

# Απορίες

---

Ποζουκίδης Δημήτρης 15016

✉ dpozouki@auth.gr

23 Δεκεμβρίου 2020

## Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Απορίες σε πράξεις:</b>	<b>2</b>
1.1	Κανόνας αλυσίδας με ανάδελτα στην εξίσωση A Solved	3
1.2	Χρήση εξίσωσης συνέχειας στην εξίσωση A Solved	3
1.3	Μηδενισμός απόκλισης στην εξίσωση B Solved	5
1.4	Χρήση Εξίσωσης συνέχειας γενικά Active	6
1.5	Πράξεις και πρόσημα στην εργασία Boussinesq approximation Active	6
1.6	Vector Laplacian Solved	7
<b>2</b>	<b>Εξίσωση Θερμότητας:</b>	<b>7</b>
2.1	Διαφορετικές μορφές της εξίσωσης θερμότητας Active	7
<b>3</b>	<b>Μηχανική Ρευστών:</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Υπολογιστική Μηχανική Ρευστών:</b>	<b>8</b>
4.1	Ερμηνεία συνοριακών συνθηκών δοχείου Active	8
4.2	Διάκριση μεταξύ Center Difference, Forward Difference κτλ Active	8
4.3	Εμφάνιση χρονικού όρου στην εξίσωση Poisson Solved	8
4.4	Βελτίωση κώδικα Solved	9
4.5	Λάθος στον κώδικα Active	9
4.6	Λάθος στον κώδικα 2: Αρχικές συνθήκες Active	10
4.7	Λάθος στον κώδικα 3: Όροι θερμοκρασίας Active	10
<b>5</b>	<b>Machine Learning:</b>	<b>11</b>
5.1	Γιατί δεν χρησιμοποιούνται αποκλειστικά υπολογιστικές μέθοδοι για την εργασία; Ποιό το όφελος της χρήσης Machine Learning; Active	11

<b>6 Σημειώσεις:</b>	<b>11</b>
6.1 Κώδικας Central Difference Done . . . . .	11
6.2 Ιδέα Parallel Programming TO DO . . . . .	12
<b>7 Bugs:</b>	<b>12</b>
7.1 Mask Error Active . . . . .	12

## 1 Απορίες σε πράξεις:

Παρακάτω αναφέρω τα σημεία της εργασίας στα οποία έχω προβλήματα. Μπορείτε να βρείτε ολόκληρη την εργασία εδώ:

### Ολόκληρη η εργασία

Η εργασία ξεκινάει παρουσιάζοντας αρχικά την εξίσωση Navier-Stokes και την εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστα ρευστά.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

και στη συνέχεια αντικαθιστά τη πυκνότητα με μια σταθερή τιμή  $\rho_0$  αλλάζοντας όμως τον όρο  $\mathbf{g}$  μιας και μόνο εκεί θα θεωρήσουμε ότι οι αλλαγές στη πυκνότητα είναι σημαντικές.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}'$$

Οι απορίες μου είναι πάνω στις επόμενες δύο εξισώσεις:

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}' \right) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p + \nabla \cdot \mathbf{g}'$$

Στις παραπάνω δύο εξισώσεις (A,B) υπολογίζει την απόκλιση του αριστερού και δεξιού μέλους της Navier Stokes.

### 1.1 Κανόνας αλυσίδας με ανάδελτα στην εξίσωση A Solved

Χρήσιμη σχέση για αυτή την ερώτηση:

$$\begin{aligned}(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} &= \left( u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathbf{V} \\ &= \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \mathbf{x} + \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \mathbf{y} + \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \mathbf{z}\end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα της εργασίας:

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

Το δικό μου αποτέλεσμα:

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{u}) + (\nabla(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})) \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla)(\nabla \cdot \vec{u}) \quad (1)$$

