗАЙЦЕВ Дмитрий Анатольевич

УДК 658.5.012

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ДИСКРЕТНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ
НА СЕТЕВЫХ МОДЕЛЯХ ПЕТРИ

05.13.06 – автоматизированные системы управления

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук,
профессор
Слепцов Анатолий Ильич

Донецк–1991

Содержание

Введение.....	4
I. Необходимость и сущность подхода к решению задач оперативного управления дискретным производством на сетевых моделях Петри.....	9
I.I. Постановка задачи и необходимость поиска новых методов ее решения.....	9
I.2. Особенности предложенного подхода.....	15
I.3. Архитектура системы оперативного управления.....	21
2. Разработка методов исследования временных нагруженных сетей Петри.....	30
2.1. Краткий обзор основных методов исследования и результатов теории сетей Петри.....	30
2.2. Уравнения состояний временных нагруженных сетей Петри....	34
2.3. Поведенческие свойства временных нагруженных сетей.....	52
2.4. Эквивалентные преобразования временных нагруженных сетей.....	57
3. Методика решения задач оперативного управления дискретным производством на сетях Петри.....	70
3.1. Построение моделей дискретных производственных процессов.....	70
3.2. Исследование свойств сетевых моделей дискретных процессов.....	82
3.3. Эвристические методы решения задач календарного планирования на сетях Петри.....	90
3.4. Построение человеко-машинного алгоритма оперативного управления дискретным производством.....	103
4. Практическая реализация и эффективность предложенного подхода.....	112
4.1. Особенности программной реализации типового	

МОДУЛЯ СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	112
4.2. ПОСТРОЕНИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТИПОВОГО МОДУЛЯ.....	121
4.3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА.....	124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	133
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	136
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ВРЕМЕННЫХ НАГРУЖЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ.....	146
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ВРЕМЕННЫХ НАГРУЖЕННЫХ СЕТЕЯХ ПЕТРИ.....	156
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. АЛЬБОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОЙ СИСТЕМЫ "ОПЕРА 2.0".....	165
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ДОКУМЕНТЫ О ВНЕДРЕНИИ.....	

Введение

Актуальность работы. Качество оперативного управления непосредственно влияет на издержки производства и в конечном счете определяет эффективность работы предприятия. Расширение номенклатуры, увеличение сложности и сменяемости выпускаемых изделий требуют автоматизации функций оперативного управления, основу которых составляют календарное планирование и регулирование производственных процессов.

Теоретические основы решения задач оперативно-календарного планирования дискретных производственных процессов сформировались к концу 60-х годов нынешнего столетия. Однако, поиск методов и средств построения реальных автоматизированных систем управления остается актуальным и в настоящее время. Это объясняется тем, что для большинства практически важных задач отсутствуют эффективные методы решения, а зачастую и четкая математическая формулировка задачи вызывает существенные трудности. Необходимость организации человеко-машинных процессов поиска и принятия решений, использования эвристик выдвигает специфические требования к средствам автоматизации. Традиционные модели, используемые в математических постановках задач оперативного управления, слабо приспособлены для непосредственного создания на их основе инструментальных компьютерных систем. Затруднения вызывает необходимость представления конвейерных процессов и сложных ресурсных отношений, наглядного отображения текущего состояния и динамики производства при получении прогнозов и ретроспектив, необходимых для обоснованного принятия решений. Кроме того, требуется автоматизация выполнения функций, связанных с построением и модификацией информационной модели, формированием эвристических алгоритмов на основе определенных схем имитации, множеств приоритетных правил, способов адаптации. Необходимы средства накопления и использования опыта решения практических задач. В литературе неоднократно отмечалась

потребность в единой модели, позволяющей организовать эффективный человеко-машинный процесс оперативного управления деятельностью подразделений предприятия, находящихся на различных уровнях иерархии.

Внедрение в промышленность персональных профессиональных ЭВМ и сетей открывает новые возможности для создания автоматизированных систем, связанные с высокой доступностью средств вычислительной техники, наличием интерактивного графического интерфейса, мобильностью информационного обмена.

Перечисленные выше факторы обуславливают необходимость исследования и поиска новых моделей, методов и средств построения автоматизированных систем, обеспечивающих высокую эффективность человеко-машинных процессов решения задач оперативного управления дискретным производством.

Целью работы является исследование формальных моделей, разработка методов, алгоритмических и программных средств построения систем оперативного управления дискретным производством, удовлетворяющих современному уровню развития и использования вычислительной техники.

Основные задачи. В соответствии с поставленной целью в работе решены следующие задачи:

1. Выполнен анализ комплекса задач оперативного управления дискретным производством и определен современный уровень требований к средствам автоматизации процесса их решения.

2. Разработана архитектура системы оперативного управления, основанной на интеграции методов теории сетей Петри, искусственного интеллекта, эвристических методов теории расписаний и средств интерактивной машинной графики.

3. Разработаны методы исследования дискретных производственных процессов, представленных временными нагруженными сетями Петри, и эквивалентных преобразований сетевых моделей Петри.

4. Разработан алгоритм решения комплекса задач оперативного управления на сетях Петри. Определена структура базы знаний средств интеллектуальной поддержки процесса решения.

5. Осуществлена реализация типового модуля системы оперативного управления на основе разработанных архитектурных принципов, алгоритмов и методов.

6. Типовой модуль применен для создания распределенных систем управления на конкретных машино- и приборостроительных предприятиях. Исследованы вопросы эффективности предложенного подхода.

Методы исследований. Для решения указанных задач использованы методы теории управления организационными системами, теории сетей Петри и теории расписаний, математического программирования, а также методы линейной алгебры, теории множеств, теории иерархических систем и искусственного интеллекта.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. В качестве модели дискретных производственных процессов для решения задач оперативного управления использованы временные нагруженные сети Петри с многоканальными переходами. Динамика сети описана уравнением состояний

2. Уравнение состояний временных нагруженных сетей Петри и его приближенная линейная форма записи применены для исследования свойств сетевых моделей и решения задач планирования.

3. Для характерного подкласса сетевых моделей получена система уравнений, явно описывающая функцию сети по отношению к заданным входным и выходным позициям. Разработаны методы эквивалентных формульных преобразований временных нагруженных сетей.

4. Предложена методика формирования эвристических схем решения задач календарного планирования путем дополнения уравнения состояний сети набором функций предпочтения. Построены глобальные функции предпочтения, необходимые для разрешения сложных ресурсных

конфликтов.

5. Разработаны человеко-машинный алгоритм решения задач оперативного управления дискретным производством на сетях Петри и структура базы знаний средств интеллектуальной поддержки процесса управления.

Практическая ценность работы. На основе разработанных математических моделей, методов и алгоритмов создан типовой программный модуль системы оперативного управления дискретным производством.

Высокая изобразительная мощность информационной модели, наличие в составе типового модуля средств адаптации позволяют конструировать на его основе многоуровневые распределенные системы оперативного управления, настраиваемые на информационную среду функционирования и комплекс технических средств. Дружественный графический интерфейс обеспечивает эффективность человеко-машинных процессов решения производственных задач.

Реализация результатов работы. Разработанный типовой программный модуль "Опера" применен для автоматизации межцехового планирования на Стахановском машиностроительном заводе, создания многоуровневой системы управления в среде неоднородной сети ЭВМ на Донецком заводе "Топаз", а также для комплексной автоматизации оперативного управления в производственном объединении "Моторостроитель" (г.Запорожье) на базе локальной сети персональных компьютеров. Основные положения диссертации внедрены в учебный процесс в Донецком политехническом институте.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы разработки автоматизированных систем управления" (Паланга, 1990), Одиннадцатом Всесоюзном симпозиуме "Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования" (Кострома, 1990), Всесоюзной конферен-

ции "Математическое и имитационное моделирование в системах проектирования и управления" (Чернигов, 1990), Всесоюзной научно-технической конференции "Интеграция АСУТП и тренажерных устройств" (Украинка, 1991), V Всесоюзной конференции "Машинная графика 89" (Новосибирск, 1989), Научно-технической конференции "Программно-методические и программно-технические комплексы САПР и АСТПП" (Ижевск, 1988), VII научно-техническом семинаре "Математическое обеспечение систем с машинной графикой" (Ижевск-Тюмень, 1990).

Публикации. Основные положения и результаты диссертации отражены в восьми опубликованных работах, научно-техническом отчете и методическом пособии для студентов.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав и заключения, изложенных на 112 страницах машинописного текста, иллюстрированного 23 рисунками, а также содержит список литературы из 103 наименований и четыре приложения. Общий объем работы – 174 страниц.

I. Необходимость и сущность подхода к решению задач оперативного управления дискретным производством на сетевых моделях Петри

I.I. Постановка задачи и необходимость поиска новых методов ее решения

Процесс *оперативного управления* дискретным производством состоит в реализации трех основных функций: *планирования, контроля и регулирования* [21]. План должен обеспечивать оптимальное протекание производственного процесса. Однако, реальный процесс, в силу воздействия различных случайных факторов, отличается от запланированного. Это требует контроля за ходом производства, учета фактического состояния и анализа возникших отклонений. Регулирование представляет собой процесс устранения отклонений либо корректировок планов с учетом фактического состояния производства на текущий момент времени и прогнозов.

Абстрактной математической моделью задач оперативного планирования производств мелкосерийного и единичного типа являются дискретные сетевые задачи оптимального распределения ресурсов и составления расписаний [36]. Имеются конечные множества работ и ресурсов. На множестве работ определено бинарное отношение предшествования, задающее технологические ограничения на порядок выполнения работ. Отношение предшествования представляется ориентированным графом без петель и контуров. Работа характеризуется длительностью, набором требуемых ресурсов и уровнями их потребления. Длительность работы и уровни потребления ресурсов являются заранее заданными константами. Выполнение работы состоит в закреплении за ней требуемых ресурсов на интервал времени, равный ее длительности. В зависимости от того, расходуется ресурс в процессе выполнения работ или нет, различают два типа ресурсов: складируемые (потребляемые) и нескладируемые (восстанавливаемые). Задаются ограничения, регламентирующие объемы ресурсов, сроки

начала или завершения отдельных работ (директивные сроки), интервалы времени между завершением и запуском связанных работ (незавершенное производство) и другие, а также целевая функция. Задача состоит в определении оптимального порядка выполнения работ, называемого расписанием. Для непрерывемых работ, имеющих фиксированную длительность, расписание представляет собой совокупность времен запуска работ. Рассматривают различные постановки задачи оптимизации: минимизацию общего времени выполнения всех работ при заданных общих уровнях наличия ресурсов; минимизацию общего уровня потребления ресурсов при заданных директивных сроках завершения работ; минимизацию незавершенного производства при заданных уровнях наличия ресурсов и директивных сроках и другие. В реальных задачах ни одно из ограничений, кроме технологических, не является достаточно жестким. Поэтому в общей постановке минимизируют функцию потерь, связанных с нерациональным использованием ресурсов, нарушением директивных сроков, замораживанием оборотных средств в незавершенном производстве. Целевая функция представляет собой сумму произведений величин факторов, вызвавших потери, на весовые коэффициенты. Оптимальное расписание является основой формирования планов запуска-выпуска, материально-технического снабжения, подготовки производства.

Для каждого изделия на предприятии имеется пооперационная схема его изготовления. Можно представить каждую технологическую операцию отдельной работой и поставить задачу оптимального распределения ресурсов и составления расписания для всей совокупности совместно производимых в некотором периоде времени изделий. Множество восстанавливаемых ресурсов составят необходимые для выполнения операций оборудование, инструменты, оснастка, персонал. Множество потребляемых ресурсов образуют материалы, покупные изделия. Высокая размерность задачи, включающей, как правило, десятки тысяч работ для каждого изделия и тысячи

ресурсов, не позволяет применить такой подход на практике. Производственная система является иерархической; типичные уровни иерархии: предприятие, цех, участок, рабочее место. На каждом уровне, в соответствии с целями и горизонтом планирования, формируют собственную информационную модель производственных процессов [14,76]. Информационные модели получают путем агрегирования работ и ресурсов исходной пооперационной технологической схемы [10]. Так, например, в задачах формирования производственной программы предприятия на длительный период времени процесс изготовления изделия представляется одной работой, ресурсы агрегированы по видам оборудования и материалов, а технологические ограничения отсутствуют. В задачах межцехового планирования работа представляет процесс изготовления комплекта деталей и сборочных единиц (ДСЕ). На уровне производственного участка в качестве работ рассматриваются отдельные технологические операции. Различные способы агрегирования исследованы в [45,47,49,76,83].

Результаты, полученные при решении задачи оптимального распределения ресурсов и составления расписаний на некотором уровне иерархии, представляют собой систему ограничений для планирования работы подразделений нижестоящего уровня. Проблемы координации и взаимосвязь задач, решаемых на каждом уровне иерархии исследованы в [1,76]. К характерным особенностям производственных задач [1,40,54] следует отнести высокую размерность, низкую точность исходных данных, трудность математической формулировки целей планирования.

Дискретные сетевые задачи оптимального распределения ресурсов и составления расписаний являются НР-полными [36]. Поэтому точные методы их решения, такие как полный перебор, метод ветвей и границ, метод динамического программирования имеют экспоненциальную сложность. В [36] рассмотрены приближенные методы решения для некоторых частных постановок задач, имеющие полиномиальную

сложность и позволяющие получить гарантированные оценки погрешности.

Наибольшее распространение при решении реальных производственных задач получили методы эвристического типа [15, 45, 49, 54, 69, 76, 83]. Решение формируется в процессе динамического моделирования производства; для разрешения ресурсных конфликтов используются различные правила предпочтения. Известны методы, использующие несколько правил предпочтения, выбираемых случайным образом; при многократном решении задачи происходит уточнение вероятностей выбора правил. Для эвристических методов отсутствуют доказательства оптимальности решений, полученных при использовании тех либо иных правил предпочтения. Поведение алгоритмов оценивается, как правило, статистическими методами на случайных выборках исходных данных путем определения степени близости полученных решений к оптимальным.

Сложность задач учета и контроля является чисто технической и связана с конкретными способами сбора, хранения и наглядного представления информации о текущем состоянии производства в сравнении с плановыми показателями. На основе такого представления информации решается задача регулирования, состоящая в принятии эффективных диспетчерских решений по ликвидации отклонений от запланированного на текущий момент времени состояния. Для выполнения функции регулирования необходимы средства, моделирующие последствия принимаемых решений и выполняющие быстрые взаимосвязанные корректировки исходных планов. Иногда требуется повторное решение задачи планирования. Следует отметить, что формирование и ведение модели производственных процессов также представляет определенную сложность. Запуск изделий в производство и их отгрузка потребителю, изменения в технологии обусловливают необходимость постоянных корректировок модели для сохранения ее актуальности.

Многие авторы, выполняющие анализ разработки и использования реальных систем оперативного управления производством, приходят к выводу, что *эффективное решение задачи возможно только в процессе диалога* между человеком, обладающим определенным опытом и знаниями в области управления производством и компьютерной системы [44, 55, 76, 82]. Чисто "машинная" реализация даже такой достаточно автономной и трудоемкой функции, как оперативное планирование, не приносит должного эффекта [44]. Рассчитанные на ЭВМ по априорной информации планы часто оказываются неприемлемыми для лица, принимающего решения (ЛПР), а функции корректировки, возложенные на ЛПР, равны по сложности задаче планирования. Кроме того, реализация учета, контроля, регулирования производства невозможны без применения диалогового режима. Вопросы разделения функций между ЛПР и ЭВМ обсуждены в [44]. Концепция диалога, как управляемого эксперимента с моделью, и требования к программным средствам решения задач оперативного управления производством сформулированы в [76].

Известны программные системы, реализующие функции оперативного управления, такие как ПП "ДИСКАП", ОКП "Этап" [76], системы "Сигма" [21], ориентированные на текстовую форму диалога. Неоднократно различными исследователями отмечалась высокая эффективность использования графических форм представления информации при решении задач управления производством [70, 73, 89], берущих свое начало от диаграмм Гантта и традиционных сетевых графиков. Одним из основных способов "ручного" планирования на производстве является составление линейных графиков, являющихся, по существу, временными диаграммами выполнения работ, а также графиков загрузки основных ресурсов. На необходимость представления информации в человеко-машинных системах в традиционной для ЛПР форме указывается в работе [44]. Широкое распространение персональных ЭВМ, обладающих мощными средствами машинной графики,

позволяет значительно повысить эффективность решения задач управления за счет использования наглядных графических форм представления информации и организации диалога на основе современных методов, реализующих концепцию "что вижу, то и имею" [53]. Компьютерная система не заменяет человека, а представляет собой инструментарий, автоматизированное рабочее место ЛПР. Разработка таких систем требует использования информационных моделей, характеризующихся простотой, изобразительной мощностью, наглядностью представления, удобством организации интерактивного графического взаимодействия с пользователем.

Выделим основные недостатки традиционного способа описания модели, на основе которой выполняется решение задач оперативного управления дискретным производством. Главным элементом, имеющим графическую форму представления, является граф технологических ограничений. Как правило, дуги графа соответствуют работам, а вершины событиям, связанным с завершением работ. Для наглядного отображения ресурсных ограничений, порядка использования ресурсов, текущего состояния производства необходимы дополнительные формы представления информации. Кроме того, граф является статическим. Практические методы решения задач планирования основаны на динамическом моделировании процессов, а это требует хранения дополнительных спецификаций, определяющих динамику модели. Представлены только простейшие ресурсные отношения – потребляемый и восстанавливаемый типы ресурсов. Такие часто встречающиеся на практике случаи, как частичное потребление ресурса (например, для инструмента, оснастки) и закрепление ресурса на период выполнения нескольких последовательных операций (кассеты, контейнеры) не отображаются, хотя их представление не усложняет процесс моделирования. Естественная конвейерность производственных процессов, в простейшем случае выраженная в одновременном изготовлении в некотором промежутке времени нескольких единиц

одного и того же изделия, приводит к разрастанию графа, так как требует дублирования работ. Использования дополнительных средств требует описание альтернатив в технологических схемах. Необходимость рассмотрения альтернатив при планировании производства отмечалась в [15]. Большое число понятий, используемых для описания модели, затрудняет процесс ее конструирования, модификации и исследования ЛПР.

Таким образом, в настоящем разделе обоснована необходимость поиска и исследования новых информационных моделей дискретных производственных процессов, разработки методов, алгоритмов и автоматизированных средств решения задач оперативного управления, ориентированных на интерактивное графическое взаимодействие ЛПР и инструментальной компьютерной системы.

I.2. Особенности предложенного подхода

Для организации эффективного человеко-машинного процесса решения задач оперативного управления дискретным производством предлагается:

представлять информационную модель объекта управления в форме временной нагруженной сети Петри;

выполнять формирование и модификацию модели с помощью методов обработки знаний;

разрабатывать пользовательский интерфейс на основе комплексного применения средств интерактивной машинной графики.

Сеть Петри [96] является логическим развитием традиционных форм представления модели производственных процессов в дискретных сетевых задачах оптимального распределения ресурсов и составления расписаний [36]. Основу традиционной модели составляют множества работ T , потребляемых ресурсов P_c , восстанавливаемых ресурсов P_r , технологические ограничения $F_1 \subseteq T \times T$, порядок использования ресурсов $F_2 \subseteq P_c \times T \cup P_r \times T$ и уровни использования ресурсов W' :

$F_2 \rightarrow A_1$, а также длительности выполнения работ $D: T \rightarrow A_2$, где A_1, A_2 – множества положительных вещественных, рациональных или целых чисел. Заметим, что результаты выполнения работы можно рассматривать в ресурсной форме, считая, что работа производит некоторые ресурсы, потребляемые последующими (в соответствии с отношением F_1) работами. Множество таких ресурсов, используемых для связи работ, обозначим P_v . Это соответствует характеру реальных производственных процессов, где от операции к операции передаются заготовки, детали, узлы, и позволяет отобразить межоперационные заделы.

В моделях операций, используемых для представления технологий [45], спецификация работ (являющихся частным случаем операции) выполняется путем указания затрат и выпуска. Применим подобный способ для построения модели задач управления. Рассмотрим множество всех ресурсов P , используемых, либо производимых работами. При запуске работы потребляются (затрачиваются), а при ее завершении производятся (выпускаются) некоторые ресурсы. Поэтому, для определения и ресурсных, и технологических ограничений, достаточно указать отношение $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ и нагружающее отображение $w: F \rightarrow A_2$. Мы получили двудольный ориентированный нагруженный граф (P, T, F, w, D) . Если в качестве множества чисел A_2 рассматривать целые неотрицательные числа, то граф является временной нагруженной сетью Петри [60]. Элементы множества P называют позициями и изображают окружностями, элементы множества T называют переходами и изображают прямоугольниками, отношение F изображают дугами, а отображения w и D подписывают над дугами и переходами соответственно. Традиционный способ представления модели набором $(P_c, P_r, T, F_1, F_2, w', D)$ всегда можно преобразовать в сеть Петри (P, T, F, w, D) , например, следующим образом:

$$P = P_c \cup P_r \cup P_v,$$

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \{ P_{t_1, t_2} \mid (t_1, t_2) \in F \}, \\
 F &= \{ (p, t) \mid p \in P_c, (p, t) \in F_z \mid p \in P_r, (p, t) \in F_z \mid \\
 &\quad p \in P_1, \exists t_1 \in T: (t_1, t) \in F_1 \} \cup \\
 &\quad \{ (t, p) \mid p \in P_r, (p, t) \in F_z \mid p \in P_1, \exists t_1 \in T: (t, t_1) \in F_1 \}, \\
 w(p, t) &= \begin{cases} w'(p, t), & \text{если } p \in P_r \vee p \in P_c \\ 1, & \text{если } p \in P_1. \end{cases} \\
 w(t, p) &= \begin{cases} w'(t, p), & \text{если } p \in P_r \\ 1, & \text{если } p \in P_1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Обратное преобразование для произвольной сети Петри невозможно, так как она обладает, как будет далее показано, большей изобразительной мощностью по сравнению с традиционной моделью. Динамика сети Петри, входящая в ее определение, полностью соответствует динамике дискретных производственных процессов. Учитывая соответствие элементов сети работам, ресурсам и их связям (рис. I.1), правила функционирования сети можно сформулировать следующим образом. Сеть размечается путем указания внутри позиций количества доступных единиц каждого ресурса. Работа готова к запуску, если имеются в необходимом количестве все требуемые для ее запуска ресурсы. При запуске работы ресурсы затрачиваются, а при ее завершении производятся. Запускается любое количество готовых к запуску работ, не приводящее к появлению отрицательных значений доступных объемов ресурсов. Моделирование сетью процесса выполнения работы иллюстрирует рис. I.2. Расписания можно составлять в процессе имитации динамики сети, а для выбора запускаемых работ использовать правила предпочтения [76]. Таким образом, сеть Петри является адекватной моделью дискретных производственных процессов и позволяет естественным образом применить наиболее распространенные в практических приложениях эвристические методы решения задач планирования.

Покажем преимущества предложенного способа представления

моделей дискретных производственных процессов в системах оперативного управления. Во-первых, сеть Петри обладает высокой изобразительной мощностью при минимальном количестве элементарных понятий: переход (работа), позиция (ресурс), дуга (связь). Сеть позволяет представлять последовательные, параллельные, альтернативные и конвейерные процессы (рис. I.3), в то время как традиционная модель представляет только последовательные и параллельные процессы. Необходимость моделирования альтернатив в технологическом процессе обсуждалась в литературе [6, 15, 74], были предложены способы отображения альтернатив за счет введения в граф технологических ограничений специальных дополнительных элементов, то есть расширения множества элементарных понятий модели. Трудности отображения конвейерных процессов в традиционных моделях отмечены в [70]. Конвейерность является характерным свойством производственных систем. Отображение конвейерных процессов в традиционных моделях выполняется путем дублирования работ. Так, если на горизонте планирования изготавливается несколько единиц (партий) изделия, то требуется включение в модель работ для каждой единицы (партии). На сетях Петри подобный процесс моделируется прохождением потока меток через фиксированную сеть, описывающую процесс изготовления изделия. Кроме того, сеть Петри представляются разнообразные ресурсные отношения (рис. I.4), включающие в себя ресурсные отношения традиционной модели (потребляемый и восстанавливаемый типы ресурсов).

Такое *расширение изобразительной мощности оправдано*, так как диктуется реальными потребностями и, кроме того, не усложняет существенно процесс решения практических задач оперативного планирования и регулирования, основанный на имитации динамики производства. В главе 3 будет показано, что алгоритм имитации динамики сетей Петри, моделирующих дискретные производственные процессы, имеет полиномиальную сложность. Во-вторых, сеть Петри –

это наглядный графический образ, включающий в себя состояния работ, ресурсов и их взаимосвязи. Количество доступных единиц ресурса отображается внутри соответствующей позиции, а количество времени, оставшееся до завершения выполняемой работы – внутри соответствующего перехода. Для наглядности отображения можно использовать также различные способы закраски соответствующих элементов сети. Это дает возможность визуально оценивать состояние производственного процесса и варианты его развития (прогнозы). В-третьих, динамика сети Петри описывается алгебраическим уравнением состояния [95]. Известны применения уравнения состояний для исследования поведенческих свойств и эквивалентных преобразований различных классов невременных сетей [26, 46, 60, 61]. В диссертационной работе вводится уравнение состояний класса временных нагруженных сетей Петри, используемых для моделирования дискретных производственных процессов в системах оперативного управления. Задача определения корректности модели сводится к решению полученных на основе уравнения состояний систем линейных алгебраических уравнений и неравенств. Найденные решения системы используются для эффективной организации имитационного моделирования. Построены методы эквивалентных преобразований временных сетей.

Сеть Петри можно рассматривать как частный случай семантической сети [53]. Это позволяет применить методы, используемые в системах искусственного интеллекта, ориентированных на знания [53], для накопления опыта решения реальных задач оперативного управления на предприятии. Основу базы знаний составят абстрактные сети, описывающие процессы изготовления ДСЕ, узлов и изделий, входящих в номенклатуру предприятия, в форме, не связанной с календарными датами и конкретными исполнителями работ. Атрибутами элементов сети являются нормативные данные, идентификационная информация, ссылки на процедурные знания, определяющие способ

выбора альтернатив и другие. Кроме того, необходимо накапливать знания о критериях оптимизации и соответствующих им приоритетных правилах, вариантах диспетчерских решений, принимаемых в различных ситуациях. Базу данных образуют конкретные сети, представляющие собой актуальную информационную модель производственных процессов. Конкретные сети генерируются из абстрактных в соответствии с планом, сформированным вышестоящими подразделениями и отображают фактическое состояние производственного процесса и варианты его развития. Решение задач оперативного планирования и регулирования производства выполняется путем имитации динамики и аналитических исследований свойств конкретных сетей. Правила функционирования сети Петри дополняются набором правил предпочтения для разрешения ресурсных и временных конфликтов. Выбор правил предпочтения выполняется на основе абстрактных знаний в соответствии с заданным критерием оптимизации.

При разработке интеллектуальных систем большое значение придается *образному представлению информации*, использованию зрительного канала общения [53]. Известны примеры значительного повышения эффективности систем управления за счет применения средств интерактивной цветной машинной графики [102]. Способы реализации интерактивных графических систем описаны в книгах [79, 101]. Как было отмечено ранее, сеть Петри, являясь адекватной моделью дискретных производственных процессов, имеет наглядный графический образ. При работе с моделью целесообразно выполнить ее фрагментацию по изделиям, узлам и ДСЕ и использовать многооконную технику, масштабирование и управление степенью детализации. Кроме того, важное значение имеет построение вторичных форм представления информации, привычных для ЛПР, таких, как временные диаграммы и графики сдачи изделий, узлов и ДСЕ, выполнения работ, наличия и загрузки ресурсов, таблицы. При этом должна быть организована интерактивная работа ЛПР со вторичными формами представления

информации. Процессы принятия решений на предприятии являются коллективными. Поэтому необходимы средства организации группового диалога для согласованного принятия решений. В целях повышения гибкости системы предлагается выделить специальные средства формирования, хранения и использования сценариев группового диалога, наборов табличных и графических форм отображения информации. Описание динамики графических и табличных форм выполнить путем указания соответствия элементам и показателям первичной информационной модели.

Таким образом, в настоящем разделе раскрыты основные принципы и преимущества подхода к построению систем оперативного управления дискретным производством, основанного на интеграции эвристических методов календарного планирования, методов теории сетей Петри и искусственного интеллекта.

I.3. Архитектура системы оперативного управления

Как было отмечено в разделе I.2, производственная система имеет иерархическую структуру. Информационные модели, используемые на каждом уровне, получают путем агрегации исходных пооперационных технологических схем. *Общность постановки задач управления и методов их решения на разных уровнях иерархии позволяет рассматривать архитектуру типового модуля системы* (Рис. I.5) независимо от уровня подразделения, в котором решаются задачи (предприятие, цех, участок). Информационные потоки, циркулирующие на предприятии, обеспечивают включение модуля в структуру управления. При этом обмен информацией может выполняться посредством бумажных форм, магнитных носителей (ленты, диски), каналов связи в среде вычислительных сетей. Инвариантность модуля по отношению к уровню иерархии и средствам информационного обмена позволяет обеспечивать поэтапную автоматизацию функций оперативного управления предприятием, связанную с поэтапным наращиванием средств вычислительной

техники, опытной эксплуатацией системы, например, в пределах отдельно взятого цеха. Требуется *адаптация* [1], настройка типового модуля на конкретные условия применения. Варианты практической реализации иерархических систем управления на основе типового модуля рассмотрены в главе 4. Наибольшая эффективность реализации функций управления достигается при использовании вычислительных сетей, обеспечивающих высокую скорость обмена информацией в процессе коллективного решения задач, взаимодействие модулей системы, находящихся на различных уровнях иерархии, а также взаимодействие с автоматизированными системами других служб предприятия: отдела снабжения и сбыта, планово-финансового отдела, отдела труда и заработной платы и других.

Подсистема представления знаний и данных составляет ядро типового модуля системы. Для формирования базы знаний на текущем уровне иерархии производственной системы выделяют планово-учетную единицу [1]. Например, для уровня предприятия – это изделие, для цеха – комплект ДСЕ, для участка – деталь. Процесс изготовления планово-учетной единицы описывается сетью-прототипом, являющейся немаркированной временной нагруженной сетью Петри и абстрактной семантической сетью. Работы сети моделируют процессы производства планово-учетных единиц нижележащего уровня иерархии или отдельные операции (для нижнего уровня). С элементами сети ассоциируются атрибуты (Рис. I.6 а)), содержащие идентифицирующую информацию, нагрузки переходов и дуг сети Петри (длительности выполнения работ и объемы потребления и выпуска ресурсов), ссылки на другие сети-прототипы и процедурные знания. Ссылки на другие сети-прототипы используются для включения типовых фрагментов, устранения дублирования, построения иерархических моделей. Процедурные знания могут определять способ выбора альтернатив, конкретного исполнителя работы и конкретных ресурсов. Из сетей-прототипов на основании плана, полученного от вышестоящего

подразделения и регламентирующего номенклатуру, сроки выпуска планово-учетных единиц, объемы выделенных ресурсов и другие показатели, генерируется конкретная семантическая сеть (Рис. I.7), представляющая собой информационную модель производственных процессов, на основании которой решаются задачи оперативного управления. Конкретная сеть состоит из сетей-экземпляров (Рис. I.6.б) каждой планово-учетной единицы, изготавливаемой хотя бы однократно на горизонте планирования. Сети-экземпляры объединяются путем наложения одноименных работ и ресурсов и образуют маркированную временную нагруженную сеть Петри. Первоначальная маркировка образуется на основании ресурсных ограничений и номенклатурного плана выпуска.

Кроме того, накапливаются знания о критериях оптимизации и соответствующих им правилах предпочтения, о вариантах диспетчерских решений, принимаемых в различных ситуациях, о принадлежности ресурсов подразделениям предприятия и другие.

Исполнительная подсистема представляет собой набор решателей, выполняющих построение и проверку корректности сетевых моделей, автоматическую и автоматизированную оптимизацию, формирование диспетчерских решений. Аналитические методы позволяют исследовать модель, представленную сетью Петри, без имитации ее динамики путем решения систем линейных алгебраических уравнений и неравенств. С помощью аналитических методов можно проверить корректность сети (ограниченность, живость, достижимость запланированного состояния), а также совместимость модели и ограничений по директивным срокам и ресурсам оптимизационной задачи. Динамическое моделирование состоит в имитации динамики прямых и обратных сетей Петри. При этом правила функционирования сети дополняются набором правил предпочтения, используемых в эвристических методах оптимизации; возможен интерактивный способ разрешения конфликтов. В набор решателей могут включаться процедуры, реализующие методы линейного

программирования для объемного планирования. Языки подсистем представления знаний и данных, и исполнительной используются специалистом в области компьютерных технологий для адаптации типового модуля системы к конкретным условиям применения [1].

Подсистема общения обеспечивает взаимодействие типового модуля системы с различными категориями пользователей, с модулями системы, находящимися на вышестоящем и нижестоящем уровнях иерархии, с автоматизированными системами других служб предприятия. При автономном использовании модуля вся исходная информация непосредственно вводится пользователями, а выходные документы получают в печатной форме. При отсутствии каналов связи между ЭВМ обмен информацией может быть организован по безбумажной технологии на основе магнитных носителей информации. Наибольшая автоматизация процессов управления достигается при работе модуля системы в сети ЭВМ. Имеется первоначальный стандартный набор графических форм представления информации – сеть Петри, фрагментированная по планово-учетным единицам либо по подразделениям нижележащего уровня, временная диаграмма выполнения работ, наличия и использования ресурсов, табличных отчетов – оперативный и номенклатурный планы, форм диалога на основе иерархического меню команд и подсказок. Коллективное решение задач выполняется на основе спецификаций, регламентирующих асинхронную и синхронную работу различных пользователей. Средства защиты обеспечивают выделение категорий пользователей и указание доступных для каждой категории функций. Сеанс работы начинается с идентификации пользователя (например, путем указания фамилии и пароля). Целостность и сохранность информации обеспечивается путем дублирования. Выделяются основные экземпляры объектов базы данных и базы знаний, в соответствии с которыми выполняется управление производством и специальная операция, аналогичная утверждению документов, выполняющая замену основного экземпляра. Дополнительные экземпляры

объектов могут находиться как в базе знаний и базе данных, так и сохраняться во внешних архивах.

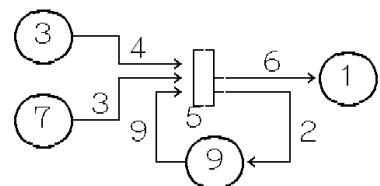
Адаптация модуля системы к требованиям ЛПР и конкретной технологии коллективного решения задач управления достигается путем создания спецификаций форм диалогов и представления информации, взаимодействия в сети. Для представления сценариев, диалогов и протоколов обмена в сети используются сети Петри [86,90]. Спецификации диалогов выполняются на основе команд подсистем представления знаний и данных и исполнительной, а также графических и табличных форм, создаваемых при помощи редакторов. Методы и средства реализации элементов архитектуры типового модуля системы исследуются и разрабатываются в последующих главах диссертационной работы.

Выводы

В настоящей главе на основании анализа традиционных методов решения задач оперативного управления дискретным производством, современного уровня требований к средствам автоматизации и возможностей, предоставляемых широким внедрением в промышленность персональных профессиональных ЭВМ и сетей, обоснована необходимость поиска и исследования новых информационных моделей, методов и средств построения автоматизированных систем. Предложен подход к разработке системы оперативного управления, основанный на интеграции эвристических методов календарного планирования, методов теории сетей Петри и искусственного интеллекта. Сформирована архитектура типового модуля системы, адаптируемого к конкретной технологии решения задач управления на предприятии и набору средств вычислительной техники.

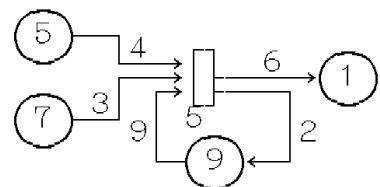


Рис. I.1. Элементы модели дискретных процессов.



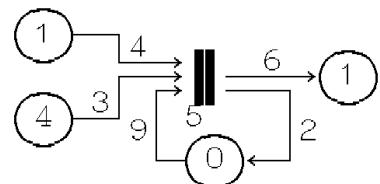
а) Работа не готова к запуску.

$T = \tau$



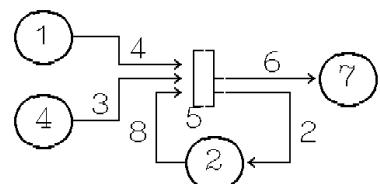
б) Работа готова к запуску.

$\tau < T < \tau + 5$



в) Работа выполняется.

$T = \tau + 5$



г) Работа выполнена.

Рис. I.2. Пример моделирования процесса выполнения работы.

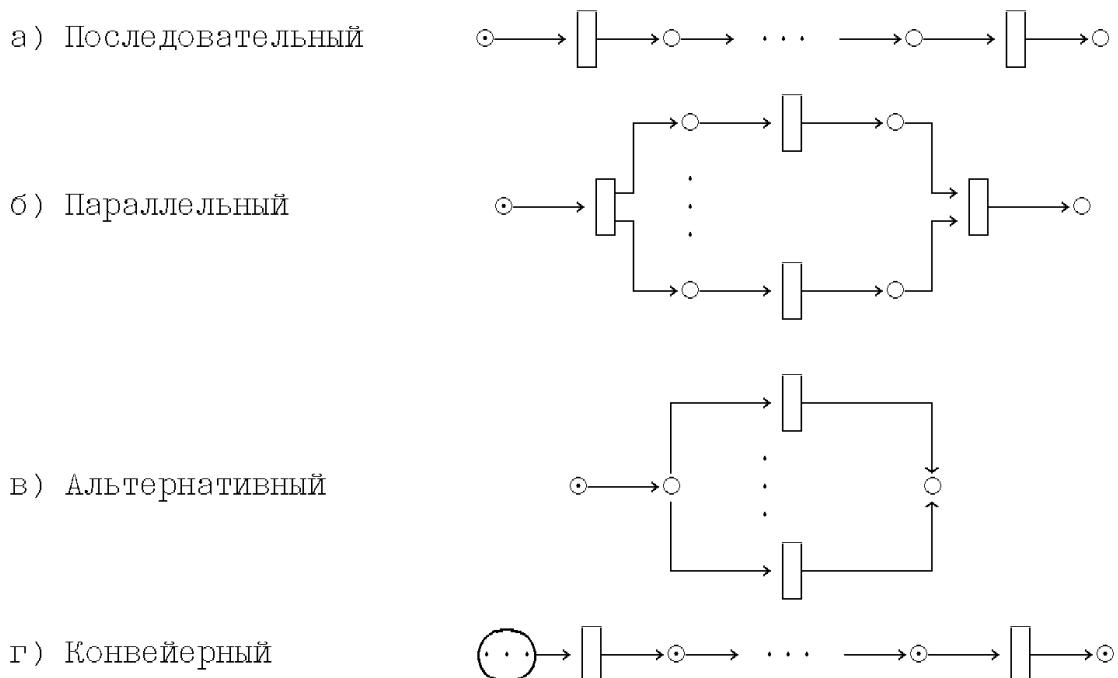


Рис. I.3. Типы процессов, представляемых сетью Петри.

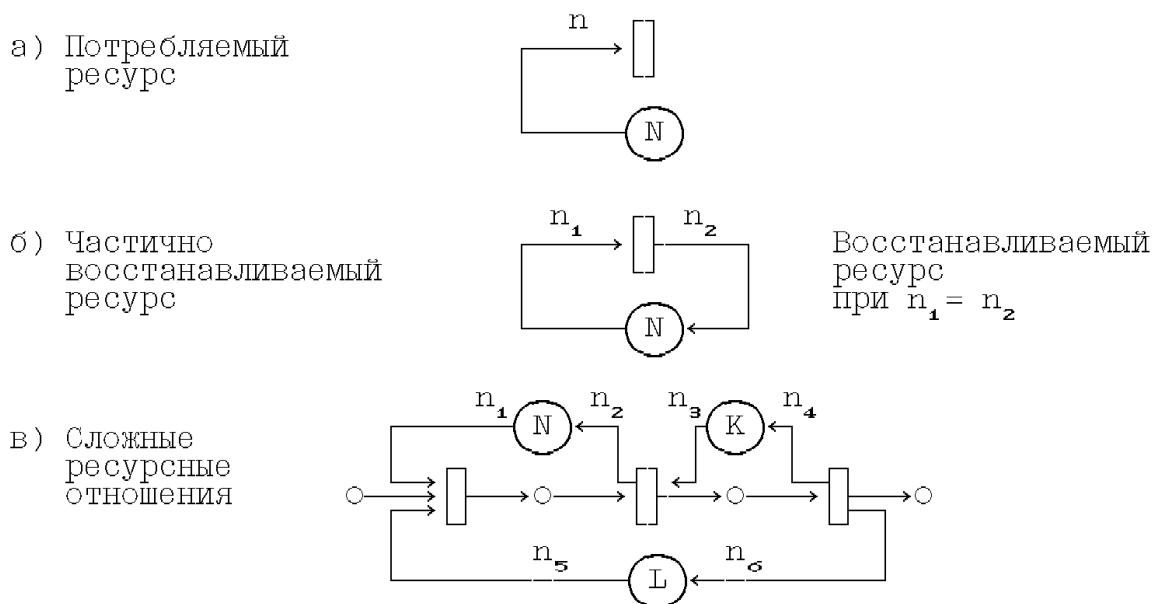


Рис. I.4. Ресурсные отношения, представляемые сетью Петри.