Ο τελευταίος όρος που βγάζω είναι λάθος; Χρησιμοποιώ λάθος τον κανόνα της αλυσίδας ή απλά χρησιμοποιεί την εξίσωση συνέχειας και ο παραπανίσιος όρος μηδενίζεται; Σε περίπτωση που κάνω λάθος, χρησιμοποιώ την εξής λογική:

$$\nabla \cdot (a \vec{b}) = (\nabla a) \cdot \vec{b} + a(\nabla \cdot \vec{b})$$

Με  $a = \mathbf{u} \cdot \nabla$  και  $\vec{b} = \vec{u}$

Λογικά το λάθος αν υπάρχει, πηγάζει στο γεγονός ότι το  $a$  δεν είναι πραγματικά αριθμός αλλά περιέχει το ανάδελτα.

### Απάντηση

Και οι δύο τρόποι υπολογισμού είναι ισοδύναμοι. Στη πρώτη περίπτωση δρα ο τελεστής πάνω σε ολόκληρο το διάνυσμα με εσωτερικό γινόμενο, ενώ στη δεύτερη περίπτωση ο τελεστής αρχικά δρα υπολογίζοντας τη κλίση του αριθμού στη παρένθεση και ύστερα την απόκλιση της ταχύτητας.

### 1.2 Χρήση εξίσωσης συνέχειας στην εξίσωση A Solved

Σε περίπτωση που οι υπολογισμοί στη παράγραφο 1.1 είναι σωστοί, τότε χρησιμοποιεί την εξίσωση συνέχειας για να καταλήξει στην εξίσωση. Όμως παρακάτω γράφει:

"In an analytical solution, the first term [of the Right hand side of] equation (1) will become zero due to the continuity equation. However, in a numerical solution, we do not hold the assumption that the flow is not divergent free."

(Στη τελευταία πρόταση μάλλον εννοεί "we do not hold the assumption that the the flow IS divergent free" και όχι "...IS NOT divergent free")

Άρα λοιπόν αναγκαστικά οι υπολογισμοί μου στη παράγραφο 1.1 πρέπει να είναι λάθος γιατί ξεκαθαρίζει ότι δε χρησιμοποιεί την εξίσωση συνέχειας. Άλλη απορία μου εδώ είναι: Γιατί στην αριθμητική λύση δε θεωρούμε πως ισχύει η εξίσωση συνέχειας;

### Απάντηση

Από την 1.1 ερώτηση μπορούμε να δούμε ότι δεν αναπτύσσει τον όρο άρα δε τίθεται θέμα χρήσης της εξίσωσης συνέχειας ή όχι. Το ανάδελτα δρα σε όλο το διάνυσμα με εσωτερικό γινόμενο (Σαν να υπήρχε μετά το Dot Product παρένθεση.)

### γ)

Παρακάτω στην εργασία (εξιιώσεις 7,8 της εργασίας) χρησιμοποιεί την εξής ισότητα:

$$\nabla \cdot (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2)$$

Προσπάθησα να υπολογίσω το ίδιο μόνος μου:

$$\nabla \cdot (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left( u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (u, v) = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}, u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dots$$

Έχω λάθος ξανά; Γιατί στη τελευταία ισότητα να μην ισχύει ο κανόνας της αλυσίδας και να ισχύει το αποτέλεσμα της εργασίας;

## Απάντηση

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + u_x \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_y \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y}}_{\text{}} \\
 & \underbrace{\frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_x \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + u_y \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}}_{\text{}} \\
 & u_x \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + u_y \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + u_x \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + u_y \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \\
 & u_x \left[ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right] + u_y \left[ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right] \\
 & u_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + u_y \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \\
 & u_x \frac{\partial}{\partial x} (\vec{v} \cdot \vec{u}) + u_y \frac{\partial}{\partial y} (\vec{v} \cdot \vec{u})
 \end{aligned}$$

Οι δεύτερες παράγωγοι φεύγουν αν χρησιμοποιήσουμε ξανά την εξίσωση συνέχειας.

### 1.3 Μηδενισμός απόκλισης στην εξίσωση B Solved

$$\nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}' \right) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p + \nabla \cdot \mathbf{g}'$$

Σύμφωνα με το παραπάνω η απόκλιση του δεύτερου όρου είναι μηδέν. Οι δικοί μου υπολογισμοί είναι όπως της συγκεκριμένης απάντησης από το [stack exchange](#):



The definition of [vector Laplacian](#) is

4

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u})$$



Since curl is always solenoidal, the divergence of the second term is  $\mathbf{0}$ , so we are left with



$$\nabla \cdot (\nabla^2 \mathbf{u}) = \nabla^2 (\nabla \cdot \mathbf{u})$$

and it may not be  $\mathbf{0}$ .

Ολόκληρο το άρθρο.

Εδώ ξανά λογικά χρησιμοποιεί την εξίσωση συνέχειας, που αργότερα αναφέρει ξανά ότι δε χρησιμοποιείται. Συγκεκριμένα λέει, ότι στις αριθμητικές μεθόδους δε θα χρησιμοποιηθεί, ωστόσο μπορούμε να δούμε, όπως και στο ερώτημα (α) εξίσωση A, πως δε μηδενίζει ακόμα την απόκλιση της ταχύτητας και ας οι αριθμητικές μέθοδοι δεν έχουν ξεκινήσει ακόμα.

### Απάντηση

Χρησιμοποιεί την εξίσωση συνέχειας, δε ξέρω όμως ακόμα γιατί...

### 1.4 Χρήση Εξίσωσης συνέχειας γενικά **Active**

"In an analytical solution, the first term [of the Right hand side of] equation (1) will become zero due to the continuity equation. However, in a numerical solution, we do not hold the assumption that the flow is not divergent free."

(Στη τελευταία πρόταση μάλλον εννοεί "we do not hold the assumption that the the flow IS divergent free" και όχι "...IS NOT divergent free")

Στη 1.3 παράγραφο χρησιμοποιείται η εξίσωση συνέχειας για να μηδενιστεί η απόκλιση του δεύτερου όρου. Ο πρώτος όρος όμως της εξίσωσης A συνεχίζει να περιέχει την απόκλιση της ταχύτητας  $\vec{u}$  χωρίς να μηδενίζεται.

### Ολόκληρη η εργασία

### 1.5 Πράξεις και πρόσημα στην εργασία Boussinesq approximation **Active**

$$\nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}' \right) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p + \nabla \cdot \mathbf{g}'$$

$$\nabla^2 p = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{g}'$$

Τα πρώτα μέλη των εξισώσεων (1) και (2) είναι ίσα και στην εξίσωση (3) συνδυάζονται τα δεύτερα μέλη τους. Κάτι έχει γίνει λάθος με τα πρόσημα.

### 1.6 Vector Laplacian **Solved**

Είναι ίδιοι οι παρακάτω ορισμοί;

**A**

$$\nabla^2 \mathbf{V} = \nabla^2 u \mathbf{x} + \nabla^2 v \mathbf{y} + \nabla^2 w \mathbf{z}$$

**B**

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

#### Απάντηση

Τα Cross Terms που φαίνεται να δημιουργούνται από τη στροφή απλοποιούνται τελικά από αυτά της κλίσης της απόκλισης.