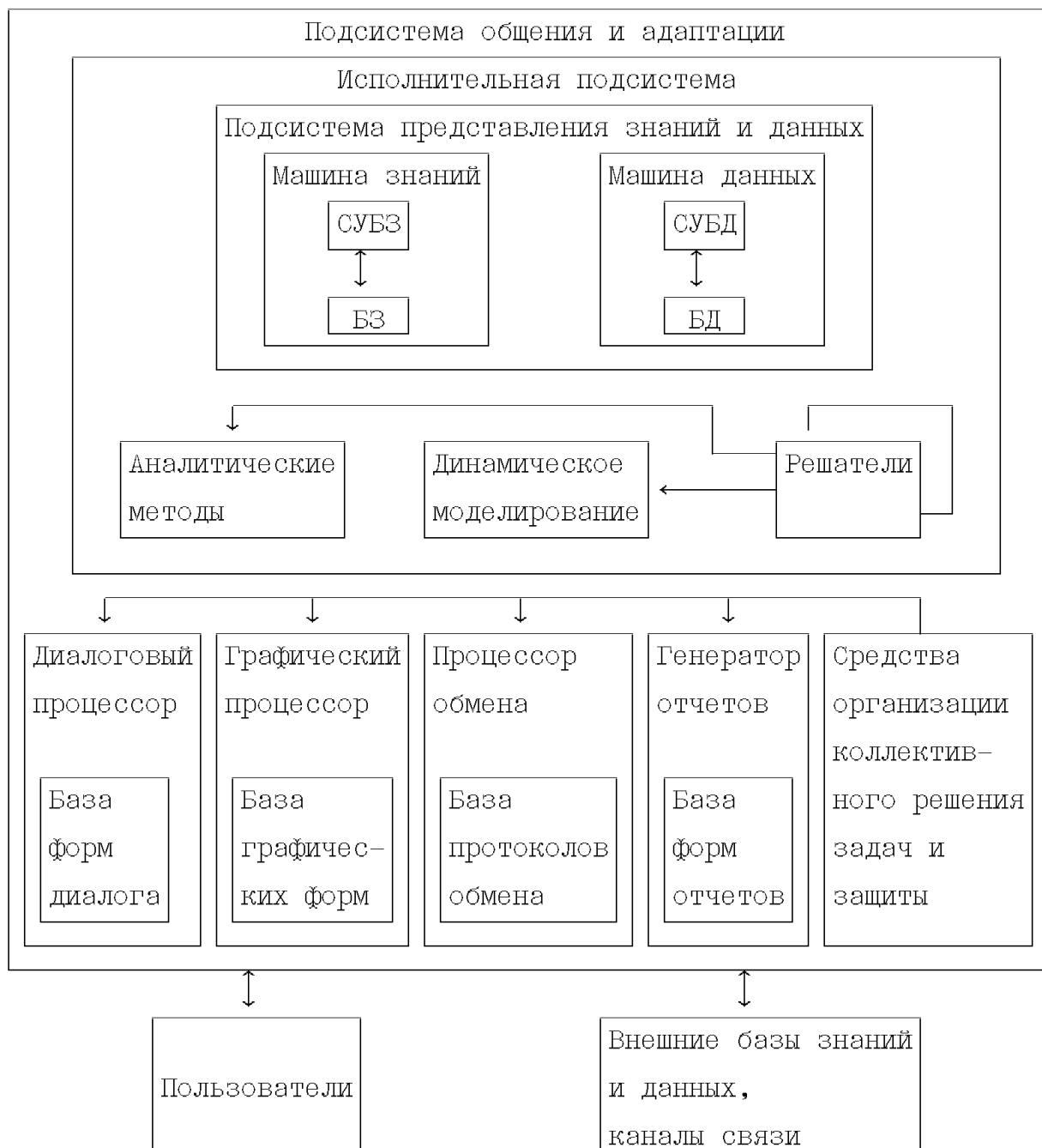


Рис. I.5 Архитектура типового модуля системы.

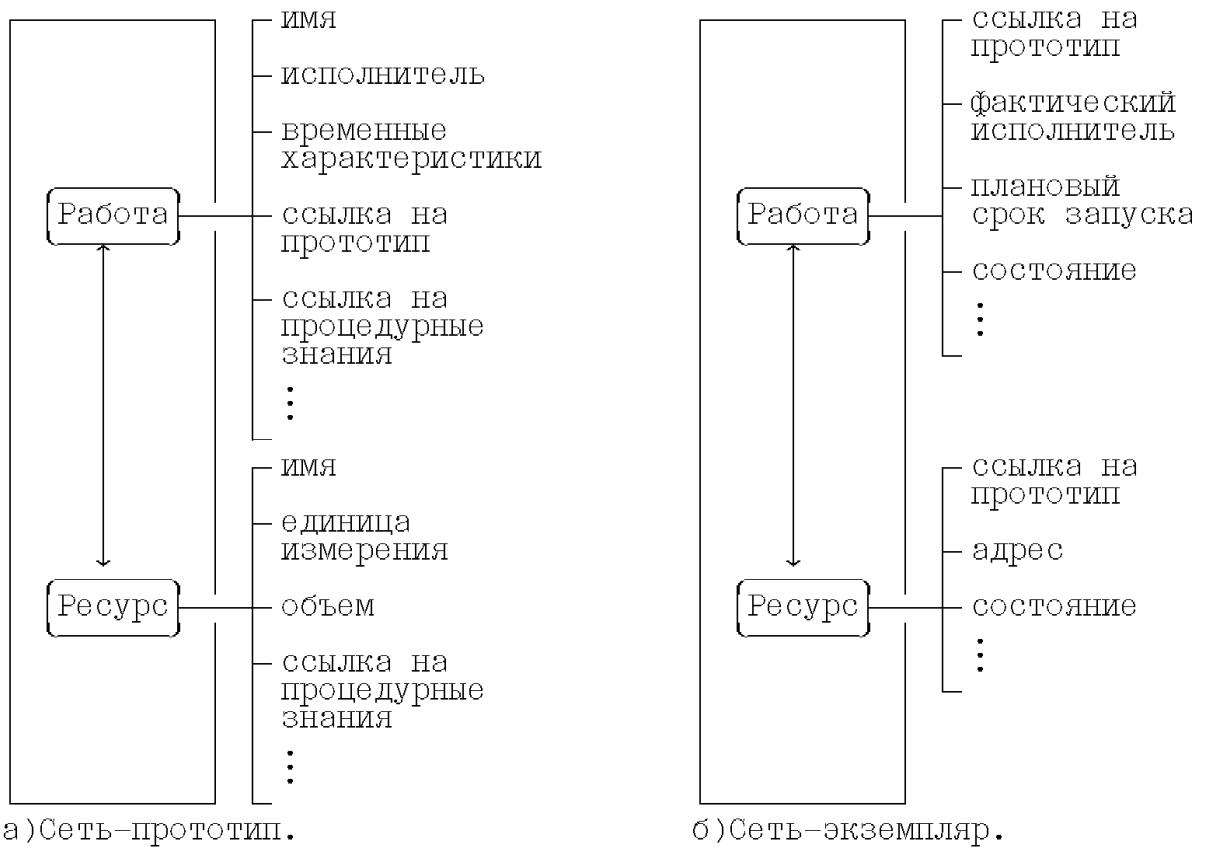


Рис. I.6. Структура сетевых знаний.

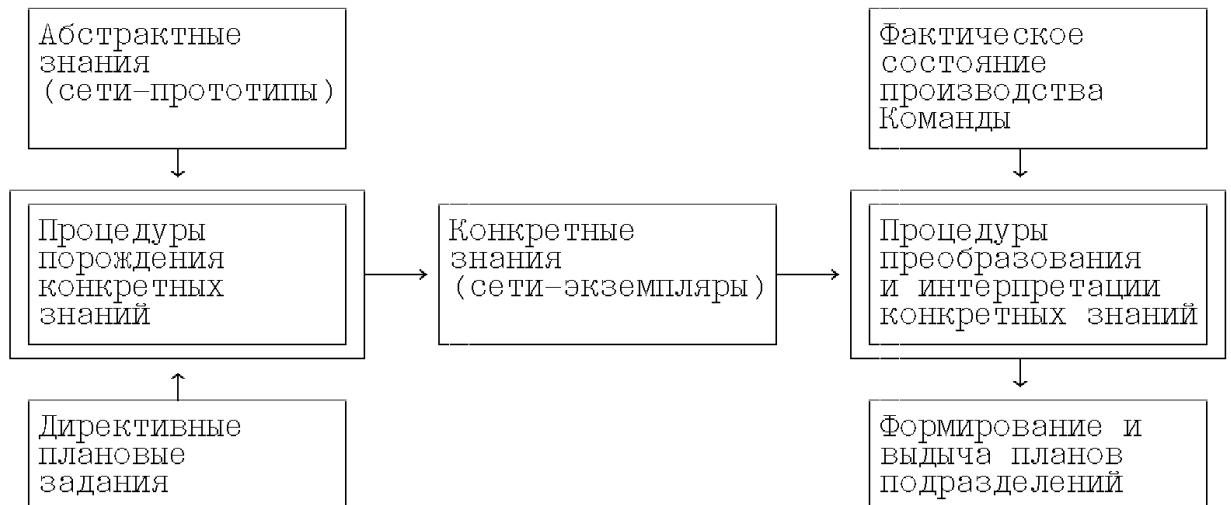


Рис. I.7. Схема преобразования знаний.

2. Разработка методов исследования временных нагруженных сетей Петри

2.1. Краткий обзор основных методов исследования и результатов теории сетей Петри

Работа Карла Петри [96] положила начало развитию теории сетей специального вида, названных сетями Петри и применяемых для моделирования и анализа дискретных параллельных систем и процессов. Сеть Петри – это двудольный ориентированный граф, образованный вершинами двух типов: позициями и переходами. В позициях размещаются специальные элементы-маркеры. Динамика сети представляет собой процесс перемещения маркеров в результате срабатывания переходов. Переход возбужден, если во всех его входных позициях имеются маркеры. Срабатывает любой из возбужденных переходов, при этом маркеры изымаются из его входных позиций и помещаются в выходные. Состояние сети однозначно определяется количеством маркеров, находящихся в каждой из ее позиций и называется маркировкой сети. Простота и высокий уровень абстракции основных понятий, возможность моделирования последовательных, параллельных, конвейерных процессов и ресурсных отношений обусловили широкий спектр применения сетей, включающий исследования аппаратно-программных комплексов средств вычислительной техники, производственных и организационных систем, деятельности человеческого мозга.

Различают *поведенческие* и *языковые* свойства сетей Петри. Поведенческие свойства [4] характеризуют множество состояний (ограниченность, достижимость) и возможности срабатывания переходов (живость). Если пометить переходы символами некоторого алфавита, то возникают задачи, связанные с исследованием свойств языков, порождаемых в процессе функционирования сети. Методы исследований и основные результаты теории сетей Петри хорошо

систематизированы и изложены в монографиях [26, 46].

Математической основой исследования поведенческих свойств сетей является уравнение состояний, предложенное Т. Муратой [95]. Использование уравнения состояний позволяет свести задачи теории сетей Петри к задачам линейной алгебры и линейного целочисленного программирования [4].

Многие исследователи либо ограничивают изобразительную мощность сетевых моделей за счет структурных ограничений, либо расширяют ее, нагружая позиции, переходы, дуги, маркеры сети. Спектр классов сетей Петри простирается от простейших автоматных [46] до сетей, элементы которых нагружены функциями произвольного вида [60]. Изобразительная мощность сети тесно связана со множеством разрешимых задач [46]. Так, например, класс сетей, дуги которых нагружены числами {0,1}, является универсальной алгоритмической системой, и поэтому многие задачи их анализа являются алгоритмически неразрешимыми. Единственный универсальный способ исследования сетей общего вида – имитация их динамики. Методологический интерес представляет работа [61], в которой вводится уравнение состояний нагруженной сети. Показано, что алгебраическим преобразованиям уравнения состояний соответствуют эквивалентные преобразования сети, позволяющие сократить ее размерность.

Для решения задач управления дискретными производственными процессами необходимо использовать сети, нагруженные временными отношениями, моделирующими длительности выполнения работ. Известны два подхода к определению временных сетей: стохастический и детерминированный. Динамика стохастической временной сети [94] представляет собой Марковский процесс. Такие сети удобно использовать для решения задач управления запасами в производствах массового типа. Детерминированную временную сеть получают путем приписывания позициям либо переходам сети фиксированных временных задержек. Сифакис предложил связывать временные задержки с

позициями сети [100]. Срабатывание перехода в таких сетях происходит мгновенно, но маркеры после попадания в позицию в течение времени, равного задержке позиции, находятся в недействительном состоянии и не могут участвовать в возбуждении переходов. Исследование циклических режимов требует решения линейных алгебраических уравнений, составленных таким же способом, как и для исходной невременной сети. Использование сетей такого вида для анализа гибких производственных систем описано в [77]. Однако, такой способ нагружения ведет к потере наглядности модели и значительному огрублению описания процессов при использовании уравнения состояний невременной сети.

Наиболее естественный и наглядный способ определения временных сетей ввел Рамчадани [99]. *Задержки приписываются переходам.* Срабатывание перехода происходит в два этапа: вначале маркеры изымаются из входных позиций, а затем, через интервал времени, равный задержке перехода, помещаются в выходные позиции. В промежутке времени между началом и завершением срабатывания переход считается активным, а изъятые из входных позиций маркеры – закрепленными за переходом. Состояние такой сети в произвольный момент времени описывается маркировкой и массивом времен, оставшихся до завершения активных переходов [91]. Для сетей, не содержащих конфликтов (сетей со свободным выбором и сводящимся к ним), были получены значения минимального времени цикла [98]. Кретьен предложил находить для временных сетей не последовательности срабатывания переходов, а допустимые времена их запуска (разрешенные управляемые выполнения), указав на связь такой постановки задачи с задачами теории расписаний [88]. Он ввел уравнение, связывающее маркировку сети в произвольный момент времени и управляемое выполнение, на основе которого исследовал задачи построения допустимых полных управляемых выполнений, обеспечивающих циклический режим функционирования сети и задачи

построения минимальной маркировки, обеспечивающей заданное конечное управляемое выполнение. Однако, уравнение Кретьена не является полным описанием динамики сети, а рассматривается как ограничение при построении разрешенных управляемых выполнений.

В последующих разделах главы для описания динамики временных нагруженных сетей, в которых задержки приписаны переходам и являются положительными целыми числами, получено уравнение состояний. Уравнение обобщается для класса сетей, допускающих повторные запуски активных переходов [103], названных, по аналогии с системами массового обслуживания, сетями с многоканальными переходами. Явные ограничения на число каналов каждого перехода позволяют получить систему неравенств, используемую в качестве дополнительного условия при определении характеристик сети на основе уравнения состояний. Разработаны методы эквивалентных преобразований временных сетей на основе алгебраического подхода [61].

2.2. Уравнения состояний временных нагруженных сетей Петри

Временная нагруженная сеть Петри – это пятерка $G_1 = (P, T, F, W, D)$, где $P = \{p\}$ – конечное множество позиций, $T = \{t\}$ – конечное множество переходов, $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ – отношение инцидентности; $W: F \rightarrow \mathbb{N}^0$ – нагружающее отображение; $D: T \rightarrow \mathbb{N}$ – временное отображение; \mathbb{N} – множество натуральных чисел; \mathbb{N}^0 – множество целых неотрицательных чисел.

Сеть имеет *графическое представление* в виде двудольного ориентированного нагруженного графа. Позиции, изображаемые окружностями, и переходы, изображаемые прямоугольниками, являются вершинами графа. Отношение инцидентности F изображается ориентированными дугами, ведущими из переходов в позиции и из позиций в переходы. Нагружающие отображения W и D подписываются возле дуг и переходов графа соответственно. Если позиции и переходы сети занумерованы, то отношение D и нагружающее отображение W удобно представлять матрицами, а временное отображение D – вектором. На рис. 2.1 приведен пример графического представления временной нагруженной сети $\mathcal{G} = (P, T, F, W, D)$, где

$$\begin{aligned} P &= \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}; \quad T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}; \\ F &= \{(p_1, t_1), (p_1, t_3), (p_2, t_1), (p_3, t_2), (p_4, t_3), (p_4, t_4), \\ &\quad (p_5, t_1), (p_5, t_4), (p_6, t_2), (p_6, t_3)\} \cup \\ &\quad \{(t_1, p_3), (t_1, p_5), (t_2, p_4), (t_2, p_6), (t_3, p_1), (t_3, p_6), \\ &\quad (t_4, p_2), (t_4, p_5)\}; \\ W(p_1, t_1) &= 3, \quad W(p_1, t_3) = 1, \quad W(p_3, t_2) = 1, \quad W(p_4, t_3) = 2, \quad W(p_4, t_4) = 1, \\ W(p_5, t_1) &= 3, \quad W(p_5, t_4) = 2, \quad W(p_6, t_2) = 2, \quad W(p_6, t_3) = 1, \quad W(t_1, p_3) = 1, \\ W(t_1, p_5) &= 2, \quad W(t_2, p_4) = 5, \quad W(t_2, p_6) = 2, \quad W(t_3, p_1) = 2, \quad W(t_3, p_6) = 1, \\ W(t_4, p_2) &= 1, \quad W(t_4, p_5) = 3; \\ D(t_1) &= 1, \quad D(t_2) = 3, \quad D(t_3) = 2, \quad D(t_4) = 1. \end{aligned}$$

Пусть имеется действительнозначная переменная τ , изменяющаяся от нуля до бесконечности, именуемая временем. Время разбито на равные интервалы – такты. Такты занумерованы с помощью переменной

τ ($\tau=0, 1, 2, 3, \dots$). На множестве позиций задается функция M : $P \rightarrow \mathbb{N}^0$, называемая *маркировкой*. Маркировка сети в такте τ представляется множеством чисел $M(\tau) = \{\mu(p, \tau)\}$, $p \in P$.

Функционирование временной нагруженной сети подчиняется следующим правилам:

- 1) На протяжении такта каждый переход $t \in T$ может находиться в одном из двух состояний – пассивном или активном, – а маркировка сети неизменна.
- 2) В момент смены такта τ тактом $\tau+1$ переход $t \in T$ может запуститься, завершиться либо завершиться и запуститься. В дальнейшем изложении условно запуск будем относить к следующему такту ($\tau+1$), а завершение – к предыдущему (τ).
- 3) Маркировка сети в такте $\tau+1$ получается путем изменения маркировки предыдущего такта τ . Если переход $t \in T$ завершается в такте τ , то к маркировке каждой позиции $p \in P$: $\exists(t, p) \in F$ добавляется число $w(t, p)$. Если переход $t \in T$ запускается в такте $\tau+1$, то из маркировки каждой позиции $p \in P$: $\exists(p, t) \in F$ вычитается число $w(p, t)$.
- 4) Имеется условие возбуждения перехода $t \in T$ в такте $\tau+1$, если для любого $p \in P$, такого, что $(p, t) \in F$ выполняется условие $(w(p, t)=0 \& \mu'(p, \tau)=0) \vee (w(p, t) \neq 0 \& \mu'(p, \tau) \geq w(p, t))$, где $\mu'(p, \tau)$ – маркировка, полученная в результате завершения переходов в предыдущем такте τ .
- 5) Переход $t \in T$ готов к запуску в такте $\tau+1$, если выполняется условие его возбуждения и он был пассивен либо завершился в предыдущем такте τ .
- 6) Запускается любое количество готовых к запуску переходов, не приводящее к нарушению функционирования сети (получению отрицательной маркировки).
- 7) Переход $t \in T$ завершается в такте τ , если он был запущен в такте $\tau-D(t)+1$.

Состоянием временной нагруженной сети G_1 в такте τ будем

называть пару $S(\tau) = (S^P(\tau), S^T(\tau))$, где $S^P(\tau)$ – состояние позиций, а $S^T(\tau)$ – состояние переходов сети. *Маркированная временная нагруженная сеть* – это пара $N_1 = (G_1, S_o)$, где G_1 – времененная нагруженная сеть, а $S_o = S(0)$ – ее начальное состояние. Функционирование маркированной временной нагруженной сети представляет собой процесс последовательной смены ее состояний в результате запусков и завершений переходов. Состояние позиций – это маркировка сети ($S^P(\tau) = M(\tau)$). Традиционным способом задания состояния перехода [91] $t \in T$ является указание времени, оставшегося до его завершения $r(t, \tau)$; если переход пассивен, то $r(t, \tau) = 0$. Тогда $S^T(\tau) = R(\tau)$, $R(\tau) = \{r(t, \tau)\}, t \in T$. Такой способ определения состояния удобен для графического изображения. Числа $\mu(p, \tau)$ и $r(t, \tau)$ записывают внутри позиции и переходов сети соответственно, либо отображают количеством точек (маркеров), равным значению. Если позиции и переходы сети занумерованы, то маркировку и состояние переходов удобно представлять в векторной форме. На рис. 2.1 отображено состояние $S = ((2, 0, 0, 0, 0, 0), (1, 2, 1, 0))$ сети \mathcal{G} . Если запускать максимально возможное множество переходов, не приводящее к появлению отрицательных маркировок, то использование $R(\tau)$ позволяет не рассматривать сеть в каждом последующем такте, а вычислять следующий момент времени как $\tau + \Delta\tau$, где $\Delta\tau = \min_{t \in T, r(t, \tau) > 0} r(t, \tau)$. Действительно, все переходы $t \in T$: $r(t, \tau) = \Delta\tau$ завершаются в такте $\tau + \Delta\tau - 1$ и в интервале времени $[\tau, \tau + \Delta\tau - 1]$ ни один из переходов сети не может быть запущен, т.к. это приведет к появлению отрицательных маркировок. При запуске перехода t в $r(t, \tau)$ помещается $D(t)$, а затем при каждом продвижении времени на величину $\Delta\tau$ из $r(t, \tau)$ вычитается $\Delta\tau$.

Назовем $U(\tau)$ индикатором запусков, а $V(\tau)$ индикатором завершений переходов в такте τ .

$$U(\tau) = \{u(t, \tau)\}, t \in T.$$

$$u(t, \tau) = \begin{cases} 1, & \text{если переход } t \text{ запущен в такте } \tau. \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$V(\tau) = \{ v(t, \tau) \}, t \in T.$$

$$v(t, \tau) = \begin{cases} 1, & \text{если переход } t \text{ завершился в такте } \tau. \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Так как порядок выбора готовых к запуску переходов не оговорен правилами 1–7, то процесс функционирования сети является недетерминированным. Даже если потребовать обязательный запуск всех готовых к запуску переходов, остается неопределенность, связанная со способом разрешения конфликтов в случае, если одновременный запуск некоторого подмножества готовых к запуску переходов может привести к появлению отрицательных маркировок.

Процесс функционирования сети может быть изображен деревом, разбитым на ярусы, соответствующие моментам времени $\tau = 0, 1, 2, \dots$. В нулевой ярус помещается одна вершина, соответствующая S_0 . Для каждого состояния S яруса τ в ярус $\tau+1$ включают состояния S' , в которые возможен переход в соответствии с правилами функционирования сети. Состояние S и S' связывают дугой и на дуге подписывают соответствующие $V(\tau)$ и $U(\tau+1)$. Листьями дерева являются состояния, в которых не возможен запуск ни одного перехода и ни один переход не активен (тупики), либо состояния, ранее включенные в дерево. Такое, в общем случае, бесконечное дерево будем называть *диаграммой состояний сети*. Пример диаграммы состояний сети, изображенной на рис.2.1, представлен на рис.2.3. При составлении диаграммы не рассмотрены случаи отсроченного запуска готовых к запуску переходов.

Временная нагруженная сеть является простой и удобной моделью дискретных производственных процессов. Работы представляют переходами, а ресурсы – позициями сети. Дуги позволяют отобразить как технологические ограничения на порядок выполнения работ, так и разнообразные ресурсные отношения. Сеть моделирует материальные и

информационные потоки, а также их взаимодействие в процессе производства. Правилами функционирования сети не регламентирован порядок запуска переходов. Таким образом, моделируются не только ресурсные конфликты, но и отсроченный запуск работ. Кроме того, временная нагруженная сеть является универсальной алгоритмической системой, так как в [46] показано, что сети, допускающие проверку маркировки позиции на ноль, моделируют регистровые машины.

Имитация динамики сети позволяет генерировать производственные планы – получать времена запуска работ, которые удовлетворяют технологическим и ресурсным ограничениям. Для оптимизации планов в процессе имитации могут использоваться приоритетные правила разрешения конфликтов при запуске работ. В процессе имитации состояние сети можно оценивать визуально и использовать человекомашинную процедуру разрешения конфликтов. Удобным средством представления расписания является *временная диаграмма* запуска переходов сети (работ). На рис.2.4 представлен вариант временной диаграммы процесса функционирования сети, изображенной на рис.2.1. После такта $\tau = 13$ сеть попадает в тупиковое состояние.

Задачи определения корректности сетевых моделей, реализуемости плановых заданий можно рассматривать как задачи определения таких свойств сети, как ограниченность, живость, достижимость заданного состояния. Основной метод определения этих свойств для невременных сетей основан на представлении динамики сети с помощью уравнения, называемого уравнением состояния и сведении задач анализа свойств сети к задачам линейной алгебры и целочисленного линейного программирования [46,61]. Применим этот подход к исследованию свойств временных нагруженных сетей.

Процесс функционирования сети можно представить следующей простой схемой:

$$(M(0), R(0)) \xrightarrow{V(0), U(1)} (M(1), R(1)) \xrightarrow{V(1), U(2)} (M(2), R(2)) \xrightarrow{V(2), U(3)} \dots$$

Если известна последовательность индикаторов запуска переходов $U(\tau)$, $\tau=1, 2, 3, \dots$, то можно однозначно определить последовательности $V(\tau)$, $R(\tau)$. Действительно, в соответствии с правилами функционирования сети

$$v(t, \tau) = u(t, \tau - D(t) + 1),$$

$$r(t, \tau) = \begin{cases} \theta, & \text{если } \exists \theta \in \overline{0, D(t)-1} \text{ такое, что } u(t, \tau - D(t) + \theta) = 1 \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

На интервале от τ до $\tau + D(t) - 1$ не может произойти более одного запуска перехода t и, если переход был запущен в момент времени τ , то для любого $\theta \in \overline{0, D(t)-1}$ $r(t, \tau + \theta) = D(t) - \theta$. Таким образом, состояние перехода $t \in T$ в произвольный момент времени τ полностью определяется предысторией его запусков на интервале от $\tau - D(t) + 1$ до τ . Поэтому в качестве состояния переходов сети можно рассматривать множество чисел

$$\mathcal{U}(\tau) = \{u(t, \tau - \theta)\}, \quad t \in T, \quad \theta = \overline{0, D(t)-1}. \quad (2.1)$$

$$S^T(\tau) = \mathcal{U}(\tau).$$

Тот факт, что при таком способе задания состояния переходов необходимо рассматривать индикаторы запусков переходов $u(t, \tau)$ в моменты времени $\tau \leq 0$, не будет препятствовать дальнейшему изложению. Для определения начального состояния $\mathcal{U}(0)$ необходимо указать индикаторы запусков для каждого перехода на максимальную глубину $\tau^* = 0 - D(t) + 1$. Построение $\mathcal{U}(0)$ по $R(0)$ можно выполнить следующим образом: для каждого $r(t, 0) > 0$ получаем $u(t, r(t, 0) - D(t))$ равным единице, остальные $u(t, \theta)$, $\theta = \overline{0, -D(t)+1}$ равны нулю. Такой способ задания состояния переходов позволяет упростить схему функционирования сети:

$$(M(0), U(0)) \xrightarrow{U(1)} M(1) \xrightarrow{U(2)} M(2) \xrightarrow{U(3)} \dots$$

Таким образом, уравнение состояний должно связывать два основных вида переменных $\mu(p, \tau)$, $p \in P$, $\tau = 0, 1, 2, \dots$ и $u(t, \tau)$, $t \in T$, $\tau = -D(t) + 1, -D(t) + 2, -D(t) + 3, \dots, 0, 1, 2, \dots$ Любую последовательность запусков переходов $\sigma = U(1), \dots, U(\tau^*)$, $\tau^* \geq 1$ сети N_1 будем называть

допустимой, если она обеспечивает функционирование сети в соответствии с правилами 1–7.

Тот факт, что в результате выполнения последовательности запусков σ сеть попадает в состояние s^* , обозначим

$$s_0 \xrightarrow{\sigma} s^*$$

Состояние s^* будем называть *достижимым* из начального состояния s_0 в сети G_1 , если существует допустимая последовательность запусков переходов σ такая, что

$$s_0 \xrightarrow{\sigma} s^*$$

Множество состояний сети G_1 , достижимых из начального состояния s_0 , обозначим

$$\mathcal{R}(G_1, s_0).$$

Свойства ограниченности и живости будем рассматривать в соответствии с определениями [46].

Состояние сети N_1 в произвольный момент времени $\tau = 1, 2, 3 \dots$ определяется рекуррентными системами уравнений (2.2) и (2.3).

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'(p, \tau) = \mu(p, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau-D(t)), \\ \mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot u(t, \tau), \\ \mu(p, \tau) \geq 0, \quad p \in P. \end{array} \right. \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u'(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu'(t, p)^{w(p, t)} \quad \& \quad \bigwedge_{\theta=1, D(t)-1} u(t, \tau-\theta), \\ u(t, \tau) \leq u'(t, \tau), \\ u(t, \tau) \geq 0, \quad t \in T. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Значение $u'(t, \tau)$ определяет готовность перехода t к запуску в такте τ , а $\mu'(p, \tau)$ – промежуточную маркировку, полученную в результате завершения перехода.

Выражение a^b , где $a, b \in \mathbb{N}^0$, в соответствии с [Сле87] вычисляется следующим образом

$$a^b = \begin{cases} 1, & \text{если } (a = b = 0) \vee (b \neq 0 \ \& \ a \geq b). \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.4)$$

Покажем, что уравнения (2.1), (2.2) описывают функционирование временной нагруженной сети. В уравнении (2.3) терм

$$\bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu'(p, t)$$

представляет собой условие возбуждения перехода t в соответствии с правилом 4; терм

$$\bigwedge_{\theta=1, D(t)-1} u(t, \tau-\theta)$$

принимает истинное значение, только если переход t был пассивен или завершался в такте $\tau-1$ (если $D(t)$ равно единице, логическое произведение не вычисляется). Действительно, только в том случае, если переход не был запущен после такта $\tau-D(t)$, возможен его запуск в такте τ . Таким образом, условие готовности перехода к запуску соответствует правилу 5, а способ выбора запускаемых переходов – правилу 6. Уравнение (2.2) составлено по правилу 3, $\mu(p, \tau-1)$ представляет собой маркировку позиции в предыдущем такте, терм

$$\sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau-D(t))$$

равен приращению маркировки от завершения ранее запущенных переходов в соответствии с правилом 3, а терм

$$\sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot u(\tau, t)$$

равен суммарному уменьшению маркировки от запуска переходов. Таким образом, уравнение (2.2), (2.3) описывают динамику временной нагруженной сети.

Если исключить из рассмотрения способ формирования значений и (2.3), то возможно получение линейной формы записи уравнения (2.2). Пусть σ произвольная допустимая последовательность индикаторов запуска сети N_1 длины $\tau^* \geq 1$. Тогда маркировка сети в

момент времени τ^* , полученная в результате выполнения σ в соответствии с уравнениями (2.2), определяется следующим соотношением:

$$\mu(p, \sigma) = \mu(p, 0) + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \sum_{\theta=1, \tau^*} u(t, \theta - D(t)) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot \sum_{\theta=1, \tau^*} u(t, \theta), \quad p \in P. \quad (2.5)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} \gamma^+(t, \sigma) &= \sum_{\theta=1, \tau^*} u(t, \theta - D(t)), \\ \gamma^-(t, \sigma) &= \sum_{\theta=1, \tau^*} u(t, \theta). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Тогда уравнение (2.5) можно записать в следующем виде:

$$\mu(p, \sigma) = \mu(p, 0) + \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(t, p) \cdot \gamma^+(t, \sigma) - \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(p, t) \cdot \gamma^-(t, \sigma), \quad p \in P. \quad (2.7)$$

Перейдем к матричному способу задания сети. Пусть $P = \{p_i\}$, $i = \overline{1, m}$, $T = \{t_j\}$, $j = \overline{1, n}$. Тогда нагружающее отображение w удобно представить матрицами A^+ и A^- :

$$\begin{aligned} A^+ &= \| a_{i,j}^+ \|, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \\ a_{i,j}^+ &= \begin{cases} w(t_j, p_i), & \text{если } (t_j, p_i) \in F, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \\ A^- &= \| a_{i,j}^- \|, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \\ a_{i,j}^- &= \begin{cases} w(p_i, t_j), & \text{если } (p_i, t_j) \in F, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \end{aligned}$$

Маркировка сети в момент времени τ – это вектор-строка

$$\bar{\mu} = \| \mu(p_i, \tau) \|, \quad i = \overline{1, m}.$$

Векторы-столбцы, полученные для допустимой последовательности индикаторов запуска σ

$$\bar{\gamma}^+ = \| \gamma^+(t_j, \sigma) \|, \quad j = \overline{1, n} \quad \text{и} \quad \bar{\gamma}^- = \| \gamma^-(t_j, \sigma) \|, \quad j = \overline{1, n}$$

назовем *характеристическими векторами запусков и завершений* соответственно.

Матрицы A^+ и A^- для сети, изображенной на рис.2.1, будут иметь вид:

$$A^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^- = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Запишем уравнение (2.7) в матричной форме:

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_0 + A^+ \cdot \bar{\gamma}^+ - A^- \cdot \bar{\gamma}^-, \quad (2.8)$$

либо, обозначив

$$A = \| A^+, -A^- \|, \quad \bar{\gamma} = \| \bar{\gamma}^+, \bar{\gamma}^- \|,$$

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_0 + A \cdot \bar{\gamma}. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.9) отличается от классического уравнения состояний сети Петри [95] структурой матрицы A и вектора $\bar{\gamma}$.

Заметим, что уравнение (2.9) не является полным описанием динамики временной нагруженной сети, так как не содержит информацию о способе вычисления вектора $\bar{\gamma}$ на основе начального состояния сети. Это связано с тем, что сети Петри являются нелинейными системами. Линеаризация основного уравнения ведет к расширению множества допустимых состояний. Однако все состояния исходной сети удовлетворяют уравнению (2.9).

Существенной особенностью функционирования ранее определенных сетей является то, что переход блокируется на период времени от его запуска до завершения. Действие, моделируемое переходом, неявно связано с некоторым ресурсом, имеющимся в единичном экземпляре. Такое ограничение требует дублирования элементов сети при описании конвейерных процессов. Введем более общий класс сетей, лишенный указанных недостатков, динамика которых также описывается уравнением (2.9).

Временная нагруженная сеть с многоканальными переходами – это пара $G=(G_1, C)$, где G_1 – временная нагруженная сеть, а $C: T \rightarrow \mathbb{N}$ – отображение, задающее число каналов каждого перехода сети.

Функционирование сети с многоканальными переходами G определяется функционированием временной нагруженной сети, полученной из G путем создания $S(t)$ экземпляров каждого перехода $t \in T$ со всеми входящими и выходящими дугами и нагружающими отображениями. Состояние сети с многоканальными переходами введем следующим образом:

$$S(\tau) = (S^P(\tau), S^T(\tau)),$$

$$S^P(\tau) = M(\tau),$$

$$S^T(\tau) = U(\tau),$$

$$U(\tau) = \{ u(t, \tau-\theta) \}, t \in T, \theta = \overline{0, D(t)-1},$$

где $u(t, \nu)$ равно количеству экземпляров перехода t , запущенных в момент времени ν ; $u(t, \nu)$ равно нулю, если ни один экземпляр перехода t не запущен в такте ν .

Маркированной временной нагруженной сетью с многоканальными переходами будем называть пару $N = (G, S_0)$, где G – временная нагруженная сеть с многоканальными переходами, а $S_0 = S(0)$ – ее начальное состояние.

Для определения маркировки сети с многоканальными переходами в произвольном такте $\tau > 0$ можно воспользоваться системой (2.2), однако, систему уравнений (2.3) для вычисления индикаторов запуска необходимо модифицировать. Определим операцию, соответствующую логическому умножению $\&$, на множестве целых неотрицательных чисел \mathbb{N}^0 . Обозначим ω число, удовлетворяющее неравенству $\omega > n$ для любого $n \in \mathbb{N}^0$. Пусть $a, b, c \in \mathbb{N}^0$, тогда:

$$a \& b = \min(a, b). \quad (2.10)$$

Справедливы следующие соотношения:

$$a \& \omega = a, a \& 0 = 0, (a \& b) \& c = a \& (b \& c), a \& b = b \& a.$$

Переопределим операцию a^b (2.4), следующим образом:

$$a^b = \begin{cases} \lfloor a / b \rfloor, & \text{если } b > 0, \\ \omega, & \text{если } b = 0 \text{ и } a = 0, \\ 0, & \text{если } b = 0 \text{ и } a \neq 0, \end{cases}$$

где $\lfloor a / b \rfloor$ означает целую часть от деления a на b .

Тогда количества запускаемых в каждом такте переходов многоканальной сети определяются системой:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'(t, \tau) = \sum_{p \in P, (p, t) \in F} w(p, t) & \& f'(t, \tau), \\ f'(t, \tau) = f(t, \tau-1) + u(t, \tau-D(t)), \\ f(t, \tau) = f'(t, \tau) - u(t, \tau), \\ u(t, \tau) \leq u'(t, \tau), \\ u(t, \tau) \geq 0, \\ f(t, 0) = c(t) - \sum_{\theta=-D(t)+1, 0} u(t, \theta), \quad t \in T. \end{array} \right. \quad (2.12)$$

$u'(t, \tau)$ равно количеству готовых к запуску экземпляров (каналов) перехода t в такте τ ; $f(t, \tau)$ – количество свободных (пассивных) экземпляров перехода t в такте τ ; $f'(t, \tau)$ – количество свободных экземпляров перехода t , образованных в результате завершения ранее активных экземпляров перехода.

Первоначально определенная времененная нагруженная сеть является частным случаем сети с многоканальными переходами при $c(t)=1$ для любого $t \in T$. Так как при выводе уравнения (2.9) использовалась только система (2.2) и не рассматривался способ формирования значений $u(t, \tau)$, то уравнение (2.9) справедливо также и для многоканальных сетей. В дальнейшем изложении под временной нагруженной сетью будем подразумевать сеть с многоканальными переходами.

В уравнении (2.9) компоненты $\bar{\gamma}^+$ и $\bar{\gamma}^-$ вектора $\bar{\gamma}$ не являются произвольными. Зависимость между значениями компонентов вектора $\bar{\gamma}$ и количеством каналов переходов сети \bar{c} устанавливается Теоремой 2.1, доказательство которой приведено в Приложении I.1.

Теорема 2.1. Для любой допустимой последовательности запусков переходов σ временной нагруженной сети и любых $t \in T$ выполняется неравенство:

$$|\gamma^+(t, \sigma) - \gamma^-(t, \sigma)| \leq c(t).$$

Перейдя к векторной форме записи и обозначив $\bar{c} = \|c(t_j)\|$, $j=\overline{1,n}$, получим неравенство:

$$|\bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-| \leq \bar{c}. \quad (2.13)$$

Неравенство (2.13) представляет собой дополнительное условие к уравнению (2.9).

Если заранее не ограничивать количество каналов каждого перехода сети, то система для определения допустимых индикаторов запуска (2.12) существенно упрощается:

$$\begin{cases} u'(t, \tau) = \sum_{p \in P, (p, t) \in F} \mu'(t, \tau)^W(p, t), \\ u(t, \tau) \leq u'(t, \tau), \\ u(t, \tau) \geq 0, t \in T. \end{cases} \quad (2.14)$$

В этом случае количество каналов каждого перехода может ограничиваться структурно путем связывания с переходом семафорной позиции. Тогда ограничения на количество каналов переходов определяются начальной маркировкой сети. Найденное таким способом значение вектора \bar{c} позволит воспользоваться неравенством (2.13).

Пусть $G=(P, T, F, W, D, C)$ – временная нагруженная сеть с много канальными переходами. Тогда сеть $G^{-1}=(P, T, F^{-1}, W^{-1}, D, C)$, где $F^{-1}=\{(p, t) | (t, p) \in F\} \cup \{(t, p) | (p, t) \in F\}$, $W^{-1}(p, t)=W(t, p)$, $W^{-1}(t, p)=W(p, t)$, назовем *обратной* по отношению к G . Обратная сеть получается путем изменения ориентации дуг исходной сети, которую в дальнейшем также будем называть *прямой сетью*. Нетрудно убедиться, что $(G^{-1})^{-1}=G$. Обратная сеть является временной нагруженной сетью с многоканальными переходами, поэтому ее состояние в произвольный момент времени $t>0$ может быть вычислено на основании систем уравнений (2.2) и (2.12). Однако, для совместного изучения свойств прямой и обратной сети удобно использовать исходные отношения инцидентности F и нагружающее отображение W . Пусть $\hat{S}(\tau)=(\hat{M}(\tau), \hat{U}(\tau))$ – состояние обратной сети в момент времени τ .

Тогда состояние обратной маркированной сети $(G^{-1}, \hat{S}(0))$ в произвольный момент времени τ определяется системами (2.I5) и (2.I6).

$$\begin{cases} \hat{\mu}'(p, \tau) = \hat{\mu}(p, \tau-1) + \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot \hat{u}(t, \tau-D(t)), \\ \hat{\mu}(p, \tau) = \hat{\mu}'(p, \tau) - \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \hat{u}(t, \tau), \\ \hat{\mu}(p, \tau) \geq 0, \quad p \in P. \end{cases} \quad (2.I5)$$

$$\begin{cases} \hat{u}(t, \tau) \leq \hat{u}'(t, \tau), \\ \hat{u}(t, \tau) \geq 0, \\ \hat{u}'(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (t, p) \in F} \hat{\mu}'(p, \tau)^{w(t, p)} \& \hat{f}'(t, \tau), \\ \hat{f}'(t, \tau) = \hat{f}(t, \tau-1) + \hat{u}(t, \tau-D(t)), \\ \hat{f}(t, \tau) = \hat{f}'(t, \tau) - \hat{u}(t, \tau), \\ \hat{f}(t, 0) = c(t) - \sum_{\theta=-D(t)+1, 0} \hat{u}(t, \theta), \quad t \in T. \end{cases} \quad (2.I6)$$

Состояние $S_2(\tau_2)$ сети G назовем *обратным* по отношению к состоянию $S_1(\tau_1)$ и обозначим

$$S_2(\tau_2) = (S_1(\tau_1))^{-1},$$

если

$$M_2(\tau_2) = M_1(\tau_1) \text{ и} \quad (2.I7)$$

$$u_2(t, \tau_2 - \theta) = u_1(t, \tau_1 - D(t) + 1 + \theta), \quad t \in T, \quad \theta = \overline{0, D(t)-1}. \quad (2.I8)$$

Выражение (2.I8) можно переписать следующим образом

$$u_2(t, \tau_2 - D(t) + 1 + \theta) = u_1(t, \tau_1 - \theta), \quad t \in T, \quad \theta = \overline{0, D(t)-1}. \quad (2.I9)$$

Используя (2.I7) и (2.I8), получим, что если $S_2(\tau_2) = (S_1(\tau_1))^{-1}$ и $S_3(\tau_1) = (S_2(\tau_2))^{-1}$, то $S_3(\tau_1) = S_1(\tau_1)$. Обратная сеть для сети, изображенной на рис. 2.1, представлена на рис. 2.2. Соотношение свойств прямой и обратной сети определяется теоремой 2.2, доказательство которой приведено в Приложении I.2.

Теорема 2.2. Состояние $S(\tau^*)$ достижимо в сети $(G, S(O))$ тогда и только тогда, когда состояние $\hat{S}(\tau^*) = (S(O))^{-1}$ достижимо в сети

$(G^{-1}, \hat{S}(0))$, где $\hat{S}(0) = (S(\tau^*))^{-1}$.

Обратные сети представляют собой инструмент ретроспективного анализа процессов, моделируемых прямыми сетями. Решение задач планирования производства можно выполнить на основе обратной сети с начальным состоянием, соответствующим завершению изготовления всех запланированных на некоторый период времени изделий; в этом случае начальный момент времени сети соответствует позднему директивному сроку сдачи изделия, а момент времени $\tau > 0$ представляет собой количество единиц времени, оставшихся до позднего директивного срока.

Таким образом, в настоящем разделе впервые введен класс временных нагруженных сетей Петри с многоканальными переходами. Построено уравнение состояний сети (2.2) и (2.12). Получены линейное уравнение (2.9) и линейное неравенство (2.13), приближенно описывающие динамику сети. Установлена взаимосвязь свойств прямых и обратных сетей.

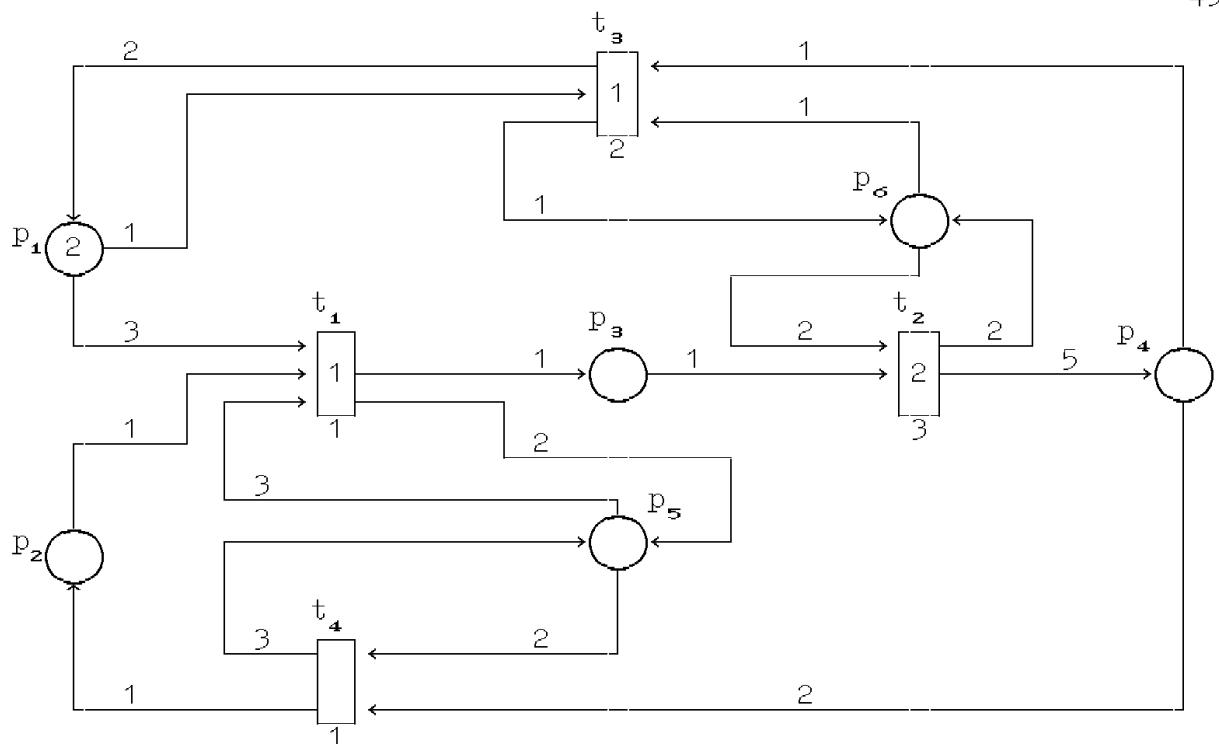


Рис. 2.1. Временная нагруженная сеть Петри.

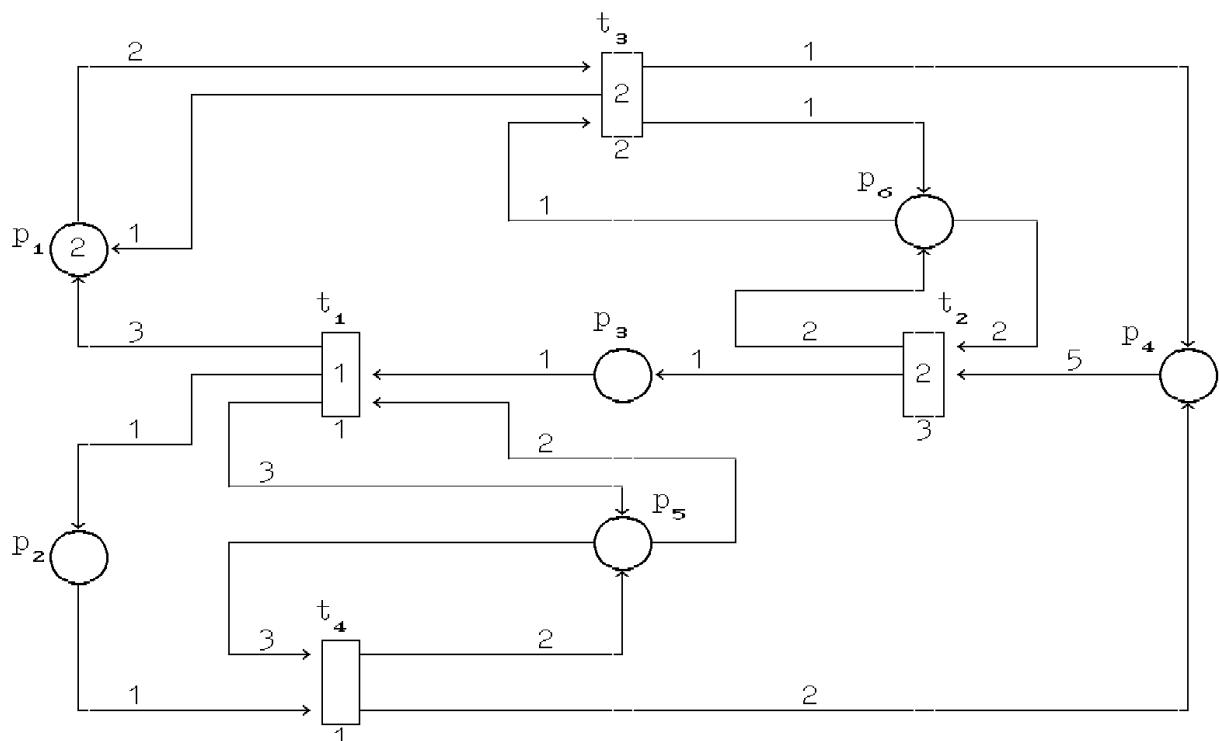


Рис. 2.2. Обратная сеть.

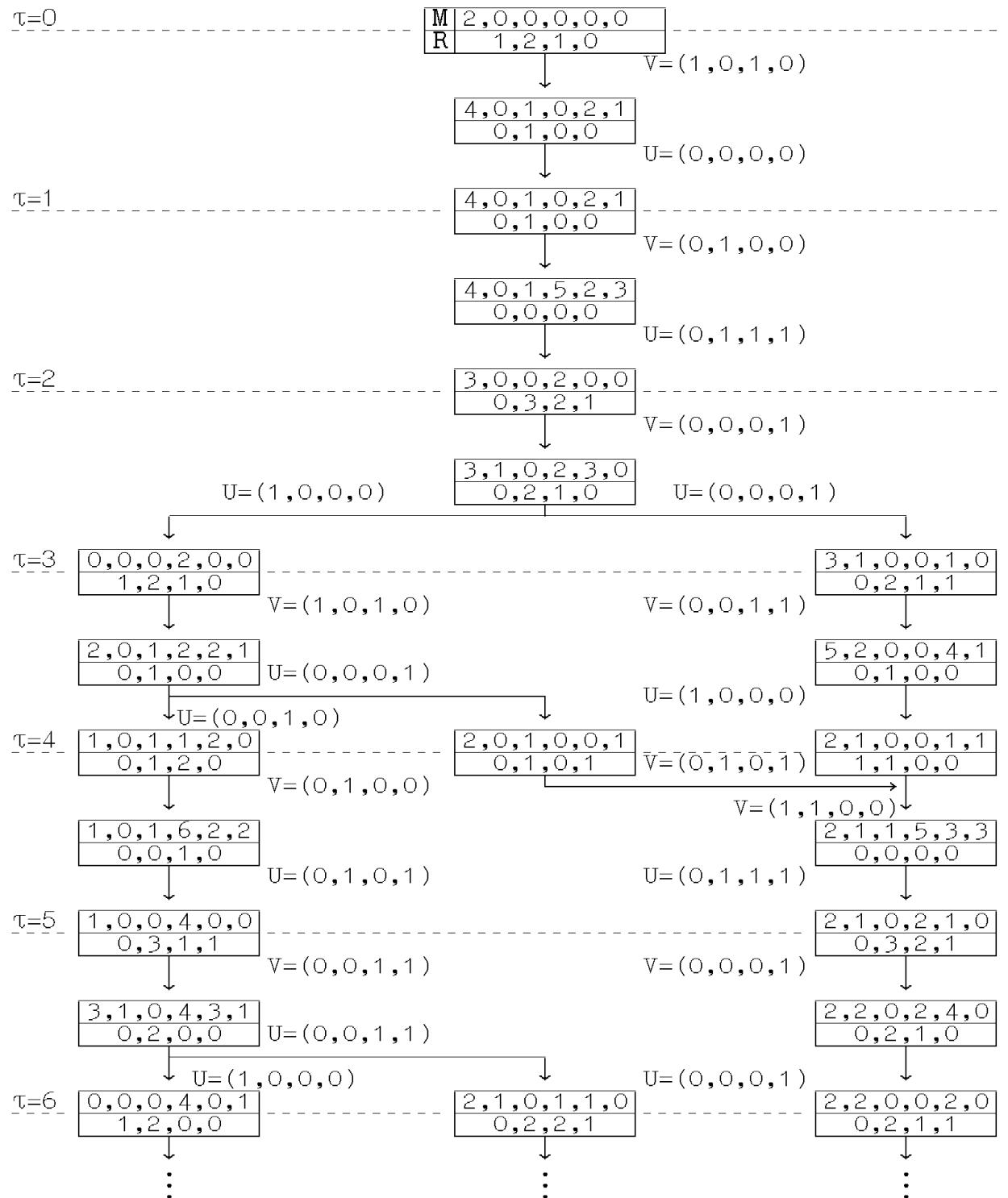


Рис. 2.3. Диаграмма состояний сети.

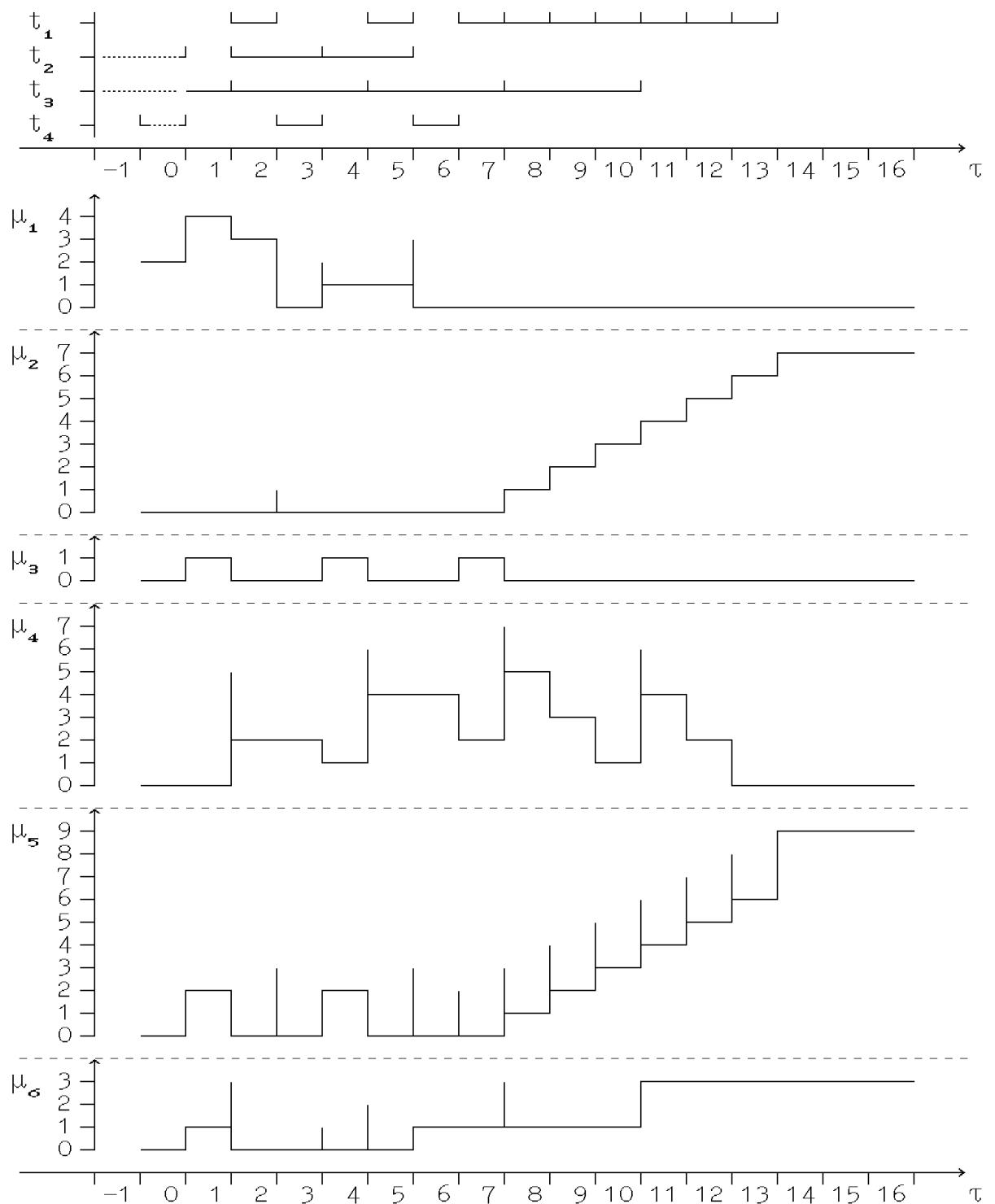


Рис. 2.4. Временная диаграмма динамики сети.

2.3. Поведенческие свойства временных нагруженных сетей

Так как временная нагруженная сеть является универсальной алгоритмической системой, задачи достижимости, ограниченности, живости для произвольной сети являются алгоритмически неразрешимыми [46]. Однако, на основании уравнения (2.9) и неравенства (2.13), приближенно описывающих динамику сети, удается получить необходимые условия наличия перечисленных свойств, а также эффективно организовать процесс дальнейшего исследования сети методами имитационного моделирования.

Теорема 2.3. Если состояние s^* достижимо во временной нагруженной сети (G, s_o) , то уравнение (2.9) имеет неотрицательные целочисленные решения, удовлетворяющие ограничениям (2.13). (Доказательство приведено в Приложении I.3).

Следствие 1. В случае несовместимости системы (2.9) при ограничениях (2.13) состояние s^* недостижимо в (G, s_o) .

Следствие 2. Если состояние s^* достижимо в (G, s_o) , то все последовательности запуска переходов σ такие, что $s_o \xrightarrow{\sigma} s^*$ удовлетворяют уравнению (2.9) при ограничениях (2.13).

Инструментом исследования емкостных свойств невременных сетей являются *инварианты позиций*. Инвариант \bar{x} определяется таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} = \bar{x} \cdot \bar{\mu}_o, \quad (2.20)$$

для любой допустимой маркировки сети $\bar{\mu}$. Тогда инвариант временной сети следовало бы определить как неотрицательный целочисленный вектор \bar{x} , удовлетворяющий уравнению

$$\bar{x} \cdot A = 0. \quad (2.21)$$

Однако, так как матрица A образована приписыванием матриц A^+ и A^- , то каждый столбец матрицы содержит ненулевые значения одного знака. Таким образом, уравнение (2.21) имеет только тривиальное решение. Действительно, условие (2.20) означает постоянство взвешенной суммы маркеров при любой последовательности запусков и

завершений переходов и является слишком жестким для временной сети. Определим инвариант позиций временной сети таким образом, чтобы использовать его в дальнейшем для исследования свойства ограниченности сети.

Неотрицательный целочисленный вектор \bar{x} , являющийся решением уравнения

$$\bar{x} \cdot (A^+ - A^-) = 0, \quad (2.22)$$

назовем r -инвариантом временной нагруженной сети. Заметим, что уравнение (2.22) совпадает с уравнением r -инварианта соответствующей невременной сети [4], однако, свойства инвариантов несколько отличаются. Домножим обе части уравнения (2.8) на вектор \bar{x}

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} = \bar{x} \cdot \bar{\mu}_o + \bar{x} \cdot (A^+ \cdot \bar{\gamma}^+ - A^- \cdot \bar{\gamma}^-) \text{ или}$$

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} = \bar{x} \cdot \bar{\mu}_o + \bar{x} \cdot ((A^+ - A^-) \cdot \bar{\gamma}^- + A^+ \cdot (\bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-)),$$

учитывая (2.22), запишем

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} = \bar{x} \cdot \bar{\mu}_o + \bar{x} \cdot A^+ \cdot (\bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-).$$

Так как

$$\bar{x} \geq 0, \bar{\mu} \geq 0, \bar{\mu}_o \geq 0, A^+ \geq 0, \text{ запишем}$$

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} \leq \bar{x} \cdot \bar{\mu}_o + \bar{x} \cdot A^+ \cdot |\bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-|.$$

Подставив ограничение (2.13), получим

$$\bar{x} \cdot \bar{\mu} \leq \bar{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c}) = e_x = \text{const.} \quad (2.23)$$

Пусть \mathbf{x} – матрица фундаментальных решений системы (2.22). Страна матрицы \mathbf{x} – r -инвариант. Количество строк равно $m-r$, где r – ранг матрицы $(A^+ - A^-)$. Тогда

$$\mathbf{x} \cdot \bar{\mu} \leq \mathbf{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c}) = E = \text{const.}$$

Таким образом, r -инварианты характеризуют все достижимые маркировки сети. Суппортом r -инварианта называется множество позиций, обозначаемое $Spt(\bar{x})$, такое, что $p_i \in Spt(\bar{x})$, если $x_i > 0$.

Теорема 2.4. Если \bar{x} r -инвариант временной нагруженной сети (G, S_o) и $p_i \in Spt(\bar{x})$, то позиция p_i 1-ограничена, где

$$1 \leq \frac{\bar{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c})}{x_i}. \quad (2.24)$$

(Доказательство приведено в Приложении I.4).

Если существует p -инвариант временной нагруженной сети, такой, что все его компоненты положительны, то сеть назовем инвариантной.

Следствие 1. Инвариантная временная нагруженная сеть является ограниченной. Действительно, в соответствии с теоремой для каждой позиции $p \in P$ инвариантной сети можно найти такое число l_p , что $\mu(p, \tau) \leq l_p$ для любого $\tau > 0$.

Следствие 2. Множество допустимых маркировок ограниченной временной нагруженной сети конечно. Верхнюю границу количества маркировок можно вычислить следующим образом

$$K_\mu = \prod_{p \in P} (l_p + 1), \quad (2.25)$$

где l_p – верхняя граница маркировки позиции $p \in P$.

Для практических приложений большое значение имеют сети, периодически повторяющие свое функционирование, т. к. цикличность является важным свойством производственных процессов. Исследуем временные нагруженные сети, которые через некоторое время полностью повторяют свое состояние:

$$s^*(\tau^*) = s_0, \quad \tau^* > 0.$$

Так как $\bar{\mu}^*(\tau^*) = \bar{\mu}_0$, то из уравнения (2.8)

$$A^+ \cdot \bar{\gamma}^+ - A^- \cdot \bar{\gamma}^- = 0.$$

С другой стороны, $U^*(\tau^*) = U(0)$ или

$$u(t_j, \tau^* - \theta) = u(t_j, \tau - \theta), \quad t_j \in T, \quad \theta = \overline{0, D(t)-1}. \quad (2.26)$$

Из определений $\bar{\gamma}^+$ и $\bar{\gamma}^-$ (2.6), используя (2.26), получим

$$\bar{\gamma}^+ = \bar{\gamma}^-.$$

Следовательно, полное повторение начального состояния сети обеспечивают последовательности срабатываний переходов, имеющие равные векторы счета запусков и завершений. Обозначим $\bar{y} = \bar{\gamma}^+ = \bar{\gamma}^-$.

Тогда уравнение (2.8) можно записать в виде

$$(A^+ - A^-) \cdot \bar{y} = 0. \quad (2.27)$$

Неотрицательные целочисленные решения уравнения (2.27) назовем *t-инвариантами* временной нагруженной сети. Существование *t-инвариантов* является необходимым условием существования циклических процессов в сети, а также живости переходов, входящих в суппорт инварианта. Доказательство этих утверждений может быть выполнено от противного аналогично доказательству теоремы 2.3. Уравнение (2.27) совпадает с уравнением для определения *t-инвариантов* временных сетей Петри [60] и временных сетей, в которых времена ассоциированы с позициями [77].

Практически важной задачей исследования временных нагруженных сетей является определение режимов функционирования сети, при которых *повторяется только начальная маркировка*, характеризующая емкостные элементы моделируемой системы. Неотрицательные целочисленные решения \bar{z} уравнения

$$\mathbf{A} \cdot \bar{\mathbf{z}} = 0, \quad (2.28)$$

удовлетворяющие ограничениям (2.13) назовем *частичным t-инвариантом* временной нагруженной сети. Частичный *t-инвариант* $\bar{\mathbf{z}} = (\bar{z}^+, \bar{z}^-)$ представляет собой векторы счета запусков \bar{z}^- и завершений \bar{z}^+ таких последовательностей срабатывания переходов, которые приводят к повторению начальной маркировки сети. *Правильной* называется *последовательность частичных t-инвариантов* временной нагруженной сети $(\bar{z}_1^+, \bar{z}_1^-), (\bar{z}_2^+, \bar{z}_2^-), \dots, (\bar{z}_l^+, \bar{z}_l^-)$ такая, что для любого $j = \overline{1, L}$

$$\left| \sum_{i=1, L} \bar{z}_i^+ - \sum_{i=1, L} \bar{z}_i^- \right| \leq \bar{c}. \quad (2.29)$$

Правильные последовательности частичных инвариантов являются основой построения циклических режимов функционирования систем с минимальным временем повторения емкостных характеристик. Правильная последовательность частичных *t-инвариантов* такая, что

$$\sum_{i=1, L} \bar{z}_i^+ = \sum_{i=1, L} \bar{z}_i^-$$

образует t -инвариант временной нагруженной сети. Это означает, что процесс может повторяться неограниченное число раз.

Нахождение целочисленных решений систем линейных уравнений (2.22), (2.27), (2.28) можно выполнить методами целочисленного линейного программирования [41, 57, 58]. Для нахождения t -инвариантов можно использовать эвристический алгоритм Тудика [4]. Полученные при решении уравнений фундаментальные системы векторов счета запусков и завершений переходов являются основой конструирования допустимых последовательностей запуска переходов при исследовании сетей методами имитационного моделирования.

Примеры исследования свойств временных сетей, иллюстрирующие использование полученных в настоящем разделе результатов приведены в Приложении I.5.

Таким образом, в настоящем разделе установлены необходимые условия достижимости, консервативности, ограниченности, живости временных нагруженных сетей с многоканальными переходами, позволяющие в ряде случаев заранее определить отсутствие у сети указанных свойств, а также сузить область имитации за счет полученных ограничений на векторы счета допустимых последовательностей запусков переходов. Далее будет показано, что корректность сетевых моделей производственных процессов обуславливается наличием перечисленных выше свойств.

2.4. Эквивалентные преобразования временных нагруженных сетей

Различные эквивалентные преобразования сетей Петри получили широкое распространение в *методах редукции* [4]. Сущность методов редукции состоит в преобразовании исходной сети, сокращающем ее размерность и сохраняющем определенные свойства. Выбор признаков эквивалентности (свойств сети, сохраняемых в процессе преобразования) определяется целью исследования. Известны частные методы редукции, сохраняющие ограниченность, живость исходной сети [4].

При моделировании сетями Петри производственных систем и алгоритмов управления практический интерес представляет *эквивалентность в функциональном смысле*. Сеть рассматривается как функция, преобразующая входную последовательность маркировок в выходную. Эквивалентными будем считать сети, реализующие одинаковые функции. Такой выбор признака эквивалентности позволяет решать другую практически важную задачу, связанную с исследованием поведения некоторого участка сети, включающего подмножество позиций и переходов. Выделение функциональных фрагментов в оставшейся части сети и замена их эквивалентными с меньшей размерностью позволит сократить размерность сети, не изменяя поведения исследуемого подмножества позиций и переходов. Исследование функциональной эквивалентности временных сетей основывается на алгебраическом подходе [61].

Динамика временной сети при наличии внешнего воздействия описывается уравнением

$$\mu'(p, \tau) = \mu(p, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau-D(t)) + \alpha(p, \tau),$$

$$\mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot u(\tau, t), \quad p \in P,$$

где $\alpha(p, \tau) \in \mathbb{N}^0$ представляет собой внешнее воздействие на позицию p в момент времени τ . В зависимости от ограничений на количества каналов переходов сети функции $u(\tau, t)$ вычисляются в соответствии с

(2.3) либо (2.12), либо (2.14). При рассмотрении функциональных зависимостей детерминируем поведение сети. Будем считать, что в текущем такте τ запускаются все готовые к запуску копии переходов, не нарушающие функционирование сети (не приводящие к появлению отрицательных маркировок). При разрешении конфликтов будем считать, что переходы сети занумерованы и переход с меньшим номером имеет больший приоритет.

При моделировании сетями производственных процессов и систем внешние воздействия непосредственно влияют лишь на подмножество позиций, которые назовем *входными*, а для оценки состояния и принятия решений рассматривают также подмножество позиций, которые назовем *выходными*.

Функциональная сеть – это тройка $\mathcal{N}=(N, I, O)$, где $N=(G, S_o)$ – маркированная временная нагруженная сеть, $G=(P, T, F, W, D)$; $I \subset P$ – множество входных позиций сети, $\forall p \in I \quad |\{(t, p) \mid (t, p) \in F\}|=0 \quad \& \quad \mu(p, 0)=0$; $O \subset P$ – множество выходных позиций, $\forall p \in O \quad |\{(p, t) \mid (p, t) \in F\}|=0$.

Функциональную сеть удобно изображать, выделяя множества входных и выходных позиций и оставшуюся часть сети, как это показано на рис.2.5.

Будем считать, что позиции сети занумерованы, и первые K номеров имеют входные позиции, а следующие L номеров – выходные. Тогда обозначим $\mathcal{N}(K, L)$ – функциональную сеть, имеющую K входных и L выходных позиций. Две функциональные сети $\mathcal{N}_1(K_1, L_1)$ и $\mathcal{N}_2(K_2, L_2)$ будем называть *сопоставимыми*, если $K_1=K_2$ и $L_1=L_2$. Для сети \mathcal{N} *входной последовательностью* α будем называть множество целых неотрицательных чисел α_p^τ , $p \in I$, $\tau=0, 1, 2, \dots$. В результате функционирования сети в ее выходные позиции будут поступать маркеры. Назовем *выходной последовательностью* φ сети \mathcal{N} множество целых неотрицательных чисел φ_q^τ , где $q \in O$, $\tau=0, 1, 2, \dots$. $\varphi_q^0 = \mu(q, 0)$, а при $\tau > 0$ φ_q^τ равно количеству фишек, поступивших в

позицию q в такте t . Таким образом, сеть \mathcal{N} можно рассматривать как *функцию*, преобразующую входную последовательность фишек α в выходную φ и записать $\varphi = F_{\mathcal{N}}(\alpha)$. Правила преобразования определяются уравнением состояния сети.

Две сопоставимые функциональные сети \mathcal{N}_1 и \mathcal{N}_2 будем называть *эквивалентными* и записывать $\mathcal{N}_1 \simeq \mathcal{N}_2$, если для любой входной последовательности α выполняется равенство $F_{\mathcal{N}_1}(\alpha) = F_{\mathcal{N}_2}(\alpha)$.

Т. к. временная нагруженная сеть представляет собой универсальную алгоритмическую систему, проблема эквивалентности двух произвольных сетей является алгоритмически неразрешимой [46]. Однако, алгоритмическая неразрешимость общей проблемы не является препятствием в построении частных методов преобразований. Так, для нагруженных невременных сетей, также являющихся полной алгоритмической системой, предложен подход к преобразованиям, основанный на алгебраических законах в базисе функций, реализуемых уравнением состояния сети [61]. Набор законов формульных преобразований в базисе невременной сети, включающем полную систему логических и арифметических операций, приведен в [61]. Характерной особенностью временной сети является участие предыстории процесса, представленной множеством \mathcal{U} , в формировании состояния в текущем такте. Использование предыстории процесса в уравнении состояний может быть отображено с помощью функции временной задержки. Известно применение операций задержки при описании логических функций, реализуемых комбинационной схемой [56]. Введем *определение операции временной задержки*, которую обозначим \triangleright . Пусть $u(\tau)$ – некоторая функция времени, d – целое неотрицательное число, тогда $v(\tau) = u(\tau) \triangleright d$ вычисляется следующим образом:

$$v(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < d, \\ u(\tau-d), & \tau \geq d. \end{cases} \quad (2.30)$$

С использованием операции задержки уравнения состояния временной сети в текущем такте можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'(p) = (\mu(p) \triangleright 1) + \sum_{t \in T, (t,p) \in F} w(t,p) \cdot (u(t) \triangleright D(t)) + \alpha_p \\ \mu(p) = \mu'(p) - \sum_{t \in T, (p,t) \in F} w(p,t) \cdot u(t), \quad p \in P. \\ u(t) = \bigwedge_{p \in P, (p,t) \in F} \overset{w(p,t)}{\mu'(p)} \& f'(t), \\ f'(t) = f(t) \triangleright 1 + u(t) \triangleright D(t), \\ f(t) = f'(t) - u(t), \quad t \in T. \end{array} \right.$$

Уравнения представлены в базисе, рассмотренном в [61], дополненном операцией задержки. Сформулируем основные законы эквивалентных преобразований формул, содержащих операцию задержки:

1. $(u_1 \triangleright d) + (u_2 \triangleright d) = (u_1 + u_2) \triangleright d,$
 2. $(u_1 \triangleright d) - (u_2 \triangleright d) = (u_1 - u_2) \triangleright d,$
 3. $(u_1 \triangleright d) \& (u_2 \triangleright d) = (u_1 \& u_2) \triangleright d,$
 4. $(c_1 \triangleright d_1) \& (c_2 \triangleright d_2) = (c_1 \& c_2) \triangleright \max(d_1, d_2),$
 5. $(u \triangleright d)^c = u^c \triangleright d + 0^c - 0 \triangleright d,$
 6. $(u \triangleright d_1) \triangleright d_2 = u \triangleright (d_1 + d_2),$
- (2.3I)

где u_1, u_2 – целочисленные неотрицательные функции времени; c_1, c_2, d, d_1, d_2 – неотрицательные целые константы. Справедливость соотношений 1–3,6 следует непосредственно из определения операции задержки. Докажем справедливость соотношения 4. Не ограничивая общности (т.к. операция & коммутативна) будем считать, что $d_1 \leq d_2$, тогда

$$(c_1 \triangleright d_1) \& (c_2 \triangleright d_2) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 \& 0 = 0, & \text{при } \tau < d_1 \\ c_1 \& 0 = 0, & \text{при } d_1 \leq \tau < d_2 \\ c_1 \& c_2, & \text{при } \tau \geq d_2 \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0, & \text{при } \tau_2 < d \\ c_1 \& c_2, & \text{при } \tau_2 \geq d \end{array} \right\} = (c_1 \& c_2) \triangleright \max(d_1, d_2).$$

Докажем справедливость соотношения 5. По определению

$$(u \triangleright d)^c = \begin{cases} 0^c, & \text{при } \tau < d \\ u^c \triangleright d, & \text{при } \tau \geq d \end{cases}$$

$$(0^c \triangleright d) = \begin{cases} 0, & \text{при } \tau < d \\ 0^c, & \text{при } \tau \geq d. \end{cases}$$

Тогда

$$u^c \triangleright d + 0^c - 0^c \triangleright d = \left\{ \begin{array}{ll} 0^c, & \text{при } \tau < d \\ u^c \triangleright d, & \text{при } \tau \geq d \end{array} \right\} = (u \triangleright d)^c.$$

Функциональные зависимости, представленные уравнением состояния сети, имеют неявную форму. Поэтому даже в процессе преобразования простейших сетей с использованием соотношений I-6 возникают серьезные трудности. Дальнейшее исследование направлено на нахождение подкласса временных сетей, образованного за счет структурных ограничений, для которого функциональную зависимость "вход–выход" можно представить в явной форме. Вводится понятие функциональной подсети в целях обеспечения преобразований сетей общего вида путем выделения "простых" фрагментов и замены их на эквивалентные.

Сеть $N' = (P', T', F', W', D', C', S'_o)$ будем называть *подсетью* сети $N = (P, T, F, W, D, C, S_o)$ и обозначать $N' \subseteq N$, если $P' \subseteq P$, $T' \subseteq T$ и $F' = \{(p, t) | p \in P', t \in T', (p, t) \in F\} \cup \{(t, p) | p \in P', t \in T', (t, p) \in F\}$, а функции W', D', S'_o представляют собой проекции соответствующих функций сети N на P', T', F' . То есть подсеть включает в себя подмножества позиций и переходов сети, связывающие их дуги, а также нагружающие отображения и начальное состояние. Подсеть N' будем также называть подсетью, образованной множеством позиций P' и множеством переходов T' .

Сеть $\mathcal{N}' = (N', I', O')$ будем называть *функциональной подсетью* сети N и обозначать $\mathcal{N}' \in N$, если $\mathcal{N} \subset N$ и

$$\{ (p, t) | p \in (P' \setminus O'), t \in (T \setminus T') \} = \emptyset,$$

$$\{ (t, p) | t \in T', p \in (P' \setminus (I' \cup O')) \} = \emptyset,$$

$$\{ (p, t) | p \in (P' \setminus O'), t \in (T \setminus T'), (p, t) \in F \} = \emptyset,$$

$$\begin{aligned}\{ (t, p) \mid t \in (T \setminus T'), p \in (P' \setminus I') , (p, t) \in F \} &= \emptyset, \\ \{ (p, t) \mid p \in (P \setminus P') , t \in T', (p, t) \in F \} &= \emptyset, \\ \{ (t, p) \mid p \in (P \setminus P') , t \in T', (p, t) \in F \} &= \emptyset.\end{aligned}$$

То есть функциональная подсеть связана с оставшейся частью сети таким образом, что в ее входные позиции направлены только входящие дуги, а из выходных имеются только исходящие дуги, других связей с оставшейся частью сети нет.

Разностью сети N и ее функциональной подсети N' будем называть подсеть $N'' = (P'', T'', F'', W'', D'', S_o'')$ сети N, образованную множеством позиций $P'' = (P \setminus P') \cup (I' \cup O')$ и множеством переходов $T'' = T \setminus T'$ и обозначать $N'' = N - N'$.

Нетрудно убедиться, что сеть $N'' = (N'', O', I')$ сама является функциональной подсетью сети N ($N'' \subseteq N$). Взаимодействие сетей N' и N'' иллюстрирует рис.2.6. Замена функциональной подсети на эквивалентную сохраняет поведение оставшейся части сети. Справедливость этого утверждения непосредственно следует из определений эквивалентности и функциональной подсети.

Будем рассматривать временные нагруженные сети Петри с неограниченным количеством каналов каждого перехода. Функциональную сеть N назовем *простой*, если для любой $p \in P$ выполняется условие $|\{(p, t) \mid t \in T, (p, t) \in F\}| \leq 1$ и все нагрузки дуг положительны ($\forall (p, t) \in F: W(p, t) > 0$). Далее покажем, что функциональную зависимость, определяемую такой сетью, можно представить в явной форме.

Для функциональной сети $N = (N, I, O)$, входной последовательности α_p^τ , $p \in I$, $\tau = 0, 1, 2, \dots$ и выходной последовательности φ_q^τ , $q \in O$, $\tau = 0, 1, 2, \dots$ обозначим последовательности частичных сумм входной и выходной последовательностей

$$\beta_p(\tau) = \sum_{\theta=0}^{\tau} \alpha_p^\theta, \quad p \in I, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots$$

$$\psi_q(\tau) = \sum_{\theta=0}^{\tau} \varphi_q^\theta, \quad q \in O, \quad \tau=0, 1, 2, \dots \quad (2.32)$$

Будем считать, что $\beta_p(\tau)|_{\tau<0}=0$ и $\phi_q(\tau)|_{\tau<0}=0$. Так как между последовательностями α_p^τ и $\beta_p(\tau)$, а также φ_q^τ и $\phi_q(\tau)$ имеется взаимнооднозначное соответствие (обратное отображение: $\alpha_p^0=\beta_p(0)$, $\alpha_p^\tau=\beta_p(\tau)-\beta_p(\tau-1)$; $\varphi_q^0=\phi_q(0)$, $\varphi_q^\tau=\phi_q(\tau)-\phi_q(\tau-1)$), функции сетей и эквивалентность можно рассматривать относительно последовательностей $\beta_p(\tau)$ и $\phi_q(\tau)$.

Теорема 2.6. Пусть $\mathcal{N}=(N, I, O)$ – простая функциональная сеть.