## 2 Εξίσωση Θερμότητας:

Γενικά πάνω στην εξίσωση: [Λύση της εξίσωσης Θερμότητας-Pauls Notes](#)

### 2.1 Διαφορετικές μορφές της εξίσωσης θερμότητας **Active**

Η εξίσωση θερμότητας στην εργασία γράφεται στη μορφή:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T - \nabla \cdot (\mathbf{u} T) \quad (3)$$

Συνηθισμένη μορφή της εξίσωσης χωρίς παραγωγή ενέργειας είναι:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (4)$$

Όπου  $D = \alpha$ . Από που προκύπτει ο τελευταίος όρος;

### 3 Μηχανική Ρευστών:

### 4 Υπολογιστική Μηχανική Ρευστών:

#### 4.1 Ερμηνεία συνοριακών συνθηκών δοχείου **Active**

```
#dp/dy = 0 at y = 2
#dp/dy = 0 at y = 0
#dp/dx = 0 at x = 0
#dp/dx=0 at x=2
```

#### 4.2 Διάκριση μεταξύ Center Difference, Forward Difference κτλ **Active**

Στην διακριτοποίηση της παρακάτω εξίσωσης χρησιμοποιείται *CD* για τη πίεση, *BD* για τη ταχύτητα ως προς τη θέση και *FD* για τη ταχύτητα ως προς το χρόνο. Γιατί να μη χρησιμοποιηθεί Central Difference για όλες τις περιπτώσεις που είναι και μεγαλύτερης ακρίβειας. Έχει να κάνει με τις αρχικές συνθήκες.

$$\begin{aligned} \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} + u_{i,j}^n \frac{u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n}{\Delta x} + v_{i,j}^n \frac{u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n}{\Delta y} = \\ - \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j}^n - p_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \\ + \nu \left( \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) + F_{i,j} \end{aligned}$$

Όλοι οι υπολογισμοί.

Στα βίντεο το μόνο που αναφέρει είναι "To be consistent with the Physics"

#### 4.3 Εμφάνιση χρονικού όρου στην εξίσωση Poisson **Solved**

Εξίσωση Poisson

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$



Διακριτοποίηση:

$$\frac{p_{i+1,j}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} =$$

$$\rho \left[ \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) \right.$$

$$- \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} - 2 \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

$$\left. - \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta y} \right]$$

Στο βίντεο:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right\} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Ολόκληρο το βίντεο (30+ λεπτό)

**Απάντηση:**

Χρησιμοποιείται η μορφή της εξίσωσης όπου δε θεωρείται ότι μηδενίζεται η απόκλιση της ταχύτητας.

#### 4.4 Βελτίωση κώδικα **Solved**

```
def presPoisson(p, dx, dy, rho):
    pn = np.empty_like(p)
    pn = p.copy()

    #Term in square brackets
    b[1:-1,1:-1]=rho*(1/dt*((u[1:-1,2:]-u[1:-1,0:-2])/(2*dx)+(v[2:,1:-1]-v[0:-2,1:-1])/(2*dy))- \
        ((u[1:-1,2:]-u[1:-1,0:-2])/(2*dx))*2- \
        2*((u[2:,1:-1]-u[0:-2,1:-1])/(2*dy))*(v[1:-1,2:]-v[1:-1,0:-2])/(2*dx))- \
        ((v[2:,1:-1]-v[0:-2,1:-1])/(2*dy))*2)
```

#### 4.5 Λάθος στον κώδικα **Active**

Στον παρακάτω κώδικα [στην εργασία](#) έχει μπερδέψει το slicing για το dx και dy;

**Απάντηση:**

Αρκετά πιθανό γιατί στη συνέχεια χρησιμοποιεί συνθήκες τέτοιες ώστε να είναι ίσα τα dx και dy. Επίσης παρακάτω φαίνεται πως γράφει την δεύτερη παράγωγο για την ταχύτητα ως προς y:

```
(dt/dy**2*(un[2:,1:-1]-2*un[1:-1,1:-1]+un[0:-2,1:-1]))
```