Тогда ее функция описывается системой уравнений вида:

$$\beta_p(\tau) = \mu_p^0 + \sum_{t \in T, (t,p) \in F} w(t,p) \cdot \left[\delta(t, \tau) + \bigwedge_{q \in P, (q,t) \in F} \beta_q(\tau - D(t))^{w(q,t)} \right], \quad p \in (P \setminus I), \quad (2.33)$$

где значение $\delta(t, \tau)$ полностью определяется начальным состоянием перехода t :

$$\delta(t, \tau) = \sum_{\theta=-D(t)+1}^{\min(\tau-D(t), 0)} u_t^\theta \quad (2.34)$$

Доказательство: Запишем уравнение состояний сети \mathcal{N} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'(p, \tau) = \mu(p, \tau-1) + \alpha_p^\tau, \\ \mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau) - w(p, t') \cdot u(t', \tau), \\ \mu(p, 0) = \mu^0, \quad p \in I, \quad t' : (p, t') \in F. \\ \mu'(s, \tau) = \mu(s, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t,s) \in F} w(t, s) \cdot u(t, \tau - D(t)), \\ \mu(s, \tau) = \mu'(s, \tau) - w(s, t') \cdot u(t', \tau), \\ \mu(s, 0) = \mu_s^0, \quad s \in P \setminus (I \cup O), \quad t' : (s, t') \in F. \\ \\ u(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu'(p, \tau)^{w(p, t)}, \\ u(t, \tau)|_{\tau \leq 0} = u_t^\tau, \quad t \in T. \\ \\ \mu'(q, \tau) = \mu(q, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t,q) \in F} w(t, q) \cdot u(t, \tau - D(t)), \\ \mu(q, \tau) = \mu'(q, \tau), \end{array} \right. \quad (2.35)$$

$$\mu(q, 0) = \mu_q^0, \quad q \in Q.$$

Количества маркеров, поступающих в позицию в результате срабатывания ее входных переходов, представляют собой последовательность целых неотрицательных чисел. Обозначим

$$\alpha_p^\theta = \mu_p^\theta,$$

$$\alpha_p^\tau = \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau - D(t)), \quad p \in P \setminus I, \quad \tau = 1, 2, 3, \dots$$

Тогда по (2.32)

$$\begin{aligned} \beta_p(\tau) &= \sum_{\theta=0}^t \alpha_p^\theta = \mu_p^0 + \sum_{\theta=1}^t \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \theta - D(t)) = \\ &= \mu_p^0 + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \sum_{\theta=1}^{\tau} u(t, \theta - D(t)). \end{aligned}$$

Или, выделив начальное состояние переходов,

$$\beta_p(\tau) = \mu_p^0 + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot (\delta(t, \tau) + \sum_{\theta=D(t)+1}^{\tau} u(t, \theta - D(t))), \quad (2.36)$$

где значения $\delta(t, \tau)$ определяются соотношением (2.34).

Из уравнения состояний (2.35) имеем

$$\begin{aligned} \mu(p, \tau) &= \mu(p, \tau - 1) + \alpha_p^\tau - w(p, t) \cdot u(t, \tau), \\ \mu(p, 0) &= \alpha_p^0, \quad p \in P, \quad t: (p, t) \in F. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mu(p, \tau) &= \sum_{\theta=0}^{\tau} \alpha_p^\theta - w(p, t) \cdot \sum_{\theta=1}^{\tau} u(t, \theta) \quad \text{и} \\ \mu(p, \tau) &= \sum_{\theta=0}^{\tau} \alpha_p^\theta - w(p, t) \cdot \sum_{\theta=1}^{\tau-1} u(t, \theta) \quad (2.37) \end{aligned}$$

Используя (2.50), получим выражение для $u(t, \tau)$:

$$\mu(p, \tau)^w(p, t) = \left(\sum_{\theta=0}^{\tau} \alpha_p^\theta \right)^w(p, t) - \sum_{\theta=1}^{\tau-1} u(t, \theta),$$

и, учитывая, (2.32),

$$u(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu(p, \tau)^w(p, t) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \beta_p(\tau)^w(p, t) - \sum_{\theta=1}^{\tau-1} u(t, \theta).$$

Тогда, перенеся сумму в левую часть, получим

$$\sum_{\theta=1}^{\tau} u(t, \theta) = \bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} \beta_q(\tau) w(q, t) \quad \text{или}$$

$$\sum_{\theta=D(t)+1}^{\tau} u(t, \theta-D(t)) = \bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} \beta_q(\tau-D(t)) w(q, t), \quad (2.38)$$

где $t: (p, t) \in F, \tau \geq D(t)+1$.

Подставим выражение (2.38) в уравнение (2.36) и получим:

$$\beta_p(\tau) = \mu_p^\circ + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \left[\delta(t, \tau) + \bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} \beta_q(\tau-D(t)) w(q, t) \right].$$

□

Следствие 1. Если все переходы сети пассивны в начальном состоянии, то ее функция в произвольный момент времени $\tau > 0$ описывается системой уравнений

$$\beta_p = \mu_p^\circ + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} (\beta_q \triangleright D(t)) w(q, t), \quad p \in P.$$

Следствие 2. Если сеть не содержит циклов, то ее функция может быть непосредственно выражена через входные последовательности и начальное состояние.

Доказательство. В уравнения функции сети (уравнения, составленные для выходных позиций) будем последовательно подставлять выражения для входящих в них β_q . Процесс подстановки заканчивается тогда, когда в уравнения будут входить только лишь β_q позиций, не имеющих входящих дуг. Отсутствие циклов в сети гарантирует конечность процесса подстановок. Позиция, не имеющая входящих дуг, является либо входной позицией сети (β_q – входная последовательность), либо внутренней позицией ($\beta_q = \mu_q^\circ = \text{const}$). □

Ряд преобразований простых функциональных сетей на основе формульных преобразований функциональных уравнений иллюстрируется на рис.2.7. Нагрузки на дугах c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 и времена срабатывания переходов d_1, d_2, d_3 – положительные целые числа.

Пример а):

$$\psi = c_3 \cdot ([c_2 \cdot (\beta_1^{c_1} \triangleright d_1)]^{c_2} \triangleright d_2) = c_3 \cdot (\beta_1^{c_1} \cdot (d_1 + d_2)).$$

Пример б):

$$\begin{aligned} \psi &= c_3 \cdot \left(([c_4 \cdot (\beta_1^{c_1} \triangleright d_1)]^{c_4} \& [c_5 \cdot (\beta_2^{c_2} \triangleright d_2)]^{c_5}) \triangleright d_3 \right) = \\ &c_3 \cdot \left((\beta_1^{c_1} \triangleright d_1) \& (\beta_2^{c_2} \triangleright d_2) \triangleright d_3 \right). \end{aligned}$$

Если $d_1 = d_2$, то $\psi = c_3 \cdot ((\beta_1^{c_1} \& \beta_2^{c_2}) \triangleright d)$, $d = d_1 + d_3$.

Если $\beta_1 = \text{const}$, $\beta_2 = \text{const}$, то $\psi = c_3 \cdot ((\beta_1^{c_1} \& \beta_2^{c_2}) \triangleright d)$,

$$d = \max(d_1 + d_2) + d_3.$$

Пример в):

$$\begin{aligned} \psi &= c_5 \cdot \left([c_3 \cdot (\beta_1^{c_1} \triangleright d_1) + c_4 \cdot (\beta_2^{c_2} \triangleright d_2)] \triangleright d_3 \right) = \\ &c_5 \cdot \left(c_3 \cdot [\beta_1^{c_1} \triangleright (d_1 + d_3)] + c_4 \cdot [\beta_2^{c_2} \triangleright (d_2 + d_3)] \right) = \\ &c_3 \cdot c_5 \cdot [\beta_1^{c_1} \triangleright (d_1 + d_3)] + c_4 \cdot c_5 \cdot [\beta_2^{c_2} \triangleright (d_2 + d_3)]. \end{aligned}$$

Таким образом, эквивалентные преобразования простой функциональной сети сводятся к алгебраическим преобразованиям формул, описывающих функцию сети (2.33), (2.34). Для временных сетей в базис алгебраических операций, рассмотренный в [61], включена операция временной задержки, свойства которой определяются соотношениями (2.31). Преобразования сетей общего вида выполняются путем выделения и последующего преобразования простых функциональных подсетей. Формульное представление функций подсетей может использоваться для ускорения процессов имитации при исследовании поведения выделенных подмножеств позиций и переходов.

Выводы

В настоящей главе впервые введен класс временных нагруженных сетей Петри с многоканальными переходами, предложенный для моделирования дискретных производственных процессов при решении задач оперативного планирования и регулирования. Для формального

описания динамики сети построено рекуррентное уравнение состояний, а также приближенная система линейных уравнений и неравенств. Формирование планов (расписаний) выполняется в процессе имитации динамики прямых и обратных сетевых моделей, задающих технологические и ресурсные ограничения производства. Показано, что отыскание необходимых условий ограниченности, живости, достижимости, определяющих корректность моделей, сводится к целочисленному решению систем линейных уравнений и неравенств. Предложено использовать результаты, полученные при решении систем, для организации процессов имитации. Разработаны методы эквивалентных преобразований временных сетей на основе алгебраических формульных преобразований, позволяющие сократить размерность сети, сохраняя ее функцию.

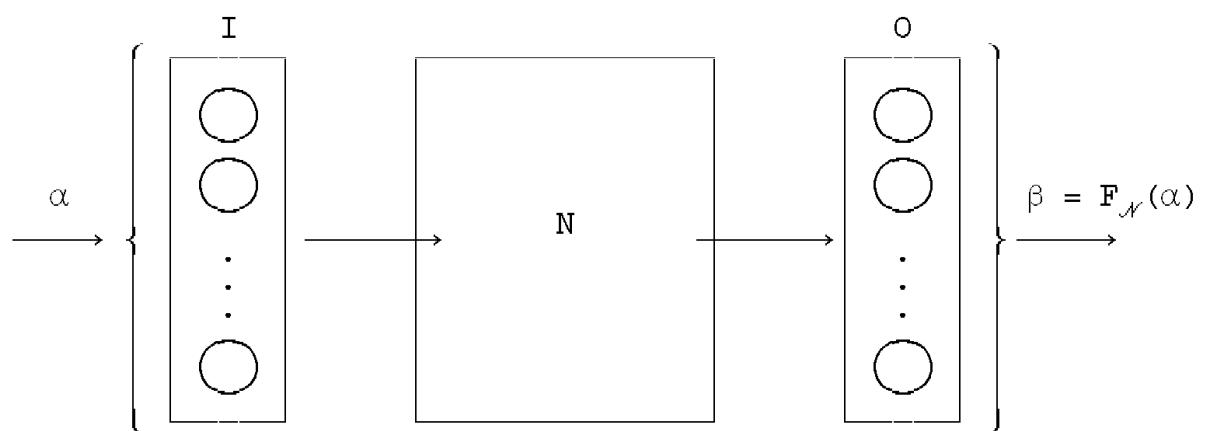


Рис. 2.5. Схематическое изображение функциональной сети.

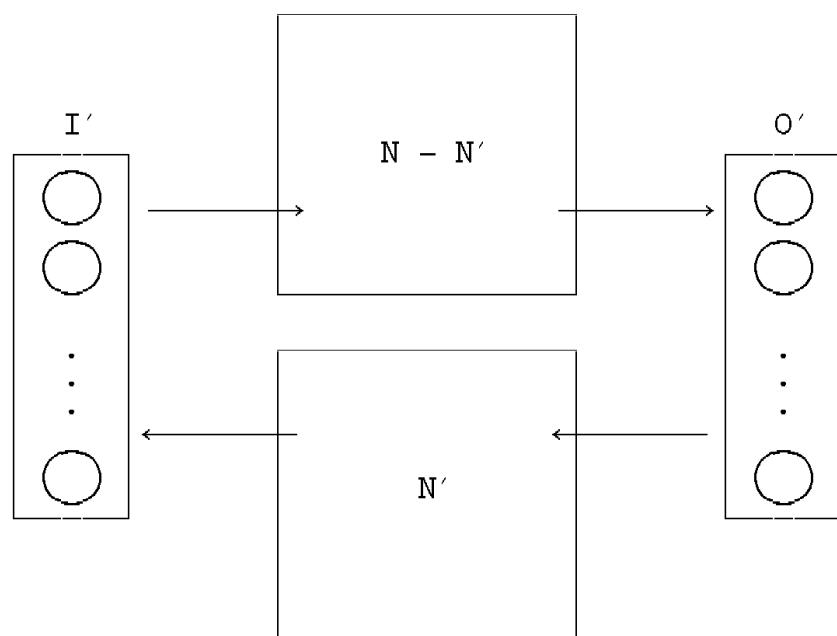
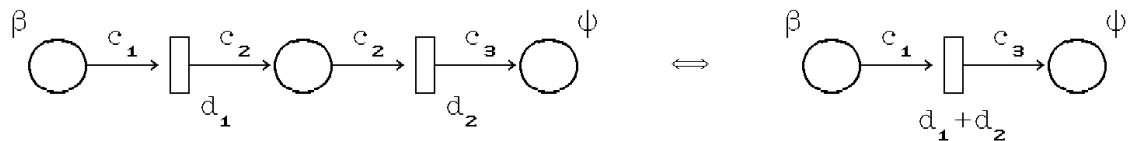
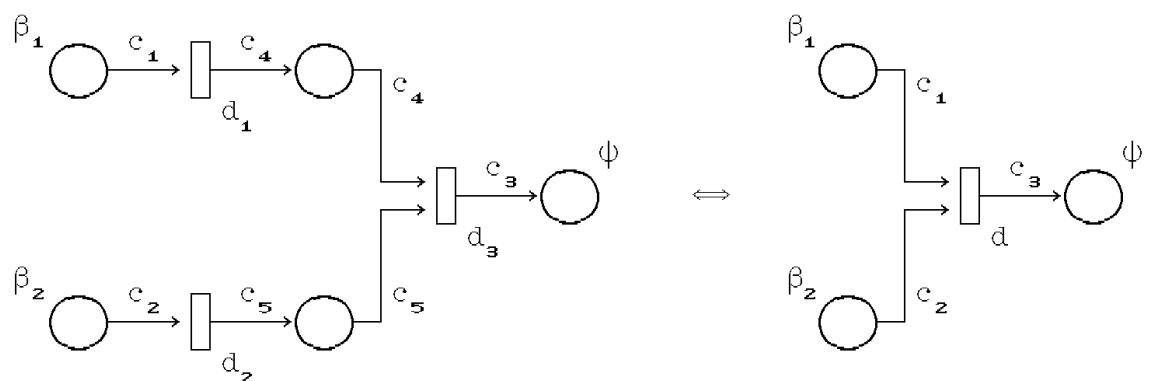


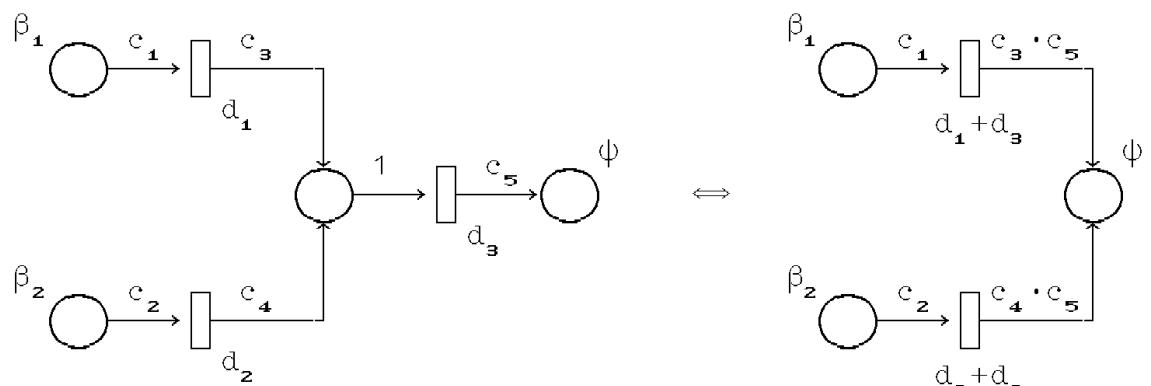
Рис. 2.6. Схема взаимодействия функциональной подсети и оставшейся части сети.



a)



σ)



B)

Рис. 2.7. Примеры эквивалентных преобразований сетей.

3. Методика решения задач оперативного управления дискретным производством на сетях Петри

3.1. Построение моделей дискретных производственных процессов

В настоящем разделе конкретизируются общие принципы построения моделей дискретных производственных процессов, описанные в главе I диссертационной работы. Модуль системы оперативного управления функционирует в некотором подразделении производственной системы, находящемся на определенном уровне иерархии. Для подразделения выделяется перечень изготавливаемых в нем планово-учетных единиц (ПУЕ), список подчиненных ему подразделений нижележащего уровня и обеспечивающих подразделений, которые находятся на том же самом либо вышестоящем уровне иерархии. Основу базы знаний модуля составляют *абстрактные сети*: сети-прототипы изготовления планово-учетных единиц и ресурсные прототипы подразделений. Абстрактные сети формируются при подготовке модуля к работе и дополняются знаниями, полученными в процессе решения задач управления. Они являются конструктивами, из которых на основании плана, выданного вышестоящим подразделением в соответствии со схемой, изображенной на рис. I.7, собирается конкретная сеть – модель производственных процессов на плановый период времени. Решение задач управления выполняется в процессе исследования свойств и имитации динамики сетевой модели.

Если в качестве прототипов использовать нагруженные временные сети произвольной структуры, то это может привести к значительным трудностям при решении задач управления. Специфика дискретных производственных процессов машиностроительного предприятия позволяет ввести ряд структурных ограничений на используемые сетевые модели. Это дает возможность получать модели, априорно обладающие рядом свойств, значительно повышающих эффективность их использования в системе управления.

Выберем структуру сети-прототипа изготовления планово-учетной единицы. Прототип должен представлять параллельные, последовательные, конвейерные и альтернативные процессы. Параллельно-последовательный характер производственных процессов определяется технологической схемой изготовления изделий, конвейерность связана с одновременным изготовлением нескольких единиц каждого изделия в определенном промежутке времени и характеризует последовательное возобновление процессов. Наличие нескольких технологических схем изготовления ПУЕ, взаимозаменяемых деталей и узлов требует отображения альтернатив. Как показано в разделе I.2 (рис. I.3), сеть Петри позволяет отображать все перечисленные типы процессов. Однако, прямое моделирование прототипом альтернатив приводит к потере наглядности и затрудняет визуальное восприятие сети. Кроме того, значительно усложняются алгоритмы построения модели и календарного планирования. Разрешение альтернатив в процессе построения модели на основе процедурных и декларативных знаний, ассоциированных с элементами сети, требует изменения топологии, что вызывает трудности при отображении сети. Выбор альтернатив в процессе имитации динамики модели, исходя из критерия оптимизации, требует оценки последствий выбора. С учетом того, что на практике имеется ограниченное число технологических схем изготовления планово-учетной единицы, предлагается в сети-прототипе отображать только параллельно-последовательные и конвейерные процессы и иметь несколько прототипов для одной ПУЕ. Выбор прототипа выполнять при построении модели на основе дополнительных знаний, ассоциированных с сетями. Пусть имеется множество планово-учетных единиц $E=\{e\}$ и для каждой планово-учетной единицы – множество сетей-прототипов $\mathfrak{G}^e=\{G^e\}$, где $G^e=(P^e, T^e, F^e, W^e, D^e)$ – представляет собой немаркированную временную нагруженную сеть Петри с неограниченным количеством каналов каждого перехода. Технологическая схема изготовления, агрегированная в соответствии с уровнем иерархии

подразделения, составляет остов прототипа.

Остов прототипа строится из конструктивов двух типов – работ, представленных переходами сети и связей между ними, представленных последовательностями дуга–позиция–дуга в соответствии с агрегированной технологической схемой изготовления ПУЕ. Все дуги имеют нагрузки, равные единице. Обозначим J^e множество переходов, соответствующих работам, а L^e – множество позиций, используемых для указания связей между работами. Позиции из множества L^e будем изображать окружностями малого радиуса. Так как технологическая схема ациклична и начальная дуга каждой последовательности дуга–позиция–дуга должна исходить из некоторого перехода сети, а конечная дуга – входить в некоторый переход сети, то имеется, по крайней мере, один переход, не имеющий входящих дуг, и один переход, не имеющий исходящих дуг. Эти переходы представляют начальные и заключительные работы технологического процесса соответственно. Далее в остов включаются стартовая позиция p_{st}^e и стартовый переход t_{st}^e и связывающая их дуга (p_{st}^e, t_{st}^e) с единичной нагрузкой. Переход t_{st}^e соединяется связками дуга–позиция–дуга со всеми переходами, не имеющими входящих дуг. Затем в остов включаются финишный переход t_{fn}^e и финишная позиция p_{fn}^e и связывающая их дуга (t_{fn}^e, p_{fn}^e) с единичной нагрузкой. Все переходы, не имеющие исходящих дуг, соединяются связками дуга–позиция–дуга с переходом t_{fn}^e . Пример остова сети–прототипа изготовления ПУЕ изображен на рис.3.1. Времена срабатывания переходов $D^e(t)$, $t \in J^e$ равны длительностям выполнения работ. Переходы t_{st}^e и t_{fn}^e моделируют запуск ПУЕ в производство и выпуск готовой ПУЕ соответственно. Времена их срабатывания могут выбираться минимально возможными (единичными).

Таким образом, остов определяет технологические ограничения на порядок выполнения работ. Следует отметить, что по сравнению с традиционным сетевым графиком, остов позволяет представлять

конвейерные процессы за счет множества позиций L^e , посредством которых указываются связи между работами. Материальные, либо иные результаты выполнения работ могут накапливаться в позициях L^e , что будет отображаться в дальнейшем определенной маркировкой. Кроме того, в сетевом графе работа участвует только в образовании одного события; для отображения участия работы (совместно с другими работами) в нескольких событиях вводятся фиктивные дуги, снижающие наглядность графа. В сети Петри каждая работа может непосредственно участвовать в формировании любого числа событий, определяющих порядок выполнения последующих работ технологического процесса.

Для образования прототипа оставляемся *ресурсными отношениями*. Каждый вид ресурса представляется отдельной позицией $r \in R^e$. Порядок использования ресурсов задается дугами, связывающими между собой множество работ J^e и множество ресурсных позиций R^e . Нагрузка $w(p, t)$ дуги $(p, t) \in F$, $p \in R^e, t \in J^e$ равна уровню затрат ресурса p при запуске работы t , а нагрузка $w(t, p)$ дуги $(t, p) \in F$, $t \in J^e, p \in R^e$ равна уровню производства ресурса p в результате выполнения работы t . На основе таких простейших связей можно моделировать потребляемый и восстанавливаемый типы ресурсов и более сложные ресурсные отношения, свойственные реальным производственным процессам (рис. I.4). Пример фрагмента сети-прототипа, построенной для остава, изображенного на рис.З.1, показан на рис.3.2.

Итак, *прототип* – это временная нагруженная немаркированная сеть Петри с неограниченным числом каналов каждого перехода $G^e = (P^e, T^e, F^e, W^e, D^e)$, где $P^e = L^e \cup \{p_{st}^e, p_{fn}^e\} \cup R^e$, $T^e = J^e \cup \{t_{st}^e, t_{fn}^e\}$, множество дуг F^e и нагружающие отображения W^e и D^e формируются в соответствии с описанными выше правилами построения прототипа. Свойства сети G^e исследуются в разделе 3.2.

С другой стороны, *прототип* рассматривается как частный случай семантической сети [53] и нагружается дополнительным множеством

атрибутов, непосредственно не связанных с его представлением как сети Петри. Атрибуты характеризуют в целом прототип и отдельные его элементы. В качестве атрибутов элементов могут использоваться обозначения и наименования работ, весовые коэффициенты для решения оптимизационных задач и другие. В качестве атрибутов, характеризующих прототип в целом, могут использоваться обозначение и наименование ПУЕ, различные интегральные характеристики процесса изготовления, описываемого прототипом, такие, как минимальная длительность изготовления, объемы и перечень необходимых ресурсов, максимальные уровни затрат ресурсов. С прототипом связываются знания в декларативной либо процедурной форме, определяющие целесообразность его использования, порядок выбора из множества альтернативных прототипов, соответствующих одной планово-учетной единице. Эти атрибуты обеспечивают внутреннюю активность сети-прототипа как формы представления абстрактных знаний.

В сети-прототипе изготовления ПУЕ указываются абстрактные ресурсы, не связанные с производственными звеньями и звеньями хранения предприятия, располагающими конкретными ресурсами. Для описания производственной системы, в которой выполняется изготовление ПУЕ, предложено использовать *ресурсные сети-прототипы подразделений предприятия*. Модуль системы управления, функционирующий в подразделении, находящемся на определенном уровне иерархии, должен содержать ресурсные прототипы подчиненных подразделений и подразделений, находящихся на различных уровнях, ресурсы которых используются при изготовлении ПУЕ. Позиции ресурсного прототипа представляют отдельные ресурсы либо группы ресурсов в соответствии с уровнем агрегации. Кроме того, прототип может включать в себя переходы, которые представляют вспомогательные операции по подготовке производства, переналадке оборудования. Вспомогательные операции целесообразно моделировать только в ресурсных прототипах нижнего уровня иерархии при планировании производства на малые

периоды времени (сменно-суточные задания рабочих мест производственного участка). Возможно наличие нескольких ресурсных прототипов с различной степенью детализации для одного подразделения. Для большинства задач оперативного управления достаточно представления ресурсного прототипа как маркированного множества позиций. Маркировка определяет некоторый исходный уровень наличия ресурсов каждого вида, который может затем при построении моделей корректироваться в соответствии с фактическим состоянием оборудования, остатками материалов на складах и графиками их поставок. Пусть $N=\{n\}$ – множество подразделений, ресурсы которых используются при изготовлении ПУЕ, а N^b – их ресурсные прототипы. $N^b=(P^b, M^b)$ – маркированная сеть, состоящая из множества позиций. Ресурсные прототипы подразделений содержат также дополнительные атрибуты: наименования и обозначения ресурсов, рекомендации по их использованию для выполнения определенных работ, весовые коэффициенты оптимизации и другие. Некоторые атрибуты формируются одновременно с построением прототипа, другие накапливаются в процессе решения задач управления, что позволяет рассматривать прототипы как форму представления абстрактных знаний.

Прототипы полностью определяют в соответствии с выбранным уровнем агрегации технологию изготовления ПУЕ, а также структуру той части производственной системы, которая обеспечивает выпуск планово-учетных единиц. Они являются конструктивами, из которых в дальнейшем строится модель производственных процессов. С другой стороны, прототипы содержат знания о способах построения модели, что не позволяет их рассматривать как пассивные элементы. Следует отметить, что процесс построения модели является итеративным, так как в подразделение поступает последовательность плановых заданий, дополняющих и частично корректирующих друг друга. Далее будет рассмотрено первоначальное построение модели и способы ее преобразований. Общая схема построения модели на основе плана,

выданного вышестоящим подразделением, и ее использования для решения задач управления изображена на рис. I.7.

Пусть в момент времени τ_0 поступает *план*, регламентирующий работу подразделения до момента времени τ^* . Он включает в себя план выпуска ПУЕ, уровни наличия и графики поставок выделяемых ресурсов, перечни ресурсов, графики потребления которых могут выбираться подразделением произвольно, цели функционирования подразделения, определяющие постановку оптимизационной задачи календарного планирования и другие показатели. На основе плана из прототипов генерируется модель производственных процессов на период времени $[\tau_0, \tau^*]$, включающая в себя временную нагруженную сеть Петри $N=(P, T, F, W, D, M_0, U_0)$ и множество дополнительных атрибутов, регламентирующих использование сети для решения задач управления.

План выпуска ПУЕ представим отображениями Ω и \mathfrak{D} , где $\Omega: E \rightarrow \mathbb{N}^0$ – количества ПУЕ, выпускаемых за период времени от τ_0 до τ^* ; $\mathfrak{D}: \{(e, k)\} \rightarrow [\tau_0, \tau^*]$, $e \in E$, $0 < k \leq \Omega(e)$ – директивные сроки выпуска ПУЕ. Будем предполагать, что для любой $e \in E$, если $0 < k_1 < k_2 \leq \Omega(e)$, то $\mathfrak{D}(e, k_1) \leq \mathfrak{D}(e, k_2)$. Регламенты выделения ресурсов представим отображениями \mathfrak{M} и \mathfrak{X} , где

$$\mathfrak{M}: \mathfrak{P}_1 \rightarrow \mathbb{N}^0, \quad \mathfrak{P}_1 \subset_{h \in H} P^h$$

– количества доступных ресурсов на момент времени τ_0 ;

$$\mathfrak{X}: \mathfrak{P}_2 \rightarrow \left\{ \sum_{i=1}^I \alpha_i \triangleright \vartheta_i \mid I \in \mathbb{N}, \alpha_i \in \mathbb{N}, 0 < \vartheta_i \leq \tau^* - \tau_0 \right\}, \quad \mathfrak{P}_2 \subset_{h \in H} P^h$$

– графики поставки ресурсов.

В модель включаются экземпляры позиций P^h всех ресурсных прототипов N^h , $h \in H$. Если $p \in P^h$ и $p \notin \mathfrak{P}_1$, то маркировка позиции сохраняется ($\mu_0(p) = \mu_0^h(p)$), иначе заменяется в соответствии с отображением \mathfrak{M} ($\mu_0(p) = \mathfrak{M}(p)$). Сеть N дополняется отображением \mathfrak{X} , которое определяет приток меток в позиции $p \in \mathfrak{P}_2$ в процессе функционирования сети.

Ненулевые элементы отображения Ω плана выпуска определяют набор сетей-прототипов изготовления ПУЕ, экземпляры которых будут включены в модель. Так как имеется множество прототипов изготовления каждой ПУЕ, необходимо выбрать прототипы, в соответствии с которыми будет выполняться процесс изготовления. Можно включить в модель экземпляры всех альтернативных прототипов, а их выбор выполнять в процессе моделирования, исходя из критерия оптимизации. Однако такой способ приведет к значительному увеличению размеров модели и повышению сложности задач планирования. Предлагается выбор альтернативных прототипов выполнять при построении модели на основе знаний, ассоциированных с прототипами, общей структуры плана и интерактивно вводимой ЛПР информации. Не останавливаясь на правилах и способах вывода [53], результат интеллектуального выбора можно представить отображением \mathfrak{G}_1 :

$$\{(e, k)\} \rightarrow \mathfrak{G}^e, e \in E, 0 < k \leq \Omega(e),$$

сопоставляющим конкретной запланированной штуке ПУЕ (e, k) прототип, в соответствии с которым будет выполняться ее изготовление. Далее можно рассматривать множество $\mathcal{E} = \{\varepsilon\}$ планово-учетных единиц, производимых по различным прототипам за период времени от τ_0 до τ^* . Множество \mathcal{E} содержит элемент ε для каждого прототипа $G^\varepsilon \in \mathfrak{G}^\varepsilon$, такого, что существует пара (e, k) , $e \in E$, $0 < k \leq \Omega(e)$, для которой $\mathfrak{G}_1(e, k) = G^\varepsilon$. Модифицируем план выпуска ПУЕ в соответствии с множеством \mathcal{E} :

$$\begin{aligned}\Omega' : \mathcal{E} &\rightarrow \mathbb{N}; \quad \mathfrak{D}' : \{(\varepsilon, k)\} \rightarrow [\tau_0, \tau^*], \quad \varepsilon \in \mathcal{E}, \quad 0 < k \leq \Omega'(\varepsilon), \quad \text{где} \\ \Omega'(\varepsilon) &= |\{(e, k) \mid e \in E, \Omega(e) > 0, 0 < k \leq \Omega(e), \mathfrak{G}_1(e, k) = G^\varepsilon\}|,\end{aligned}$$

$$\mathfrak{D}'(\varepsilon, k) = \mathfrak{D}(e, l), \quad e \in E, \quad 0 < k \leq \Omega'(\varepsilon),$$

индекс 1 выбирается таким образом, что существует единственная последовательность индексов $0 < l_1 < l_2 < \dots < l_k = 1$ такая, что $\mathfrak{G}_1(e, l_j) = G^\varepsilon$, где $j = 1, k$.

В сеть N включаются экземпляры всех сетей-прототипов G^ε , $\varepsilon \in \mathcal{E}$. При этом каждая позиция $r \in R^\varepsilon$ объединяется с некоторой позицией $p \in P^h$, $h \in H$, то есть происходит назначение фактических ресурсов,

необходимых для выполнения работ. Выбор фактических ресурсов осуществляется на основе знаний, содержащихся в атрибутах элементов сети; результат выбора можно представить отображением $\mathfrak{G}_z: \{r \mid r \in R^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E}\} \rightarrow \{p \mid p \in P^h, h \in H\}$, сопоставляющим каждой ресурсной позиции прототипа изготовления ПУЕ конкретный ресурс некоторого подразделения. Позиции $p \in P^h$ и $\{r \mid r \in R^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E}, \mathfrak{G}_z(r)=p\}$ объединяются. Таким образом, элементы сети Н можно определить следующим образом:

$$P = \bigcup_{\varepsilon \in \mathcal{E}} (P^\varepsilon \setminus R^\varepsilon) \cup \bigcup_{h \in H} P^h,$$

$$T = \bigcup_{\varepsilon \in \mathcal{E}} T^\varepsilon,$$

$$\begin{aligned} F = \bigcup_{\varepsilon \in \mathcal{E}} & \left(\{ (p, t) \mid p \in P^\varepsilon \setminus R^\varepsilon, t \in T^\varepsilon, (p, t) \in F^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E} \} \cup \right. \\ & \{ (t, p) \mid t \in T^\varepsilon, p \in P^\varepsilon \setminus R^\varepsilon, (t, p) \in F^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E} \} \cup \\ & \{ (p, t) \mid \exists r \in R^\varepsilon: \mathfrak{G}_z(r)=p, (r, t) \in F^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E} \} \cup \\ & \left. \{ (t, p) \mid \exists r \in R^\varepsilon: \mathfrak{G}_z(r)=p, (t, p) \in F^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E} \} \right), \end{aligned}$$

$$w(p, t) = \begin{cases} w^\varepsilon(p, t), & p \in P^\varepsilon \setminus R^\varepsilon, t \in T^\varepsilon, (p, t) \in F^\varepsilon, \\ w^\varepsilon(r, t), & \exists r \in R^\varepsilon: \mathfrak{G}_z(r)=p, t \in T^\varepsilon, (r, t) \in F^\varepsilon, \end{cases}$$

$$w(t, p) = \begin{cases} w^\varepsilon(t, p), & t \in T^\varepsilon, p \in P^\varepsilon \setminus R^\varepsilon, (t, p) \in F^\varepsilon \\ w^\varepsilon(t, r), & \exists r \in R^\varepsilon: \mathfrak{G}_z(r)=p, t \in T^\varepsilon, (r, t) \in F^\varepsilon, \end{cases}$$

$$D(t) \Big|_{t \in T^\varepsilon} = D^\varepsilon(t),$$

$$\mu_o(p_{st}^\varepsilon) = \mathfrak{Q}'(\varepsilon), \quad \mu_o(p) \Big|_{p \in P^\varepsilon \setminus (R^\varepsilon \cup \{p_{st}^\varepsilon\})} = 0,$$

$$\mu_o(p) \Big|_{p \in P^h, p \notin \mathfrak{P}_1} = \mu_o^h(p),$$

$$\mu_o(p) \Big|_{p \in P^h, p \in \mathfrak{P}_1} = \mathfrak{M}(p),$$

$$u(t, \theta) \Big|_{\theta=\overline{\tau_o - D(t)+1, \tau_o}} = 0.$$

Временная нагруженная сеть Петри с неограниченным количеством каналов переходов N, образующая основу модели производственных

процессов, дополняется рядом атрибутов. Вместе с экземплярами прототипов переносятся обозначения и наименования ПУЕ, подразделений, работ и ресурсов, ранние и поздние сроки запуска работ, весовые коэффициенты для решения оптимизационных задач. Кроме того, для вычисления приоритетных правил в эвристических алгоритмах решения задач календарного планирования необходимо каждому переходу $t \in T$ сопоставить счетчик запусков $\omega(t)$ первоначально равный единице, позволяющий определить номер ПУЕ, для которой запускается переход. С позициями $p_{f_n}^{\varepsilon}$ ассоциируются директивные сроки сдачи ПУЕ $\mathfrak{D}'(\varepsilon, k)$, $k=1, \overline{\mathfrak{D}'(\varepsilon)}$ и коэффициенты штрафов за нарушение директивных сроков. В модель включаются графики поставок ресурсов \mathfrak{X} , а также в неформальном виде цели функционирования подразделения в периоде времени от τ_0 до τ^* , на основе которых определяются конкретные постановки задач календарного планирования.

Таким образом, в настоящем разделе разработана методика конструирования модели дискретных производственных процессов в форме нагруженной временной сети Петри. В последующих разделах главы исследуются свойства модели и алгоритмы решения на ее основе задач оперативного управления производством.

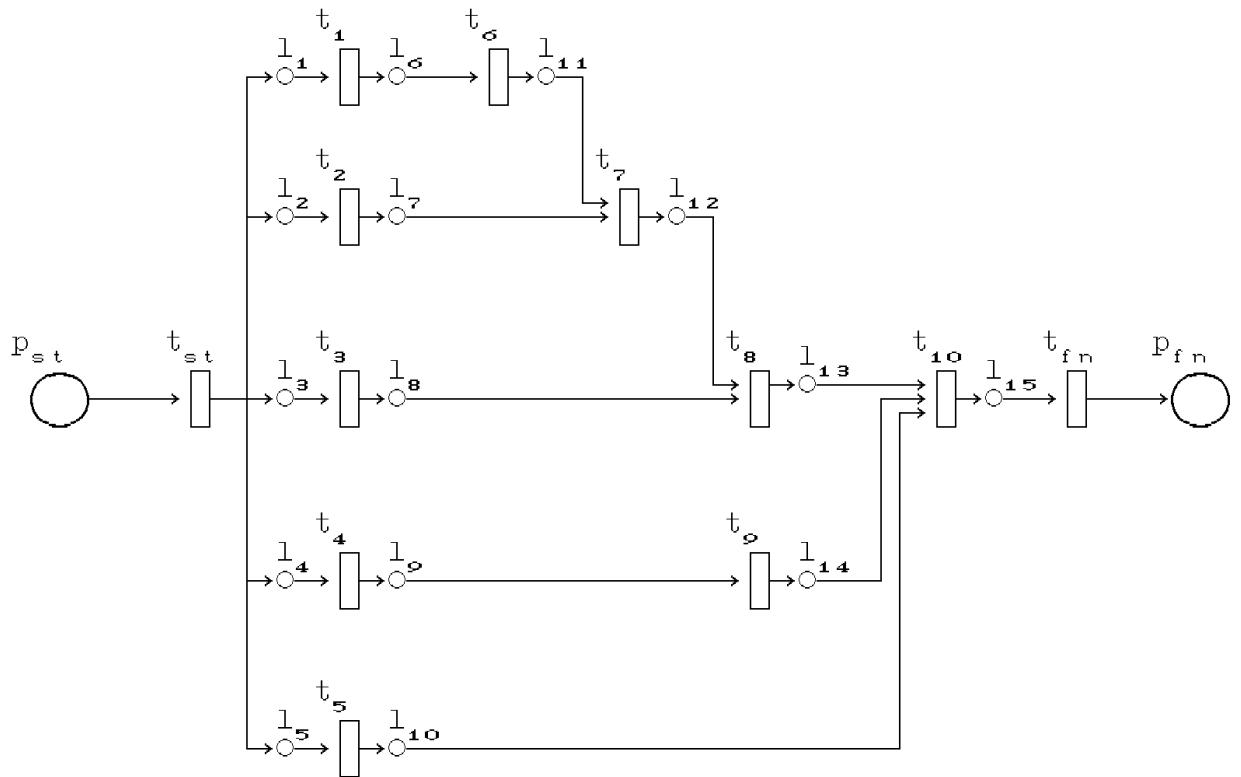


Рис. 3.1. Остов прототипа изготовления микрорадара КИ.

t_1 -изготовление деталей антенны; t_2 -изготовление деталей радара; t_3 -изготовление подложки платы; t_4 -изготовление стягивающего винта; t_5 -изготовление деталей корпуса; t_6 -сборка антенны; t_7 -сборка рупора; t_8 -сборка печатной платы; t_9 -запрессовка стягивающего винта; t_{10} -сборка, настройка и упаковка изделия; l_1-l_5 -запуск в производство; l_6 -детали антенны; l_7 -детали радара; l_8 -подложка печатной платы; l_9 -винт; l_{10} -детали корпуса; l_{11} -антенна; l_{12} -рупор; l_{13} -печатная плата; l_{14} -стягивающий винт в сборе; l_{15} -готовое изделие.

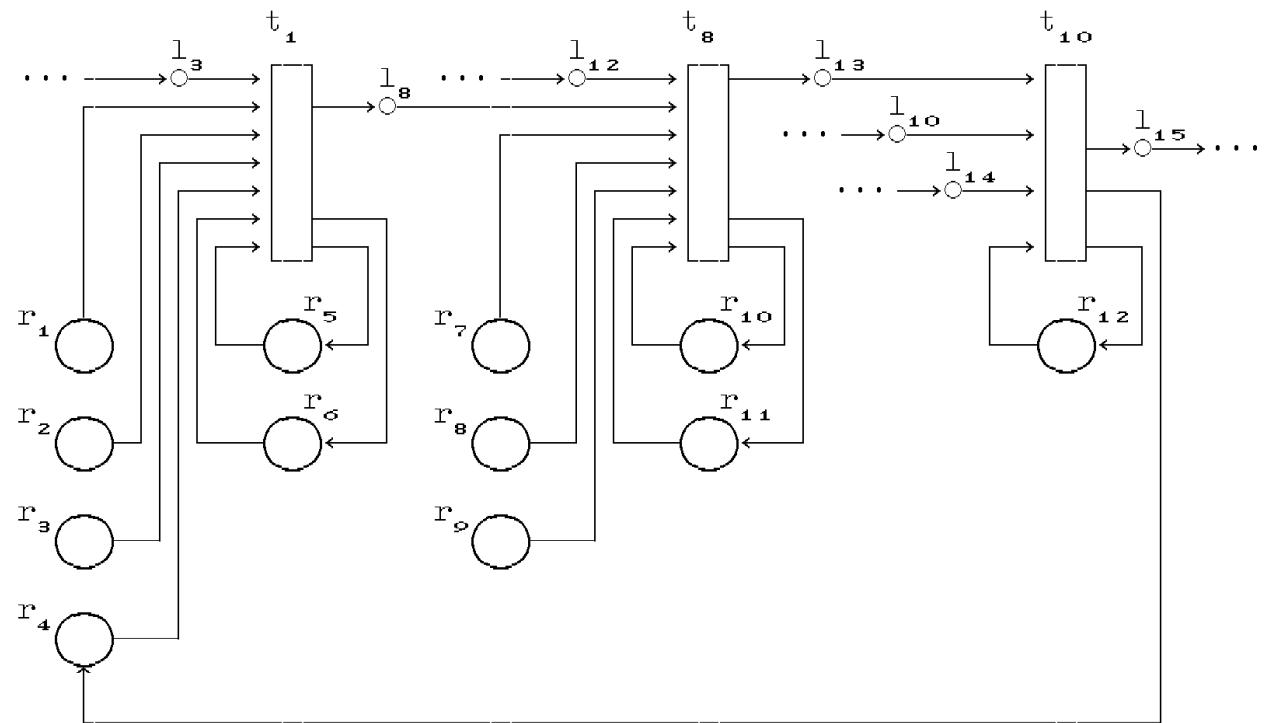


Рис. 3.2. Фрагмент прототипа изготовления микрорадара КI.

r_1 -стеклотекстолит; r_2 -кислота азотная; r_3 -фоторезист; r_4 -рамка крепежная; r_5 -химико-гальванические; r_6 -ретушные; r_7 -радиодетали; r_8 -проводы; r_9 -припой; r_{10} -набивочные; r_{11} -монтажные; r_{12} -сборочные. Наименования работ и связывающих позиций в соответствии с рисунком 3.1.

3.2. Исследование свойств сетевых моделей дискретных процессов

В настоящем разделе уравнения состояний временной нагруженной сети (2.9), (2.14) применены для исследования свойств сетевых моделей производственных процессов, определения совместимости систем ограничений оптимизационных задач календарного планирования, нахождения величин, используемых в функциях предпочтения эвристических методов.

Исключим из сетевой модели N ресурсные ограничения, представленные множествами позиций $p \in P^h$, $h \in H$ и связанными с ними дугами $\{(p, t) \mid p \in P^h, h \in H\} \cup \{(t, p) \mid p \in P^h, h \in H\}$. Полученная сеть представляет собой совокупность несвязанных между собой остовов, задающих технологии изготовления планово-учетных единиц $e \in E$. На основании исследования свойств остова (Приложение 2.1) методами, разработанными в главе 2, можно сделать следующие выводы. Процесс изготовления к ПУЕ моделируется динамикой сети при переходе из начального состояния $\mu_o(p_{st})=k$ в конечное состояние $\mu^*(p_{fn})=k$ (маркировка остальных позиций остова в начальном и конечном состояниях – нулевая). При этом любой допустимой последовательности запусков переходов соответствует вектор счета, в котором каждый переход запускается и завершается ровно k раз. Остов является p - и t -инвариантной сетью.

Набор остовов является моделью производственных процессов в случае отсутствия ресурсных ограничений. Так как дуги, представляющие ресурсные отношения, могут только задержать запуск перехода, остов позволяет определить минимальное время, необходимое для изготовления планово-учетной единицы. Имитация динамики прямой сети остова от начальной маркировки $\mu_o(p_{st})=1$ позволяет определить ранние возможные сроки запуска работ, а имитация динамики обратной

сети от начальной маркировки $\mu_o(p_{fn})=1$ – *поздние сроки* по отношению к дате выпуска ПУЕ, представленной нулевым моментом времени обратной сети. *Ранние и поздние сроки* будут далее использованы для проверки совместности ограничений оптимизационной задачи и вычисления функций предпочтения в эвристических методах.

Из уравнения состояний (2.14) с учетом структурных особенностей остова запишем *рекуррентную систему* для определения *ранних сроков*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_o(p_{st}) = 1, \mu_o(p)|_{p \neq p_{st}} = 0, \\ u(t, \theta)|_{-D(t)+1 \leq \theta \leq 0} = 0, t \in T, \\ \mu'(p, 1) = \mu_o(p) + u(t', -D(t)+1), \\ \mu'(p, \tau) = \mu'(p, \tau-1) + u(t', \tau-D(t)) - u(t'', \tau-1), t' \in T: (t', p) \in F, \\ t'' \in T, (p, t'') \in F, p \in P, \\ u(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu'(p, \tau), t \in T, \\ \tau = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Вычисления прекращаются после достижения маркировки $\mu'(p_{fn})=1$. Все последующие $u(t, \tau)$ будут равны нулю. *Ранние сроки* запуска работ определяются по значениям $u(t, \tau)$ следующим образом:

$$\sigma^a(t) = \theta_t|_{u(t, \theta_t)=1}. \quad (3.2)$$

В соответствии со свойствами остова (Приложение 2.1) существует единственный момент времени θ_t для каждого перехода $t \in T$ такой, что $u(t, \theta_t)=1$. *Минимально возможное время изготовления планово-учетной единицы* задается соотношением

$$\lambda^\varepsilon = \sigma^a(t_{fn}^\varepsilon) + D(t_{fn}^\varepsilon). \quad (3.3)$$

Аналогичным образом по обратной сети могут быть получены *поздние*

сроки запуска работ $\sigma^b(t)$. Следует заметить, что ранние и поздние сроки представлены в относительной форме. Ранние сроки находятся по отношению к времени запуска ПУЕ в производство, а поздние сроки – по отношению ко времени выпуска ПУЕ.

И прямая, и обратная сети оства являются простыми функциональными сетями, так как каждая позиция имеет ровно одну входящую и одну исходящую дугу. Способ определения ранних и поздних сроков на основании функциональных уравнений сети (2.33) описан в Приложении 2.2.

Пусть $\sigma^a(t)$ и $\sigma^b(t)$ – ранний и поздний сроки запуска работ в прямой сети, а $\hat{\sigma}^a(t)$ и $\hat{\sigma}^b(t)$ – ранний и поздний сроки запуска работ в обратной сети оства. Тогда

$$\begin{aligned}\sigma^a(t) &= \hat{\sigma}^b(t) - D(t) + 1 \text{ и} \\ \sigma^b(t) &= \hat{\sigma}^a(t) - D(t) + 1.\end{aligned}\quad (3.4)$$

Величины λ_ε , $\varepsilon \in \mathcal{E}$ могут быть использованы для проверки ограничений директивных сроков сдачи ПУЕ:

$$\tau_0 + \lambda_\varepsilon \leq \mathfrak{D}'(\varepsilon, k), \quad k = \overline{1, \mathfrak{Q}'(\varepsilon)}.$$

Пусть $t \in T$ переход, который может быть запущен в момент модельного времени τ для ПУЕ (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k \leq \mathfrak{Q}'(\varepsilon)$, тогда резерв времени работы, представленной переходом, равен

$$\rho(t, k, \tau) = \tau - (\mathfrak{D}'(\varepsilon, k) - \sigma^b(t)). \quad (3.5)$$

Если $\rho(t, k, \tau) < 0$, то директивный срок нарушен, по крайней мере, на величину, равную абсолютному значению $\rho(t, k, \tau)$.

Далее будем рассматривать полную сетевую модель, включающую в себя технологические и ресурсные ограничения. Как было отмечено ранее, ресурсные отношения могут замедлить либо сделать невозможным изготовление планово-учетных единиц. На основе уравнения состояния решаются задачи оценки достаточности выделенных ресурсов

для выполнения плана и совместности ресурсных ограничений и ограничений директивных сроков выпуска ПУЕ.

Пусть $\bar{\mu}_o$ – начальная маркировка сети N , построенная в соответствии с правилами, описанными в разделе 3.1. Реализация плана выпуска обеспечивается некоторой последовательностью срабатывания переходов, имеющей совпадающие вектора счета запусков и завершений переходов, компоненты которых определяются соотношением:

$$\gamma^*(t) = \gamma^+(t) = \gamma^-(t) = Q'(\varepsilon), \quad t \in T^\varepsilon.$$

Построим вектор поставок ресурсов β . Позициям $p \in P$, $p \notin P_z$ соответствуют нулевые компоненты вектора, а для позиций $p \in P$, $p \in P_z$ значение соответствующей компоненты вычисляется по отображению α :

$$\beta(p) = \sum_{i=1}^{I_p} \alpha_i^p.$$

Тогда в результате выполнения плана в соответствии с уравнением (2.8) должна быть получена маркировка сети $\bar{\mu}^*$:

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_o + (A^+ - A^-) \cdot \gamma^* + \beta. \quad (3.6)$$

План может быть реализован только в случае, если

$$\bar{\mu}^* \geq \bar{0}.$$

Если некоторая компонента вектора $\bar{\mu}^*$ отрицательна, это означает, что соответствующего ресурса недостаточно для выполнения плана. В соответствии с результатами, полученными при исследовании свойств остовов (Приложение 2.1), отрицательные маркировки могут появиться только для позиций $p \in P^h$, $h \in H$.

Найденная маркировка $\bar{\mu}^*$ может быть применена также в качестве начальной маркировки при решении задач планирования на обратных сетях. Нулевой момент времени обратной сети соответствует моменту времени $\tau^* + 1$. Ограничения директивных сроков моделируются входным

потоком маркеров для позиций $p_{f_n}^\varepsilon$, $\varepsilon \in \mathcal{E}$. Для каждой планово-учетной единицы (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k \leq Q'(\varepsilon)$ в момент времени $\tau^* - D'(\varepsilon, k)$ добавляется маркер в $p_{f_n}^\varepsilon$. Однако, в случае одновременного присутствия ограничений директивных сроков и ресурсных ограничений в жесткой сетевой форме, возникает опасность нарушения времени начала планирования (для обратной сети, если в момент времени $\tau = \tau^*$ не достигнута маркировка $\mu(p_{st}^\varepsilon) = Q'(\varepsilon)$).

В соответствии с уравнением состояния сети (2.14) в любой момент модельного времени τ , $\tau_0 \leq \tau \leq \tau^*$ должно выполняться неравенство $\mu(p, \tau) \geq 0$, $p \in P$. При наличии ограничений директивных сроков для каждой планово-учетной единицы (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k \leq Q'(\varepsilon)$ время запуска работы $\theta_t^{(\varepsilon, k)}$, представленной переходом $t \in T^\varepsilon$, должно находиться в пределах, ограниченных ранним и поздним сроками:

$$\tau_0 + \sigma^a(t) \leq \theta_t^{(\varepsilon, k)} \leq Q'(\varepsilon, k) - \sigma^b(t).$$

Ресурсы, необходимые для выполнения работы, не могут быть затрачены позднее момента времени $Q'(\varepsilon, k) - \sigma^b(t)$, а ресурсы, выпускаемые работой, не могут быть произведены ранее момента времени $\tau_0 + \sigma^a(t) + D(t)$. Так как известно, что каждый переход срабатывает ровно один раз для каждой ПУЕ (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k \leq Q'(\varepsilon)$, то из уравнения состояний для произвольного момента времени τ , $\tau_0 \leq \tau \leq \tau^*$ и для любой $p \in P^h$, $h \in H$ можем записать:

$$\begin{aligned} \mu(p) = \mu_0^p + \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{Q'(\varepsilon)} \sum_{t \in T^\varepsilon, (t, p) \in F} w(t, p) \triangleright (\theta_t^{(\varepsilon, k)} + D(t)) + \sum_{i=1}^{I_p} \alpha_i^p \triangleright \vartheta_i^p - \\ \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{Q'(\varepsilon)} \sum_{t \in T^\varepsilon, (p, t) \in F} w(p, t) \triangleright \theta_t^{(\varepsilon, k)}. \end{aligned}$$

Рассмотрим порядок потребления ресурсов в наилучшем, практически невозможном случае. Пусть затраты ресурсов выполняются в

соответствии с поздними сроками запуска работ, а выпуск – в соответствии с ранними сроками; тогда $\mu(p) \leq \mu''(p)$, где

$$\begin{aligned} \mu''(p) = \mu_o^p + \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{Q'(\varepsilon)} \sum_{t \in T^\varepsilon, (t,p) \in F} w(t,p) \cdot (\tau_o + \sigma^a(t) - D(t)) + \sum_{i=1}^{I_p} \alpha_i^p \cdot \vartheta_i^p - \\ \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{Q'(\varepsilon)} \sum_{t \in T^\varepsilon, (p,t) \in F} w(t,p) \cdot (\mathfrak{D}'(\varepsilon, k) - \sigma^b(t)). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для реализуемости плана необходимо, чтобы в любой момент времени t , $\tau_o \leq t \leq \tau^*$ выполнялось неравенство

$$\mu''(p) \geq 0. \quad (3.8)$$

Из опыта решения практических задач можно определить величины резервов уровней ресурсов, которые необходимы для выполнения плана при оценках по величине $\mu''(p)$. Вычисление $\mu''(p)$ можно выполнять не для всех, а лишь для существенных моментов времени, в которые происходит изменение маркировки. Величина $\mu''(p)$ пригодна для оценки уровней наличия любых типов ресурсов.

В оценках ресурсов нескладируемого типа часто используют понятие *объема*, равного произведению уровня наличия ресурса на интервал времени. Для реализации плана выпуска необходимо наличие в планируемом периоде определенных объемов ресурсов. Если для некоторой $p \in P^h$, $h \in H$ отсутствуют ресурсные отношения, моделирующие частичное восстановление нескладируемого ресурса (то есть $w(p,t)=w(t,p)$ для любого $t \in T$ такого, что $(p,t) \in F$), то оценку объема можно выполнить, используя неравенство:

$$\mu_o(p) \cdot (\tau^* - \tau_o) + \sum_{i=1}^{I_p} \alpha_i^p \cdot (\tau^* - \vartheta_i^p) - \sum_{t \in T, (p,t) \in F} \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}, t \in T^\varepsilon} Q'(\varepsilon) \cdot w(p,t) \cdot D(t) \geq 0. \quad (3.9)$$

В общем случае, при оценке объема можно предположить, что затрачивание ресурса производится в соответствии с поздними

сроками выполнения работ, а производство – в соответствии с ранними сроками. Тогда для совместности ограничений директивных сроков с ресурсными ограничениями необходимо выполнение неравенства:

$$\begin{aligned} \mu_o(p) \cdot (\tau^* - \tau_o) + \sum_{i=1}^{I_p} \alpha_i^p \cdot (\tau^* - \vartheta_i^p) + \\ \sum_{t \in T, (t, p) \in F} \sum_{\varepsilon \in E, t \in T^\varepsilon} \sum_{k=1}^{\mathfrak{D}'(\varepsilon)} w(t, p) \cdot (\tau^* - \tau_o - \sigma^a(t) - D(t)) - \\ \sum_{t \in T, (p, t) \in F} \sum_{\varepsilon \in E, t \in T^\varepsilon} \sum_{k=1}^{\mathfrak{D}'(\varepsilon)} w(t, p) \cdot (\tau^* - \mathfrak{D}'(\varepsilon, k) + \sigma^b(t)) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Из опыта решения практических задач можно определять величины резервов объемов ресурсов в неравенствах (3.8)–(3.10), которые необходимы для реализуемости планов.

При решении многокритериальных задач календарного планирования путем последовательной оптимизации каждого из критериев, а также для нахождения ресурсных резервов, которые могут быть представлены другим подразделениям, возникает необходимость определения минимальной маркировки (уровней наличия ресурсов), достаточной для реализации найденного расписания выполнения работ. Алгоритм определения минимальной маркировки, при которой реализуется заданное расписание запуска работ ("управляемое выполнение сети"), предложен Ф. Кретьеном и подробно описан в статье [88].

Если сеть моделирует сложные ресурсные отношения (рис. I.4 в), то могут возникать взаимные блокировки процессов, даже если уровней ресурсов достаточно для выполнения плана и имеются временные резервы. Для нахождения необходимых условий взаимных

блокировок процессов, представленных временными сетями Петри, А.И.Слепцовым предложен алгоритм, основанный на решении системы линейных уравнений, составленных по уравнению состояния сети [60].

Обсудим вопросы *алгоритмической сложности* исследования сетевой модели. Пусть $m=|P|$, $n=|T|$, $Q_{\max}=\max(Q'(\varepsilon))$, $\Delta\tau=(\tau^*-\tau_0)$. Обозначим $\mathfrak{M}=\max(m,n,Q_{\max})$. Тогда сложность вычисления ранних и поздних сроков равна $\circ(m \cdot n)=\circ(\mathfrak{M}^2)$, так как вычисления по (3.1) выполняются для всех входных позиций каждого перехода сети. Сложность нахождения общей конечной маркировки (3.6) определяется произведением матрицы $(A^+ - A^-)$ на вектор $\bar{\gamma}^*$ и, следовательно, равна $\circ(m \cdot n)=\circ(\mathfrak{M}^2)$. Контроль уровней наличия ресурсов (3.7) требует вычислений сложности $\circ(m \cdot n \cdot Q_{\max} \cdot \Delta\tau)=\circ(\mathfrak{M}^3 \cdot \Delta\tau)$, а контроль объемов ресурсов (3.10) – вычислений сложности $\circ(m \cdot n \cdot Q_{\max})=\circ(\mathfrak{M}^3)$. Однако, учитывая, что проверки выполняются не для всех, а лишь для выделенного ЛПР подмножества ресурсов, сложность проверок можно считать равной $\circ(\mathfrak{M}^2 \cdot \Delta\tau)$ и $\circ(\mathfrak{M}^2)$ соответственно. Алгоритм, предложенный Кретьеном для нахождения минимальной маркировки, обеспечивающей реализацию заданного расписания, имеет сложность $\circ(\mathfrak{M}^2 \cdot \Delta\tau)$. Целочисленное решение систем линейных уравнений и неравенств, необходимое для поиска возможных взаимных блокировок, сводится к задачам целочисленного линейного программирования [41,57,58] и имеет асимптотически экспоненциальную сложность.

Таким образом, в настоящем разделе разработаны методы анализа сетевой модели, не требующие имитации динамики сети. Полученные соотношения позволяют определить несовместимость системы ограничений оптимизационной задачи календарного планирования, вычислить ряд величин, используемых в функциях предпочтения эвристических методов.

3.3. Эвристические методы решения задач календарного планирования на сетях Петри

Основной задачей календарного планирования дискретного производства является задача оптимального распределения ресурсов и составления расписаний. Конкретная постановка задачи определяется путем указания целевой функции и системы ограничений. В главе I диссертационной работы обоснована необходимость применения эвристических методов для решения практических задач оптимального распределения ресурсов и составления расписаний. Сущность методов состоит в имитации производственных процессов на модели и использовании правил предпочтения (приоритетных правил) для разрешения ресурсных конфликтов. Строгие математические обоснования того, что использование определенных правил предпочтения оптимизирует некоторую целевую функцию, отсутствуют. Поэтому в результате получают не оптимальное, а некоторое, "достаточно близкое" к оптимальному, решение. Строятся различные схемы адаптации набора правил предпочтения к конкретной задаче. В качестве модели производственных процессов используют ориентированный ациклический граф, а также потребляемый и восстанавливаемый типы ресурсов. В диссертационной работе предложено моделировать производственные процессы временной нагруженной сети Петри. Это позволяет по сравнению с традиционной моделью представлять дополнительные конвейерные процессы, частичное потребление ресурсов и сложные ресурсные отношения. Кроме того, эвристические методы разрабатывались для задач типа "станки-детали", в которых каждая работа использует лишь один ресурс восстанавливаемого типа. При моделировании производственных процессов сетями Петри количество видов ресурсов, используемых работой, не ограничивается. Наличие в определении сети понятия динамики не требует специальных средств построения имитационных схем. Для организации эвристических методов решения необходимо

дополнить уравнение состояния сети Петри набором функций, реализующих правила предпочтения. Возможно использование обратных сетей для генерации расписаний от директивных сроков.

Рассмотрим основные варианты постановок задачи оптимального распределения ресурсов и составления расписаний на сетях Петри. Характерной особенностью является наличие во всех вариантах технологических ограничений, представленных в сетевой модели набором оствовов. Ресурсные отношения могут входить как в систему ограничений, так и в целевую функцию. Модель, правила построения которой рассмотрены в разделе 3.1, включает в себя ресурсные отношения в качестве ограничений. Далее будет показано, что при включении ресурсных отношений в целевую функцию можно, не изменяя модели, несколько модифицировать уравнение состояний сети. В наиболее распространенной в литературе постановке в качестве критерия используется время завершения всех работ (выпуска всех запланированных ПУ). Требуется минимизировать критерий при наличии ресурсных ограничений. Для сети Петри задача может быть сформулирована следующим образом: найти расписание запуска переходов, обеспечивающее попадание сети из начальной маркировки \bar{m}_0 в конечную маркировку \bar{m}^* за минимальное время. Популярность такой постановки больше объясняется ее простотой, чем адекватностью представления реальных задач. Критические замечания по поводу критерия минимального времени приводятся в [22, с.441]. Необходимость точного выполнения договорных обязательств требует использования при формировании постановки задачи планирования директивных сроков выпуска планово-учетных единиц. Кроме того, по мнению японских специалистов в области управления производством основной причиной низкой экономической эффективности работы предприятия является незавершенное производство [42], приводящее к замедлению оборачиваемости капитала. Лишь за счет ликвидации избыточных запасов фирме "Тойота" удалось добиться времени

обирачиваемости средств, равного четырем дням, обусловившего, по мнению Ясухиро Мондена [42], успехи фирмы. Поэтому величины потерь от неиспользования рабочей силы и оборудования, хранения материалов и полуфабрикатов должны войти в постановку задачи. Теб либо иные факторы, характеризующие производственный процесс, могут быть введены как в целевую функцию, так и в систему ограничений. Следует отметить, что расширение системы ограничений может приводить к несовместимости задачи. Однако, на практике "неразрешимых задач не бывает"; можно нарушить директивные сроки, привлечь дополнительные ресурсы, допустить простой оборудования, пролеживание деталей и узлов. Необходимо лишь сопоставить потери, вызванные различными факторами, и свести их сумму к минимуму.

Выполним *классификацию задач календарного планирования*. Основными факторами, вызывающими потери при реализации производственного процесса, являются:

- 1) Нарушение директивных сроков.
- 2) Неиспользование имеющихся в наличии ресурсов: хранение материалов, полуфабрикатов, изделий; простои оборудования и рабочей силы.
- 3) Привлечение дополнительных ресурсов.

В конкретной постановке задачи воздействие фактора может быть отображено системой ограничений либо критерием. Вводятся функции потерь, которые в простейшем случае являются линейными и вычисляются путем умножения величины фактора, вызвавшего потери, на некоторый весовой коэффициент. Для группы факторов потери суммируются и образуют целевую функцию, которую требуется минимизировать. Оставшиеся факторы являются основой формирования системы ограничений. При этом ограничения могут указываться в жесткой форме, ограничивающей величину фактора (например, директивный срок), либо в мягкой форме, ограничивающей величину потерь (например, штраф за нарушение директивных сроков).

Рассмотрим способы вычисления потерь и формирования ограничений для перечисленных выше факторов при решении задач календарного планирования на сетях Петри.

1. Директивные сроки. Непосредственно в сети Петри отсутствуют средства указания директивных сроков; они представляются в атрибутах сетевой модели. Кроме того, множество атрибутов включает коэффициенты потерь от нарушения директивных сроков $\eta^1(\varepsilon, k)$ для каждой ПУЕ (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k \leq \mathfrak{Q}'(\varepsilon)$. Нарушение директивного срока происходит в том случае, если резерв времени запуска $\rho(t, k, \theta_t^{(\varepsilon, k)})$ некоторой работы $t \in T$ отрицателен. Потери, как правило, связываются не с отдельной работой, а с планово-учетной единицей (ε, k) . Результирующая величина потерь определяется резервом времени конечной работы остова:

$$\mathfrak{J}^1 = \sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{\mathfrak{Q}'(\varepsilon)} \eta^1(\varepsilon, k) \cdot \rho(t_{fn}^{\varepsilon}, k, \theta_t^{(\varepsilon, k)}) \quad (3.II)$$

Мягкая форма записи ограничений директивных сроков задается соотношением:

$$\mathfrak{J}^1 \leq \mathfrak{J}_0^1$$

Жесткая форма записи ограничений директивных сроков определяется системой неравенств:

$$\begin{aligned} \theta_t^{(\varepsilon, k)} &\leq \mathfrak{Q}'(\varepsilon, k) - \sigma^b(t), \text{ либо} \\ \rho(t, k, \theta_t^{(\varepsilon, k)}) &\geq 0, \quad t \in T, \quad \varepsilon \in \mathcal{E}, \quad 0 < k \leq \mathfrak{Q}'(\varepsilon). \end{aligned} \quad (3.I2)$$

Нарушение директивного срока может быть обнаружено в момент запуска работы. Для учета директивных сроков необходимо использовать приоритетные правила, вычисляемые на основе значения резерва времени запуска работы.

2. Неиспользование имеющихся ресурсов. Ресурсы представлены позициями сети Петри. Пусть с каждой позицией ассоциирован коэффициент $\eta^2(r)$, определяющий стоимость хранения единицы ресурса в единицу времени. Затраты на хранение ресурсов вычисляются путем

суммирования величин $\eta^1(p) \cdot \mu(p, \theta)$ по всему планово-учетному периоду и всем ресурсам. Вычисленная таким образом функция будет определять абсолютные затраты (потери), связанные с неиспользованием имеющихся ресурсов. Однако, при оптимизации необходима относительная величина (по сравнению с минимально возможной). Использование того факта, что стоимость хранения результатов выполнения работы, как правило, выше стоимости хранения исходных продуктов

$$\sum_{p \in P, (p, t) \in F} \eta^1(p) \leq \sum_{q \in Q, (t, q) \in F} \eta^2(q) \quad (3.13)$$

позволяет выразить относительную величину потерь, используя резервы времени запуска работ. Действительно, если выполняется неравенство (3.13), то наименьшая величина потерь достигается, если резервы времени запуска всех работ равны нулю. Обозначим

$$\eta^3(t) = \sum_{q \in Q, (t, q) \in F} \eta^2(q) - \sum_{p \in P, (p, t) \in F} \eta^2(p).$$

Таким образом, величина потерь от неэффективного использования ресурсов определяется соотношением:

$$\mathfrak{J}^2 = \sum_{\varepsilon \in \varepsilon} \sum_{t \in T^\varepsilon} \sum_{k=1}^{Q'(\varepsilon)} \rho(t, k, \theta_t^{(\varepsilon, k)}) \cdot \eta^3(t) \quad (3.14)$$

В мягкой форме записи ограничивается суммарная величина потерь

$$\mathfrak{J}^2 \leq \mathfrak{J}_0^2.$$

Однако, ограничения в такой форме неудобно использовать в процессе моделирования. В простейшей жесткой форме могут ограничиваться абсолютные величины резервов работ:

$$\rho(t, k, \theta_t^{(\varepsilon, k)}) \leq \rho_t^*, \quad (3.15)$$

где ρ_t^* – некоторые фиксированные константы. Следует заметить, что факторы директивных сроков и эффективного использования ресурсов

выдвигают прямо противоположные требования к временам запуска работ. Для удовлетворения директивных сроков желательно увеличение резервов времени запуска работ, однако, это приводит к увеличению потерь от незавершенного производства. Потери, вызванные нерациональным использованием имеющихся ресурсов, не представляются непосредственно элементами сети. Необходимо их учитывать при формировании приоритетных правил.

3. *Привлечение дополнительных ресурсов.* В простейшей форме этот фактор может быть использован в качестве жесткого ограничения, запрещающего привлечение дополнительных ресурсов. Именно такой вид ограничений представлен ресурсными отношениями сети Петри. При отсутствии необходимого количества ресурса запуск работы запрещен при любой комбинации других факторов (например, даже при значительном нарушении директивных сроков). Такая жесткая форма ограничений не всегда удобна и зачастую не соответствует реальности, когда в экстремальных случаях могут привлекаться дополнительные ресурсы. Для реализации нежестких ограничений и введения потерь от привлечения дополнительных ресурсов в целевую функцию представляется целесообразным несколько модифицировать правила функционирования сети. Пусть ресурсные позиции $p \in P^h$, $h \in H$ не учитываются при вычислении функции возбуждения перехода $u'(t, \theta)$, однако, при срабатывании перехода их маркировка изменяется обычным образом. Это дает возможность моделировать запуск фактически не обеспеченных ресурсами работ за счет привлечения дополнительных ресурсов. Величинами, определяющими размер потерь от использования дополнительных ресурсов, могут быть как уровни, так и объемы использования дополнительных ресурсов. Пусть каждому ресурсу, представленному позицией $p \in P^h$, $h \in H$, соответствуют коэффициенты $\eta^4(p)$ – величины потерь от привлечения единицы дополнительного ресурса и $\eta^5(p)$ – величины потерь от использования единицы дополнительного ресурса в единицу времени.

Отрицательная маркировка ресурсной позиции соответствует привлечению дополнительного ресурса, а ее абсолютная величина равна количеству необходимого дополнительного ресурса. Для вычисления величины потерь, обусловленных определенным уровнем дополнительных ресурсов, удобно хранить величину $\mu^-(p)$, равную рекорду необходимого уровня дополнительных ресурсов; первоначально все $\mu^-(p)$ полагаются равными нулю. Тогда потери от использования дополнительных ресурсов определяются соотношением

$$\mathfrak{J}^3 = \sum_{p \in P^h, h \in H} |\mu^-(p)| \cdot \eta^4(p) + \sum_{p \in P^h, h \in H} \sum_{\tau \leq \theta \leq \tau^*, \mu(p, \theta) < 0} |\mu(p, \theta)| \cdot \eta^5(p). \quad (3.16)$$

Нежесткую форму ограничений можно записать в виде неравенства

$$\mathfrak{J}^3 \leq \mathfrak{J}_0^3.$$

Так как потери, вызванные привлечением дополнительных ресурсов, не представляются непосредственно сетью, необходимо учитывать величины потерь при вычислении функций предпочтения.

Влияние каждого из рассмотренных выше трех факторов может быть учтено при формировании целевой функции либо системы ограничений. Поэтому возникает восемь основных постановок задачи календарного планирования. Возможны использование дополнительных условий, например, требования равномерности загрузки рабочей силы, а также смешанные постановки, когда часть переменных входит в целевую функцию, а часть – в систему ограничений.

Процесс нахождения решений базируется на имитации динамики прямой либо обратной сети. Непосредственно сетью представлены технологические и ресурсные ограничения. Для учета влияния других факторов необходимо формирование приоритетных правил, согласованных с постановкой задачи. Вычисление целевой функции и проверки ограничений совмещаются с процессом имитации. При нарушении ограничений требуется повторное моделирование динамики сети и модификация параметров адаптации. Различные методы адаптации множества приоритетных правил к конкретной задаче [83] основаны на

многократном повторении процесса моделирования и используют процедуры случайного выбора правил предпочтения. Кроме того, следует учитывать, что задача календарного планирования может не иметь допустимых решений, например, когда одновременно жестко ограничиваются директивные сроки и уровни наличия ресурсов. В этом случае необходимы действия ЛПР по модификации постановки задачи, например, увеличить уровни наличия ресурсов, изменить директивные сроки, переместить часть ограничений в целевую функцию и другие. Методика проверки совместности ограничений описана в разделе 3.2. Установлено, что прямая и обратная сеть модели имеют одинаковые свойства. Поэтому имитация динамики может выполняться также и на обратных сетях. Способ вычисления начальной маркировки обратной сети рассмотрен в разделе 3.2. Процесс моделирования протекает в обратном времени; начальный момент соответствует завершению планового периода. Использование обратной сети позволяет удовлетворить жесткие ограничения директивных сроков, однако, при наличии жестких ресурсных ограничений возникает опасность нарушения ограничения текущего момента времени. Преимуществом моделирования на обратных сетях является косвенная минимизация незавершенного производства, так как процесс имитации выполняется от поздних сроков запуска работ. Однако, возникают трудности при отображении поставок ресурсов, вызванные необходимостью вычесть уровни поставляемых ресурсов из текущей маркировки сети.

Схему имитации динамики сети для формирования расписания запуска работ эвристическими методами образует уравнение состояний (2.14), дополненное функциями, реализующими правила предпочтения. Набор правил предпочтения должен быть согласован с постановкой оптимизационной задачи; могут использоваться различные процедуры адаптации набора правил к структуре решаемой задачи [83]. Так как прямая и обратная сети модели обладают одинаковыми свойствами, схемы приводятся только для прямой сети. Обозначим P_{ψ} множество

позиций, используемых для задания технологических и ресурсных ограничений. Так как выполнение технологических ограничений обязательно в любой постановке задачи, то $\bigcup_{\varepsilon \in \mathcal{E}} L^\varepsilon \subseteq P$. Кроме того, в множество P_b включим те позиции из $\bigcup_{h \in H} P^h$, для которых требуется выполнение жестких ресурсных ограничений. В каждом такте τ функционирования сети образуется множество готовых к запуску переходов $\{(t, u'(t, \tau)) \mid t \in T, u'(t, \tau) > 0\}$. Оператор \mathfrak{J}_1 , реализующий правила предпочтения, должен выбрать из этого множества переходы, которые будут запущены в такте τ , то есть сформировать значения $u(t, \tau) \leq u'(t, \tau)$ такие, что для любой позиции сети $p \in P_b$ выполняется неравенство $\mu(p, \tau) > 0$. В традиционных эвристических методах предполагается специализация работ и одноместность ресурсов [76]. В этом случае множество готовых к запуску работ распадается на непересекающиеся подмножества работ, использующих один и тот же ресурс; в каждом подмножестве конфликты разрешаются независимо на основании локальных приоритетов. В модели, представленной сетью Петри, работа может быть связана с несколькими ресурсами, необходимыми для ее выполнения. Ресурсный конфликт готовых к запуску работ имеет сложную структуру. Пусть оператор \mathfrak{J}_1 формирует значения вектора $\bar{u}(\tau)$, учитывая состояние сети, готовность переходов к запуску и используя правила вычисления приоритетов, согласованные с постановкой задачи. Тогда схему имитации динамики сети для формирования расписания запуска работ можно представить в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'(p, \tau) = \mu(p, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau - D(t)) + \alpha_p^\tau, \quad p \in P, \\ u'(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P_b, (p, t) \in F} \mu'(p, t)^{w(p, t)}, \quad t \in T, \\ \bar{u}(\tau) = \mathfrak{J}_1(\mu'(\tau), \bar{u}'(\tau)), \end{array} \right. \quad (3.17)$$

$$\left| \begin{array}{l} \mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot u(t, \tau), \quad p \in P, \\ \omega(t) = \omega(t) + u(t, \tau), \quad t \in T, \\ \tau = \tau_0, \tau_0+1, \dots, \tau^*. \end{array} \right.$$

Множество троек $\{(t, \theta_t, u(t, \theta_t)) \mid t \in T, u(t, \theta_t) > 0\}$, полученных в результате выполнения рекуррентных вычислений, представляет собой субоптимальное расписание запуска работ. Вычислительная сложность схемы составляет $\circ(m^2 \cdot n \cdot \Delta\tau) \cdot \mathcal{C}(\mathfrak{Y}_1)$, где $m = |P|$, $n = |T|$, $\Delta\tau = \tau^* - \tau_0$ – количество тактов в плановом периоде, $\mathcal{C}(\mathfrak{Y}_1)$ – вычислительная сложность приоритетных правил.

Рассмотрим способы реализации оператора \mathfrak{Y}_1 , выполняющего выбор работ для запуска. Ввиду сложности ресурсных конфликтов приоритеты должны быть заданы не для каждой отдельно взятой работы, а на всем множестве $\{\bar{u}(\tau) \mid \bar{u}(\tau) \leq \bar{u}'(\tau)\}$. Пусть функция $p(\bar{u}(\tau))$ вычисляет глобальное значение приоритета на текущем шаге моделирования. Во многих случаях функция $p(\bar{u}(\tau))$ может быть представлена в линейной форме (Приложение 2.4). Тогда выбор множества работ для запуска составляет задачу целочисленного линейного программирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \sum_{t \in T, (p, t) \in F, u'(t, \tau) > 0} w(p, t) \cdot u(t, \tau) + \mu'(p, \tau) \geq 0, \quad p \in P_b, \\ u'(t, \tau) - u(t, \tau) \geq 0, \quad t \in T, \\ p(\bar{u}(\tau)) \rightarrow \max. \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Неизвестными являются $u(t, \tau)$. Задачи линейного программирования имеют асимптотически экспоненциальную сложность [57, 58]. Однако, относительно малая размерность множества $\{u'(t, \tau) \mid u'(t, \tau) > 0\}$ в каждом такте моделирования позволяет практически использовать описанный метод. Переход $t \in T^\varepsilon$, $\varepsilon \in \mathbb{E}$ запускается один раз для ПУЕ (ε, k) , $\varepsilon \in \mathbb{E}$, $0 < k \leq \mathfrak{Q}'(\varepsilon)$, поэтому размерность задачи линейного программирования приближенно равна

$$\sum_{\varepsilon \in \mathcal{E}} |T^\varepsilon| \cdot \mathfrak{Q}'(\varepsilon) / \Delta \tau.$$

Для уменьшения вычислительной сложности процесса имитации целесообразно упростить схему (3.17) за счет использования локальных функций предпочтения, на основе которых выполняется последовательный выбор работ для запуска. Такую схему имитации можно представить рекуррентной системой:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'(p, \tau) = \mu(p, \tau-1) + \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau - D(t)) + \alpha_p^\tau, \quad p \in P, \\ u(t, \tau) = 0, \quad t \in T, \\ u'(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P_b, (p, t) \in F} \mu'(p, \tau)^{w(p, t)}, \quad t \in T, \\ t' = \mathfrak{J}_z(\bar{\mu}'(\tau), \bar{u}'(\tau)), \\ t' \neq \Lambda, \\ \mu'(p, \tau) \Big|_{(p, t') \in F} = \mu'(p, \tau) - w(p, t'), \\ u(t', \tau) = u(t', \tau) + 1, \\ \omega(t') = \omega(t') + 1, \\ \mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau), \quad p \in P, \\ \tau = \tau_0, \tau_0 + 1, \dots, \tau^*, \end{array} \right. \quad (3.19)$$

где \mathfrak{J}_z – оператор, реализующий набор локальных правил предпочтения, путем выбора очередного перехода для запуска. Генерация пустого значения Λ соответствует завершению процедуры запуска работ в текущем такте. Вычислительная сложность схемы равна $\circ(m^2 \cdot n \cdot Q_{max} \cdot \Delta \tau) \cdot \mathfrak{C}(\mathfrak{J}_z)$, где $\mathfrak{C}(\mathfrak{J}_z)$ – сложность вычисления приоритета. Как правило, $\mathfrak{C}(\mathfrak{J}_z)$ выбирают равной константе.

Схемы имитации (3.17) и (3.19) построены непосредственно на основе уравнения состояния сети. Их вычислительная сложность зависит от количества тактов в плановом периоде. Возможны различные усовершенствования предложенных схем для организации на их основе практических алгоритмов имитации. Организация имитацион-

ного процесса по принципу "особых состояний" [7,76] рассмотрена в Приложении 2.3.

Вопросы формирования приоритетных правил широко обсуждались в литературе; наиболее распространенные функции предпочтения и их анализ приведены в [15,22,47,69,83]. Выбор приоритетных правил для решения задачи календарного планирования выполняется, исходя из интуитивных соображений. Для оценки качества приоритетных правил при решении определенных задач используется вычислительный эксперимент. Генерируется множество задач небольшой размерности. Решение каждой задачи выполняется точным и эвристическим методом. Среднее отклонение приближенного решения от точного характеризует качество приоритетного правила. При использовании множества приоритетных правил применяют процедуру рандомизации [15,45,69]. На каждом шаге моделирования выполняется случайный выбор функции приоритета либо нормированный приоритет используется как вероятность выбора запускаемой работы. На основе многократного построения расписания выполняется адаптация множества приоритетных правил к решаемой задаче. Адаптация базируется на направленном изменении параметров, используемых при вычислении приоритетов [45,69,83]. Применяются также многоуровневые схемы вычисления приоритетов [47]. Если конфликт не удается разрешить, используя правила первого уровня, то вычисляются функции предпочтения второго и следующих уровней. Таким образом, имеется многообразие постановок задачи календарного планирования и вариантов выбора схем имитации, адаптации и вычисления приоритетов для организации процесса их решения.