Παράγωγος ως προς  $y$  άρα έχουμε διαφορές στο πρώτο κελί ενώ τα ίδια στοιχεία για το δεύτερο.

```
#compute T
T[1:-1,1:-1] = Tn[1:-1,1:-1]+\
D*dt*((Tn[2:,1:-1]-2*Tn[1:-1,1:-1]+Tn[0:-2,1:-1])/(dx**2)+\
(Tn[1:-1,2:]-2*Tn[1:-1,1:-1]+Tn[1:-1,-2:]))/(dy**2))- \
(un[1:-1,1:-1]*(Tn[2:,1:-1]-Tn[0:-2,1:-1])/(2*dx)+vn[1:-1,1:-1]*(Tn[1:-1,2:]-Tn[1:-1,-2:]))/(2*dy))*dt-\
Tn[1:-1,1:-1]*((un[2:,1:-1]-un[0:-2,1:-1])/(2*dx)+Tn[1:-1,1:-1]*(vn[1:-1,2:]-vn[1:-1,-2:]))/(2*dy))*dt
```

#### 4.6 Λάθος στον κώδικα 2: Αρχικές συνθήκες **Active**

Πιθανό λάθος παρακάτω όπου φαίνεται οι αρχικές συνθήκες έχουν διαφορετικά αποτελέσματα. Πάνω φαίνεται ο κώδικας της εργασίας ενώ κάτω ο κώδικας από τις διαλέξεις.

```
def pressureBoundary(p):
    p[-1,:] = p[-2,:] #dp/dy = 0 at y = 2
    p[0,:] = p[1,:] #dp/dy = 0 at y = 0
    p[:,0] = p[:,1] #dp/dx = 0 at x = 0
    p[:, -1] = p[:, -2] #dp/dx=0 at x=2
    p[0,0] = 0 #initialize the pressure

    return p

def pressureBoundaryTest(p):
    p[0, :] = 0
    p[myCons.ny-1, :] = 0
    p[:, 0] = 0
    p[:, myCons.nx-1] = 0

    return p
```

#### 4.7 Λάθος στον κώδικα 3: Όροι θερμοκρασίας **Active**

Οι όροι που αφορούν τη θερμοκρασία δε χρησιμοποιούνται στη διακριτοποίηση του Β μέλους της εξίσωσης:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\rho_0}{\Delta t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho_0 g \beta \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