Интуитивный характер рекомендаций по построению алгоритма решения задачи требует использования методов теории искусственного интеллекта при разработке автоматизированных средств. Поэтому автоматизированная система оперативного управления должна располагать средствами интеллектуальной поддержки, позволяющими

ЛПР выполнять обоснованный выбор вариантов постановки задачи и способов ее решения на основании накопленного опыта. Структура базы знаний, на основе которой выполняется интеллектуальная поддержка процессов постановки задачи календарного планирования и построения эвристического алгоритма ее решения, обсуждена в разделе 3.4. В Приложении 2.4 построены функции предпочтения, которые могут быть применены для решения задач календарного планирования в рассмотренных постановках на основе полученных схем имитации динамики процессов.

Таким образом, в настоящем разделе выполнена классификация основных постановок задачи календарного планирования, построены схемы имитации и функции предпочтения для реализации эвристических методов ее решения на основе информационных моделей производственных процессов в форме временных нагруженных сетей Петри.

3.4. Построение человека-машинного алгоритма оперативного управления дискретным производством

Основным элементом конструирования иерархических систем оперативного управления является *типовой модуль*, архитектура которого рассмотрена в разделе I.3 диссертационной работы. Модуль предназначен для решения задач управления в подразделении производственной системы, находящемся на определенном уровне иерархии. Наличие в составе типового модуля мощных средств адаптации к среде функционирования обеспечивают разнообразие вариантов построения конкретных систем автоматизированного управления. Структуры некоторых практически реализованных и находящихся в промышленной эксплуатации систем приведены в разделе 4.2. Решение задач управления осуществляется в процессе взаимодействия человека, обладающего определенными знаниями и опытом, с модулем системы. Человеку, именуемому ЛПР (лицом, принимающим решения), отводится ведущая роль. С точки зрения ЛПР модуль системы представляет собой интегрированный набор инstrumentальных средств, снабженный удобным графическим интерфейсом. Поэтому алгоритм управления в системе жестко не регламентирован. Он определяется последовательностью решения задач планирования, учета, регулирования, выполняемой по запросам и при непосредственном участии ЛПР.

Особенностью подхода к построению систем оперативного управления, предложенного в диссертационной работе, является использование временных нагруженных сетей Петри в качестве модели производственных процессов, а также методов представления и обработки знаний для интеллектуализации инструментальных средств. В предыдущих разделах главы были рассмотрены вопросы построения сетевой модели и решения задач оперативно-календарного планирования на сетях Петри. Однако, динамика реальных процессов отличается от запланированной. Это требует сбора, хранения и отображения

информации о фактическом состоянии производства. На основе сопоставления планового и фактического состояний выполняется регулирование производственных процессов. В соответствии с гипотезой разделимости Н.Н.Моисеева [40], регулирование состоит в нахождении управляющих воздействий, устраниющих отклонение системы от запланированной траектории. Зачастую выдержать ограничения ранее составленного плана не представляется возможным. Поэтому в процессе диспетчерского управления возникает необходимость многократного решения задач планирования от некоторого, достигнутого на текущий момент времени, состояния производственной системы. При этом ставится дополнительное условие минимально возможной корректировки, выданных ранее и принятых к исполнению подчиненными подразделениями, плановых заданий. Характерной особенностью условий функционирования модуля системы управления является непрерывный поток дополняющих и корректирующих друг друга директивных плановых заданий, представляющих собой управляющие воздействия подразделения вышестоящего уровня иерархии.

Моделирование производственных процессов сетями Петри позволяет организовать решение всего комплекса задач оперативного управления. Информация о выполнении работ и фактическом наличии ресурсов, поступающая от подразделений, модифицирует текущее состояние модели. Для наглядного сопоставления фактического и запланированного состояний удобно использовать временные диаграммы запуска работ и загрузки ресурсов, различные интегрированные показатели. При отображении на экран сети большой размерности фрагментируются по планово-учетным единицам и подразделениям, используется режим движущегося окна. В целях наглядности графических изображений часть элементов сети может отображаться лишь по запросам пользователя, например, порядок потребления ресурсов работами по изготовлению ПУЕ. Примеры графических форм практической реализации системы управления приведены в Приложении

3. Принятие диспетчерских решений приводит к модификации модели и требует повторного решения задач планирования. При этом в качестве дополнительных ограничений могут использоваться директивные сроки ранее выданных плановых заданий, которые необходимо выдержать в процессе регулирования производства. Модификация состояния, в отличие от традиционных сетевых методов, не требует изменения структуры модели. Это позволяет в любой момент функционирования системы выполнять имитацию динамики прямой и обратной сети, получая, таким образом, прогнозы и ретроспективы. Интеллектуальная поддержка охватывает не только этап построения модели, но также процессы принятия диспетчерских решений и планирования. На основе наглядных графических форм строятся средства интерактивной корректировки расписаний и плановых заданий. При этом модификация взаимосвязанных параметров и проверка допустимости корректировок выполняется автоматически по сетевой модели. Хранение множества моделей, расписаний, промежуточных состояний позволяет реализовать преемственность плановых заданий на различные временные периоды.

На основе разработанных методов решения задач планирования и регулирования построен *интерактивный алгоритм оперативного управления производственными процессами*, схема которого изображена на рис. 3.3. Слева показаны основные входные и выходные данные, в центральной части – действия системы управления, а справа – функции ЛПР. Следует учитывать, что функции ЛПР шире показанных на рисунке, так как человек сам выбирает последовательность действий.

Шаг I. Выполняется взаимодействие с вышестоящими либо находящимися на том же уровне иерархии подразделениями производственной системы. Первоначально полученный директивный план должен быть formalизован, т.е. преобразован в совокупность отображений $\mathfrak{Q}, \mathfrak{D}, \mathfrak{X}$ (раздел 3.1), на основании которых формируется модель. При использовании в вышестоящем подразделении автоматизированной системы управления план может выдаваться в formalизованном виде.

Кроме того, возврат к шагу I выполняется, если в результате решения задач планирования и регулирования ЛПР приходит к выводу о нереализуемости плановых заданий. Это требует модификации сроков сдачи ПУЕ либо порядка выделения ресурсов и согласовывается с вышестоящим подразделением.

Шаг 2. Построение либо модификация модели выполняется в соответствии с полученными либо измененными плановыми заданиями и диспетчерскими решениями, состоящими в нахождении внутренних резервов и перераспределении ресурсов. Способ построения сетевой модели подробно описан в разделе 3.1. ЛПР управляет выбором альтернативных прототипов и назначением фактических ресурсов. Происходит наполнение базы знаний, организующей процесс конструирования модели. При многократном выполнении этого шага действия системы могут быть полностью автоматизированы. Для решения задач управления на различных временных интервалах могут использоваться модели с различными уровнями детализации описания. Выбор уровня детализации является одной из функций ЛПР.

Шаг 3. Комплекс задач планирования включает в себя проверки реализуемости плановых заданий (раздел 3.2), построение субоптимальных расписаний запуска работ (раздел 3.3), выбор минимального набора ресурсов, обеспечивающего заданное расписание (раздел 3.2) и другие. Планирование выполняется от текущего состояния модели. Ввиду обилия вариантов постановки задачи оперативно-календарного планирования и эвристических схем их решения целесообразно обеспечить интеллектуальную поддержку процесса планирования. Кроме того, необходимы средства оценки полученных решений и непосредственной интерактивной корректировки расписаний ЛПР. Для этих целей предлагается использовать временные диаграммы запуска работ и использования ресурсов. Взаимосвязь элементов диаграммы определяется сетевой моделью. Локальные корректировки запускают моделирование прямых либо обратных сетей для поддержания непротиворечи-

вости расписания и его соответствия сетевой модели. Регулирование производства сводится к решению задач планирования при специальных дополнительных ограничениях либо целевых функциях, отражающих требование локализации возмущений. В большинстве случаев такие специальные требования могут быть выражены при помощи директивных сроков запуска либо завершения выделенного множества работ. Вывод об отсутствии допустимых решений задачи планирования может потребовать модификации модели либо плана вышестоящего подразделения, что отражено на рисунке.

Шаг 4. Формирование плановых заданий производится путем фрагментации построенного ранее расписания по подразделениям-исполнителям работ. Выдача плана может выполняться на бумажных, машинных носителях либо путем передачи сообщений по компьютерной сети. ЛПР выбирает графические либо табличные формы представления плановых заданий, вносит текстовые дополнения, уточнения и утверждает показатели плана. Выполняется предварительное согласование плановых заданий с подчиненными подразделениями.

Шаг 5. Модификация состояния модели выполняется по данным о фактическом состоянии работ и ресурсов, поступающим из подразделений. При наличии автоматизированных средств учета на местах никаких дополнительных действий ЛПР по поддержанию актуальности состояния модели не требуется. Ведение состояния модели может производиться интерактивно специальным техническим персоналом. Так как одинаковые работы могут выполняться при изготовлении различных ПУЕ, то может возникать задача отнесения выполненной работы к определенной планово-учетной единице. Как правило, такие конфликты разрешаются на основании директивных сроков выпуска и коэффициентов важности ПУЕ.

Шаг 6. Состояние отображается непосредственно на сетевой модели путем указания маркировки и активности переходов. Однако, для ЛПР основное значение имеет сравнительная характеристика

фактического и запланированного состояний. Запланированное состояние определяется последним принятым к исполнению расписанием запуска работ и обеспечения ресурсов. Для первоначальной оценки состояния могут использоваться такие интегральные показатели, как суммарное время отставаний по всем ПУЕ и суммарные времена отставаний по отдельным ПУЕ. Если отклонения находятся в пределах нормы, то возобновляется цикл слежения, то есть происходит возврат к шагу 5. В противном случае, для подробного анализа отклонений может использоваться сопоставление планового и фактического состояний на сети, на временных диаграммах расписаний выполнения работ и использования ресурсов. Для выяснения влияния возникших отклонений на ход производственных процессов в будущем служат прогнозы, получаемые на основе имитации динамики прямой сети. При исследовании причин отклонений большое значение могут иметь ретроспективы, получаемые на основе имитации динамики обратной сети.

Шаг 7. Основное содержание этого шага алгоритма состоит в принятии решений о способах ликвидации отклонений от запланированной траектории. Генерация множества вариантов решений обеспечивается средствами интеллектуальной поддержки. Могут предлагаться различные способы изыскания внутренних резервов критических ресурсов, изменения целей планирования либо директивных плановых заданий, выданных вышестоящим подразделением. В большинстве случаев для ликвидации отклонений модифицируется модель, повторно решаются задачи планирования и выдаются дополнительные плановые задания в подчиненные подразделения.

Интеллектуальная поддержка должна охватывать весь процесс оперативного управления. Структура и формы представления знаний, необходимых для построения моделей, рассмотрены в разделах I.2 и 3.1 диссертационной работы. На рис. 3.4 изображена семантическая сеть, описывающая структуру и взаимосвязи знаний, необходимых для

эффективного решения задач планирования и регулирования производства. Стратегия управления формируется на основе сопоставления планового и фактического состояний и определяет возможные диспетчерские решения, правила модификации модели и постановку задач планирования. На основе многократного решения задач планирования в базе знаний формируются устойчивые зависимости между конкретным сочетанием множеств ограничений и целевых функций и определенными схемами имитации, адаптации и приоритетов. Основой формирования зависимостей являются статистические методы. Открытость базы знаний позволяет вносить в нее дополнения, аккумулируя таким образом опыт решения практических задач.

Таким образом, в настоящем разделе построен человеко-машинный алгоритм решения задач оперативного управления дискретным производством на временных нагруженных сетях Петри, сформирована структура средств интеллектуальной поддержки взаимодействия ЛПР и компьютерной системы.

Выводы

В настоящей главе построена технология решения всего комплекса задач оперативного управления на временных нагруженных сетях Петри. Это конструирование моделей и проверка их правильности; оперативно-календарное планирование; учет и контроль за ходом производственных процессов; регулирование и диспетчерское управление. Использование сетей Петри в качестве основной информационной модели дает ряд существенных преимуществ по сравнению с традиционными методами и обеспечивает эффективное взаимодействие специалиста в области управления с инструментальной компьютерной системой.

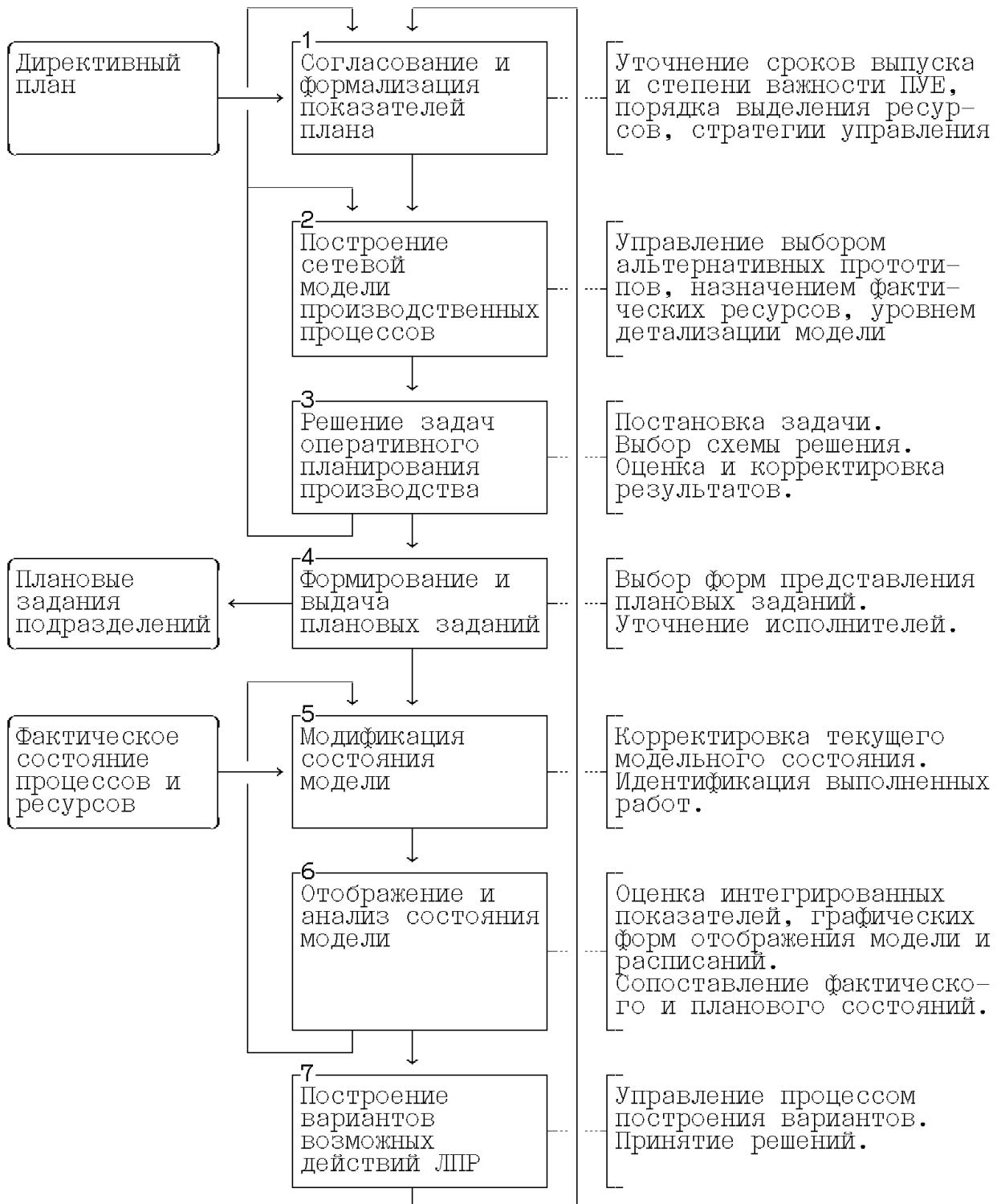


Рис. 3.3. Человеко-машинный алгоритм оперативного управления.

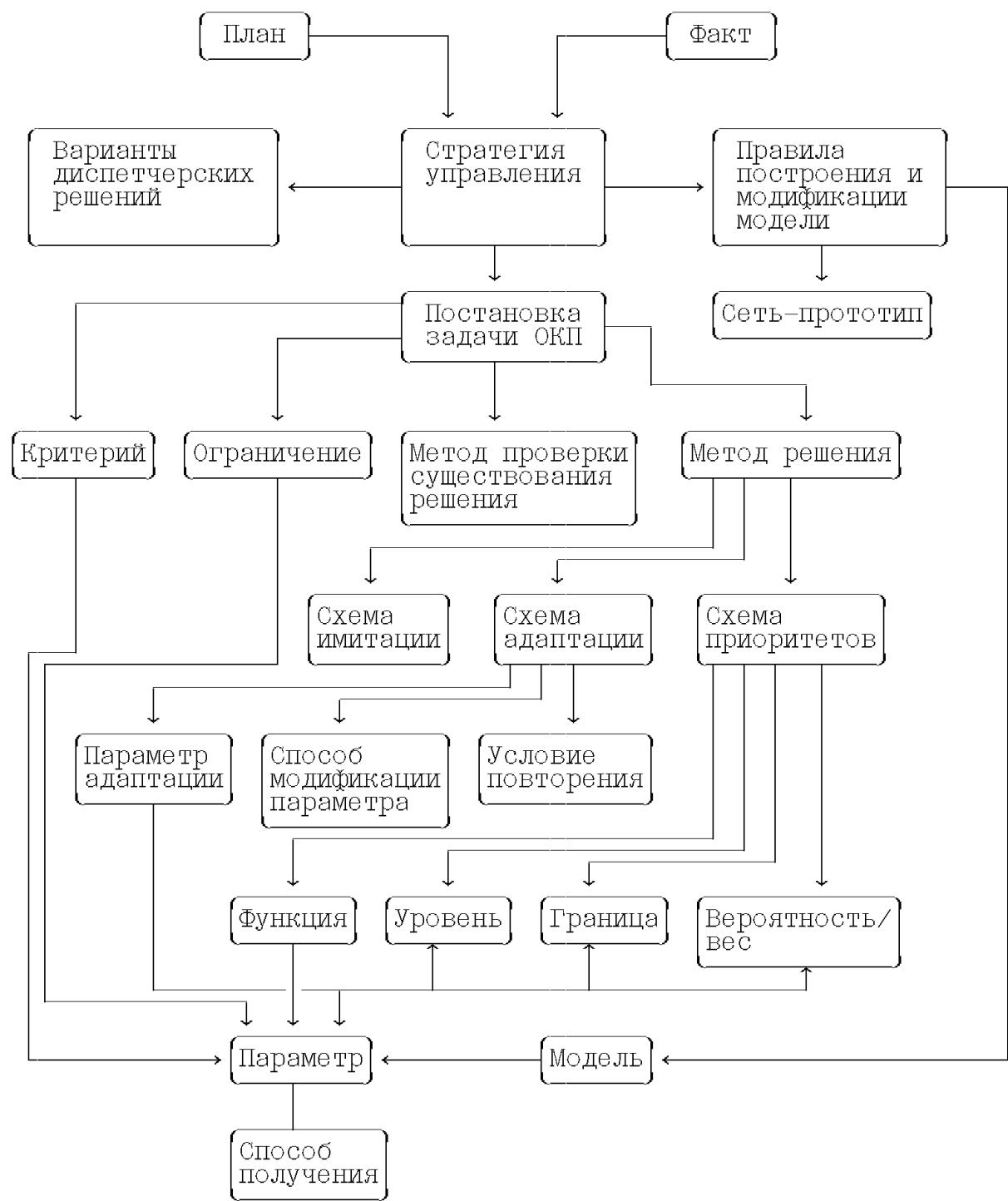


Рис. 3.4. Семантическая сеть базы знаний средств интеллектуальной поддержки.

4. Практическая реализация и эффективность предложенного подхода

4.1. Особенности программной реализации типового модуля системы оперативного управления

Программная реализация типового модуля системы оперативного управления, архитектура которого изображена на рис. I.5 и обсуждена в разделе I.3 диссертационной работы, потребовала обоснованного принятия ряда решений, удовлетворяющих многочисленным и, зачастую, противоречивым требованиям. Как инструментальное средство ЛР, модуль системы должен иметь относительно небольшое количество простых и прозрачных по своему назначению команд, сложные алгоритмические построения должны быть скрыты от конечного пользователя. Необходимо сохранить традиционные формы представления данных, используемые ЛР при безмашинной технологии управления. Поэтому концепция "что вижу, то и имею" [53] выбрана в качестве основного принципа конструирования интерактивных средств. Текущий объект, представленный на экране компьютера, определяет множество доступных команд, с помощью которых выполняется модификация объекта, отображение различных его аспектов. Основные объекты системы, такие, как сетевая модель, расписание запуска работ, использования и поставок ресурсов удобно представлять в графической форме. Это требует средств интерактивной машинной графики для реализации системы. Кроме того, большое влияние на эффективность интерактивного режима работы оказывает время отклика системы. Для выполнения основных интерактивных команд необходимо обеспечить время отклика в пределах нескольких секунд, что требует оптимизации алгоритмов и низкоуровневых средств их реализации.

В качестве среды функционирования системы выбраны наиболее

распространенные в настоящее время IBM PC – совместимые персональные компьютеры и операционная система MS-DOS. Однако, с учетом тенденции к постоянному сокращению времени обновления парка технических средств, должны быть учтены аспекты переносимости системы. Типовой модуль предназначен для функционирования как на верхних уровнях иерархии управления (производственно-диспетчерский отдел предприятия), так и непосредственно в цехах и на производственных участках. Ориентация на недорогостоящие компьютеры, располагающие ограниченным набором периферийных устройств, выдвинула существенные ограничения на используемые объемы оперативной и внешней памяти. Это потребовало минимизации размера типового модуля и структур базы знаний и данных, размещаемых на внешних носителях информации.

Перечисленная совокупность требований к типовому модулю не позволила выполнить его реализацию в среде одной из распространенных в настоящее время и располагающих широким спектром сервисных возможностей СУБД, например, Dbase, Rbase, Clipper, Paradox, Oracle. Основными препятствиями к их использованию явились избыточность представления данных и низкая скорость доступа, значительный объем исполняемых модулей, отсутствие эффективных средств разработки графического интерфейса. Программная реализация типового модуля выполнена в среде системы программирования Turbo C и графического пакета BGI фирмы Borland. Значительная трудоемкость реализации, связанная с разработкой собственных инструментальных средств построения пользовательского интерфейса, управления базой знаний и данных, имитации оправдана высокой эффективностью полученного исполнимого модуля системы, возможностью его переноса в среды других операционных систем (например, UNIX) и использова-

ния технических средств, отличных от IBM PC.

При разработке программной системы и ее внедрении на промышленных предприятиях была принята концепция поэтапной последовательной реализации основных принципов предложенного подхода. Это вызвано, с одной стороны, ограниченными ресурсами, используемыми в процессе разработки, а, с другой стороны, психологическими особенностями процессов автоматизации систем организационного управления, рассмотренными Дж. Фоксом [78]. Простота первоначальной версии и постепенность включения дополнительных функций позволяют избежать конфликтов с конечными пользователями средств автоматизации. Типовой модуль системы оперативного управления назван "Опера". Каждая версия модуля представляет собой определенный компромисс между универсальностью, уровнем интеллекта и простотой использования. Далее будет описана версия типового модуля "Опера 2.0", находящаяся в промышленной эксплуатации на трех предприятиях. В разделе 4.2 приведена архитектура реальных иерархических систем управления, построенных на основе модуля "Опера 2.0".

Рассмотрим особенности реализации архитектурных принципов построения системы (раздел I.3, рис. I.5) *в модуле "Опера 2.0".* Образы экранов модуля приведены в Приложении З (планово-учетной единицей является изделие). Исполнимый файл MS-DOS OPERA.EXE, имеющий оверлейную структуру, содержит основной набор инstrumentальных средств. Первоначальная адаптация выполняется в процессе генерации модуля, что позволяет минимизировать его состав, а, следовательно, и объем. Генерация представляет собой действие с большим периодом повторения (до нескольких лет) и проводится специалистом в области компьютерных технологий при

участии ЛПР. Генерация заключается в компиляции исходных текстов, написанных на языке Си с использованием средств условной трансляции препроцессора и компоновке модуля совместно с объектными библиотеками. Объектные библиотеки и библиотеки исходных текстов содержат множество решателей, форм диалога и отчетов, графических форм. Ядро библиотек составляет инструментарий разработки перечисленных выше средств, что позволяет расширять имеющийся набор возможностей в процессе адаптации. Для вызова редко используемых функций, а также для адаптации модуля в процессе его эксплуатации имеется диспетчер внешних функций, позволяющий запускать из среды системы любой исполняемый файл. Текстовый формат меню внешних функций позволяет средствами стандартных текстовых редакторов корректировать наименования функций и реализующих их исполняемых файлов. При вызове внешней функции средствами MS-DOS через параметры задачи передаются переменные, характеризующие среду вызова функции из "Оперы 2.0". Использование объектных библиотек позволяет без особых затруднений реализовать необходимые дополнительные функции в среде Turbo C, а также в среде другой системы программирования либо СУБД, обеспечивающей связь на уровне объектных модулей с Turbo C. Таким образом, ядро системы составляет исполняемый модуль OPERA.EXE; его адаптация выполняется при генерации; дополнительные средства адаптации обеспечивает диспетчер внешних функций.

Рассмотрим архитектуру модуля "Опера 2.0".

Подсистема общения и адаптации. Взаимодействие ЛПР и модуля системы выполняется посредством иерархического меню команд. Команды вызываются нажатием функциональных клавиш. Список доступных в текущий момент времени функций и соответствующих им

функциональных клавиш приведен в нижней строке экрана. По запросу пользователя вызывается режим помощи, предоставляющий подробные описания доступных функций. Структура меню фиксируется в процессе генерации. Меню внешних функций может корректироваться в процессе работы с системой. Формат экрана определяется объектом, с которым работает ЛРР, и выбранной формой представления объекта. С точки зрения пользователя имеются следующие объекты: список ПУЕ, прототип изготовления ПУЕ, таблица связей работ и ресурсов, план выпуска ПУЕ, состояние процесса изготовления ПУЕ, расписание запуска работ по изготовлению ПУЕ, список подразделений и их ресурсов, график наличия и использования ресурсов, план подразделения. Большинство объектов имеет табличную форму представления. Графически представлены прототипы (сеть), расписания (временная диаграмма), процессы изготовления ПУЕ (сеть). Генератор отчетов включает в себя набор форм оперативного и номенклатурного плановых заданий, фактического выполнения плана и загрузки ресурсов. В модуль OPERA.EXE включается ограниченный набор часто используемых форм отчетов. Дополнительные формы отчетов реализуются как внешние функции. Средства защиты ведут список пользователей, их паролей и приоритетов. При запуске системы выполняется идентификация пользователя. Приоритет определяет набор доступных функций.

Исполнительная подсистема включает в себя моделирование динамики прямых и обратных сетей, средства решения задач оперативно-календарного планирования и построитель сетей. В первоначальные версии системы включены средства решения задач ОКП в определенной постановке. Например, по рекомендации ЛРР постановка задачи включает в себя ограничения директивных сроков сдачи ПУЕ и минимизацию взвешенной суммы дополнительных ресурсов.

Построитель сетей выполняет размещение элементов прототипов на плоскости и трассировку связей. Задача, решаемая построителем, по своей постановке подобна задаче разводки печатных плат, однако, критерии ориентированы на наглядность и быстроту визуального восприятия сети. Моделирующая система запускается как в процессе решения задач ОКП, так и самостоятельно при интерактивных корректировках расписаний.

Подсистема представления знаний и данных. Абстрактные знания представлены множеством сетей-прототипов. Основу конкретных знаний составляет модель производственных процессов. Построение модели не требует копирования сетей-прототипов; создаются лишь счетчики запуска переходов и маркировок позиций, определяющие состояние модели. Это позволяет значительно сократить размер модели. Вторичным объектом конкретных знаний является расписание запуска работ. Расписания строятся последовательно в процессе имитации динамики сетевой модели и по мере составления сбрасывается на внешний носитель; поэтому не требуются дополнительные объемы оперативной памяти для хранения расписаний. В базе знаний и данных объекты хранятся в двух экземплярах – принятом и черновом; обеспечивается создание архивных копий. Управление производством выполняется в соответствии с принятыми копиями. Черновые копии служат для внесения корректировок, подготовки проектов плановых заданий. Имеется специальная привилегированная операция "принять", аналогичная утверждению документа. Многочисленные объекты данных, которые использует ЛПР для решения задач управления, являются виртуальными и эмулируются программно на основе объектов, хранимых в базе знаний и данных: прототипов, моделей, расписаний. Сети-прототипы можно рассматривать в качестве интеллектуального

набора колендарно-плановых нормативов (КПН).

При разработке типового модуля использованы алгоритмы решения задач управления на сетях Петри, рассмотренные в главе 3 диссертационной работы. Остановимся на особенностях, связанных с представлением сетевых моделей, конструированием и отображением графических форм, интерактивными корректировками плановых заданий.

Рассмотрим структуру данных, используемых для *представления сети-прототипа* изготовления ПУЕ. Основное решение, связанное с представлением сетей-прототипов, состояло в следующем: графически отображать лишь остов в ярусно-параллельной форме; порядок затрат и выпуска ресурсов отображать в виде текстовых атрибутов по запросам пользователя. Сеть размещается на прямоугольной решетке, образованной условными вертикальными линиями – ярусами и горизонтальными – строками. В каждом узле решетки может находиться работа либо промежуточная точка связи между работами, проходящей через несколько ярусов. Позиции, используемые для указания связей между работами, не отображаются и создаются автоматически. Ресурсные прототипы подразделений представлены в табличной форме. Прототип изготовления ПУЕ не содержит альтернатив и указывает на фактические ресурсы подразделений, для которых имеются ресурсные прототипы. Создание прототипов изготовления ПУЕ выполняется графическим редактором и построителем сетей. Структура данных, используемая для создания и представления прототипа изготовления ПУЕ представлена на рис. 4.1. Доступ к элементам сети выполняется посредством матрицы указателей, элементы которой соответствуют узлам решетки. Статическая матрица обеспечивает высокую эффективность работы с динамическими элементами, представленными многосвязными списками. Списочные структуры дают возможность не

ограничивать заранее количество связей каждой работы, применять простые алгоритмы модификации данных в процессе корректировок сети. Описатели работ создаются и уничтожаются динамически. Для каждой работы указывается идентификационная информация, временные характеристики и связи. Различаются связи между работами и связи с ресурсами подразделений. Прототип не содержит явно позиций, обеспечивающих связи между работами, однако, номер связи используется в качестве номера позиции в процессе моделирования. Связи с другими работами представлены списком и содержат координаты работы, в которую или из которой направлена связь, и координаты точки на следующем либо на предыдущем ярусе, через которую проходит связь. Координаты транзитных точек задают трассу дуги. Для каждой транзитной точки также создается список, позволяющий определить направление дуги, проходящей через точку и ее трассу. В описателе использования ресурса указываются уровни затрат ресурса при запуске работы и выпуска – при завершении. Так как прототип изображен в ярусно-параллельной форме, координаты точек входящих дуг имеют меньший номер яруса, а координаты точек исходящих дуг – больший номер яруса. Рассмотренная структура данных удовлетворяет требованиям простоты, удобства и эффективности организации алгоритмов построения, корректировки и использования сетей. Редактор сетей позволяет создавать и уничтожать в узлах решетки элементы прототипа, вводить атрибуты в динамически создаваемых окнах экрана, выполнять операции над фрагментами сетей. Построитель использует в качестве исходной информации таблицу связей работ и выполняет размещение сети на решетке. Информация о связях работ и их атрибутах может вводиться в модуль системы извне. Программная реализация построителя сетей

выполнена студентом А.А. Миланиным.

В "Опере 2.0" отсутствуют специальные функции построения модели. *Модель создается автоматически* и дополняется при внесении в систему новых прототипов. Начальная маркировка модели определяется планом выпуска ПУЕ. Состояние процессов задается маркировкой позиций, используемых для указания технологических ограничений, и счетчиками запуска переходов. Состояние ресурсов определяет маркировка ресурсных позиций. Поэтому для имитации динамики сетей достаточно основных структур данных, изображенных на рис. 4.2, что позволяет избежать дублирования сетей и сократить объем памяти, необходимой для хранения модели. Нумерация ПУЕ позволяет получить виртуальный объект, описывающий состояние отдельно взятой штуки ПУЕ в сетевой форме. Расписания, составляемые в процессе имитации динамики сетей, сбрасываются на внешний носитель и не хранятся в оперативной памяти. Расписание представляет собой совокупность времен запуска работ для всех запланированных штук ПУЕ и однозначно определяет порядок потребления ресурсов. На основе расписаний получают такие экранные формы, как временная диаграмма выполнения работ, временная диаграмма загрузки ресурсов и другие.

Графическая форма задается описателем, формат которого приведен на рис. 4.3. Для вывода графических объектов реализован режим движущегося окна с масштабированием при отображении в область вывода экрана. Управление положением окна выполняется при помощи курсора, а также командами установки масштаба и точки привязки. Для текущего элемента, отмеченного курсором, обеспечивается вывод атрибутов в динамически создаваемых окнах. Добавление новой графической формы состоит в разработке процедур разметки экрана, вывода рисунка и атрибутов, управления курсором. Параметры

рисунка определяются на основе известных элементов базы знаний и данных.

Для выполнения быстрых корректировок расписаний в дополнение к процедурам, реализующим алгоритм имитации динамики прямых и обратных сетей, разработаны специальные рекурсивные процедуры, сохраняющие целостность и непротиворечивость расписания путем локализации внесенных изменений. Изменение срока запуска некоторой работы вызывает обход дерева, образованного связанными работами, и корректировку их сроков запуска либо вывод предупреждения, если нарушаются ограничения текущего момента времени либо директивного срока сдачи ПУЕ.

Таким образом, в настоящем разделе рассмотрены особенности программной реализации типового модуля системы оперативного управления, обоснованы принятые проектные решения.

4.2. Построение распределенных систем оперативного управления на основе типового модуля

Общность задач оперативного управления, решаемых на различных уровнях иерархии производственной системы, возможность использования однотипных моделей, различающихся лишь степенью агрегации исходной пооперационной технологической схемы, позволяют применить единый *типовoy модуль* для решения локальных задач управления в различных подразделениях предприятия. Наличие в составе модуля средств адаптации и взаимодействия с внешними средами дает возможность конструировать иерархические системы управления на основе модульного принципа. В простейшем случае взаимодействие модулей может быть организовано путем транспортировки машинных носителей информации (дискет). В процессе автоматизации возможно

использование имеющегося на предприятии комплекса технических средств вычислительной техники, например, СМ либо ЕС. Наилучшие результаты получают при использовании локальных быстродействующих сетей ПЭВМ.

В простейшем случае типовой модуль может применяться автономно в отдельном подразделении. Такой вариант реализации приемлем для небольших предприятий, в которых функции оперативного планирования и регулирования локализованы в одном подразделении, а также при опытной эксплуатации системы в пределах одного подразделения либо в процессе поэтапной автоматизации управления. Схема функционирования типового модуля в контуре оперативного управления приведена на рис.4.4. Основной цикл управления включает в себя сбор информации, формирование управления и его выдачу на объект. Подготовка модуля к работе состоит в наполнении базы знаний путем создания сетей-прототипов.

Локальный типовой модуль применен для автоматизации межцехового планирования и оперативного управления на Стахановском машиностроительном заводе. Модуль функционирует в производственно-диспетчерском отделе предприятия. Сравнительно небольшая номенклатура и состав изделий позволяют использовать технологическую схему с малой степенью агрегации. Формирование сменно-суточных заданий выполняется бюро планирования цехов на основе оперативных планов, выводимых на бумажные носители информации.

На рис.4.5 изображена структура локальной неоднородной сети ЭВМ, в среде которой типовой модуль применен для автоматизации межцехового и частично внутрицехового планирования на заводе "Топаз" (г.Донецк). При включении модуля в информационную среду предприятия использованы действующие подсистемы учета материалов и

календарно-плановых нормативов. Линии связи терминалов, подключенные к ЭВМ СМИ420 посредством мультиплексоров, применены для организации взаимодействия персональных компьютеров между собой и с другими подсистемами АСУ. Межмашинную связь выполняет программный пакет KERMIT-11. Как внешние функции модуля "Опера 2.0" реализованы: передача календарно-плановых нормативов, на основе которых выполняется автоматическое построение прототипов; обновление фактического состояния процессов и ресурсов в соответствии с данными, поступающими в подсистему учета из складовых цехов и складов; обмен информацией между компьютерами, выполняющими межцеховое и внутрицеховое планирование. Модуль системы, находящийся в производственно-диспетчерском отделе (ПДО), специализирован на межцеховом планировании и регулировании производства. Планово-учетной единицей является изделие, а работы сети-прототипа представляют действия подразделения по изготовлению комплектов деталей и узлов. В результате межцехового планирования формируются планы выпуска подразделений предприятия и передаются посредством линий связи в персональные компьютеры, установленные в цехах. Планово-учетной единицей цехового компьютера является комплект деталей и узлов; работы сети-прототипа представляют процессы изготовления деталей и сборки узлов. Полученный в цехе подетальный план выпуска доводится до участков и является исходной информацией для формирования сменно-суточных заданий. Целостность обратной связи, отображающей фактическое состояние процессов и ресурсов, обеспечивается подсистемой учета СМИ420. Автоматизация оперативного управления на предприятии выполнена поэтапно. Вначале модуль системы применен для межцехового планирования, затем, дополнительно, в нескольких цехах. Функции управления производст-

венными участками частично автоматизированы цеховыми модулями системы. В дальнейшем планируется перенос функций, реализуемых СМ ЭВМ, на сеть персональных компьютеров, а также внедрение модулей системы на производственных участках.

В производственном объединении "Моторостроитель" (г.Запорожье) типовой модуль функционирует в среде локальной сети ПЭВМ (рис.4.6). Функции межцехового и внутрицехового планирования локализованы в отделе научной организации производства и техники управления (ОНПТУ). Получаемый в результате подетальный план выпуска доводится до подразделений (цехов), его выполнение контролируется производственно-диспетчерским отделом (ПДО). В настоящее время "Опера 2.0" функционирует на компьютерах, установленных в ОНПТУ. Сформированные плановые задания по быстрым линиям связи передаются в цеха и в ПДО. Персональные компьютеры ОНПТУ специализированы, за ними закреплены функции межцехового либо внутрицехового планирования. Локализация планирующих функций позволяет добиться высокой согласованности плановых заданий.

Таким образом, за счет модульного принципа комплектации систем управления и развитых средств адаптации типового модуля обеспечивается гибкость и многовариантность способов практической реализации, использование разнообразных структур технических средств, сопряжение с действующими подсистемами АСУ предприятия.

4.3. Эффективность предложенного подхода

Предложенный подход имеет ряд существенных преимуществ по сравнению с традиционными методами построения систем оперативного управления дискретным производством. Эффективность функционирования в реальном масштабе времени разработанных на его основе

программных средств обеспечивают:

1. Формализация основной модели и методов решения задач.
2. Интеллектуализация инструментальных средств.
3. Комплексное применение интерактивной машинной графики.
4. Модульный принцип построения распределенных систем.

Применение временных нагруженных сетей Петри в качестве модели производственных процессов позволяет представлять дополнительно конвейерные и альтернативные процессы, сложные ресурсные отношения. Традиционные способы постановки задач оперативного планирования выросли из теории расписаний и в значительной степени обусловлены первоначальными обнадеживающими результатами, в особенности, полученным Джонсоном точным решением задачи двух станков. Исследователи максимально ограничивали изобразительную мощность модели в надежде отыскать точное решение либо получить приближенное решение с гарантированной оценкой погрешности. Однако, как показал опыт, даже простейшие постановки задачи теории расписаний типа "станки–детали" не имеют эффективных точных методов решения. Единственно пригодными для решения практических задач оказались эвристические методы. Ориентация на эвристические методы решения позволяет учесть дополнительные аспекты предметной области без увеличения вычислительной сложности процесса нахождения решений. Конвейерность является характерной чертой реальных производственных процессов и выражается в постоянном возобновлении действий, непрерывном выпуске продукции. Отображение конвейерных процессов на сетевом графике требует многократного дублирования элементов. Так, например, изготовление нескольких штук ПУЕ в плановом периоде приводит к включению в модель дублей работ для каждой штуки. Динамичное изменение

параметров конвейерности приводит к необходимости постоянных реорганизаций модели. Если применяются сети Петри, то при неизменной номенклатуре модель остается постоянной, изменяется лишь поток маркеров, проходящий через модель, и маркировка ресурсных позиций. Добавление новых штук ПУЕ в план сводится к добавлению маркера в специальную стартовую позицию. Работы, входящие в агрегированную технологическую схему, как правило, требуют несколько ресурсов для своего выполнения. Кроме потребляемого и восстанавливаемого типов ресурсов на практике имеет место частичное потребление ресурса, а также захват ресурса для выполнения нескольких работ. Частичное потребление характерно для инструмента, оснастки; для транспортировки и обработки заготовки размещаются в специальных контейнерах, возможно выполнение нескольких работ на одном станке со сменой инструмента и дополнительного оборудования. Сеть Петри на основе минимального набора элементов – позиция, переход, дуга – позволяет изобразить все многообразие типов процессов и ресурсных отношений. Понятия состояния и динамики входят в определение сети Петри. Состояние сети отображает состояние моделируемого объекта, а корректировка состояния в темпе реализации производственных процессов не требует модификации структуры сети. Это позволяет легко получать прогнозы и ретроспективы путем имитации динамики прямых и обратных сетей. Динамика сети представлена формально уравнением состояния и полностью соответствует динамике реальных процессов: работа запускается лишь при наличии всех необходимых для ее выполнения ресурсов. Линеаризация уравнения состояния дает возможность проверять совместимость постановки задач календарного планирования на основе решения систем линейных уравнений и неравенств. Для

построения эвристических алгоритмов решения задач календарного планирования необходимо дополнить уравнение состояния схемой вычисления приоритетов работ.

Эффективность предложенного подхода также определяется интеллектуализацией инструментальных средств оперативного управления. Сети-прототипы представляют собой интеллектуальный аналог системы календарно-плановых нормативов и позволяют автоматизировать процесс конструирования адекватных моделей. База знаний содержит рекомендации по выбору диспетчерских решений, постановке задачи календарного планирования, определению необходимых схем имитации, адаптации и приоритетов. В базе знаний накапливается опыт решения практических задач управления производством.

Комплексное применение средств машинной графики позволяет в наглядной и компактной форме представлять большие объемы информации, сохранить традиционные формы документов, используемые в безмашинной технологии управления, и, таким образом, сделать интерфейс системы дружественным, удобным в работе. Схема, рисунок всегда использовались для быстрого восприятия объекта в целом. Сеть Петри имеет графический образ, характеризующий состояние моделируемого объекта и варианты его поведения. Дополнительные графические формы, такие, как временная диаграмма выполнения работ и использования ресурсов, позволяют наглядно сопоставить запланированное и фактическое состояние процессов, организовать интерактивные корректировки планов. Набор используемых графических форм является открытым. Добавление новой графической формы выполняется путем заполнения структуры данных, написания процедур разметки экрана и сопоставления элементам рисунка параметров

объектов базы знаний и данных.

Модульный принцип комплектации и наличие в составе типового модуля средств адаптации к информационной среде и особенностям технологии управления обеспечивают гибкость при построении реальных распределенных систем управления. Использование типового модуля на различных уровнях иерархии производственной системы позволяет снизить затраты на автоматизацию управления и выполнять поэтапное наращивание технических средств. Снижению затрат также способствует единая методология управления в рамках предприятия.

Эффективность предложенного подхода подтверждена успешными примерами его практической реализации. Типовой модуль "Опера 2.0" находится в промышленной эксплуатации на Донецком заводе "Топаз", в Запорожском производственном объединении "Моторостроитель", а также на Стахановском машиностроительном заводе.

Получены следующие характеристики функционирования программной системы "Опера" при автоматизации межцехового планирования на заводе "Топаз" (ПЭВМ – IBM PC AT). Размерность решаемых задач: номенклатура – 20 изделий; размер агрегированной технологической схемы изготовления одного изделия – 250 работ; количество единиц (партий) каждого изделия в максимальном планово-учетном периоде (один год) – 200 штук; количество подразделений – 20; количество агрегированных ресурсов – 50. Среднее время автоматического построения плана (расписания) – 3.5 час; выполнения одной интерактивной корректировки плана (изменения срока запуска работы) – 2 секунды. Применение инструментальной компьютерной системы повышает эффективность процессов оперативного планирования и диспетчерского управления в 1.7–9 раз.

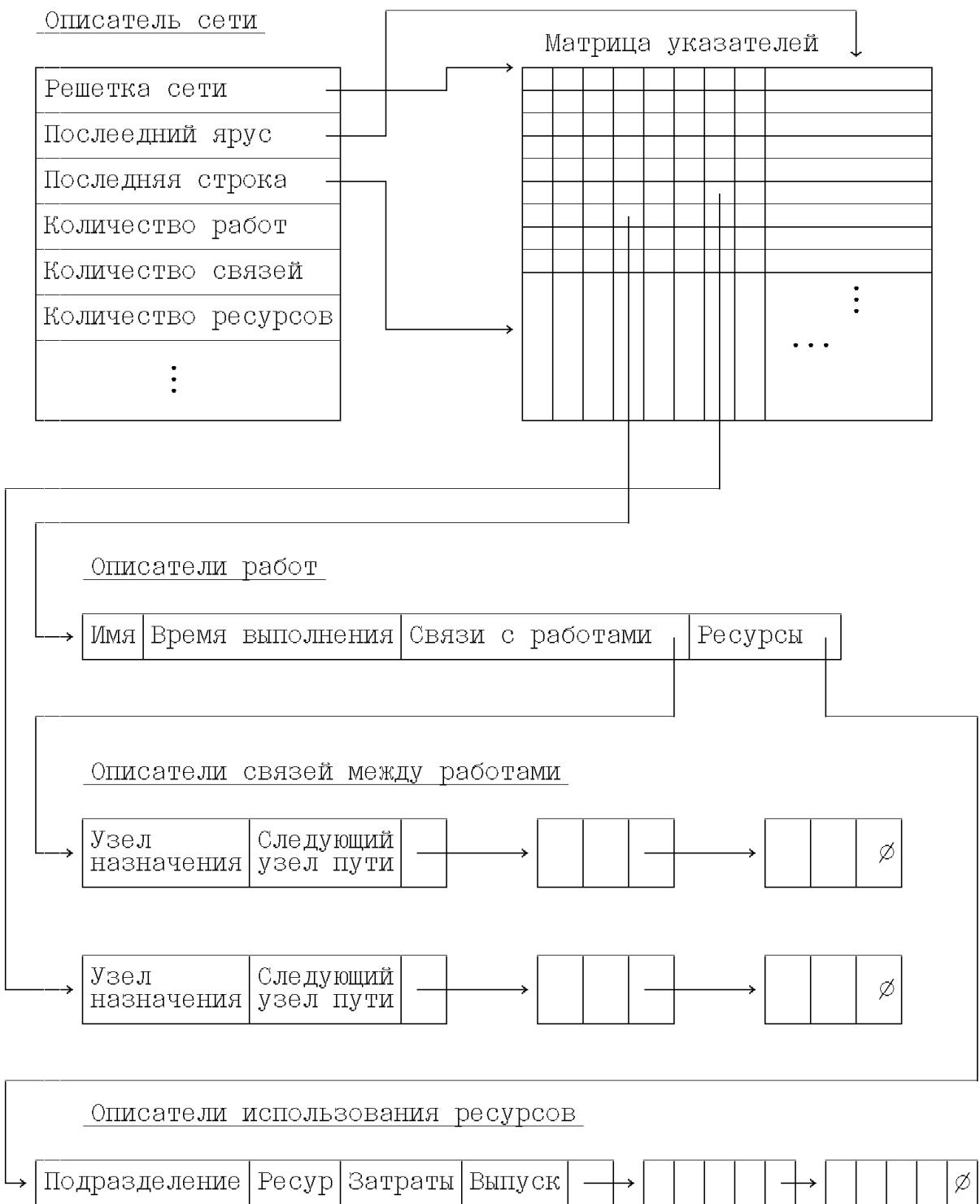


Рис. 4.1. Структура данных для представления сети-прототипа.



Рис. 4.2. Структуры данных для представления состояния модели и имитации ее динамики

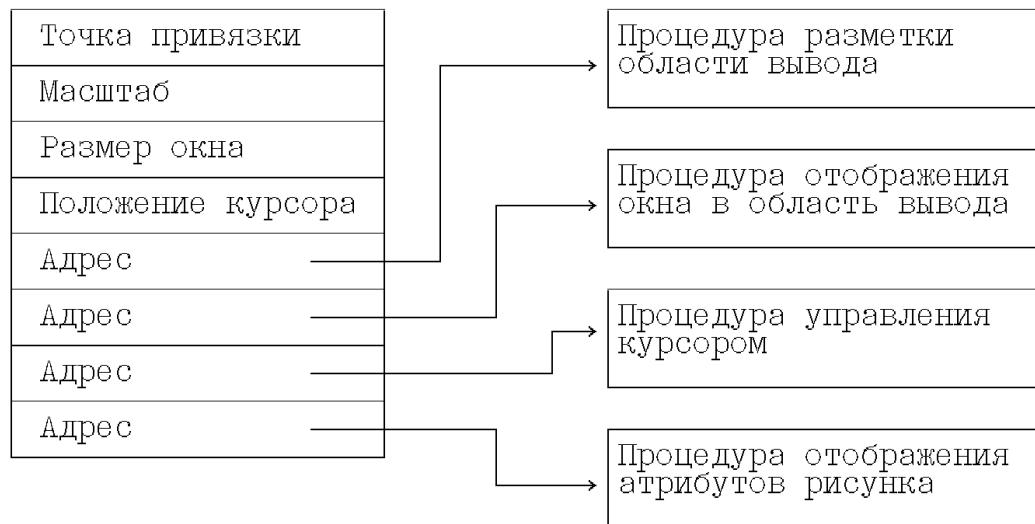


Рис. 4.3. Основные элементы описателя графической формы.

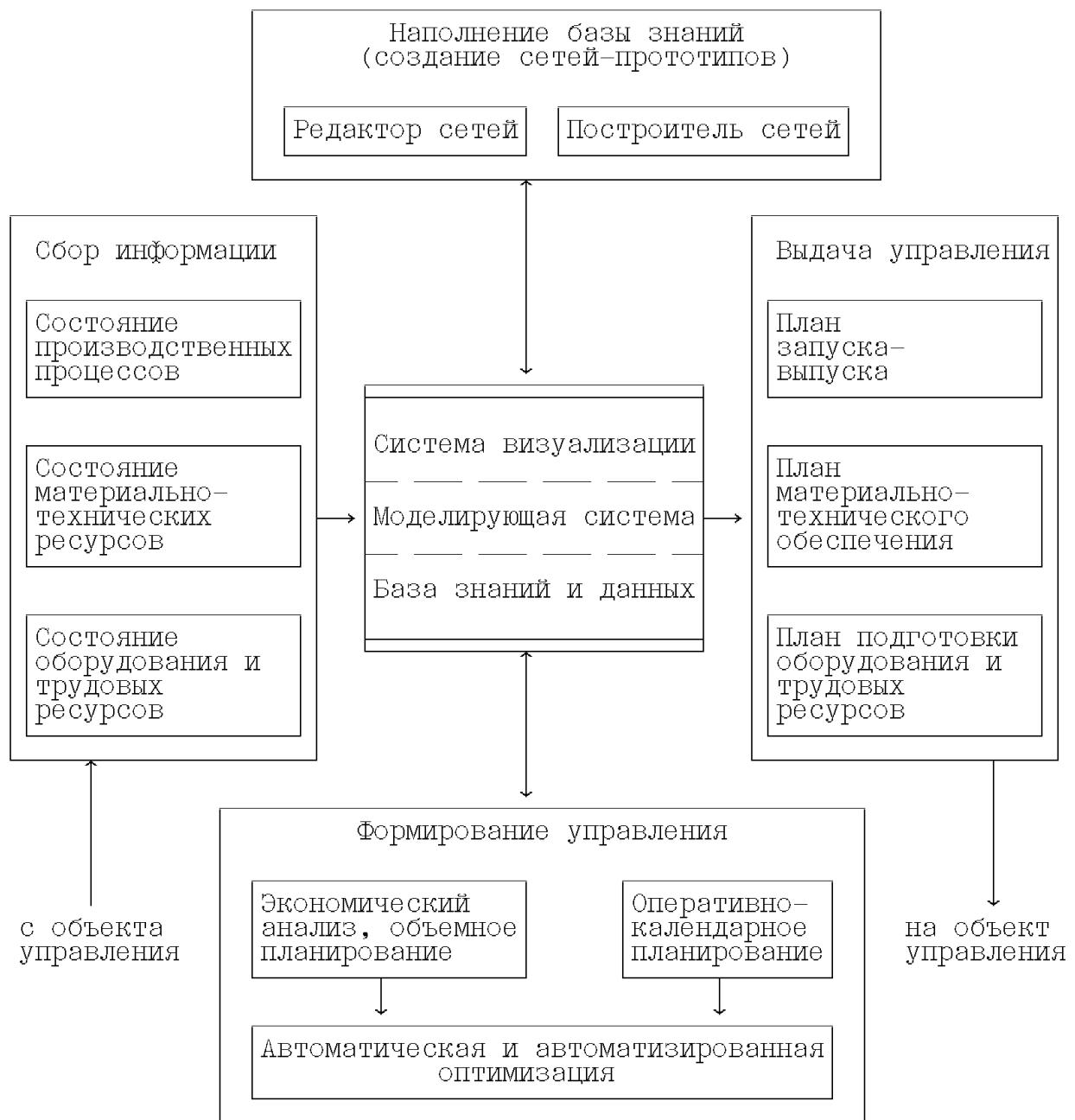


Рис. 4.4. Схема функционирования типового модуля в контуре оперативного управления.

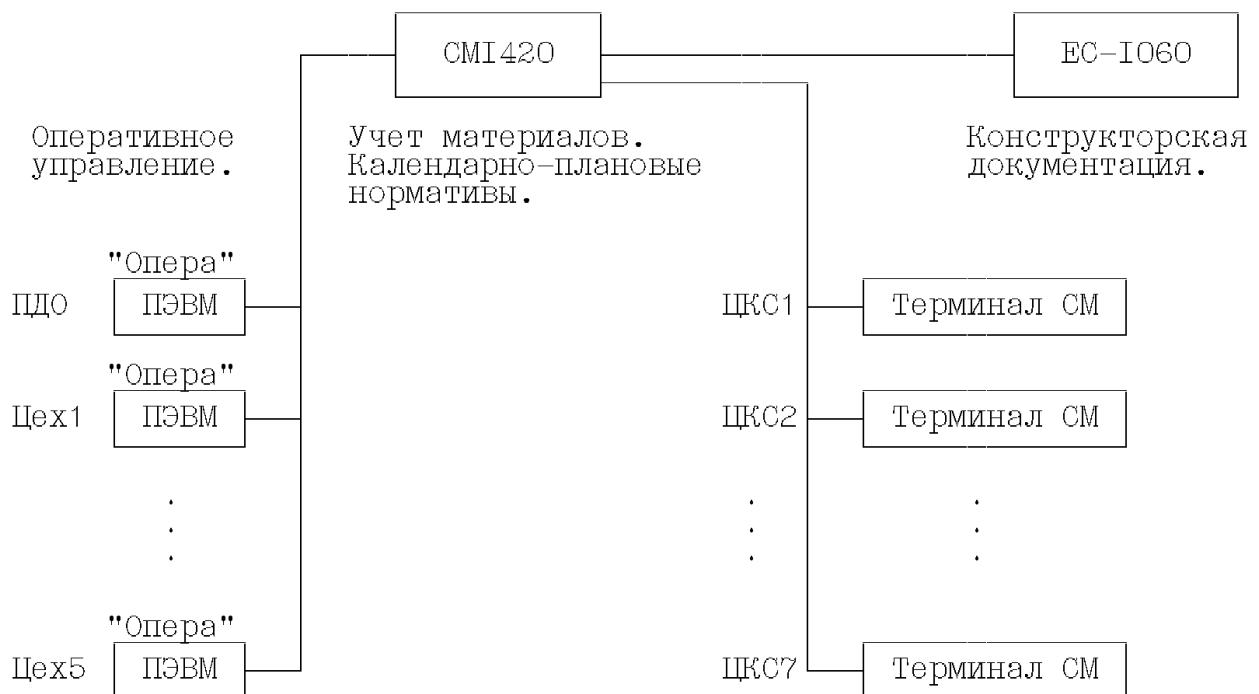


Рис. 4.5. Структура неоднородной сети АСУ завода "Топаз".

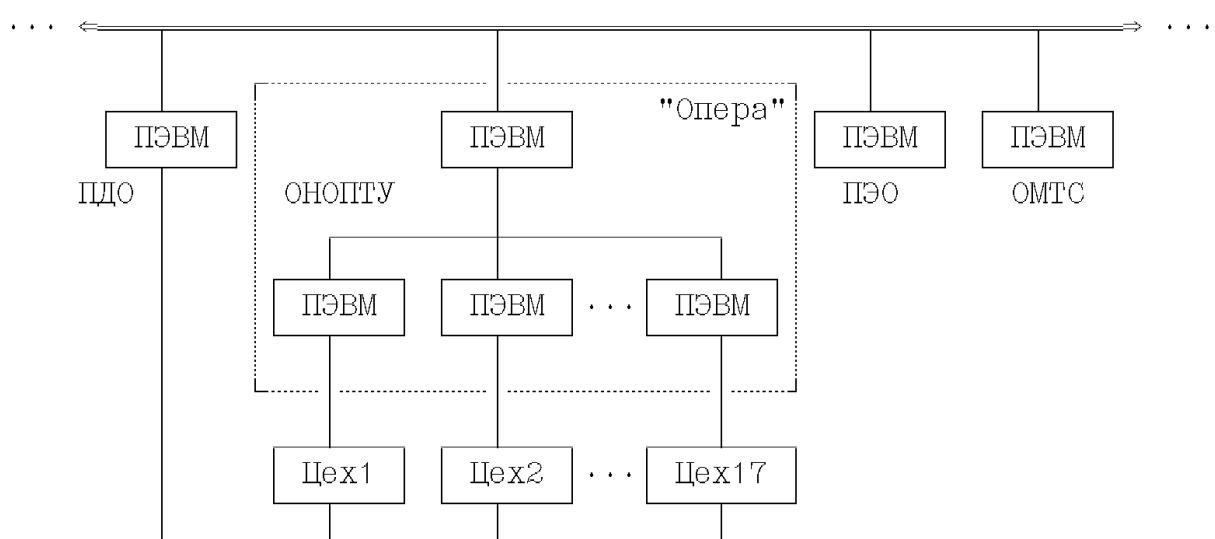


Рис. 4.6. Структура локальной сети ПЭВМ АСУ ПО "Моторостроитель".

Заключение

В диссертации получены следующие основные научные и практические результаты:

1. На основе анализа комплекса задач оперативного управления дискретным производством, традиционных методов их решения и существующих средств автоматизации, возможностей, предоставляемых широким распространением персональных компьютеров, обоснована необходимость поиска новых подходов к построению автоматизированных систем оперативного управления.

2. Предложен подход к построению средств автоматизации оперативного управления дискретными производственными процессами на основе интеграции методов теории сетей Петри, искусственного интеллекта, эвристических методов теории расписаний и средств интерактивной машинной графики.

3. Впервые введен класс временных нагруженных сетей Петри с многоканальными переходами и разработаны формальные методы исследования их свойств. Динамика сети описана уравнением состояний и приближенной системой линейных уравнений и неравенств. Получены необходимые условия достижимости, ограниченности, живости, определены инварианты сети. Установлена связь между свойствами прямых и обратных сетей.

4. Разработаны методы исследования функциональных зависимостей, представленных времennymi нагруженными сетями Петри. Введен подкласс простых сетей, для которого получена явная форма записи вычисляемой сетью функции. Рассмотрен базис алгебраических операций, реализуемых временной сетью. Разработаны алгебраические методы эквивалентных формульных преобразований временных нагруженных сетей.

5. Разработаны методы конструирования сетей на основе абстрактных знаний – прототипов, позволяющие автоматизировать процессы построения и модификации сетевых моделей. Сети-прототипы

представляют собой интеллектуальный аналог системы календарно-плановых нормативов. Уравнения состояний временных нагруженных сетей Петри применены для исследования совместимости систем ограничений оптимизационной задачи календарного планирования в целях определения выполнимости плановых заданий аналитическими методами (без использования имитации динамики процессов).

6. Исследованы различные постановки задачи календарного планирования на сетях Петри. Предложен способ получения эвристических схем их решения путем дополнения уравнения состояний прямой либо обратной сети набором функций предпочтения. Обоснована необходимость применения глобальных функций предпочтения для разрешения сложных ресурсных конфликтов в сетях Петри. Задача выбора множества запускаемых работ с помощью глобальной функции предпочтения представлена как задача целочисленного линейного программирования. Предложены упрощенные эвристические схемы, обеспечивающие полиномиальную сложность вычислений.

7. Разработан человеко-машинный алгоритм решения комплекса задач оперативного управления на сетевых моделях Петри. Выбраны формы интерактивного взаимодействия специалиста в области управления с инструментальной компьютерной системой. Определена структура базы знаний средств интеллектуальной поддержки процесса решения задач планирования и регулирования производства.

8. Разработан типовой модуль ("Опера"), который применен для построения иерархических систем управления на машино- и приборостроительных предприятиях. Экономический эффект обуславливается сокращением издержек производства за счет повышения качества планирования, оперативности и обоснованности диспетчерских решений, активного характера взаимодействия ЛПР с компьютерной системой.

В заключение необходимо отметить, что результаты диссертации можно использовать для автоматизации управления в строительстве,

при ремонте сложных объектов, — там, где необходимо организовать выполнение взаимосвязанного множества работ на ограниченных ресурсах. Теоретические результаты, полученные при исследовании временных нагруженных сетей, могут быть применены в других разделах науки.

Список литературы

1. Адаптивные системы управления машиностроительным производством / В.И.Скурихин, В.А.Забродский, Ю.В.Копейченко. -М.: Машиностроение, 1989. -208с.
2. Алгоритмизация в автоматизированных системах управления / В.В.Тимофеев, Г.А.Козлик, А.Ф.Кулаков, А.И.Мартынов. -к.: Техника, 1972. -240с.
3. Аронович А.Б. О выборе оптимальных комбинаций локальных правил календарного планирования // Экономика и математические методы. -1970. -6. -№4. -с.548-557.
4. Бандман О.Л. Поведенческие свойства сетей Петри (обзор французских работ)/ Известия АН СССР. Техническая кибернетика, -1987. -№5. -с.134-150.
5. Бандман М.К., Бандман О.Л., Есикова Т.Н. Территориально-производственные комплексы: Прогнозирование процесса формирования с использованием сетей Петри. -Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. -303с.
6. Бобрикина Л.Я., Генбом А.В., Ходорковский Л.М. Построение модели оперативного планирования работы предприятия на базе типовых альтернативных фрагментов // Судостроение. -1977. -№5. -с.36-38.
7. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. -М.: Наука, 1978. -400с.
8. Вельбицкий И.В. Технология программирования. -к.: Техника, 1984. -279с.
9. Войнолович В.М., Душ О.Н., Ефетова К.Ф. Формирование производственной программы предприятия по нескольким критериям с помощью диалоговой процедуры // Управляющие системы и машины. -1980. -№6. -с.II-14.
10. Волынский Э.И., Садовников А.А., Ханин И.Г. Рациональный

способ агрегирования информации в моделях оперативно-календарного планирования машиностроительного производства // Управляющие системы и машины. -1983. -№3. -с.119-121.

11. Гилл Ф. Практическая оптимизация. -М.: Мир, 1985. -509с.
12. Гилой В. Интерактивная машинная графика: структуры данных, алгоритмы, языки. -М.: Мир, 1981. -388с.
13. Глушков В.М. Введение в АСУ. -К.: Техника, 1972. -312с.
14. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики. -М.: Наука, 1987. -552с.
15. Голенко Д.И. Статистические модели в управлении производством. -М.: Статистика, 1973. -368с.
16. Групповая технология в машиностроении и приборостроении / Под ред. С.П.Митрофанова. М.: Машгиз, 1960. -380с.
17. Диалоговые системы в АСУ /В.М.Брябин, Ю.Я.Любарский, Л.И.Микулич и др. Под ред. Д.А.Поспелова. -М.: Энергоатомиздат, 1983, 208с.
18. Задачи календарного планирования и методы их решения / В.В.Шкурба, Т.П.Подчасова, А.Н.Пинчук и др. -К.: Наукова думка, 1966. -155с.
19. Зайцев Д.А., Слепцов А.И. Визуализация производственных процессов в инструментальной системе диспетчера машиностроительного предприятия // Автометрия. -1990. -№4. -с.90-93.
20. Имитационные модели в экономике/ Бакаев А.А., Костина Н.Н., Яровицкий В.Н. -К., Наукова думка, 1978. -308с.
21. Имитационное моделирование в оперативном управлении производством/ Н.А.Саломатин, Г.В.Беляев, В.Ф.Петроченко, Е.В.Прошлякова. -М.: Машиностроение, 1984. -208с.
22. Календарное планирование. -М.: Прогресс, 1966. -466с.
23. Керниган Б. и др. Язык программирования Си. Задачи по языку Си. -М: Финансы и Статистика, 1985, -279с.
24. Кирина Л.В. Анализ альтернативных сетей // Применение ЭВМ

- в экономических исследованиях. -Новосибирск, 1975. -с.35-52.
25. Колесников В.В., Зелинский В.А. Формирование информационных моделей для решения задач планирования // Имитационные методы в АСУ: Сборник научных трудов. -Киев: ИК АН УССР, 1983, с.46-50.
26. Котов В.Е. Сети Петри. -М.: Наука, 1984. -160с.
27. Кульба А.В. Некоторые задачи оперативного планирования гибких автоматизированных производств / Проблемы системотехники и гибкие производственные системы. -Л., 1987. с.57-63.
28. Курс методов оптимизации / Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. -М.: Наука, 1986. -325с.
29. Мамиконов А.Г., Цвиркун А.Д., Кульба В.В. Автоматизация проектирования АСУ. -М.: Энергоиздат, 1981. -328с.
30. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. -М.; Мир, 1978. -616с.
31. Мельцер М.И. Диалоговое управление производством. -М.: Финансы и статистика, 1983. -240с.
32. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. -М.: Мир, 1973. -344с.
33. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. -М.: Мир, 1978, -311с.
34. Методические материалы к программному обеспечению системы оперативного сетевого планирования и управления "Опера" (Для студентов всех специальностей) / Сост.: А.И.Слепцов, Д.А.Зайцев. -Донецк: ДПИ, 1991. -68с.
35. Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования сложных систем управления / Волкович В.Л., Волошин Л.Ф., Горлова Т.М. и др. -К.: Наукова думка, 1984. -216с.
36. Методы последовательной оптимизации в дискретных сетевых задачах оптимального распределения ресурсов./ Михалевич В.С., Кукса А.И. -М.: Наука, 1983. -208с.
37. Минский М. Вычисления и автоматы. -М.: Мир, 1971, -364с.

38. Минский М. Фреймы для представления знаний: Пер с англ.–М.: Энергия, 1979. –152с.
39. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. –М.: Наука, 1982. –286с.
40. Моисеев Н.Н. Элементы теории и оптимальных систем. М.: Наука, 1975. –258с.
41. Моисеев Н.Н. и др. Методы оптимизации. –М.: Наука, 1978. –352с.
42. Монден Я. "Тоета": Методы эффективного управления. М.: Энергия, 1989. –228с.
43. Никитин А.И. Общее программное обеспечение систем реального времени. –К.: Наукова думка, 1980. –134с.
44. Никитин Г.И. Распределение функций между ЭВМ и ЛПР в человекомашинных системах оперативного планирования /в сб. Диалоговые автоматизированные системы управления производством. –М.: Энергоатомиздат, 1983. –с.3–6.
45. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством. –М.: Наука, 1975. –616с.
46. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. –М.: Мир, 1984. –264с.
47. Планирование дискретного производства в условиях АСУ / Шкурба В.В., Болдырева В.А., Вьюн А.Ф. и др. –К.: Техника, 1975. –296с.
48. Планирование и управление в автоматизированном производстве / Шкурба В.В., Белецкий С.А., Ефетова К.Ф. и др. –К.: Наукова думка, 1985. –224с.
49. Планирование производства в условиях АСУ: (Справочник) / К.Ф.Ефетова, Т.П.Подчасова, В.М.Португал, Б.Е.Тринчук. –К.: Техника, 1984. –135с.
50. Подчасова Т.П., Рудницкий В.Ф. Моделирование производства

модернизируемых изделий на основе метода корректируемых сетей // Имитационные методы в АСУ. -Киев, ИК АН УССР, 1983. -с.50-56.

51. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. -М.: Наука, 1986. -288с.

52. Поспелов Г.С. Некоторые вопросы реализации диалоговых систем планирования, управления и проектирования. -М.: Изд. ВЦ АН СССР, 1980. -48с.

53. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии. -М.: Наука, 1988. -280с.

54. Португал В.М., Семенов А.И. Модели планирования на предприятии. -М.: Наука, 1978. -270с.

55. Португал В.М., Павленков М.Н. Автоматизация годового планирования машиностроительного производства. -М.: Машиностроение, 1987. -136с.

56. Рабинович З.Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. -К.: Техника, 1966. -304с.

57. Сергиенко И.В., Лебедева Т.Т., Рошин В.А. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации. -К.: Наукова думка, 1980, -276с.

58. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. -К.; Наукова думка, 1988. -471с.

59. Системы автоматизированного планирования и диспетчирования групповых производств / А.А. Павлов, З.Банашак, С.Н.Гриша, Е.Б.Мисюра. Под ред. А.А.Павлова. -К.: Техника, 1990. -197с.

60. Слепцов А.И., Юрассов А.А. Автоматизация проектирования управляющих систем гибких автоматизированных производств /Под ред. Б.Н.Малиновского. -К.: Техника, 1986. -160с.

61. Слепцов А.И. Уравнение состояний и эквивалентные преобразования нагруженных сетей Петри (алгебраический подход) // Формал. модели парал. вычислений: Докл. и сообщ. на Всесоюзной конференции. -Новосибирск, 1988. -с.151-158.

62. Слепцов А.И., Зайцев Д.А. Р-технология моделирования параллельных структур и процессов // Программно-методические и программно-технические комплексы САПР и АСТПП: Тез. докл. научно-техн. конф. -Ижевск, 1988. -с.62-63.
63. Слепцов А.И., Зайцев Д.А. Машинная графика в системе оперативного планирования и диспетчирования приборостроительного предприятия // Машинная графика 89: Тез. докл. V Всесоюзн. конф. -Новосибирск, 1989. -с.157.
64. Слепцов А.И., Зайцев Д.А., Тельной В.А. Автоматизированное рабочее место диспетчера машиностроительного предприятия // Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования: Тез. докл. Одиннадцатого всесоюзного симпозиума. -Москва, 1990. -с.170-171.
65. Слепцов А.И., Зайцев Д.А., Миланин А.А. Графическая система моделирования в интегрированной системе управления дискретным производством // Математическое и имитационное моделирование в системах планирования и управления: Тез. докл. Всесоюзн. конф. -Чернигов, 1990. -с.154-155.
66. Слепцов А.И., Зайцев Д.А., Миланин А.А. Графическая система моделирования дискретных процессов // Математическое обеспечение систем с машинной графикой: Тез. докл. VII научн.-техн. семинара. -Ижевск-Тюмень, 1990. -с.32.
67. Слепцов А.И., Зайцев Д.А. Машинная графика в системе оперативного управления приборостроительным предприятием // Математическое обеспечение систем с машинной графикой: Тез. докл. VII научн.-техн. семинара. -Ижевск-Тюмень, 1990. -с.33.
68. Слепцов А.И., Зайцев Д.А. Система оперативного сетевого планирования и управления "Опера" // Интеграция АСУТП и тренажерных устройств: Тез. докл. Всесоюз. научно-техн. конф. -Москва, 1991. -с.53-54.
69. Сербулов А.В. Экономико-математические модели планирова-

- ния многоуровневого производства. -Ташкент: Фан, 1988. -160с.
70. Сетевые модели и задачи управления/ В.Н.Бурков, Б.Д.Ланда, С.Е.Лоховецкий и др. -М.: Советское радио, 1967. -144с.
71. Сокуренко Ю.А., Герман Л.А. Экспертная система анализа задач оптимального планирования // Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования: Тез. докл. Одиннадцатого всесоюзного симпозиума. -Москва, 1990. -с.172-173.
72. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. -М.: Наука, 1975. -256с.
73. Теория расписаний / Р.В.Конвей, В.Л.Максвелл, Л.В.Миллер -М.: Наука, 1975. -360с.
74. Тимофеев Б.Б., Филипович Е.И., Козлов О.М. Об автоматизации управления на предприятиях с типово-индивидуальным производством // Управляющие системы и машины. -1972. -N2. -с.86-94.
75. Трошин А.Н. Автоматизированная система управления производством на машиностроительном предприятии. -М.: Статистика, 1978. -176с.
76. Управление в иерархических производственных структурах / Подчасова Т.П., Лагода А.П., Рудницкий В.Ф. -Киев: Наукова думка. 1989. -184с.
77. Управление ГПС: Модели и алгоритмы / Под общей ред. академика АН СССР С.В.Емельянова. -М.: Машиностроение, 1987. -368с.
78. Фокс Дж. Программное обеспечение и его разработка. -М.: Мир, 1985. -368с.
79. Фоли Д., Дэм А. Основы интерактивной машинной графики: в 2-х кн. -М.: Мир, 1985. -367с., 368с.
80. Шеридан Т.Б., Феррелл У.Р. Системы человек-машина. М.: Машиностроение, 1980. -400с.
81. Шкурба В.В. Задачи календарного планирования и методы их решения. -К.: Наукова думка, 1977. -178с.

82. Шкурба В.В. Диалоговые режимы в АСУ / в сб. Диалоговый режим в планировании. -К.: ИК АН УССР, 1982. -с.3-II.
83. Эвристические методы календарного планирования / Подчасова Т.П., Портugal В.М., Татаров В.А., Шкурба В.В. -К.: Техника. 1980. -I40с.
84. Al-Taar Robert Y., Desrochers Alan A. A survey of Petri nets in automated manufacturing systems // IMACS Ann. Comput. and Appl. Math. -1989. -3, №1-4, p.111-118.
85. Ammar H.U., Lui P.W. Analysis of the generalized stochastic Petri nets by state aggregation // Inf. Workshop on Timed Petri Nets, Torino, Italy, July 1-3, 1985, p. 88-95.
86. van Biljon Willem R. Extending Petri nets for specifying man-machine dialogues // Int. J. Man.-Mach. Stud. -1988. -28, №4, p.437-455.
87. Caspi P., Halbwachs N. Algebra of events: a model for parallel and real time systems // Proc. Inf. Conf. Parall. Process. -1982, p.150-159.
88. Chretienne P. Execution controles des resaux de Petri synchronises // Techn. et Sei. Inform., -1984, Vol. 3, №1, p.23-31.
89. Clark W. The Gantt Chart (3rd edition). -London, Pitman and Sons, 1952.
90. Diaz M. Modeling and analysis of communication and cooperation protocols using Petri net based models // Comput. Networks & -1982, Vol. 6. -№6, p.419-441.
91. Holliday M.A., Vernon M.K. A Generalized Timed Petri Net Model for Performance Analysis // Inf. Workshop on Timed Petri Nets, Torino, Italy, 1-3, 1985, p.181-190.
92. Lui N.K., Dillon T. Detection of consistency and completeness in expert systems using numerical Petri nets // Artif. Intel. Dev. and Appl.: Ed. Selec. Pap. Austral. Joint

Artif. Intel. Conf., Sydney, 2-4 Nov., 1987. -Amsterdam etc., 1988. -p.119-134.

93. Martinez T., Muro P.R., Silva M., Smith S.F. Villaroel T.L. Merging artificial intelligence techniques and Petri nets for real time scheduling and control of production systems // IMACS Ann. Comput. and Appl. Math. -1989. -2, №1-4. -p.307-313.

94. Molloy M.K. Performance analysis using Stochastic Petri Nets. -IEEE Trans. on Computer, Vol. C31, №9, 1982, p.457-468.

95. Murata T. State Equations, Controllability and Maximal Matchings of Petri Nets // IEEE Trans. on Autom. Control, №3, 1977, p.412-416.

96. Petri C. Kommunikation mit Automaten. -Ph. D. dissertation, University of Bonn, -Bonn, West Germany, 1962.

97. Passino K.M., Antsaklis P.T. Artificial intelligence planning problems in a Petri net framework // Proc. Amer. Conf., Atlanta, Ga, June 15-17, 1988. Vol. 1. -Green Valley (Ariz.), 1988. -p.626-631.

98. Ramamorthy C.V., Ho G.S. Performance evaluation of asynchronous concurrent systems using Petri Nets // IEEE Trans. on Soft. Eng., Vol. 6, №5, 1980.

99. Ramchandani C. Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri Nets. -Ph. D. thesis, MIT, 1973, July.

100. Sifakis J. Use of Petri Nets for performance evaluation // in Measuring, Modelling and Evaluating Computer Systems. Amsterdam: Noth-Holland, 1977, p.75-93.

101. Visual Language / Shi-Kuo Chang, Todeo Ichikawa and A.Ligomenides, 1986.

102. Weber R., et al. Graphics-based process interfaced // Chem. Eng. Prog., 1982, №1, p.50-53.

103. Zuberc W.M. Performance evaluation using extended timed Petri Nets // Int. Workshop on Timed Petri Nets, Tirino, Italy,

July 1-3, 1985, p.272-278.

Приложение I. Исследование свойств временных нагруженных сетей Петри

П.И.1. Доказательство теоремы 2.1

Теорема 2.1. Для любой допустимой последовательности запусков переходов σ временной нагруженной сети и любых $t \in T$ выполняется неравенство:

$$|\gamma^+(t, \sigma) - \gamma^-(t, \tau)| \leq C(t).$$

Доказательство. Запишем выражения (2.6), изменив в них индексы суммирования:

$$\gamma^+(t, \sigma) = \sum_{\theta=-D(t)+1, \tau^*-D(t)} u(t, \theta) = \sum_{\theta=-D(t)+1, 0} u(t, \theta) + \sum_{\theta=1, \tau^*-D(t)} u(t, \theta).$$

$$\gamma^-(t, \sigma) = \sum_{\theta=1, \tau^*-D(t)} u(t, \theta) + \sum_{\theta=\tau^*-D(t)+1, \tau^*} u(t, \theta),$$

где τ^* – длина последовательности σ .

Тогда

$$\gamma^+(t, \sigma) - \gamma^-(t, \sigma) = \sum_{\theta=0-D(t)+1, 0} u(t, \theta) - \sum_{\theta=\tau^*-D(t)+1, \tau^*} u(t, \theta). \quad (\text{П.И.1})$$

Покажем, что для любого такта $\tau' \geq 0$ справедливо неравенство

$$0 \leq \sum_{\theta=\tau'-D(t)+1, \tau'} u(t, \theta) \leq C(t). \quad (\text{П.И.2})$$

Ни один из каналов перехода $t \in T$, запущенных на интервале от $\tau'-D(t)+1$ до τ' не сможет завершиться раньше, чем в такте τ' . Таким образом, повторный запуск некоторого канала перехода t на интервале от $\tau'-D(t)+1$ до τ' невозможен. Всего имеется $C(t)$ каналов каждого перехода.

Подставив ограничения (П.И.2) в (П.И.1), получим

$$|\gamma^+(t, \sigma) - \gamma^-(t, \sigma)| \leq C(t),$$

что и требовалось доказать. \square

П.И.2. Доказательство теоремы 2.2

Теорема 2.2. Состояние $S(\tau^*)$ достижимо в сети $(G, S(O))$ тогда и только тогда, когда состояние $\hat{S}(\tau^*) = (S(O))^{-1}$ достижимо в сети $(G^{-1}, \hat{S}(O))$, где $\hat{S}(O) = (S(\tau^*))^{-1}$.

Доказательство.

Достаточность. Пусть $S(\tau^*)$ достижимо в сети $(G, S(O))$. Тогда существует последовательность запусков переходов σ такая, что

$$S(O) \xrightarrow{\sigma} S(\tau^*).$$

Используя σ , всегда можно построить последовательность запусков переходов обратной сети $\hat{\sigma}$ таким образом, что

$$\hat{u}(t, \tau) = u(t, (\tau^* - D(t) + 1) - \tau), \quad t \in T, \quad \tau = \overline{1, \tau^* - D(t)}. \quad (\text{П. I.3})$$

По определению обратного состояния, состояния $\hat{S}(O)$ и $\hat{S}(\tau^*)$ также удовлетворяют выражению (2.19), поэтому

$$\hat{u}(t, \tau) = u(t, (\tau^* - D(t) + \tau)), \quad t \in T, \quad \tau = \overline{-D(t), \tau^*}. \quad (\text{П. I.4})$$

Покажем, что $\hat{\sigma}$ является допустимой в сети $(G^{-1}, \hat{S}(O))$ и переводит сеть в состояние $\hat{S}(\tau^*)$.