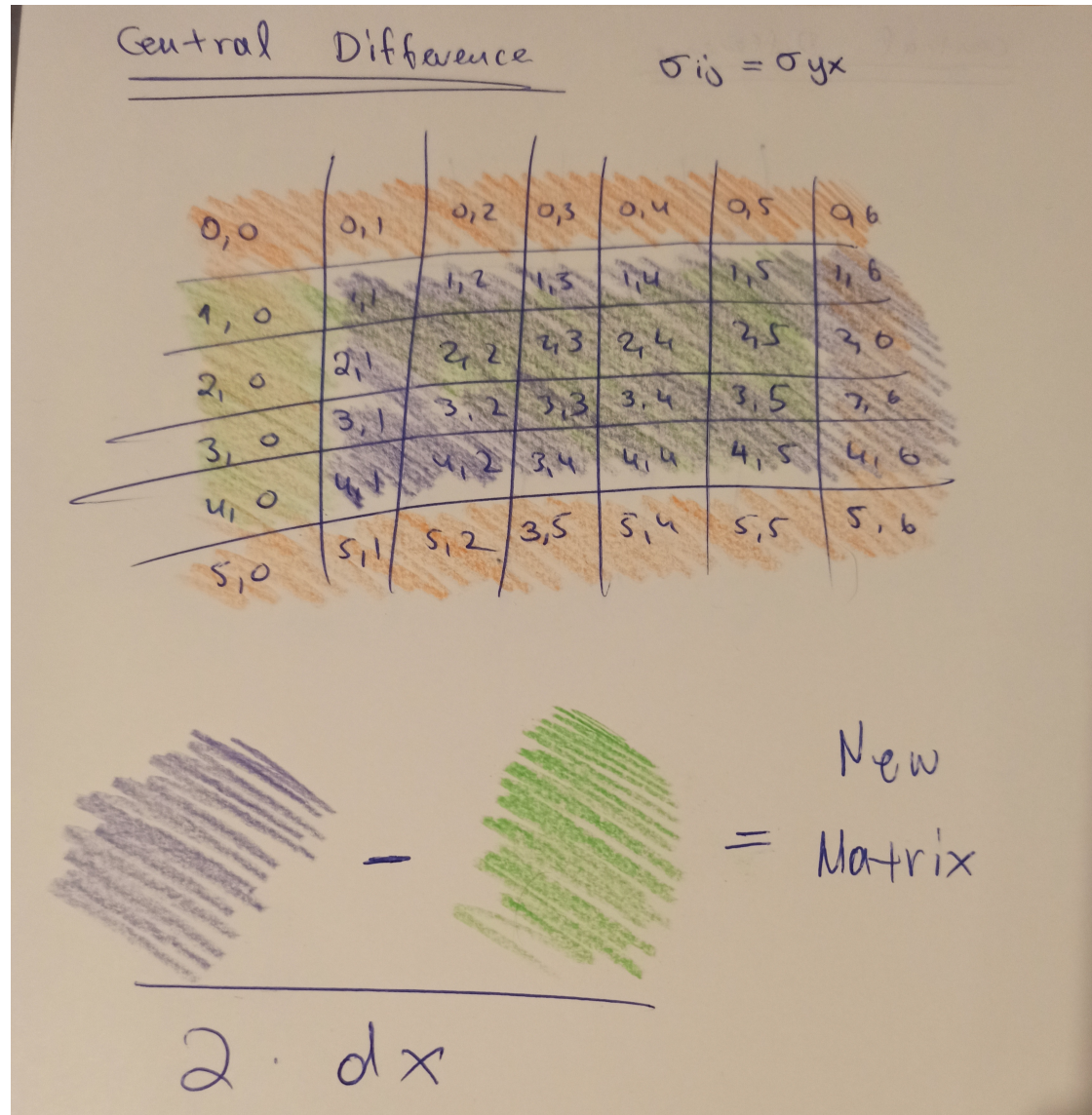
```
b[1:-1,1:-1]=rho*(1/dt*((u[1:-1,2:]-u[1:-1,0:-2])/(2*dx)+(v[2:,1:-1]-v[0:-2,1:-1])/(2*dy))- \
((u[1:-1,2:]-u[1:-1,0:-2])/(2*dx))*2-\
2*((u[2:,1:-1]-u[0:-2,1:-1])/(2*dy))*(v[1:-1,2:]-v[1:-1,0:-2])/(2*dx))- \
((v[2:,1:-1]-v[0:-2,1:-1])/(2*dy))*2)
```

## 5 Machine Learning:

5.1 Γιατί δεν χρησιμοποιούνται αποκλειστικά υπολογιστικές μέθοδοι για την εργασία;  
Ποιό το όφελος της χρήσης Machine Learning; **Active**

## 6 Σημειώσεις:

6.1 Κώδικας Central Difference Done



## 6.2 Ιδέα Parallel Programming **TO DO**

```
p=poisson.pressure(p, un, vn,bArray)
u=vTStep("x", un, vn, p)
#v=vTStep("y", un, vn, p)
v=vTStepGravity("y", un, vn, p,Tn)
T=TTStep(Tn, un, vn)
```

Οι παραπάνω συναρτήσεις φαίνεται να εξαρτώνται μόνο από τα αποτελέσματα της προηγούμενης χρονικής στιγμής. Όταν το πρόγραμμα είναι έτοιμο θα μπορούσα να δοκιμάσω να τρέξω όλες τις συναρτήσεις παράλληλα.

## 7 Bugs:

### 7.1 Mask Error **Active**

```
MaskError: Mask and data not compatible: data size is 1, mask size is 1681.
```

Τα αποτελέσματα των πινάκων είναι πολύ μικρά και πολλές φορές είναι nan.

**Απάντηση:**