Из (2.2) получим

$$\begin{aligned} \mu(p, \tau^* - \tau) &= \mu(p, \tau^*) - \sum_{t \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot \sum_{\theta=1, \tau} u(t, \tau^* - \theta + 1 - D(t)) + \\ &\quad \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot \sum_{\theta=1, \tau} u(t, \tau^* - \theta + 1), \quad p \in P, \quad \tau = \overline{1, \tau^*}. \end{aligned} \quad (\text{П. I.5})$$

Из (2.15) получим

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(p, t) &= \hat{\mu}(p, o) + \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot \sum_{\theta=1, \tau} \hat{u}(t, \theta - D(t)) - \\ &\quad \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(t, p) \cdot \sum_{\theta=1, \tau} \hat{u}(t, \theta), \quad p \in P, \quad \tau = \overline{1, \tau^*}. \end{aligned} \quad (\text{П. I.6})$$

Учитывая, что $\mu(p, \tau^*) = \mu(p, o)$ по (2.17), а также способ построения $\hat{\sigma}$ (П. I.4) из (П. I.5) и (П. I.6) получим

$$\hat{\mu}(p, \tau) = \mu(p, \tau^* - \tau), \quad p \in P, \quad \tau = \overline{1, \tau^*}. \quad (\text{П. I.7})$$

Выполнив аналогичные построения для $\hat{\mu}'$ и μ' , получим

$$\hat{\mu}'(p, \tau) = \mu'(p, \tau^* - \tau + 1), \quad p \in P, \quad \tau = \overline{1, \tau^*}. \quad (\text{П. I.8})$$

Из (2.12) и (2.16)

$$f(t, \tau^* - \tau) = c(t) - \sum_{\theta=0, D(t)-1} u(t, \tau^* - \tau - \theta),$$

$$\hat{f}(t, \tau) = c(t) - \sum_{\theta=0, D(t)-1} \hat{u}(t, \tau - \theta), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{0, \tau^*}.$$

Следовательно

$$\hat{f}(t, \tau) = f(t, \tau^* - \tau), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{0, \tau^*}. \quad (\text{II. I. 9})$$

И аналогично для \hat{f}' и f'

$$\hat{f}'(t, \tau) = f'(t, \tau^* - \tau + 1), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{1, \tau^*}. \quad (\text{II. I. 10})$$

Из (II. I. 7) имеем $\hat{\mu}(p, \tau^*) = \mu(p, 0)$, $p \in P$, т.е. конечная маркировка достижима в обратной сети, а по способу построения последовательности $\hat{\sigma}$ достижимо и конечное состояние переходов $\hat{U}(\tau^*) = (U(0))^{-1}$. Так как σ допустимая последовательность запусков переходов для $(G, S(0))$, то, учитывая (II. I. 7) и (II. I. 9), можем записать

$$\hat{\mu}(p, \tau) \geq 0, \quad p \in P, \quad \tau \in \overline{0, \tau^*}.$$

$$0 \leq \hat{f}(t, \tau) \leq c(t), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{0, \tau^*}.$$

Следовательно, для доказательства допустимости $\hat{\sigma}$ в $(G^{-1}, \hat{S}(0))$ осталось доказать справедливость неравенства

$$\hat{u}(t, \tau) \leq \bigwedge_{p \in P, (t, p) \in F} \hat{\mu}'(p, \tau) \quad \& \quad \hat{f}'(t, \tau), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{1, \tau^*}, \quad (\text{II. I. 11})$$

Или, в силу (II. I. 4), (II. I. 8) и (II. I. 10)

$$u(t, \tau^* - D(t) + 1 - \tau) \leq \bigwedge_{p \in P, (t, p) \in F} \mu'(p, \tau^* - \tau + 1) \quad \& \quad f'(t, \tau^* - \tau + 1), \quad (\text{II. I. 12})$$

$$t \in T, \quad \tau \in \overline{1, \tau^*}.$$

Так как из (2. I2)

$$f'(t, \tau^* - \tau + 1) = f(t, \tau^* - \tau) + u(t, \tau^* - \tau + 1 - D(t)), \quad \text{то}$$

$$u(t, \tau^* - D(t) + 1 - \tau) \leq f'(t, \tau^* - \tau + 1), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{1, \tau^*}. \quad (\text{II. I. 13})$$

Из (2. 2) получим

$$\bigwedge_{p \in P, (t, p) \in F} \mu'(p, \tau^* - \tau + 1) \stackrel{W(t, p)}{=} \bigwedge_{p \in P, (t, p) \in F} (\mu(p, \tau^* - \tau) + \sum_{t' \in T, (t, p) \in F} w(t, p) \cdot u(t, \tau^* - \tau + 1 - D(t))) \stackrel{W(t, p)}{\geq} (w(t, p) \cdot u(t, \tau^* - \tau + 1 - D(t))), \quad t \in T, \quad \tau \in \overline{1, \tau^*}.$$

Следовательно,

$$u(t, \tau^* - D(t) + 1 - \tau) \leq \bigwedge_{\substack{p \in P, (t, p) \in F}} \mu' (p, \tau^* - \tau + 1)^{W(t, p)}, \quad t \in T, \quad \tau = \overline{1, \tau^*}. \quad (\text{П.1.14})$$

В силу определения (2.10) операции $\&$ из (П.1.13) и (П.1.10), следует справедливость неравенства (П.1.12).

Таким образом, последовательность запусков переходов $\hat{\sigma}$ является допустимой в $(G^{-1}, \hat{S}(0))$ и переводит сеть в состояние $\hat{S}(\tau^*)$. Достаточность условия теоремы доказана.

Необходимость. Пусть состояние $\hat{S}(\tau^*)$ достижимо в сети $(G^{-1}, S(0))$, а состояние $S(\tau^*)$ недостижимо в сети $(G, S(0))$. Тогда в силу достаточности условия теоремы состояние $S^*(\tau^*) = (\hat{S}(0))^{-1}$ достижимо в сети $(G^*, S^*(0))$, где $G^* = (G^{-1})^{-1}$ и $S^*(0) = (\hat{S}(\tau^*))^{-1}$. Т.к. $G^* = G$, а $S^*(\tau^*) = S(\tau^*)$ и $S^*(0) = S(0)$, мы пришли к противоречию. Следовательно, доказана необходимость условия теоремы. \square

П.1.3. Доказательство теоремы 2.3

Теорема 2.3. Если состояние S^* достижимо во временной нагруженной сети (G, S_0) , то уравнение (2.9) имеет неотрицательные целочисленные решения, удовлетворяющие ограничениям (2.13).

Доказательство. Пусть состояние S^* достижимо в сети (G, S_0) и уравнение (2.9) не имеет неотрицательных целочисленных решений, удовлетворяющих (2.13). Тогда, по определению достижимости, существует конечное $\tau^* > 0$ и последовательность запуска переходов

$\sigma = U(1), U(2), \dots, U(\tau^*)$ такая, что

$$S_0 \xrightarrow{\sigma} S_*^*$$

Подставив σ в уравнение (2.8), получим

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_0 + A^+ \cdot \bar{\gamma}^+ - A^- \cdot \bar{\gamma}^-,$$

а по теореме

$$|\bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-| \leq \bar{c}.$$

Т.к. $u(t, \tau)$ – целые неотрицательные числа, в соответствии с (2.6) $\bar{\gamma}^+$ и $\bar{\gamma}^-$ также являются целыми и неотрицательными. Мы пришли к

противоречию. Таким образом, теорема доказана. \square

П.1.4. Доказательство теоремы 2.4

Теорема 2.4. Если \bar{x} р-инвариант временной нагруженной сети (G, S_o) и $p_i \in \text{Spt}(\bar{x})$, то позиция p_i 1-ограничена, где

$$1 \leq \frac{\bar{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c})}{x_i} .$$

Доказательство. Т.к. $p_i \in \text{Spt}(\bar{x})$, то $x_i > 0$. Разделим обе части уравнения (2.23) на x_i :

$$\frac{\bar{x}}{x_i} \cdot \bar{\mu} = \frac{\bar{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c})}{x_i} . \quad (\text{П.1.15})$$

Заметим, что $x_i/x_i = 1$ и $x_k/x_i \geq 0$ для любого $k=1, m$. Тогда (П.1.15) можно записать

$$\mu(p_i, \tau) + c_o = \frac{\bar{x} \cdot (\bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c})}{x_i} ,$$

где $c_o \geq 0$. Следовательно, теорема доказана. \square

П.1.5. Примеры исследования свойств сетей

Для иллюстрации полученных результатов исследуем свойства сети, изображенной на рис. 2.1. Пусть $\bar{c}=(1, 1, 1, 1)$. Определим, достигла ли маркировка $\bar{\mu}=(1, 0, 2, 4, 2, 2)$ из начальной маркировки $\bar{\mu}_o=(2, 0, 0, 0, 0, 0)$. В соответствии с теоремой 2.3 необходимо, чтобы уравнение

$$A \cdot \bar{\gamma} = \Delta \bar{\mu} , \quad (\text{П.1.16})$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & -3 & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & -I & -2 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & I & 0 & 0 & -I & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta \bar{\mu} = \begin{pmatrix} -I \\ 0 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

имело неотрицательные целочисленные решения $\bar{\gamma} = (\bar{\gamma}^+, \bar{\gamma}^-)$, удовлетворяющие неравенству

$$|\Delta \bar{\gamma}| \leq \bar{c}, \quad (\text{П.1.17})$$

где $\Delta \bar{\gamma} = \bar{\gamma}^+ - \bar{\gamma}^-$, $\bar{c} = (1, 1, 1, 1)$.

Ранг матрицы A равен шести. Поэтому система (П.1.16) совместима при любой правой части. Методом исключения Гаусса найдем частное решение неоднородной системы (П.1.16), например

$$\bar{\gamma}^* = (3, 2, 2, I, I, I, 2, 2),$$

а также фундаментальную систему решений однородной системы

$$A \cdot \bar{z} = 0,$$

например

$$Z = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 6 & 4 & 4 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 9 & I & I & I & 15 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П.1.18})$$

Общее решение $\bar{\gamma}$ неоднородной системы можно записать

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma}^* + k_1 \cdot \bar{z}_1 + k_2 \cdot \bar{z}_2, \quad \text{где}$$

k_1, k_2 – произвольные вещественные числа.

Необходимо подобрать такие числа k_1 и k_2 , чтобы решение $\bar{\gamma}$ было неотрицательным целочисленным и удовлетворяло ограничению (П.1.17). Обозначим

$$\Delta \bar{z} = \bar{z}^+ - \bar{z}^-.$$

Тогда

$$\Delta \bar{\gamma}^* = (2, I, 0, -I),$$

$$\Delta \bar{z}_1 = (I, -3, 6, -I),$$

$$\Delta \bar{z}_2 = (-I, 3, -6, I).$$

Так как $\Delta \bar{z}_1 = -\Delta \bar{z}_2$ для существования целочисленного решения системы (П.1.16), удовлетворяющего ограничениям (П.1.17) необходимо, чтобы существовало такое $k = k_1 - k_2$, чтобы $\Delta \bar{\gamma}$ было целочисленным и удовлетворяло (П.1.17), где

$$\Delta \bar{\gamma} = \Delta \bar{\gamma}^* + k \cdot \bar{z}_1.$$

Так как $\Delta \bar{\gamma}^*$ – целочисленное, то необходимо, чтобы k также было целочисленным. При любом $k=0, 1, 2, \dots$ и $k=-1, -2, -3, \dots$ ограничение (П.1.17) не выполняется. Следовательно, система (П.1.16) не имеет неотрицательных целочисленных решений, удовлетворяющих (П.1.17) и маркировка $\bar{\mu}$ недостижима из начальной маркировки μ_0 .

Пусть $\bar{c}=(1, 3, 6, 1)$. Определим, достигима ли маркировка $\bar{\mu}=(3, 2, 0, 12, 6, 2)$ из начальной маркировки $\mu_0=(6, 1, 0, 6, 3, 2)$. Найдем решение уравнения (П.1.16), где

$$\bar{\mu} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение системы

$$\bar{\gamma}^* = (0, 3, 3, 1, 0, 0, 9, 0).$$

Тогда общее решение $\bar{\gamma}$ можно записать

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma}^* + k_1 \cdot \bar{z}_1 + k_2 \cdot \bar{z}_2.$$

Ограничениям (П.1.17) удовлетворяют решения, полученные при целых неотрицательных $k_1 \geq k_2$, например

$$k_1=0, k_2=0, \bar{\gamma}_1=(0, 3, 3, 1, 0, 0, 9, 0), \Delta \bar{\gamma}_1=(0, 3, -6, 1),$$

$$k_1=1, k_2=0, \bar{\gamma}_2=(5, 5, 9, 5, 4, 5, 9, 5), \Delta \bar{\gamma}_2=(1, 0, 0, 0,),$$

$$k_1=1, k_2=1, \bar{\gamma}_3=(5, 8, 18, 6, 5, 5, 24, 5), \Delta \bar{\gamma}_3=(0, 3, -6, 1).$$

Имитация динамики сети с выбором последовательностей запуска переходов, имеющих требуемую форму векторов счета $\bar{\gamma}$, позволяет установить, что маркировка $\bar{\mu}$ достижима из μ_0 . Пример временной

диаграммы функционирования сети, попадающей в $\bar{\mu}$ из начальной маркировки $\bar{\mu}_o$, приведен на рис. П.1.1.

Найдем r -инварианты сети. Для этого необходимо найти неотрицательные целочисленные решения уравнения

$$\bar{x} \cdot (A^+ - A^-) = 0, \text{ где}$$

$$(A^+ - A^-) = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ранг матрицы $(A^+ - A^-)$ равен трем. Следовательно, фундаментальная система будет состоять из трех решений $(6-3=3)$:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ I & 2 & 5 & I & I & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно построить r -инвариант \bar{x}^* , содержащий только положительные компоненты, например

$$\bar{x}^* = (I, 3, 5, I, I, I).$$

Сеть является инвариантной и, следовательно, сеть ограничена и имеет конечное множество допустимых маркировок. Вычислим верхние границы маркировок позиций сети \bar{l}_p при начальной маркировке $\bar{\mu}_o = (6, I, 0, 6, 3, 2)$ и $\bar{c} = (I, 3, 6, I)$.

В соответствии с теоремой 2.4

$$\mu(p_i, \tau) \leq l_{p_i} \leq \frac{\bar{x} \cdot \bar{k}_o}{x_i}, \text{ где}$$

$$\bar{k}_o = \bar{\mu}_o + A^+ \cdot \bar{c}.$$

$$k_o = \begin{pmatrix} 24 \\ 4 \\ 2 \\ 2I \\ I4 \\ I4 \end{pmatrix}.$$

При вычислении ограничений будем выбирать минимальные инварианты, содержащие неотрицательный компонент. Так, для позиции p_6 это \bar{x}_1 , для p_2 и p_5 – \bar{x}_3 , а для остальных позиций – \bar{x}_2 . Тогда

$$\bar{I}_p = (63, 18, 12, 63, 18, 14).$$

Найдем t -инвариант сети. Для этого решим уравнение

$$(A^+ - A^-) \cdot \bar{y} = 0.$$

Так как ранг матрицы $(A^+ - A^-)$ равен трем, фундаментальная система состоит из одного решения

$$Y = (\bar{y}_1) = (1 \ 1 \ 3 \ 1).$$

Следовательно, сеть t -инвариантна и в результате выполнения допустимой последовательности запусков переходов, имеющей вектор счета $\bar{\gamma}$, такой, что

$$\bar{\gamma}^+ = \bar{\gamma}^- = k \cdot \bar{y}_1, \text{ где } k > 0, k \text{ – целое,}$$

попадает в исходное состояние. Все переходы сети потенциально живы.

Найдем частичные t -инварианты сети. Фундаментальная система (П.И.18) решений уравнения

$$A \cdot \bar{z} = 0$$

состоит из двух решений

$$\bar{z}_1 = (5 \ 2 \ 6 \ 4 \ 4 \ 5 \ 0 \ 5),$$

$$\bar{z}_2 = (0 \ 3 \ 9 \ 1 \ 1 \ 0 \ 15 \ 0).$$

При $\bar{c}=(1,3,6,1)$ \bar{z}_1 и \bar{z}_2 составляют правильную последовательность частичных t -инвариантов и образуют полный t -инвариант. На временной диаграмме (рис.П.И.1) изображена допустимая последовательность запусков переходов сети в соответствии с векторами счета частичных t -инвариантов. Полный цикл сети длится десять тактов, однако, через пять тактов (в результате осуществления \bar{z}_1) сеть повторяет свою начальную маркировку.

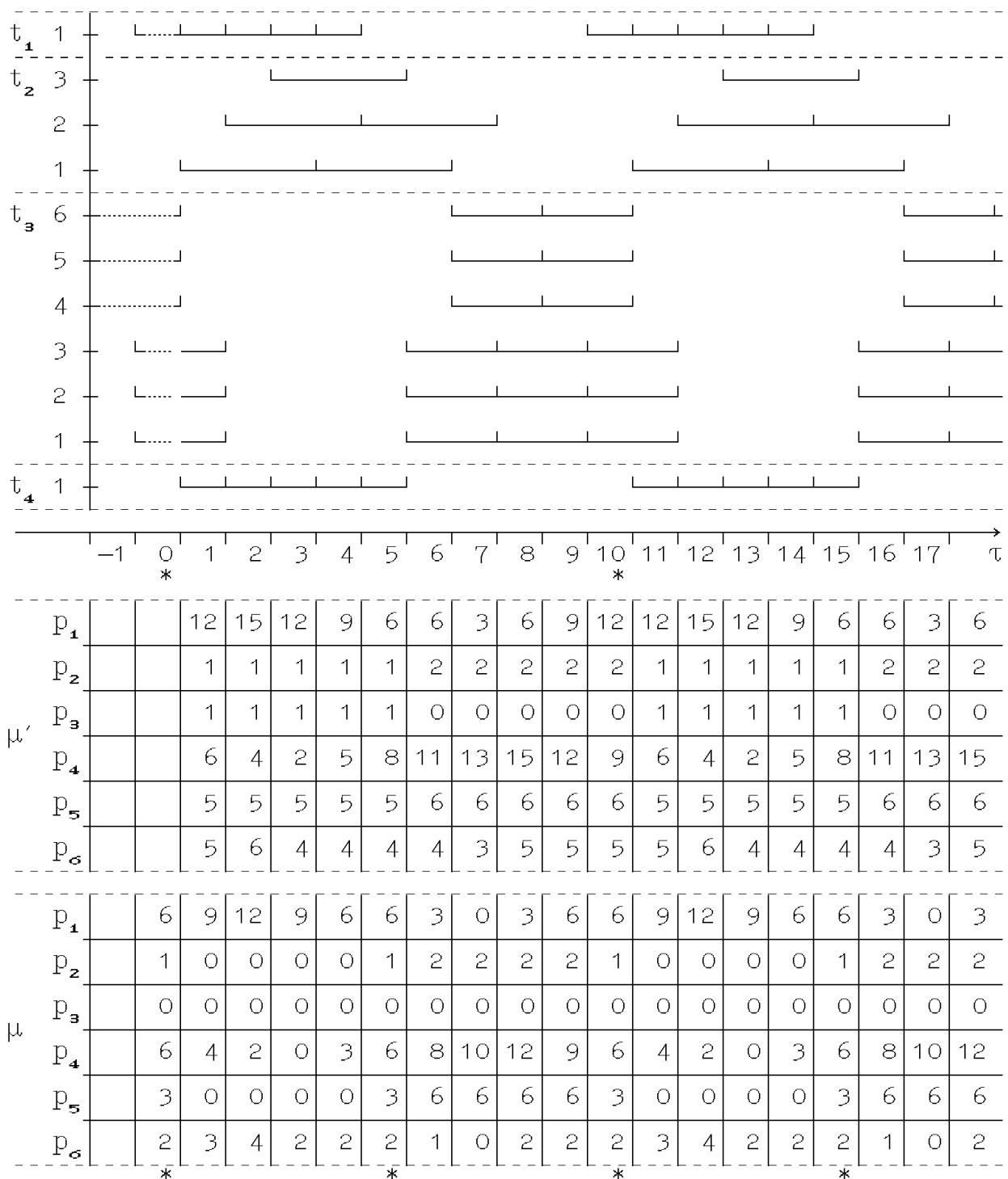


Рис. П.1.1. Временная диаграмма динамики сети.

Приложение 2. Решение задач оперативного управления на временных нагруженных сетях Петри

П.2.1. Исследование свойств остова сети-прототипа

Используем линейную форму записи уравнения состояний временной нагруженной сети Петри (2.8). Для этого необходимо построить матрицы A^+ и A^- . Занумеруем позиции и переходы остова. Пусть остов представлен в ярусно-параллельной форме (рис.3.1), а также $|P|=m$, $|T|=n$. Нумерацию будем выполнять в порядке возрастания ярусов, а внутри яруса произвольно. В соответствии с правилами построения остова (раздел 3.1) каждая строка матрицы A^+ и матрицы A^- будет содержать по одному элементу, равному единице, а в матрице $A' = (A^+ - A^-)$ элемент a'_{11} равен -1 , элемент a'_{mm} равен $+1$ и все строки, кроме первой и последней, содержат один элемент, равный $+1$ и один элемент, равный -1 .

Остов является r -инвариантной сетью, то есть уравнение (2.22)

$$\bar{x} \cdot (A^+ - A^-) = 0$$

всегда имеет решение \bar{x} , все компоненты которого положительные целые числа. Докажем это утверждение. Ввиду разреженности матриц удобно представить уравнение (2.22) в балансовой форме, обозначив $x(p)$ инвариант позиции p :

$$\sum_{p \in P, (t, p) \in F} x(p) = \sum_{q \in P, (q, t) \in F} x(q), \quad t \in T \quad (\text{П.2.1})$$

Причем, в соответствии с правилами построения остова, каждое $x(p)$ входит ровно один раз в правую и один раз в левую часть некоторых уравнений. Упорядочим систему (П.2.1) в порядке возрастания номеров ярусов сети. Доказательство инвариантности остова выполним конструктивным способом. Положим $x(p_{st})$ равным единице и организуем вычисления по системе (П.2.1) таким образом, что для всех позиций $p \in P$, входящих в левую часть уравнения $((t, p) \in F)$ положим

$$x(p) = \frac{\sum_{q \in P, (q, p) \in F} x(q)}{|\{(t, p) | (t, p) \in F\}|}.$$

Так как в оставе отсутствуют циклы, а инвариант каждой позиции вначале появляется в правой, а затем в левой части некоторого уравнения (в соответствии с ярусной формой), то таким способом могут быть найдены ненулевые инварианты всех позиций. Суммирование всех уравнений системы (П.2.1) дает равенство $x(p_{st})=x(p_{fn})=1$. Каждая инварианта представляет собой рациональное число в форме $x_a(p)/x_b(p)$. Найдем наименьшее общее кратное знаменателей $x_b(p)$, $p \in P$ и домножим на них все $x(p)$, $p \in P$. Мы получили p -инвариант, все компоненты которого – целые положительные числа. Таким образом, остав является p -инвариантной сетью. Так как $x(p_{st})=x(p_{fn})$, то сеть, представляющая бесконечный процесс изготовления ПУЕ, также является p -инвариантной, а, следовательно, ограниченной.

Сеть, полученная путем слияния начальной и конечной позиций остава (p_{st} и p_{fn}), является t -инвариантной, то есть уравнение (2.27)

$$(A^+ - A^-) \cdot \bar{y} = 0$$

всегда имеет решение \bar{y} , все компоненты которого целые положительные числа. Матрицы A^+ и A^- получены из матриц A^+ и A^- соответственно путем добавления последней строки к первой и удаления последней строки. Докажем t -инвариантность сети. Ввиду разреженности матриц удобно представить уравнение (2.27) в балансовой форме, обозначив $y(t)$ инвариант перехода t :

$$y(t)|_{(p, t) \in F} = y(t')|_{(t', p) \in F}, \quad p \in P. \quad (\text{П.2.2})$$

Так как каждая позиция остава, кроме p_{st} и p_{fn} , лежит на пути из p_{st} в p_{fn} по правилам построения, то из системы (П.2.2) можем записать

$$y(t_{st}) = y(t) = y(t_{fn}), \quad t \in T. \quad (\text{П.2.3})$$

Системе (П.2.3) удовлетворяет инвариант вида

$$\bar{y} = k \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{vmatrix},$$

где k – произвольное положительное целое число. Следовательно, замкнутый остов является t -инвариантной сетью и все переходы сети потенциально живы. Единственный циклический процесс возможен в результате однократного срабатывания всех переходов сети.

Пусть начальная маркировка сети $\mu_o(p_{st})=k$, а конечная $\mu^*(p_{fn})=k$. Тогда любая допустимая последовательность срабатывания переходов, переводящая остов из начальной в конечную маркировку, имеет вектор счета, в котором каждый переход запускается и завершается k раз. Векторы счета допустимых последовательностей срабатывания должны удовлетворять уравнению (2.8)

$$A^+ \cdot \bar{\gamma}^+ - A^- \cdot \bar{\gamma}^- = \Delta\mu.$$

Обозначим $\gamma^+(t)$ и $\gamma^-(t)$ счетчики завершений и запусков перехода t соответственно и запишем систему (2.8) с учетом структуры матриц A^+ и A^- :

$$\begin{cases} \gamma^-(t_{st}) = k \\ \gamma^-(t)|_{(p,t) \in F} = \gamma^+(t')|_{(t',p) \in F}, \quad p \in P, \quad p \neq p_{st}, \quad p \neq p_{fn}. \\ k = \gamma^+(t_{fn}). \end{cases} \quad (\text{П.2.4})$$

Заметим, что $\gamma^+(t) \leq \gamma^-(t)$, так как в начальном состоянии все переходы пассивны. Если уравнения упорядочены по ярусам, то для любого перехода $t \in T$, кроме t_{fn} , величина $\gamma^-(t)$ появляется в левой части некоторого уравнения ранее, чем $\gamma^+(t)$ в правой части. Выбор $\gamma^+(t)$, не равного вычисленному ранее $\gamma^-(t)$, приведет к тому, что не будет удовлетворяться последнее уравнение системы. Таким образом, попадание в конечное состояние обеспечивают только

последовательности срабатывания переходов, для которых выполняется равенство

$$\bar{\gamma}^+ = \bar{\gamma}^- = \begin{vmatrix} k \\ k \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k \end{vmatrix}.$$

П.2.2. Использование функциональных уравнений сети для определения ранних и поздних сроков

И прямая, и обратная сети остава являются простыми функциональными сетями, так как каждая позиция имеет ровно одну входящую и одну исходящую дугу. Это позволяет использовать функциональные уравнения сети (2.33) для определения ранних и поздних сроков. Пусть $t \in T$ произвольный переход остава, тогда функцию позиции сети $p \in P: (t, p) \in F$ можно записать в следующем виде:

$$\phi(p) = (\bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} \phi(q)) \triangleright D(t). \quad (\text{П.2.5})$$

Так как каждая позиция остава $p \in P$ лежит на пути из начальной позиции p_{st} в конечную p_{fn} , то, последовательно выполняя подстановки $\phi(q)$ в уравнение (П.2.5), выразим функцию $\phi(p)$ через входную последовательность $\beta(p_{st})$ и времена задержек переходов. Учитывая, что $\beta(p_{st}) = 1 = \text{const}$ и, применяя законы (2.31) эквивалентных преобразований, получим

$$\phi(p) = 1 \triangleright \theta'_t,$$

где θ'_t представляет собой ранний срок завершения работы, соответствующей переходу t . Ранний срок запуска работы вычислим как

$$\sigma^a(t) = \theta'_t - D(t).$$

Таким образом, ранний срок запуска перехода $t \in T$ может быть получен в процессе приведения выражения

$$\bigwedge_{q \in P, (q, t) \in F} \phi(q)$$

к виду

$$1 \rightarrow \sigma^\alpha(t)$$

путем подстановок значений $\phi(q)$ и применения алгебраических законов (2.31). Аналогичные построения для обратной сети остава позволяют получить *поздние сроки* запуска работ.

П.2.3. Схема имитации

Если запускается максимально возможное множество готовых к запуску переходов, не приводящее к нарушению функционирования сети, то запуск новых переходов становится возможным лишь в те моменты модельного времени, в которые происходит приращение маркировок позиций сети. Приращение маркировок позиций связано с завершением срабатывания переходов и поступлением внешнего потока маркеров. Пусть имеется множество троек $\Sigma = \{(p, \alpha, \theta)\}$, где $p \in P$, θ – момент времени приращения маркировки, α – значение приращения маркировки позиции p . Тогда схему имитации можно представить в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = \min_{(p, \alpha, \theta) \in \Sigma} (\theta), \\ \mu(p) = \mu(p) + \alpha, \quad (p, \alpha, \theta) \in \Sigma, \quad \theta = \tau, \\ \Sigma = \Sigma \setminus \{(p, \alpha, \theta) \mid \theta = \tau\}, \\ u'(t, \tau) = \bigwedge_{p \in P, (p, t) \in F} \mu(p)^w(p, t), \quad t \in T, \\ \bar{u}(\tau) = \mathfrak{U}(\bar{\mu}, \bar{u}'(\tau)), \\ \mu(p) = \mu(p) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F} w(p, t) \cdot u(t, \tau), \quad p \in P, \\ \omega(t) = \omega(t) + u(t, \tau), \quad t \in T, \\ \Sigma = \Sigma \cup \{(p, w(t, p) \cdot u(t, \tau), \tau + D(t)) \mid \\ \quad p \in P, (t, p) \in F, t \in T, u(t, \tau) > 0\}. \end{array} \right. \quad (\text{П.2.6})$$

Для эффективной алгоритмической реализации множество \mathfrak{L} может быть представлено списочной структурой, а элементы списка упорядочены по возрастанию значений времени θ . Первоначально \mathfrak{L} формируется на основе графиков поставки ресурсов и начального состояния переходов. Для обязательного запуска сети в начальный момент времени $t=t_0$ множество \mathfrak{L} нужно дополнить фиктивным элементом (r, o, t_0) , образованным для любой из позиций $r \in R$. Так как каждый переход $t \in T^\varepsilon$, $\varepsilon \in \mathcal{E}$ должен быть запущен $\mathfrak{Q}'(\varepsilon)$ раз, то количество "особых состояний" приближенно равно $n \cdot Q_{\max}$. В каждом особом состоянии для вычисления условий готовности переходов необходимо $\circ(m \cdot n)$ действий. Поэтому вычислительная сложность схемы (П.2.6) равна $\circ(n \cdot Q_{\max}) \cdot (\circ(m \cdot n) + \mathfrak{C}(\mathfrak{J}))$. Если сложность реализации правил предпочтения $\mathfrak{C}(\mathfrak{J})$ меньше $\circ(m \cdot n)$, то сложность схемы может быть определена как $\circ(m \cdot n^2 \cdot Q_{\max})$. Кроме того, при малом количестве процессов в сети, вычисление ненулевых значений $u'(t, t)$ может быть организовано на основе отслеживания множества маркированных позиций $r \in L^\varepsilon, \varepsilon \in \mathcal{E}$. Недостатком схемы имитации (П.2.6) является требование запуска максимально возможного множества готовых переходов, что ограничивает возможности отображения приоритетными правилами влияния потерь от незавершенного производства. Для минимизации незавершенного производства схему имитации можно организовать на обратной сети.

П.2.4. Формирование функций предпочтения

Построим функции предпочтения, которые могут быть использованы для решения задач календарного планирования в рассмотренных ранее постановках. Указание жестких ресурсных ограничений позволяет применить простейшие функции предпочтения, так как дополнительные ресурсы не привлекаются и, следовательно, потери от привлечения дополнительных ресурсов не рассматриваются. Величина потерь (целевая функция) непосредственно связана лишь с резервами

времен запуска работ. Выполнение некоторой работы по изготовлению ПУЕ (ε, k) , $\varepsilon \in \mathcal{E}$, $0 < k < \mathfrak{Q}'(\varepsilon)$ моделируется запуском экземпляра соответствующего перехода $t \in T^\varepsilon$. При формировании модели было принято, что ПУЕ упорядочены по возрастанию директивных сроков и этот порядок не нарушается в процессе запуска любого перехода сети – счетчик $\omega(t)$ определяет номер ПУЕ $(\varepsilon, \omega(t))$, для которой запускается переход. Поэтому формирование величин $u(t, \tau)$ можно выполнить путем последовательного выбора значений $u_\omega(t, \tau)$ из множества $\{0, 1\}$ для переходов $t \in T$, $u'(t, \tau) > 0$. Причем, если выбрано некоторое $u_\omega(t, \tau)$, равное нулю, рассмотрение следующих, готовых к запуску, экземпляров перехода t прекращается. Следовательно, на каждом шаге выбора рассматривается только первый готовый к запуску экземпляр перехода, соответствующий текущему $\omega(t)$; поэтому для обозначения резерва будем использовать только индекс перехода $t \in T^\varepsilon$, подразумевая ПУЕ $(\varepsilon, \omega(t))$, для которой запускается переход. Запуск перехода с минимальным резервом позволяет уменьшить потери от нарушения директивных сроков и от незавершенного производства. Поэтому простейшее выражение для вычисления локального приоритета работы в схеме имитации (3.19) можно записать в форме

$$p_t = \rho_{\max} - \rho_t + 1,$$

где ρ_{\max} – максимальный резерв времени готовых к запуску первых экземпляров переходов. Запуск переходов выполняется в порядке убывания приоритетов либо случайно с вероятностями, пропорциональными приоритетам. При использовании схемы имитации (3.19) не максимизируется непосредственно суммарная величина приоритетов запускаемых работ, так как не рассматривается структура ресурсных конфликтов. В качестве глобального приоритета в схеме имитации (3.17)–(3.18) может быть использована линейная комбинация локальных приоритетов

$$p = \sum_{t \in T, u'(t, \tau) > 0} p_t \cdot u(t, \tau).$$

Если учитывать весовые коэффициенты, ассоциированные с элементами сети, то можно использовать следующую многоуровневую схему вычисления локального приоритета:

I) Запускаются работы с нарушенными директивными сроками $\rho_t < 0$ в соответствии с приоритетом p_t^1 :

$$p_t^1 = |\rho_t| \cdot \eta^1(t). \quad (\text{П.2.7})$$

2) Затем запускаются работы, для которых $\rho_t \geq 0$ в соответствии с приоритетом p_t^2 :

$$p_t^2 = \eta^1(t)/\eta^3(t) \cdot (\rho_{\max} - \rho_t + 1). \quad (\text{П.2.8})$$

В схеме (3.17)–(3.18) может быть применена последовательная оптимизация по глобальным приоритетам

$$p^1 = \sum_{t \in T, u'(t, \tau) > 0} u(t, \tau) \cdot p_t^1 \quad \text{и}$$

$$p^2 = \sum_{t \in T, u'(t, \tau) > 0} u(t, \tau) \cdot p_t^2.$$

Жесткие ограничения незавершенного производства могут быть использованы в качестве дополнительного условия готовности перехода к запуску. При реализации жестких ограничений директивных сроков рекомендуется применять обратные сети и приоритет, равный резерву времени запуска работы; появление отрицательных резервов приводит к необходимости повторения процесса имитации и изменению параметров адаптации.

Наиболее сложными с точки зрения выбора приоритетных правил являются постановки задачи, в которых допускается использование дополнительных ресурсов и требуется минимизировать суммарную функцию потерь. На каждом шаге моделирования необходимо прогнозировать потери, которые могут возникнуть, если готовая к запуску работа не будет запущена. Основным источником потерь от отмены запуска работы является нарушение директивных сроков. Пусть имеется функция, сопоставляющая каждой, готовой к запуску, работе величину $\Delta\rho_t$ прогнозируемого нарушения директивного срока, если

работа не будет запущена в текущем такте. Величины $\Delta\rho_t$ могут быть вычислены на основании некоторой пороговой величины резерва ρ_t^* :

$$\Delta\rho_t = \begin{cases} 0, & \text{если } \rho_t \geq \rho_t^* \\ (\rho_t^* - \rho_t) \cdot \eta^\sigma(t), & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\eta^\sigma(t)$ некоторый коэффициент. Величины ρ_t^* и $\eta^\sigma(t)$ могут быть использованы в качестве параметров адаптации. Тогда выбор переходов для запуска может быть выполнен в процессе минимизации функции потерь

$$\sum_{p \in P \setminus P_b} \left[(\mu(p, \tau) \cdot \eta^2(p)) \Big|_{\mu(p, \tau) > 0} + (\mu(p, \tau) \cdot \eta^4(p)) \Big|_{\mu(p, \tau) < 0} \right] + \sum_{t \in T, u'(t, \tau) > 0} \Delta\rho_t \cdot \eta^1(t) \cdot (1 - u(t, \tau)), \quad (\text{П.2.9})$$

где

$$\mu(p, \tau) = \mu'(p, \tau) - \sum_{t \in T, (p, t) \in F, u'(t, \tau) > 0} w(p, t) \cdot u(t, \tau).$$

Наличие в функции потерь (П.2.9) условных выражений затрудняет применение схемы имитации (2.17)–(2.18). Для упрощения процесса моделирования можно использовать схему имитации (2.19) и локальные многоуровневые приоритеты:

1) Вначале запускаются все работы, не требующие дополнительных ресурсов на основании функций (П.2.7) и (П.2.8).

2) Работы, для которых $\rho_t < \rho_t^*$, запускаются с привлечением дополнительных ресурсов. Величины ρ_t^* выбираются в процессе адаптации. Первоначально можно принять все ρ_t^* равными нулю.

Алгоритм оптимизации с участием ЛПР можно организовать на основе многократного решения задач с жесткими ресурсными ограничениями. Анализ графиков использования ресурсов позволяет установить узкие места и принять решение о привлечении дополнительных ресурсов.

Приложение 3. Альбом функционирования системы "Опера 2.0"

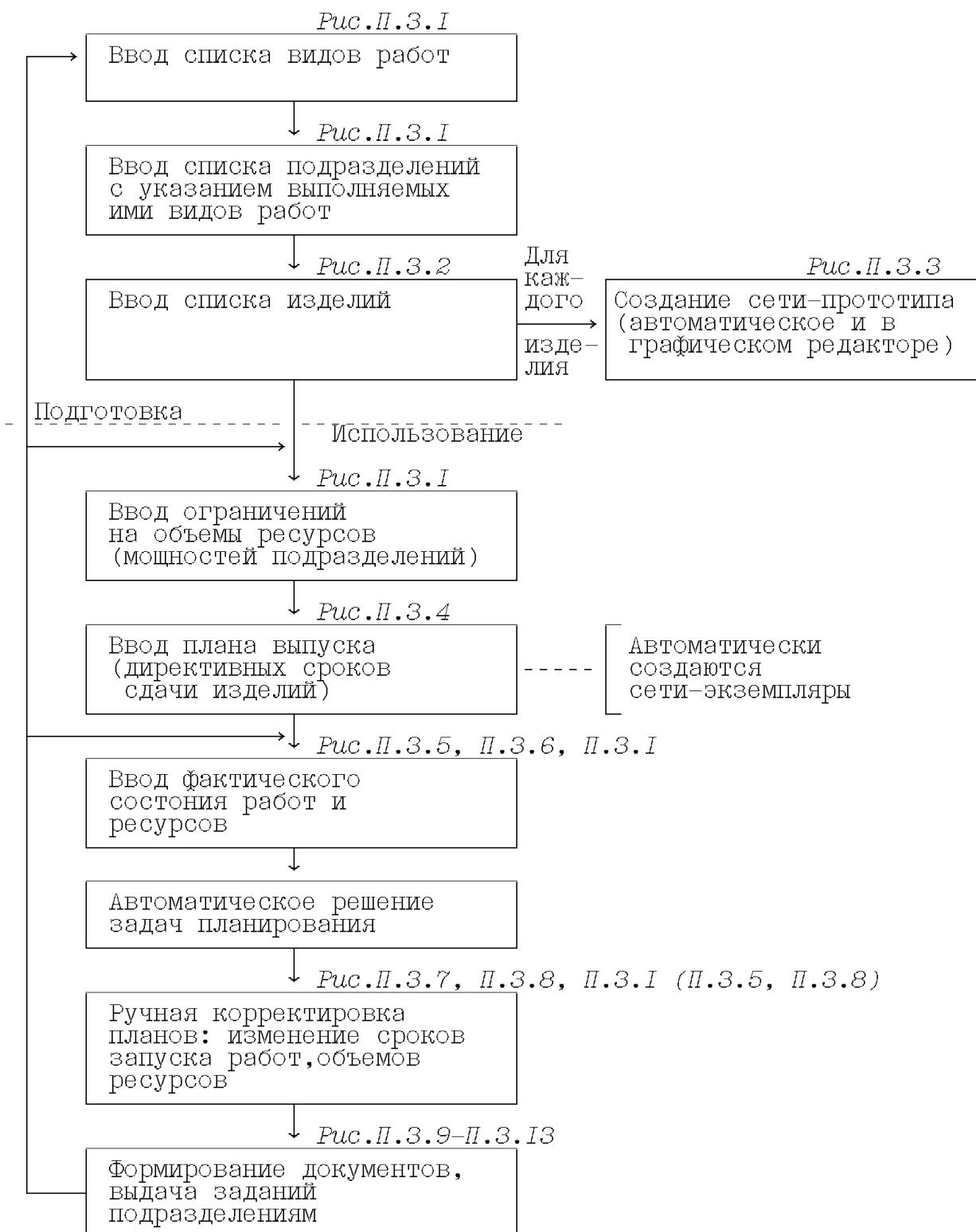


Рис. П.З.1. Порядок работы с системой "Опера 2.0".